

# フーリエ解析による京大環太平洋モデル (ver. 2.3) の動学特性解析

中 川 満  
大 西 広

## I 序 論

本論文は、京大環太平洋モデル (ver. 2.3) に関して、シミュレーションによって数値例を得、その結果をフーリエ解析することによって、その動学的特性のうち周期成分に関するものを明らかにしようとするのが目的である。

一般的に、連立差分方程式系の動学的解析に関しては、差分方程式系の固有値を求めるために、特性方程式を導きだし、それを代数方程式の根をもとめる数値計算法 (例えば、平野法や連立法) にかけて検出していた。しかし、代数方程式の根の数値解は、比較的大きい誤差が発生することや、各固有のシステムの振る舞いに関する貢献度が分かりづらいことなどの問題点がある。したがって、本論文では、入力信号を連立方程式系に与えてその結果の出力信号をスペクトル解析するという実験的方法を利用して、動学特性の解析を行なった。この方法は、工学分野ではよく利用されるシステム同定法である。

この分析の結果として以下のようなことが分かった。(1) このモデルは、日本のGNP成長率に関しては、かなり強いキチン波を含んでいること、また、アメリカのGNP成長率に関しても弱いキチン波を含んでいること、しかし、それ以外の長期波動は含んでいないこと。(2) コヘーレンスや位相差の観点からは、アセアン諸国とアメリカのGNPが強い関連を持っていること。(3) アメリカの資本収支の増分に関して10年と2.6年周期を含んでいて、また、ア

メリカの軍事支出の増分に関しては、周期33年 (中)、周期5.8年 (大)、周期2.7年の周期を含んでいること。(4) 他の経済変数は、ほとんどトレンドによって支配される過程と同様のスペクトル分布を示している。

## II 分析 方法

われわれの分析方法は以下のようなものである。この方程式系の唯一の外生変数である各国の人口成長率に擬似一様乱数を入力信号として投入し、環太平洋モデルの方程式系をシミュレートし、できるだけデータ系列を延長する。この論文では、1953年から2025年までである。その結果の諸変数をフーリエ解析するのである。この方法は、システムの固有周期を判定するのと同じである。また、スペクトル解析を行っていない点を除けば、例えば ([森 敬, 1963])<sup>1)</sup> によって行われている方法と同じである。

システム同定のための入力信号としては、ステップ関数、合成正弦波、AR・ARMA系列なども考えられるが、一般にシステム同定には、乱数系列が、一次独立な部分系列を多く含むという点で、望ましい ([片山徹, 1994; pp. 43-

1) 森は、この分析で、日本経済の固有周期と金利政策という外生変数の周期の間の共鳴現象を指摘しているが、もし第一段階で金利政策を White Noise としてシミュレートし、次に、現実の金利政策の周波数のうち問題となる周波数成分のみを取り出して、それによって生成される三角関数を外生変数に投入しシミュレートすれば、その差によって共鳴現象を検証できたであろう。ただ、FFT (高速フーリエ変換) が開発されたのが、1960年代の中頃であるため、無理であったのである。

46))。もちろん完全な乱数系列は、生成できないので、擬似乱数系列を用いた。

なお、フリーエ解析には、SPSS/Trends を使用し、Window は通常の Tukey-Hamming Window を用い、Bartlett Window は使用していない。というのは、最近のスペクトル解析においては、Bartlett Window は使用されていないからである。(SPSS)。

### III シミュレーションのフーリエ解析と 特性方程式の数値解法の比較

一般的にシステムの固有周波数を求める方法としては、差分方程式の自己回帰部分を取りだした自己回帰最終型に変換し、それに関する固有方程式の根を、数値計算によって求める方法がある。

この数値計算法としては、一般に連立法が用いられるので、その精度について Smith の定理を援用して評価すると、おおまかに以下ようになる。 $p(z)=0$  を代数方程式、 $z_i$  をこの方程式の根の近似値、 $n$  を方程式の次数、 $\delta p_i$  を  $p(z_i)$  の計算に含まれる丸め誤差、 $a_0$  を  $p(z)$

