数理解析研究所講究録 1281 巻 2002 年 209-219

SPHERICAL FUNCTIONS IN A CERTAIN DISTINGUISHED MODEL OF GL_n

高野　啓児 (KEIJI TAKANO)

明石工業高等専門学校 (Akashi College of Technology)

Introduction.

E/F を $\mathfrak{p}$- 進体の二次拡大、$G=GL_n(E)$, $H=GL_n(F)$ とする。G の smooth な表現 π が商空間 $H\backslash G$ 上の smooth な関数の空間 $C^\infty(H\backslash G)$ に実現できるとき π は H-distinguished であるといい、また自明でない実現があるときそれを π の H-distinguished model とよぶ。G/H は multiplicity free であることが知られており、このような実現を持つ既約表現は Jacquet の相対跡公式を介しての base change liftings の理論との関係から注目されるものである ([F]) 。またそれとは別に、保型 L- 関数に関連して、ある Rankin-Selberg 法の basic identity の被積分関数としてこのような実現のなかの特殊関数が使われる例がある ([R]) 。

ここでは π が不分岐主系列表現の場合の H- distinguished model およびそのなかの極大コンパクト部分群不変な球関数の明示公式を与える。(一般次元での明示公式は加藤信一氏との共同研究で得られた結果である。)

こうした $\mathfrak{p}$- 進体上の対称空間上の球関数は、種々の非退化 sesquilinear forms の空間の場合などに広中由美子氏、佐藤文広氏により研究されてきた。そこでは local density の理論への応用があった。また対称空間ではないがある種の球等質空間上の球関数の研究が村瀬篤氏、菅野孝史氏、加藤信一氏により調べられ、Rankin-Selberg 法に応用された。いずれも相対不変式の複素べきの Poisson 変換を用いて球関数を構成する手法で、本研究もその手法を踏襲している。またここで扱う対称空間で $n=2$ の場合は、別の手法によって W. Banks 氏により球関数の明示公式が与えられている ([B])。

内容のうち §3 までは [T] で発表したもので、そこでは明示公式が階数 1 の場合だけに留まっていた。まず §1 で必要となる剰余類分解の準備をする。特にこの対称空間での極大コンパクト群軌道の代表系を記述した **(1.3)** は、一般的な対称空間において宇澤達氏により与えられた予想 [U] が確かめられる一例となっている。ここで扱う球関数はこの代表系の上での値で完全に決まることとなる。§2 はスタンダードな所謂 Bruhat theory により主系列表現の H-distinguished model を調べたものである。H-distinguished な不分岐主系列表現を与える佐武パラメータがそこで決定される。§3 で [H] に倣って球関数のある表示公式を導出し、階数 1 での計算結果が述べられる。

§4 はその後、加藤信一氏との共同研究で得られた一般次元での明示公式を述べたものである。相対不変式の複素べきの Poisson 変換の形で与えられる球関数をある方法で、相対 Weyl 群不変となるよう正規化し、一般次元での明示公式を階数 1 の計算に帰着させる方法とその結果について述べている。この方法は加藤信一氏により他の幾つかの対称空間の場合で適用されたものと同様で、その例は [K] に挙げられている。

今回の発表の機会を与えて下さった桂田英典氏にここで深い感謝の意を表します。また本研究でいろいろと御助言下さった加藤信一氏にも併せて感謝致します。

Notation.

ここで扱う体と群等についての記号だけ列挙しておく。E/F を $\mathfrak{p}$- 進体の不分岐二次拡大、F の剰余位数は奇であるとする。$|\cdot|_E$, $\mathcal{O}_E$, k_E, q_E をそれぞれ E の絶対値、付値環、剰余体、剰余位数とする。F に対しても同様に $|\cdot|_F$, $\mathcal{O}_F$, k_F, q_F を定める。また ϖ を、F の素元で E の素元にもなっているものとしてひとつ固定しておく。

$G=GL_n(E)$, $K=GL_n(\mathcal{O}_E)$ とし、G の部分群について記号を以下の通りとする。

$$P=\left\{\begin{pmatrix} * & & * \\ & \ddots & \\ O & & * \end{pmatrix}\in G\right\},\quad T=\left\{\begin{pmatrix} * & & O \\ & \ddots & \\ O & & * \end{pmatrix}\in P\right\},\quad N=\left\{\begin{pmatrix} 1 & & * \\ & \ddots & \\ O & & 1 \end{pmatrix}\in P\right\},$$

$$P^{-}=\left\{\begin{pmatrix} * & & O \\ & \ddots & \\ * & & * \end{pmatrix}\in G\right\},\quad N^{-}=\left\{\begin{pmatrix} 1 & & O \\ & \ddots & \\ * & & 1 \end{pmatrix}\in P^{-}\right\},$$

$$B=\left\{(b_{ij})\in K\,;\, b_{ii}\in\mathcal{O}_E^{\times},\, b_{ij}\in\mathcal{O}_E\,(i<j),\, b_{ij}\in\varpi\mathcal{O}_E\,(i>j)\right\},$$

$$N_0=N\cap B,\quad T_0=T\cap B,\quad N_1^{-}=N^{-}\cap B,$$

$$W=\left\{(\delta_{i,\sigma(j)})\in K\,;\,\sigma\in\mathfrak{S}_n\ (\text{:the symmetric group of } n\text{-letters})\right\}.$$

P は G の Borel 部分群、T は極大トーラス、B は岩堀部分群で、W は (G,T) の Weyl 群と同一視する。以下、W の元は対応する置換と同一視することもある。

$w_0=(\delta_{i,n-j+1})\in W$ とし、G 上の対合 θ を

$$\theta(g)=w_0\bar{g}w_0$$

で定義する。ただし $\bar{g}$ は $g\in G$ の F 上の共役。θ- 不変元のなす G の部分群を H とする。

$$H=\{\,h\in G;\,\theta(h)=h\,\}.$$

Hilbert Theorem 90 により、$\bar{\eta}\eta^{-1}=w_0$ となるような $\eta\in G$ が存在する。このような η に対し $H'=\eta H\eta^{-1}$ とおくと

$$H'=\{h\in G;\,\bar{h}=h\}=GL_n(F)$$

がわかる。つまり H は $GL_n(F)$ と同型になっていて、θ は E/F の Galois 対合と本質的に同じである。わざわざ w_0 での共役で twist したものを使うのは、対角行列のなかに極大 θ-split torus (θ が inversion で作用する部分トーラス) が含まれるようにするためなど、若干の技術的な理由による。

K, T, W は θ-stable な部分群であり、また $\theta(P)=P^{-}$, $\theta(N)=N^{-}$ となっていることに注意する。(つまり P は θ-split な Borel 部分群となっている。これも上の "技術的理由" のひとつである。)

§1. 相対 Bruhat 分解と 相対 Cartan 分解.