の最大次の係数とすると  $\frac{n(|p(z_i)| + \delta p_i)}{|a_0| \prod_{j \neq i} |z_i - z_j|}$  で押さえられる ([森正武他, 1993])。もし、次数が大きくなり、また、根の間隔が狭まれば、それだけ誤差が大きくなってしまふ。また、根を求めたとしても、ある根は、その根から生成される解部分空間の全解空間への寄与がきわめて小さい場合もある。このような系の振る舞いを知る上では重要でない根まで、平等に推定しなければならぬなどの欠陥がある。

また、この方法とは別で解析的には等価な(しかし、数値計算的には等価でない。)方法として、一般化固有値問題に還元する方法があるが、この方法の二つの変形によって解いた場合の比較が [B. Hickman (ed), 1972] にある。これによると、根の数に関しても、両方は一致しない。

それに対して、我々の方法は、誤差においては、通常四則演算の繰り返しによって発生す

る丸め誤差のみであるので、前述の方法より優れている。また、計算量に関しても、 $n$  をデータ系列の数とすると、FFT の使用によって、 $O(n \log n)$  となるので、十分実用になる。

ただし、スペクトル解析は、固有値の偏角に関する分析である。したがって、単位根などの固有値の絶対値に関する分析には向かない。例えば、方程式系が単位根を持つのか、それとも 2 次定常系列を示すのか、hyper unit root をしめすのかについては、特性方程式の数値解法が必要である。

### IV シミュレーションのフーリエ解析の結果

#### 4.1 GNP 系列に関する分析

まず、レベル変数の分析について述べる。図 1, 2, 3 にアセアン諸国、日本、アメリカの GNP に関するスペクトル密度を示している<sup>2)</sup>。いずれも、トレンドが決定的な過程のそれである。なお、GNP はドル建てで評価されていて、各目値である。

2) 横軸には周波数をとっている。

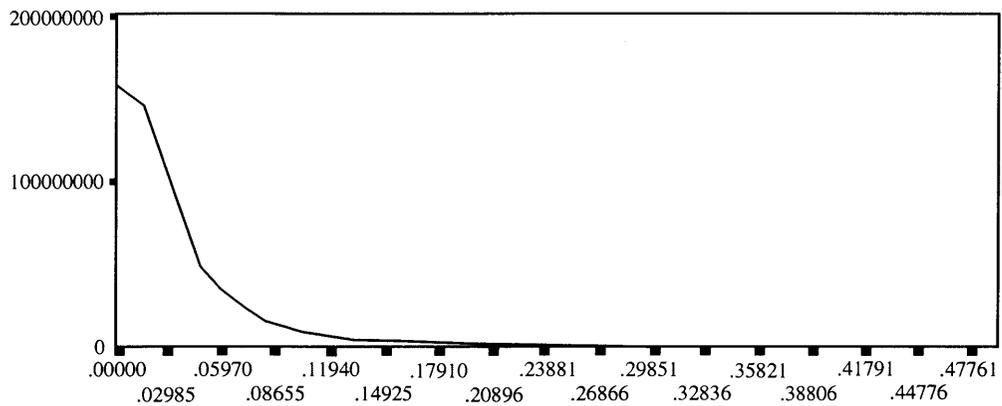


図1 アクセアン諸国のGNPのスペクトル密度

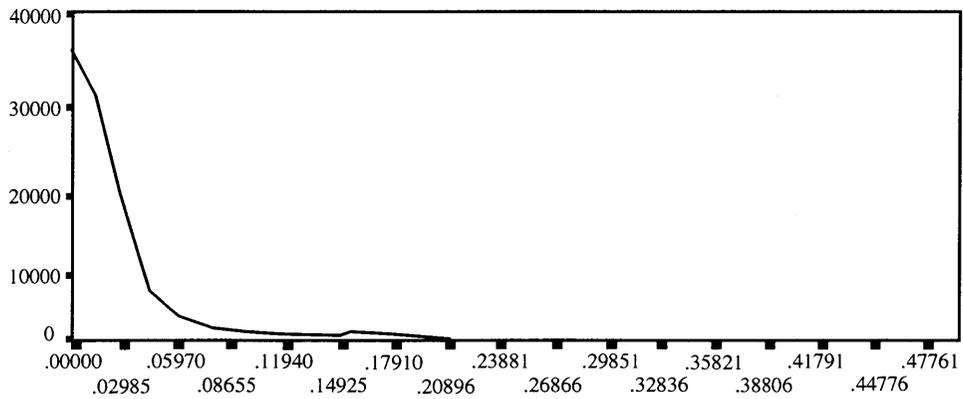


図2 日本のGNPのスペクトル密度

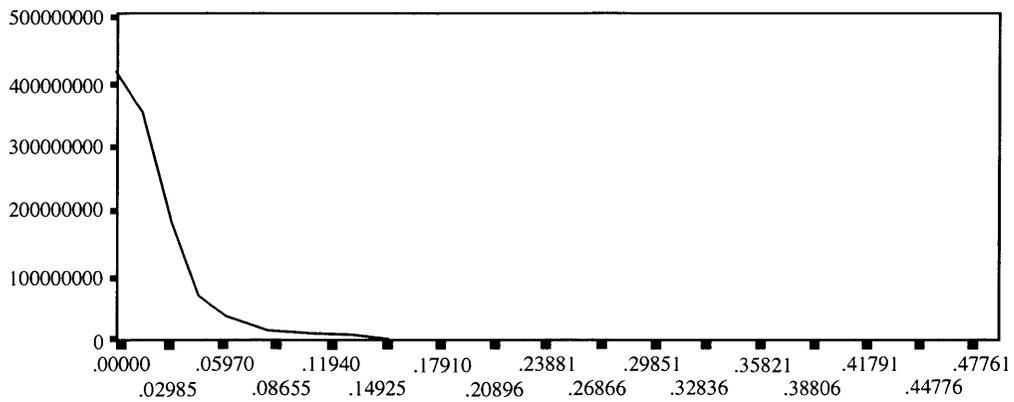


図3 アメリカのGNPのスペクトル密度

次にG N P成長率に関してスペクトル密度を取ったものを、図4, 5, 6に示す。日本に関しては、 $1/0.1791=5.58$ 年の周期が検出できた。この周期は、一般的に設備投資に起因するキチン波と呼ばれているものなので、われわれの方程式系は、ジュグラ-波を日本に関しては内包しているということになる。それ以外の周波数

成分は弱いので、日本のG N P成長率は、キチン波によって殆ど支配されていることになる。また、アメリカに関しても、6.09年の循環、すなわち、キチン波が検出できた。アメリカの場合は、トレンドに支配される部分も大きいようである。これに対して、アセアン諸国は、トレンドに殆ど支配されている様である。