まず以降必要となる G の 2 種類の両側剰余類分解について述べる。

$$X=\{\,x\in G;\,x\theta(x)=1\,\}$$

とし、θ-twisted conjugation により G を右から X に作用させる。

$$(x,g)\mapsto x*g:=\theta(g)^{-1}xg\in X\ \text{for}\ g\in G,\ x\in X$$

$\tau(g)=1*g=\theta(g)^{-1}g$ とおく。Hilbert Theorem 90 により $\tau: G\to X$ が全射で、G- 同型 $H\backslash G\simeq X$ を誘導することがわかる。(また $\tau((\cdot)^{-1})$ は $G/H\simeq X$ を誘導する。)

X の P- 軌道分解は次のようであることが知られている (Springer による代数閉体上での記述と同様、[F]) 。G での Bruhat 分解で X との共通部分を取り

$$X=\bigcup_{w\in W}(P^{-}wP\cap X)\quad\text{(disjoint union)}.$$

Bruhat 分解の一意性から $w\in W$ に対し $P^{-}wP\cap X\neq\emptyset\iff w\in W\cap X$. さらに $v\in W\cap X$ に対し $P^{-}vP\cap X=v*P$ が示され、結局、

$$X=\bigcup_{v\in W\cap X}v*P\quad\text{(disjoint union)}$$

$x \in \mathrm{Mat}_n(E)$ に対し $d_i(x)$ を x の左上 $i \times i$ block の行列式とする。$p \in P, p' \in P^-$, $x \in \mathrm{Mat}_n(E)$ に対して

$$d_i(p'xp) = d_i(p')d_i(p)d_i(x)$$

となり、また d_i の P, P^- への制限はともに E-rational characters となっている。このことから $x \in X$ と $p \in P$ に対し

$$d_i(x * p) = d_i(\theta(p)^{-1}p)d_i(x)$$

で、$d_i|_X$ は X 上の P- 相対不変式であることがわかる。

$m = [n/2]$ とし、また

$$X_0 = \{x \in X\,;\, d_i(x) \neq 0\,(1 \leqq i \leqq m)\}$$

とおく。E の $\mathfrak{p}$- 進位相から誘導される X の位相に関し X_0 は X の開稠密な部分集合で、明らかに P-stable であるが、各 i と $v \in W \cap X$ に対し

$$d_i(v) = \begin{cases} 1 & \text{if } v = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

となっていることから $X_0 = 1 * P$ がわかる。

各 $v \in W \cap X$ に対し$\tau(\eta_v)^{-1} = v$ となるような $\eta_v \in G$ を固定すると、以上により、

Proposition(1.1) G の (P, H)- 両側剰余類分解は

$$G = \bigcup_{v \in W \cap X} P\eta_v H \quad \text{(disjoint union)}$$

で、$P\eta_1 H = P \cdot H$ はただひとつの開稠密 (P, H)- 両側剰余類。

ここで後に必要となる特別な B- 軌道についての補題をひとつ述べておく。$\mu = (\mu_1, \cdots, \mu_n) \in \mathbf{Z}^n$ に対し

$$\varpi^\mu = \mathrm{diag}(\varpi^{\mu_1}, \cdots, \varpi^{\mu_n}) \in T$$

とおく。次は B の岩掘分解 $B = N_1^- T_0 N_o$ と直接計算により確かめられる。

Lemma(1.2) $\mu_1 \leqq \cdots \leqq \mu_n$ で $\varpi^\mu \in X$ ならば、$b \in B$ に対し

$$|d_i\,(\varpi^\mu * b)\,|_E = |d_i\,(\varpi^\mu))\,|_E\,(\neq 0)$$

となる。またしたがって $\varpi^\mu * B \subset X_0$ となる。 □

つぎに X の K- 軌道分解を述べる。これは宇澤による一般の symmetric pair における予想 ([U]) が簡単に確かめられる一例で、議論の流れ自体は P- 軌道分解と同様である。こんどは G での Cartan 分解とその一意性から、

$$X = \bigcup_{\mu \in \mathbf{Z}^n,\, \mu_1 \leqq \cdots \leqq \mu_n} (K\varpi^\mu K \cap X) \quad \text{(disjoint union)}, \quad K\varpi^\mu K \cap X \neq \emptyset \iff \varpi^\mu \in X$$

がわかる。$\varpi^\mu \in X$ は各 i に対し $\mu_i = -\mu_{n-i+1}$ を意味する。加えて μ_i に課された順序関係から $\mu_1 \leqq \cdots \leqq \mu_m \leqq 0$, n が奇のとき ($n = 2m+1$ のとき) は $\mu_{m+1} = 0$, となっているものに限定される。ここで主張することは、このような ϖ^μ に対し

$$K\varpi^\mu K \cap X = \varpi^\mu * K$$

となることである。これをいうためには、

「上のような ϖ^μ に対し、$\varpi^\mu k \in X$, $k \in K$ ならば、ある $k' \in K$ により $\varpi^\mu k = \varpi^\mu * k'$ となる」

を示せば十分である。

$\lambda=(\lambda_1,\cdots,\lambda_m)\in\mathbf{Z}^m$ に対し

$$t_\lambda=\mathrm{diag}(\varpi^{\lambda_1},\cdots,\varpi^{\lambda_m},\underbrace{1,\cdots,1}_{n-m})\in T$$

とおき、上のような ϖ^μ を $\varpi^\mu=\tau(t_\lambda)=\theta(t_\lambda)^{-1}t_\lambda$, $\lambda_1\leqslant\ldots\leqslant\lambda_m\leqslant 0$ と表す。いま、$\tau(t_\lambda)k\in X$ ならば、

$$\theta(t_\lambda)^{-1}t_\lambda kt_\lambda^{-1}\theta(t_\lambda)\theta(k)=1,\quad \text{i.e.,}\quad t_\lambda kt_\lambda^{-1}=\theta(t_\lambda kt_\lambda^{-1})^{-1}.$$

ここで $K_\lambda=t_\lambda Kt_\lambda^{-1}\cap\theta(t_\lambda Kt_\lambda^{-1})$ とおくと上の主張は、1-cohomology set $H^1(\{1,\theta\},K_\lambda)$ が消えることと言い換えられる。実際 $t_\lambda kt_\lambda^{-1}\in K_\lambda$ が $\theta(\cdot)^{-1}$ で固定されるということはそれが K_λ に値をとる 1-cocycle を定めることになる。それが coboundary だということならばある $u\in K_\lambda$ により $t_\lambda kt_\lambda^{-1}=\theta(u)^{-1}u$ だから、$u=t_\lambda k't_\lambda^{-1}$ とすれば

$$t_\lambda kt_\lambda^{-1}=\theta(t_\lambda)\theta(k')\theta(t_\lambda)^{-1}t_\lambda k't_\lambda^{-1},\quad \text{i.e.,}\quad \tau(t_\lambda)k=\theta(k')^{-1}\tau(t_\lambda)k'.$$

さて $H^1(\{1,\theta\},K_\lambda)$ の vanishing については、基本的に θ は E/F の Galois 対合であり、K の合同部分群の（不分岐拡大の）Galois cohomology の vanishing と同様に証明できる。K_λ はその定義からは見えにくいが具体的な成分を見ると

$$\begin{aligned}K_\lambda&=\{\,(k_{ij})\in G\,;\ \det(k_{ij})\in\mathcal{O}^\times,\ |k_{ij}|\leqslant\min(q^{-\lambda_i+\lambda_j},q^{-\lambda_{n-i+1}+\lambda_{n-j+1}})\,\}\\&=\{\,(k_{ij})\in K\,;\ |k_{ij}|\leqslant\min(q^{-\lambda_i+\lambda_j},q^{-\lambda_{n-i+1}+\lambda_{n-j+1}})\,\}.\end{aligned}$$

となっていて、θ-stable な K の部分群になっていることが見て取れる。（ただし上では $\lambda_{m+1}=\cdots=\lambda_n=0$ としている。） mod ϖ- 写像による K_λ の $GL_n(k_E)$ への像を M_λ, 核を $K_\lambda(1)$ とする。上の K_λ の記述から、M_λ は具体的には、$\lambda=(\lambda_1,\cdots,\lambda_m)$ について、l が $\lambda_l\neq 0$ であるような最大数で

$$\underbrace{\lambda_1=\cdots=\lambda_{i_1}}_{i_1}<\underbrace{\lambda_{i_1+1}=\cdots=\lambda_{i_1+i_2}}_{i_2}<\cdots<\underbrace{\lambda_{i_1+\cdots+i_{k-1}+1}=\cdots=\lambda_l}_{i_k}<0$$

となっているならば

$$\left\{\begin{pmatrix}p_1&x&0\\&g&\\0&y&p_2\end{pmatrix}\ \begin{array}{ll}p_1\in GL_l(k_E)\,; & \text{upper quasi-triangular of type }(i_1,\cdots,i_k),\\ p_2\in GL_l(k_E)\,; & \text{lower quasi-triangular of type }(i_k,\cdots,i_1),\\ g\in GL_{n-2l}(k_E), & x,y\in\mathrm{Mat}_{l,n-2l}(k_E)\end{array}\right\}.$$

$GL_n(k_E)$ 上に θ と同じ形の対合 $\tilde\theta$ を、E/F の Galois 対合と w_0- 共役で定める。K_λ (resp. M_λ) は θ- (resp. $\tilde\theta$-) stable になっていて、horizontal が完全系列である可換図式

$$\begin{array}{ccccccccc}1&\longrightarrow&K_\lambda(1)&\longrightarrow&K_\lambda&\xrightarrow{\text{mod }\varpi}&M_\lambda&\longrightarrow&1\\&&{\scriptstyle\theta}\downarrow&&{\scriptstyle\theta}\downarrow&&{\scriptstyle\tilde\theta}\downarrow&&\\1&\longrightarrow&K_\lambda(1)&\longrightarrow&K_\lambda&\xrightarrow{\text{mod }\varpi}&M_\lambda&\longrightarrow&1\end{array}$$

が得られる。ここから 1-cohomology set の完全系列

$$H^1(\{1,\theta\},K_\lambda(1))\longrightarrow H^1(\{1,\theta\},K_\lambda)\longrightarrow H^1(\{1,\tilde\theta\},M_\lambda)$$

が誘導される。M_λ は上の形だから (k_F 上の代数群として) Zariski 位相で連結、$\tilde\theta$ は本質的に Galois 対合なので Lang の定理から（あるいは直接確かめることも容易だが）$H^1(\{1,\tilde\theta\},M_\lambda)=\{1\}$. これで $H^1(\{1,\theta\},K_\lambda)$ の vanishing は $H^1(\{1,\theta\},K_\lambda(1))$ の vanishing に帰着される。

以降は帰納的に「レベル」の高い部分群の議論に帰着させていく。$K(N)=1+\varpi^N\mathrm{Mat}_n(\mathcal{O}_E)$, $K_\lambda(N)=K_\lambda\cap K(N)$ とおき、$\rho_N : K(N)\to \mathrm{Mat}_n(k_E)$ を $\rho_N(1+\varpi^N a)=a \mod \varpi$ で定義すると $\ker(\rho_N|_{K_\lambda(N)})=K_\lambda(N+1)$ となる。$A_\lambda(N)=\rho_N(K_\lambda(N))$ とおくと可換図式

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] & K_\lambda(N+1) \arrow[r] \arrow[d, "\theta"'] & K_\lambda(N) \arrow[r, "\rho_N"] \arrow[d, "\theta"'] & A_\lambda(N) \arrow[r] \arrow[d, "\tilde{\theta}"'] & 0 \\
1 \arrow[r] & K_\lambda(N+1) \arrow[r] & K_\lambda(N) \arrow[r, "\rho_N"] & A_\lambda(N) \arrow[r] & 0
\end{tikzcd}$$

が得られ完全系列

$$H^1(\{1,\theta\},K_\lambda(N+1)) \longrightarrow H^1(\{1,\theta\},K_\lambda(N)) \longrightarrow H^1(\{1,\tilde{\theta}\},A_\lambda(N))$$

が誘導される。こんどは $A_\lambda(N)$ は加法群だから $H^1(\{1,\tilde{\theta}\},A_\lambda(N))=\{1\}$ は明らか。よって $H^1(\{1,\theta\},K_\lambda(N))$ の vanishing は $H^1(\{1,\theta\},K_\lambda(N+1))$ の vanishing に帰着される。

$N=-\lambda_1$ までこれを続けると、$K_\lambda(N)=K(N)$ となっており、合同部分群 $K(N)$ に対しては $H^1(\{1,\tilde{\theta}\},K(N))=\{1\}$ は知られている。以上で主張は証明された。

結局、X の K- 軌道分解は、

$$X=\bigcup_{\lambda\in\mathbf{Z}^m,\lambda_1\leqq\cdots\leqq\lambda_m\leqq 0}\tau(t_\lambda)*K \quad \text{(disjoint union)}$$

という形で得られ、τ で引き戻すと

Proposition(1.3) G の (H,K)- 両側剰余類分解は、

$$G=\bigcup_{\lambda\in\mathbf{Z}^m,\lambda_1\leqq\cdots\leqq\lambda_m\leqq 0}Ht_\lambda K \quad \text{(disjoint union)}$$

で与えられる。

§2. 不分岐主系列表現の distinguishedness.