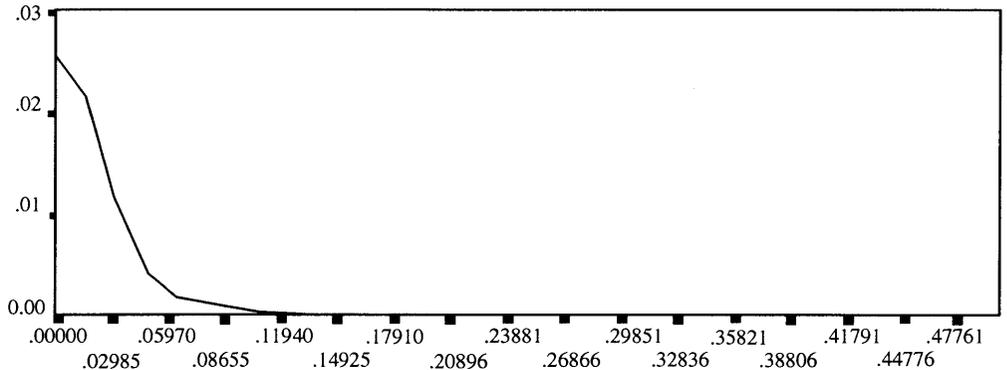


図4 アセアン諸国のG N P成長率のスペクトル密度

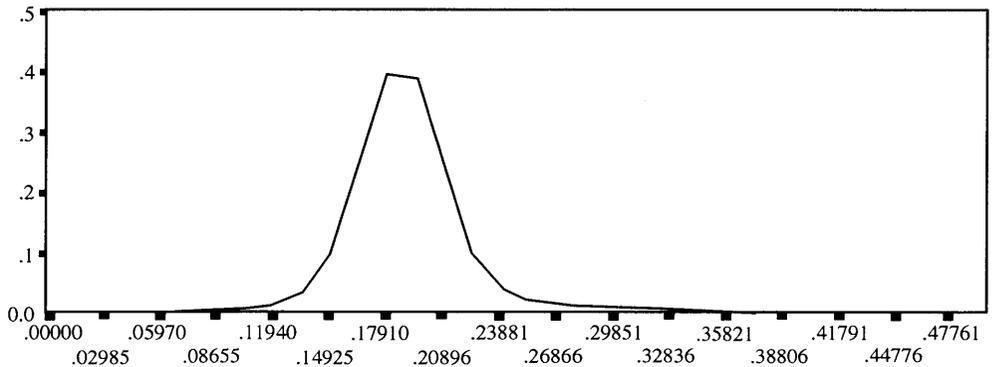


図5 日本のG N P成長率のスペクトル密度

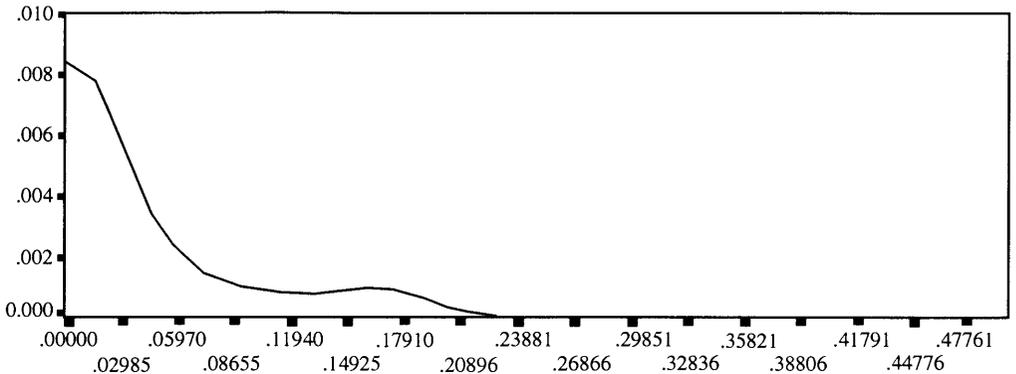


図6 アメリカのG N P成長率のスペクトル密度

4.2 国民一人当たりのGNP系列に関する分析  
 まず、レベル変数の分析について述べる。図7, 8, 9にアセアン諸国, 日本, アメリカの一人当たりGNPに関するスペクトル密度を示している。いずれも, アセアン諸国, アメリカに

関しては, トレンドが決定的な過程, または, Near Unit Root の過程のそれである。日本に関しては, トレンドに支配される成分とともに, 5.6年の循環も重要な成分となっている。