$X_{\mathrm{ur}}(T)$ を T の不分岐指標、すなわち T_0 上自明になっている $\mathbb{C}^\times$ への指標全体の集合とする。$\chi\in X_{\mathrm{ur}}(T)$ はまた $\chi|_N\equiv 1$ とすることで P 上の指標とみなす。$(\pi_\chi,I(\chi))$ を $\chi\in X_{\mathrm{ur}}(T)$ が定める不分岐主系列表現とする。すなわち $I(\chi)$ は G 上の、

$$\varphi(pg)=\chi(p)\delta(p)^{1/2}\varphi(g) \quad \text{for } p\in P,\ g\in G$$

をみたす局所定値 $\mathbb{C}$- 値関数 φ 全体の空間で、π_χ は G の右移動による $I(\chi)$ への作用である。上で δ は P の modulus, 具体的には T 上で

$$\delta(\mathrm{diag}(t_1,\cdots,t_n))=\prod_{1\leqslant i<j\leqslant n}|t_it_j^{-1}|_E=\prod_{1\leqslant i\leqslant n}|t_i|_E^{n-2i+1}$$

で与えられる。

λ,ρ をそれぞれ G の $\mathcal{C}_c^\infty(G)$ 上の左移動、右移動とする。$\chi\in X_{\mathrm{ur}}(T)$, $d_\ell p$ を P の左不変測度とし、$f\in\mathcal{C}_c^\infty(G)$ に対し G 上の関数 $p_\chi(f)$ を

$$(p_\chi(f))(g)=\int_P\chi^{-1}(p)\delta(p)^{1/2}f(pg)d_\ell p$$

で与えると $p_\chi(f)\in I(\chi)$ で、G- 準同型 $p_\chi:(\rho,\mathcal{C}_c^\infty(G))\to(\pi_\chi,I(\chi))$ が定まる。よく知られているように p_χ は全射になる

本節では不分岐主系列表現 $(\pi, I(\chi))$ が H-distinguished となるための χ のみたすべき条件を調べる。Frobenius の相互律より

$$\mathrm{Hom}_G(I(\chi), \mathcal{C}^\infty(H\backslash G)) \simeq \mathrm{Hom}_H(I(\chi), \mathbf{C}) = (I(\chi)^*)^H$$

なので $I(\chi)$ 上の H- 不変な線型汎関数の存在を調べるということである。p_χ の dual map p_χ^* で $I(\chi)$ 上の汎関数を G 上の distribution に引き戻してこれを調べる。

$\chi \in X_{\mathrm{ur}}(T)$ と、$P\Omega H = \Omega$ となっているような G の局所閉部分集合 Ω に対し、Ω 上の distribution D で

$$\langle D, \lambda(p)\rho(h)f \rangle = \chi(p)^{-1}\delta(p)^{1/2}\langle D, f \rangle \quad \text{for all } p \in P,\ h \in H,\ f \in \mathcal{C}_c^\infty(G)$$

をみたすもの全体の空間を $\mathcal{D}_\chi(\Omega)$ で表す。[H, (1.2)] で示されているように、p_χ^* は同型 $(I(\chi)^*)^H \xrightarrow{\sim} \mathcal{D}_\chi(G)$ を与える。

各 $v \in W \cap X$ に対し $\Omega_v = P\eta_v H$ とおき、まず $\mathcal{D}_\chi(\Omega_v)$ を調べる。$R_v = \{r \in P;\, v^{-1}\theta(r)v = r\}$ とし、これを $P \times H$ の部分群 $\{(r, \eta_v^{-1}r\eta_v) \in P \times H;\, r \in R_v\}$ と同一視する。Ω_v は $P \times H$- 等質空間として

$$\Omega_v \simeq P \times H/R_v.$$

$\mathcal{D}_\chi(\Omega_v)$ は高々 1 次元で、これが消えないための判定条件が R_v の modulus δ_v の計算から得られる。ここで R_v は半直積分解 $R_v = (T \cap R_v) \ltimes (N \cap R_v)$ をもつことに注意しておく。

Lemma(2.1) (i) δ_v は $N \cap R_v$ 上自明であり、また $t \in T \cap R_v$ に対しては $\delta_v(t) = \delta(t)^{1/2}$.

(ii) $$\dim(\mathcal{D}_\chi(\Omega_v)) = \begin{cases} 1 & \text{if } \chi|_{T\cap R_v} \equiv 1, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

(i) まず $t = \mathrm{diag}(t_1, \cdots, t_n) \in T \cap R_v$ の $N \cap R_v$ への adjoint action をみることにより

$$\delta_v(t) = \prod_{i<j, v(i)>v(j)} |t_i t_j^{-1}|_E^{1/2}$$

と計算される。いっぽうで (一般に)

$$\prod_{i<j, v(i)<v(j)} |t_i t_j^{-1}|_E = \delta(t)^{1/2}\delta(vtv^{-1})^{1/2}$$

であり、$t \in T \cap R_v$ ならば $vtv^{-1} = w_0\bar{t}w_0$ だから $\prod_{i<j,v(i)<v(j)} |t_i t_j^{-1}|_E = 1$ がわかる。

(ii) よく知られた等質空間上の自明でない相対不変 distribution の存在の判定をここで適用すると、

$$\mathcal{D}_\chi(\Omega_v) \neq 0 \iff (\chi^{-1}\delta^{1/2} \times 1)|_{R_v} = (\delta \times 1)|_{R_v} \cdot \delta_v^{-1}.$$

だから (i) から (ii) が導かれる。 □

$v \in W \cap X$ に対し

$$X_{\mathrm{ur}}(T)_{\theta,v} = \{\, \chi \in X_{\mathrm{ur}}(T);\, \chi_{|T\cap R_v} \equiv 1 \,\}$$

とし、また $X_{\mathrm{ur}}(T)_\theta = X_{\mathrm{ur}}(T)_{\theta,1}$ とおく。$t \in T$ に対し $v^{-1}\theta(t)vt \in T \cap R_v$ なので $\chi \in X_{\mathrm{ur}}(T)_{\theta,v}$ ならば すべての $t \in T$ に対し $\chi(v^{-1}\theta(t)vt) = 1$, つまり $v \cdot \chi = \chi^{-1}$ となる。ただしここで $w \cdot \chi$ は $w \in W$ の $\chi \in X_{\mathrm{ur}}(T)$ への自然な作用を表す。

$$w \cdot \chi(t) = \chi(w^{-1}tw).$$

$w \cdot \chi = \chi$ となる $w \in W$ が $w = 1$ に限られるとき χ は regular であるというのだった。

Proposition(2.2)

(i) $\mathcal{D}_\chi(G) \neq (0)$ ならば、$\chi \in X_{\rm ur}(T)_{\theta,v}$ となる $v \in W \cap X$ が存在する。とくに χ が regular ならこのような $v \in W \cap X$ は一意に決まる。

(ii) χ が regular なら $\mathcal{D}_\chi(G)$ は高々1次元である。さらにもし $\mathcal{D}_\chi(G) \neq (0)$, $\chi \in X_{\rm ur}(T)_{\theta,v}$ であれば、$0 \neq D \in \mathcal{D}_\chi(G)$ に対しその suport supp(D) が Ω_v の閉包 $\Omega_v^{c\ell}$ of Ω_v で与えられる。

(iii) χ が regular で $\mathcal{D}_\chi(G)^H \neq (0)$ ならば、${}^w\chi \in X_{\rm ur}(T)_\theta$ となる $w \in W$ が存在する。

(i) $\mathcal{D}_\chi(G) \neq (0)$ ならば G のどこかの (P, H)- 両側剰余類の上に 0 でない相対不変 distribution が存在することになるので **(2.1)** (ii) からこれがしたがう。χ が regular なときの $v \in W \cap X$ の一意性は

$$\chi \in X_{\rm ur}(T)_{\theta,v_1} \cap X_{\rm ur}(T)_{\theta,v_2} \Rightarrow v_1 \cdot \chi = \chi^{-1} = v_2 \cdot \chi \Rightarrow v_1 = v_2$$

による。

(ii) χ が regular で $\mathcal{D}_\chi(G) \neq (0)$ のとき、(i) より $\mathcal{D}_\chi(\Omega_v) \neq 0$ となる $v \in W \cap X$ が一意に決まり、またほかの $P \times H$-stable な $\Omega \subset G$ で Ω_v と交わらないものに対しては $\mathcal{D}_\chi(\Omega) = 0$ である。$\Omega_v^{c\ell}$ が G で closed, Ω_v が $\Omega_v^{c\ell}$ で open であることより導かれる2つの左完全系列

$$0 \longrightarrow \mathcal{D}_\chi(\Omega_v^{c\ell}) \xrightarrow{\rm ext} \mathcal{D}_\chi(G) \xrightarrow{\rm res} \mathcal{D}_\chi(G - \Omega_v^{c\ell}),$$
$$0 \longrightarrow \mathcal{D}_\chi(\Omega_v^{c\ell} - \Omega_v) \xrightarrow{\rm ext} \mathcal{D}_\chi(\Omega_v^{c\ell}) \xrightarrow{\rm res} \mathcal{D}_\chi(\Omega_v)$$

にて、$\mathcal{D}_\chi(G - \Omega_v^{c\ell}) = \mathcal{D}_\chi(\Omega_v^{c\ell} - \Omega_v) = 0$ となるので

$$\mathcal{D}_\chi(G) \underset{\rm ext}{\overset{\sim}{\leftarrow}} \mathcal{D}_\chi(\Omega_v^{c\ell}) \underset{\rm res}{\hookrightarrow} \mathcal{D}_\chi(\Omega_v)$$

が得られ、右端が1次元で左端が 0 でないのでこれら3つがみな1次元で同型となる。

(iii) $\chi \in X_{\rm ur}(T)_{\theta,v}$ で χ が regular なとき、置換として $w_0 v \in \mathfrak{S}_n$ が

$$v_0 = (i_1, j_1) \cdots (i_m, j_m), \quad i_1 < \cdots < i_m \quad \text{and} \quad i_k < j_k \text{ for all } k.$$

という形と仮定できる。このとき $w \in W$ を

$$w(i_k) = k, \quad w(j_k) = n - k + 1 \quad \text{for all } k.$$

で与えれば $w \cdot \chi \in X_{\rm ur}(T)_\theta$ となる。 □

以上により、不分岐主系列表現 $I(\chi)$ の H-distinguished な実現は generic には一意的であること、また H-distinguished な $I(\chi)$ を考えるときは不分岐指標 χ は $X_{\rm ur}(T)_\theta$ からとってやれば十分であることがわかった。

§3. 球関数の表示公式と階数1の計算.

前節での記述より、$\chi \in X_{\rm ur}(T)_\theta$ と限定する。

$$\chi_i(x) = \chi(\mathrm{diag}(1, \cdots, 1, \overset{i}{x}, 1, \cdots, 1))$$

とおくと $\chi \in X_{\rm ur}(T)_\theta$ ならば各 i に対し $\chi_{n-i+1} = \chi_i^{-1}$ となっている。またここで $\chi_i = |\cdot|_E^{s_i}$ $(s_i \in \mathbb{C})$, $z_i = \chi_i(\varpi) \in \mathbb{C}^\times$ とおくことにする。すると $s_{n-i+1} = -s_i$ としてよく、$\chi \in X_{\rm ur}(T)_\theta$ は

$$\chi(\mathrm{diag}(t_1, \cdots, t_n)) = \prod_{i=1}^m |t_i t_{n-i+1}^{-1}|_E^{s_i}$$

という形で表されることになる。ここで、

$$\begin{cases} s_i' = s_i - s_{i+1} - 1 & \text{for } i < m, \\ s_m' = s_m - \frac{n-2m+1}{2} & \end{cases}$$