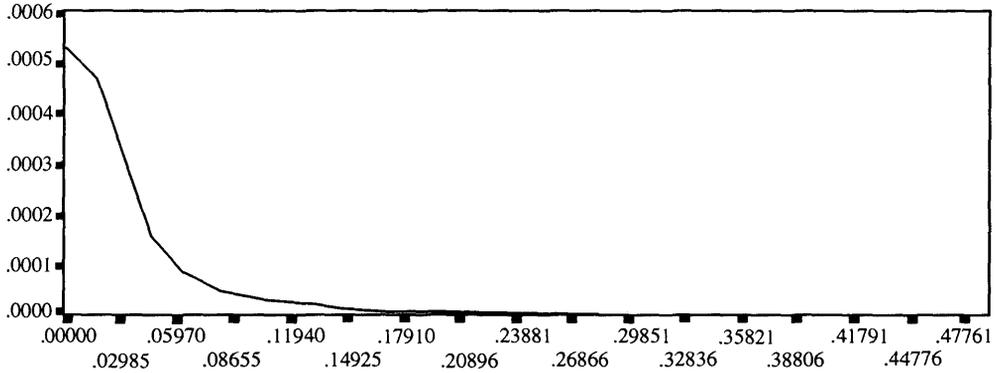


図7 アセアン諸国の一人当たりGNP系列のスペクトル密度

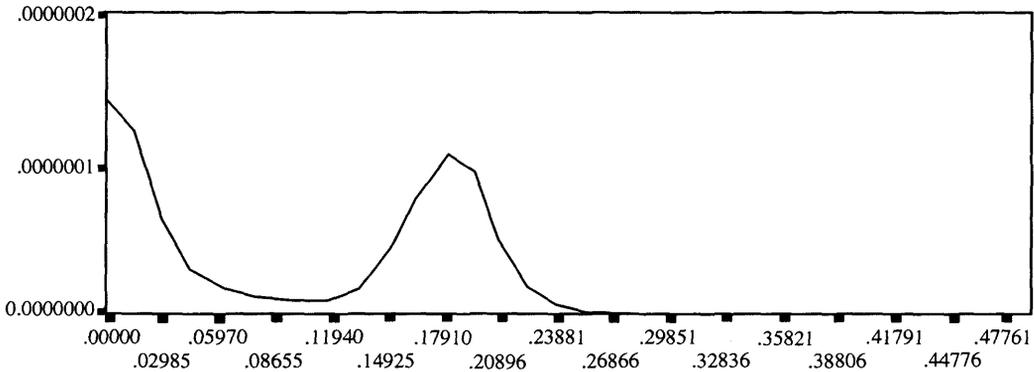


図8 日本の一人当たりGNPのスペクトル密度

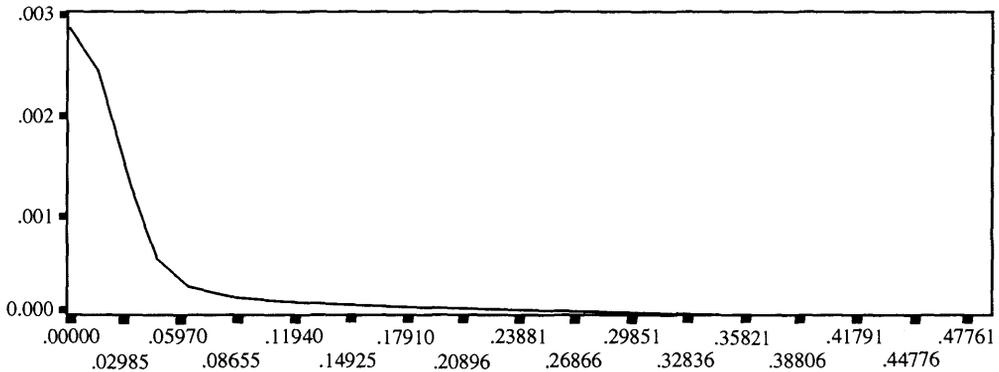


図9 アメリカの一人当たりGNPのスペクトル密度

次に、一人当たりGNPの成長率に関して、スペクトル解析を行う。まず、アセアン諸国に関しては、2.3年と2年に成分を持っていることになる。日本に関しては、GNP成長率自身