として、§1. で与えた相対不変式 d_i を用いて $\mathrm{Re}(s'_i) > 0$ で G 上の関数 Δ_χ を

$$\Delta_\chi(g) = \prod_{i=1}^{m} |d_i\left(\theta(g)g^{-1}\right)|_E^{s'_i}$$

で定める。d_i の相対不変性から、$p \in P,\ g \in G,\ h \in H$ に対し

$$\Delta_\chi(pgh) = \chi^{-1}\delta^{1/2}(p)\Delta_\chi(g)$$

が確かめられる。さて $\chi \in X_{\mathrm{ur}}(T)_\theta$ で $\mathrm{Re}(s'_i) > 0$ となるものに対し、$I(\chi)$ 上の線型汎関数 ℓ_χ を、

$$\langle \ell_\chi, \varphi \rangle = \oint_{P\backslash G} \Delta_\chi(\dot{g})\varphi(\dot{g})d\dot{g} \quad \left(\ = \int_K \Delta_\chi(k)\varphi(k)dk \quad \right)$$

で定義する。すると $\langle \ell_\chi, \pi_\chi(h)\varphi \rangle = \langle \ell_\chi, \varphi \rangle$ つまり ℓ_χ は H- 不変線型汎関数を与えている。またこの積分は全 $(s_1, \cdots, s_m) \in \mathbb{C}^m$ についての有理型関数に解析接続される。この ℓ_χ を用いて$H\backslash G$ の球関数 Q_χ を

$$Q_\chi(g) = \langle L_\chi, \pi_\chi(g)\phi_{K,\chi} \rangle$$

で定義する。ここで $\phi_{K,\chi}$ は $I(\chi)$ の K 上で恒等的に 1 である元を表す。この Q_χ は $H\backslash G/K$ 上の関数となるので **(1.3)** で与えた代表元 $g = t_\lambda$ での値で完全に定まることになる。

以下、[H] の結果を利用して $Q_\chi(t_\lambda)$ の表示公式を導出する。

$\chi \in X_{\mathrm{ur}}(T)$ を regular とし、$w \in W$ に対し $T_w^\chi : I(\chi) \to I(w\cdot\chi)$ を standard intertwining operator ([C, §3]), $c_w(\chi)$ を $T_w^\chi(\phi_{K,\chi}) = c_w(\chi)\phi_{K,w\chi}$ で定まる因子とする。ここでは $c_w(\chi)$ は具体的に

$$c_w(\chi) = \prod_{i<j, w(i)>w(j)} \frac{1 - q_E^{-1} z_i z_j^{-1}}{1 - z_i z_j^{-1}}$$

と与えられる ([C, (3.1), (3.3)]) 。

$T_{w^{-1}}^{w\cdot\chi} : I(w\cdot\chi) \to I(\chi)$ の dual map $\left(T_{w^{-1}}^{w\cdot\chi}\right)^* : I(\chi)^* \to I(w\cdot\chi)^*$ を、

$$\widetilde{T}_w^\chi = \frac{c_w(\chi^{-1})}{c_{w^{-1}}(w\cdot\chi)} \cdot \left(T_{w^{-1}}^{w\cdot\chi}\right)^*$$

と正規化すると、この $\widetilde{T}_w^\chi$ は $T_w^{\chi^{-1}} : I(\chi^{-1}) \to I(w\cdot\chi^{-1})$ の拡張になっている ($I(\chi^{-1}) \subset I(\chi)^*$ とみて) 。

この $\widetilde{T}_w^\chi$ を用いて、[H] で得られている表示式は次のようなものである。

$$(*) \qquad Q_\chi(t_\lambda) = \frac{\mathrm{vol}(Bw_0B)}{\mathrm{vol}(B)} \sum_{w\in W} \frac{c_{w_0}(w_0 w\cdot\chi^{-1})}{c_w(\chi^{-1})} \langle \widetilde{T}_w^\chi(\ell_\chi), p_{w\cdot\chi}(\mathrm{ch}_{Bt_\lambda^{-1}}) \rangle.$$

ここで $\chi \in X_{\mathrm{ur}}(T)_\theta$ という状況に戻って、χ はさらに regular であるとすると、

- $w \in W_\theta = W \cap H$ に対しては $w\cdot\chi \in X_{\mathrm{ur}}(T)_\theta$ であり、**(2.2)** から、ある定数 $b_w(\chi)$ により線型汎関数についての関数等式

$$\widetilde{T}_w^\chi(\ell_\chi) = b_w(\chi)\ell_{w\cdot\chi}$$

  が成り立つ。
  いっぽう $w \notin W_\theta$ に対しては $w\cdot\chi \notin X_{\mathrm{ur}}(T)_\theta$ で、**(2.2)** (ii) より $\mathrm{supp}\left(\left(p_{w\cdot\chi}\right)^*(\widetilde{T}_w^\chi(\ell_\chi))\right) \cap P\cdot H = \emptyset$ となり、**(1.2)** より $Bt_\lambda^{-1} \subset P\cdot H$ であるから上の (*) の和のなかの $\langle \widetilde{T}_w^\chi(\ell_\chi), p_{w\cdot\chi}(\mathrm{ch}_{Bt_\lambda^{-1}}) \rangle$ は消えてしまう。

以上から、

$$Q_\chi(t_\lambda) = \frac{\mathrm{vol}(Bw_0B)}{\mathrm{vol}(B)} \sum_{w\in W_\theta} \frac{c_{w_0}(w_0 w\cdot\chi^{-1})b_w(\chi)}{c_w(\chi^{-1})} \langle\, \ell_{w\cdot\chi}, p_{w\cdot\chi}(\mathrm{ch}_{Bt_\lambda^{-1}})\,\rangle$$

となり、$\chi \in X_{\mathrm{ur}}(T)_\theta$, $w \in W_\theta$ なら $w_0 w\cdot\chi^{-1} = w\cdot\chi$ であること、さらに **(1.2)** を用いて

$$\langle\, \ell_\chi, p_\chi(\mathrm{ch}_{Bt_\lambda^{-1}})\,\rangle = \int_B \Delta_\chi(bt_\lambda^{-1})db = \mathrm{vol}(B)\cdot\chi\delta^{1/2}(t_\lambda)$$

と計算されることから次の表示公式が得られる。

Proposition(3.1) $\chi \in X_{\mathrm{ur}}(T)_\theta$ を regular, すべての $w\in W$ に対し $c_w(\chi^{-1})c_{w^{-1}}({}^w\chi) \neq 0$ と仮定すると、$\lambda = (\lambda_1,\cdots,\lambda_m) \in \mathbb{Z}^m$, $\lambda_1 \leqslant \cdots \leqslant \lambda_m \leqslant 0$ に対し、

$$Q_\chi(t_\lambda) = \mathrm{vol}(Bw_0B) \sum_{w\in W_\theta} \frac{c_{w_0}({}^w\chi)b_w(\chi)}{c_w(\chi^{-1})}(w\cdot\chi)\delta^{1/2}(t_\lambda).$$