の系列と同じである。それに対して、アメリカの一人当たりGNP成長率がGNPのスペクトル密度と異なるのは、6.1年の弱い循環が加わっていることである。

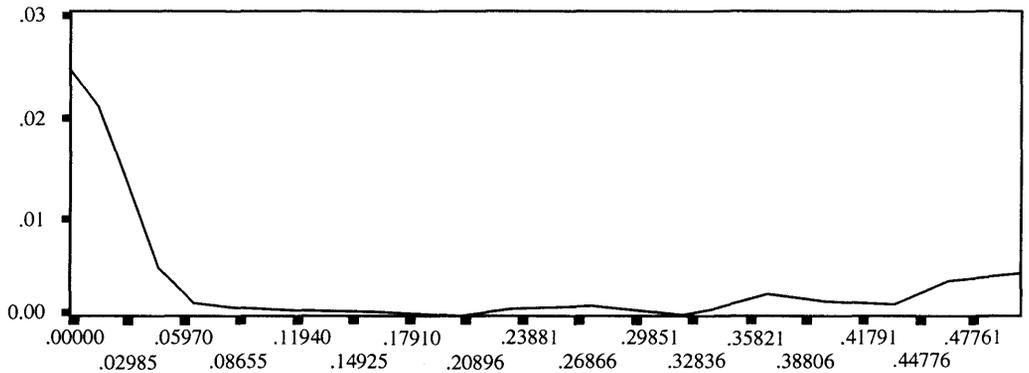


図10 アセアン諸国の一人当たりGNP成長率のスペクトル密度

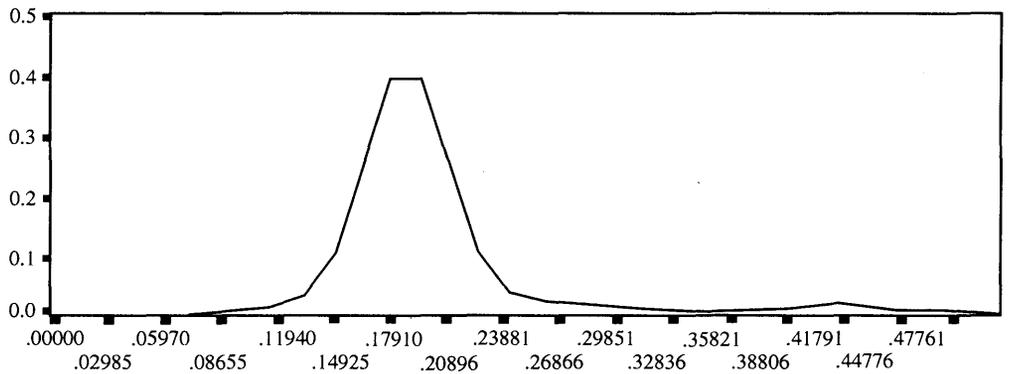


図11 日本の一人当たりGNPの成長率のスペクトル密度

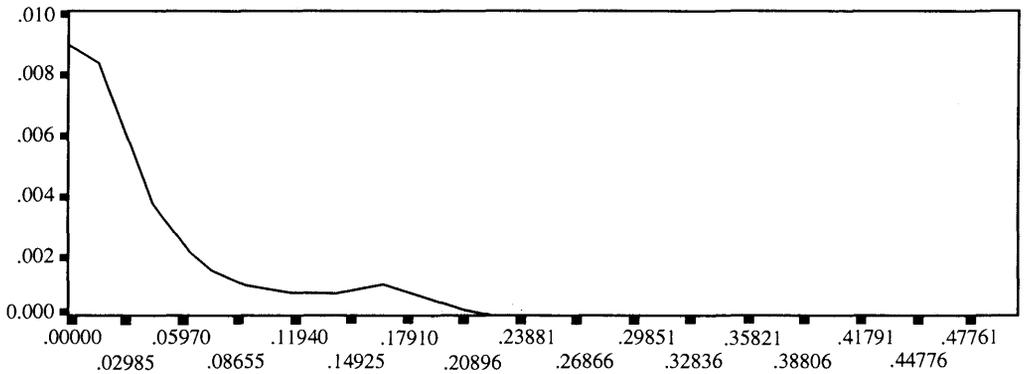


図12 アメリカの一人当たりGNPの成長率のスペクトル密度

4.3 交叉スペクトル分析の結果

次にアセアン、日本、アメリカのGNPの交叉スペクトル解析の結果を示す。最初に、コヘレンスを調べる。GNP系列のスペクトル分析の結果、アセアン、日本、アメリカとも、低周波数成分が支配し、日本の場合わずかにキ

チン波が存在するのであった。従って、意味のある相関としては、日本とアメリカの間の相関のみがあげられ、日本とアメリカが低周波数成分で相関が強いが、ジェグラー波に関しては相関していないことが分かる。