Remark. $\widetilde{T}_w^\chi$ を用いずに、[H] から引用した上の表示式 (*) を得ることができることを後に加藤信一氏より教授された。それによれば上の命題中での、すべての $w\in W$ に対し $c_w(\chi^{-1})c_{w^{-1}}({}^w\chi)\neq 0$、という仮定は不要となる。

(3.1) では因子 $b_w(\chi)$ の部分が未知のままなのでまだ明示公式とはなっていない。この因子の値を求めるか、あるいは別の方法でともかく指標 $(w\cdot\chi)\delta^{1/2}$ の係数を決定すれば Q_χ の明示公式が得られることになる。

線型汎関数の関数等式 $\widetilde{T}_w^\chi(\ell_\chi) = b_w(\chi)\ell_{w\cdot\chi}$ の両辺を $\pi_{w\cdot\chi}(a)\phi_{K,w\cdot\chi}$ に適用すると

$$c_w(\chi^{-1})Q_\chi(a) = b_w(\chi)Q_{w\cdot\chi}(a) \tag{**}$$

という関係式が得られ、$a=1$ の場合を考えると表示公式は次のようにも書き直される。

Corollary(3.2) $\chi\in X_{\mathrm{ur}}(T)_\theta$ が、すべての $w\in W_\theta$ に対し $Q_{w\cdot\chi}(1)\neq 0$ となるとき、

$$\frac{1}{Q_\chi(1)}\cdot Q_\chi(t_\lambda) = \mathrm{vol}(Bw_0B)\sum_{w\in W_\theta}\frac{c_{w_0}(w\cdot\chi)}{Q_{w\cdot\chi}(1)}\cdot(w\cdot\chi)\delta^{1/2}(t_\lambda).$$

これにより $Q_\chi(1) = \int_K \Delta_\chi(k)dk$ の値が具体的に知られれば明示公式が得られることになる。階数1の場合、すなわち $n=2, 3$ の場合のみ、この値を直接計算により求めた。$n=2$ の場合の計算は容易である。$n=3$ のときは、見通しは悪いが $K = \cup_{w\in W} BwB$ という分解から各 B- 両側剰余類上の積分6つを個々に計算し、それらの和をまとめると比較的簡単な形となった。(詳細は [T, §4] 。) $\chi\in X_{\mathrm{ur}}(T)_\theta$ は

$$\chi\begin{pmatrix} t_1 & \\ & t_2\end{pmatrix} = |t_1|_E^s|t_2|_E^{-s}, \quad \text{または} \quad \chi\begin{pmatrix} t_1 & & \\ & t_2 & \\ & & t_3\end{pmatrix} = |t_1|_E^s|t_3|_E^{-s}, \quad s\in\mathbf{C}.$$

という形である。計算結果は、$q_E^{-s} = z$ とおいて、

Proposition(3.3)

$$Q_\chi(1) = \begin{cases} \mathrm{vol}(Bw_0B)(1-q_E^{-1/2})\dfrac{1+q_E^{-1/2}z}{1-z} & (n=2), \\[2ex] \mathrm{vol}(Bw_0B)(1-q_E^{-3/2})\dfrac{(1-q_E^{-1}z)(1+q_E^{-1/2}z)}{(1-z)^2} & (n=3). \end{cases}$$

これを **(3.2)** にあてはめれば、単位元で1となるよう正規化した球関数の明示公式が、階数1の場合のみ求まる。[T,§4] にその結果が与えてあるが、ここでは次節に(別の正規化のもとでの)一般次元での公式を与えるので省略する。

§4. 一般次元の明示公式.

前節 (**) から、$w \in W_\theta$ に対する、球関数の関数等式

$$\frac{Q_{w\cdot\chi}}{Q_\chi} = \frac{c_w(\chi^{-1})}{b_w(\chi)}$$

を思い出しておく。W_θ の生成元の集合 $\{w_1, \cdots, w_m\}$ を、

$$w_i = (i \quad i+1)(n-i \quad n-i+1) \quad (\text{for } i < m), \quad w_m = \begin{cases} (m \quad m+1) & \text{if } n = 2m, \\ (m \quad m+2) & \text{if } n = 2m+1 \end{cases}$$

で与え、B と w_i で生成される parahoric subgroup を B_i, $\phi_{i,\chi} = p_\chi(\mathrm{ch}_{B_i})$ とおく。すると

$$T_{w_i,\chi}(\phi_{i,\chi}) = c_{w_i}(\chi)\phi_{i,w_i\cdot\chi}$$

となることがわかる。(**) を導いたのと同様にして、

$$c_{w_i}(\chi^{-1})\langle \ell_\chi, \phi_{i,\chi}\rangle = b_{w_i}(\chi)\langle \ell_{w_i\cdot\chi}, \phi_{i,w_i\cdot\chi}\rangle$$

が分かり、さきの関数等式とあわせて

$$\frac{\langle \ell_{w_i\cdot\chi}, \phi_{i,w_i\cdot\chi}\rangle}{\langle \ell_\chi, \phi_{i,\chi}\rangle} = \frac{c_{w_i}(\chi^{-1})}{b_{w_i}(\chi)} = \frac{Q_{w_i\cdot\chi}}{Q_\chi}$$

を得る。各 i に対し

$$a_i(\chi) := \langle \ell_\chi, \phi_{i,\chi}\rangle = \int_{B_i} \Delta_\chi(b)db$$

を直接、計算すると、(以下では $q = q_E$ とする)

・$i < m$ に対しては、$\mathrm{GL}_2(\mathcal{O}_E)$ 上の簡単な積分となり、結果は

$$a_i(\chi) = \mathrm{vol}(B_i)\frac{1 - q^{-1}z_i z_{i+1}^{-1}}{1 - z_i z_{i+1}^{-1}}.$$

・$i = m$ においては、n の偶奇により $\mathrm{GL}_2(\mathcal{O}_E)$, $\mathrm{GL}_3(\mathcal{O}_E)$ 上での、前節 (3.3) と全く同じ積分が現れ、結果は

$$a_m(\chi) = \begin{cases} \dfrac{q}{q+1}(1 - q^{-1/2})\mathrm{vol}(B_m)\dfrac{1 + q^{-1/2}z_m}{1 - z_m} & (n = 2m), \\ \dfrac{q^3}{q^3 + 2q^2 + 2q + 1}(1 - q^{-3/2})\mathrm{vol}(B_m)\dfrac{(1 - q^{-1}z_m)(1 + q^{-1/2}z_m)}{(1 - z_m)^2} & (n = 2m+1). \end{cases}$$

これらの、χ と関わる因子を寄せ集めて掛けて、

$$\underline{a}(\chi) = \begin{cases} \displaystyle\prod_{1 \leqslant i < j \leqslant m} \frac{1 - q^{-1}z_i z_j}{1 - z_i z_j} \cdot \frac{1 - q^{-1}z_i z_j^{-1}}{1 - z_i z_j^{-1}} \prod_{1 \leqslant i \leqslant m} \frac{1 + q^{-1/2}z_i}{1 - z_i} & (\text{if } n = 2m), \\ \displaystyle\prod_{1 \leqslant i < j \leqslant m} \frac{1 - q^{-1}z_i z_j}{1 - z_i z_j} \cdot \frac{1 - q^{-1}z_i z_j^{-1}}{1 - z_i z_j^{-1}} \prod_{1 \leqslant i \leqslant m} \frac{1 + q^{-1/2}z_i}{1 - z_i} \cdot \frac{1 - q^{-1}z_i}{1 - z_i} & (\text{if } n = 2m+1) \end{cases}$$

とすれば、すべての i に対して

$$\frac{\underline{a}(w_i \cdot \chi)}{\underline{a}(\chi)} = \frac{a_i(w_i \cdot \chi)}{a_i(\chi)}$$

となってくれることが確かめられる。関数等式に戻ると、

$$\frac{\underline{a}(w_i \cdot \chi)}{\underline{a}(\chi)} = \frac{Q_{w_i \cdot \chi}}{Q_\chi}.$$

この式は、$\widetilde{Q}_\chi := \frac{1}{\underline{a}(\chi)} \cdot Q_\chi$ が W_θ- 不変であることを示している。**(3.1)** まで戻って、

$$\widetilde{Q}_\chi(t_\lambda) = \mathrm{vol}(Bw_0B) \sum_{w \in W_\theta} \frac{c_{w_0}(w \cdot \chi) b_w(\chi)}{c_w(\chi^{-1}) \underline{a}(\chi)} \cdot (w \cdot \chi)\delta^{1/2}(t_\lambda).$$

指標 $(w \cdot \chi)\delta^{1/2}$ の $w = 1$ での係数が既知の量として $\frac{c_{w_0}(\chi)}{\underline{a}(\chi)}$ と分かる。これを $\widetilde{c}(\chi)$ とおくと、$\widetilde{Q}_\chi$ の W_θ- 不変性と指標の独立性 (χ は regular) とにより $w \cdot \chi \delta^{1/2}$ の係数は $\widetilde{c}(w \cdot \chi)$ と決まり、これで $\widetilde{Q}_\chi$ の明示公式が得られた。

Theorem $\chi \in X_\theta$, $\lambda = (\lambda_1, \cdots, \lambda_m) \in \mathbf{Z}^m$, $\lambda_1 \leqq \cdots \leqq \lambda_m \leqq 0$ に対し、

$$\widetilde{Q}_\chi(t_\lambda) = \mathrm{vol}(Bw_0B) \sum_{w \in W_\theta} \widetilde{c}(w \cdot \chi)(w \cdot \chi)\delta^{1/2}(t_\lambda),$$

ただしここで

$$\widetilde{c}(\chi) = \begin{cases} \displaystyle\prod_{1 \leqslant i < j \leqslant m} \frac{1 - q^{-1} z_i z_j}{1 - z_i z_j} \cdot \frac{1 - q^{-1} z_i z_j^{-1}}{1 - z_i z_j^{-1}} \prod_{1 \leqslant i \leqslant m} \frac{1 - q^{-1/2} z_i}{1 + z_i} & (n = 2m), \\ \displaystyle\prod_{1 \leqslant i < j \leqslant m} \frac{1 - q^{-1} z_i z_j}{1 - z_i z_j} \cdot \frac{1 - q^{-1} z_i z_j^{-1}}{1 - z_i z_j^{-1}} \prod_{1 \leqslant i \leqslant m} \frac{1 - q^{-1/2} z_i}{1 + z_i} \cdot \frac{1 - q^{-1} z_i}{1 - z_i} & (n = 2m + 1) \end{cases}$$

上で $\widetilde{c}(\chi) = \frac{c_{w_0}(\chi)}{\underline{a}(\chi)}$ は $\underline{a}(\chi)$ とほとんど同じ形で、違いは後半の積の因子で分母、分子の +, − が入れ替わるところのみである。これは、$c_{w_0}(\chi)$ のなかに現れる $\frac{1 - q^{-1} z_i^2}{1 - z_i^2}$ という因子を、$\underline{a}(\chi)$ 中の因子 $\frac{1 + q^{-1/2} z_i}{1 - z_i}$ で割るところで生じる。

本節で述べたような W_θ- 不変性を持つような正規化、階数 1 への帰着の手法は他の幾つかの対称空間でも適用でき、上と同様な形の球関数の明示公式を導くことができている ([K])。

REFERENCES

[B] W. Banks, *The Casselman-Shalika formula for a distinguished model*, Proc.Amer.Soc. **123(3)** (1995), 681–692.

[C] W. Casselman, *The unramified principal series of $\mathfrak{p}$-adic groups I. The spherical functions*, Compositio Math. **40** (1980), 387–406.

[F] Y. Flicker, *Distinguished representations and a Fourier summation formula*, Bull.Soc.Math.France **120** (1992), 413–465.

[H] Y. Hironaka, *Spherical functions and local densities on hermitian forms*, Jour.Math.Soc.Japan **51(3)** (1999), 553–581.

[K] S. Kato, *Spherical functions on spherical homogeneous spaces*, Proc.of the 3-rd Summer School on Number Theory, 1995, pp. 54–77. (in Japanese)

[R] S. Rallis, *Poles of standard L-functions*, Proc.Int.Cong.Math.Kyoto 1990, Springer-Verlag, pp. 833-845.

[K] K. Takano, *Spherical functions in a certain distinguished model*, Jour.Math.Sci.Univ.of Tokyo **7** (2000), 369–400.

[U] T. Uzawa, *Functoriality for distinguished representations and the relative trace formula*, Proc.of the 3-rd Summer School on Number Theory, 1995, pp. 158–167.

AKASHI COLLEGE OF TECHNOLOGY, AKASHI, HYOGO, 674-8501, JAPAN

E-mail address: takano@akashi.ac.jp