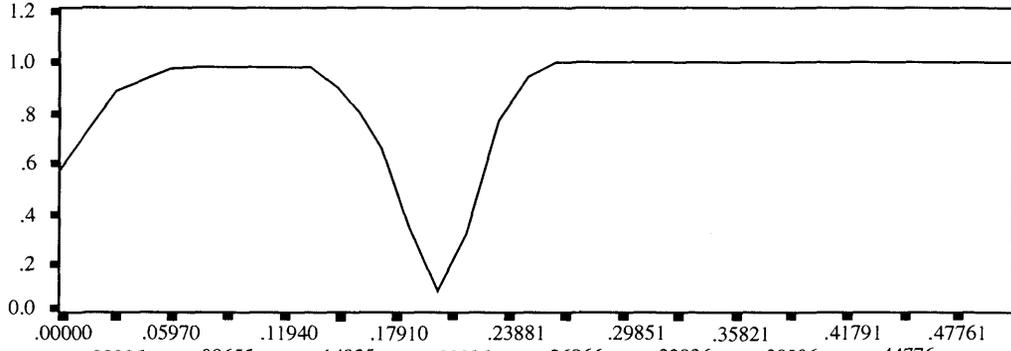


図13 日本とアセアンの GNP の間のコヘレンスの二乗

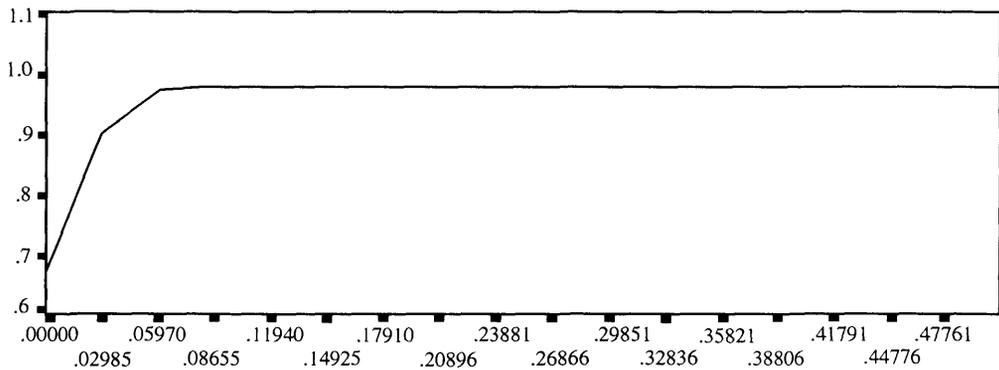


図14 アセアン諸国とアメリカの GNP の間のコヘレンスの二乗

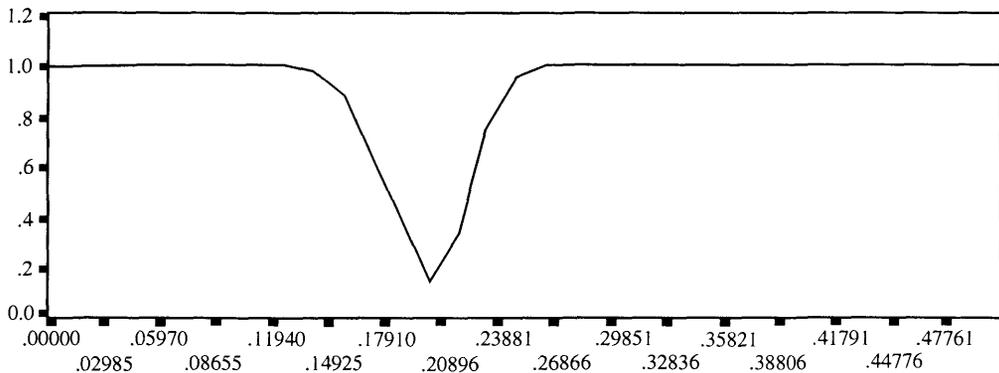


図15 日本とアメリカの GNP の間のコヘレンスの二乗

次に、GNP成長率に関してであるが、コヘーレンスは、レベル変数の場合に比べて、小さくなっている。つまり、成長率に関しては、各国の相関は低い。

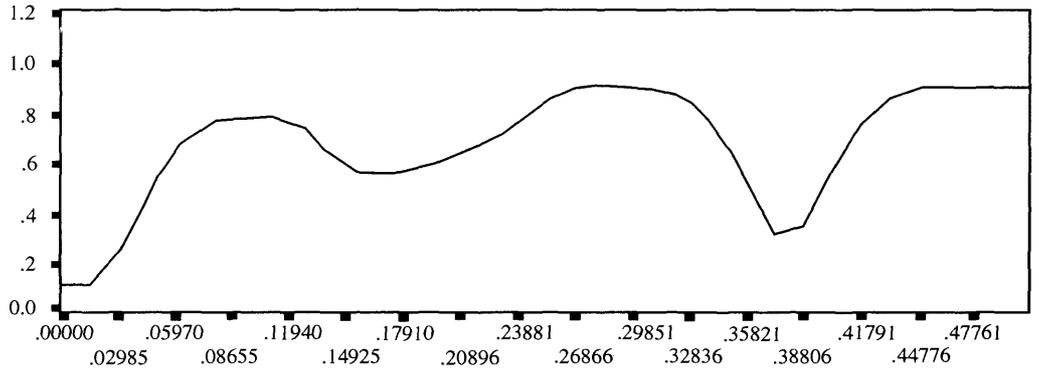


図16 アセアンと日本の GNP 成長率間のコヘーレンスの二乗

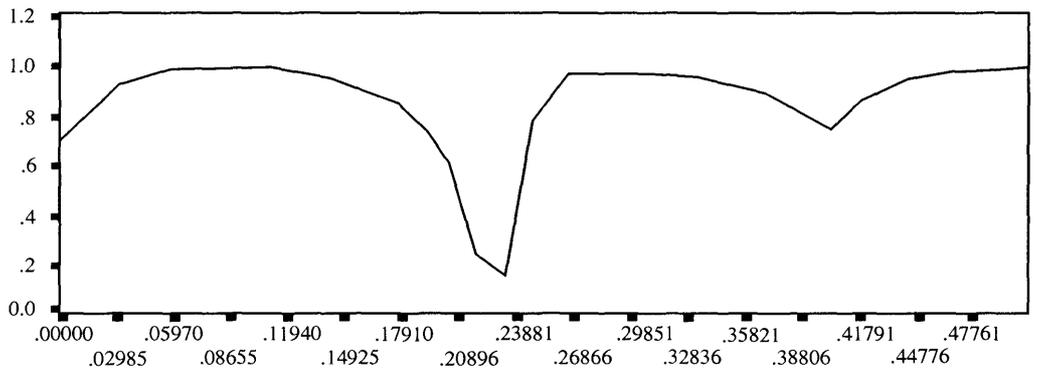


図17 アセアン諸国とアメリカの GNP 成長率のコヘーレンスの二乗

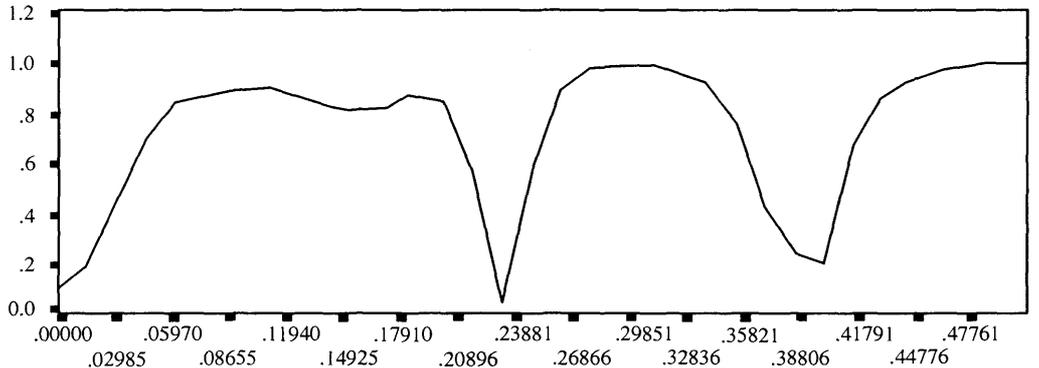


図18 日本とアメリカの GNP 成長率のコヘーレンスの二乗

次に、GNP間の相互の先行関係を試みよう。この中で、有意なのは、アメリカとアセアン諸国の関係である。つまり、アセアンのGNPが、アメリカのGNPに対して、すべての周

波数成分において遅れている。ここで、スペクトル解析のデータを元に、mean lag を求めると、4.04年である<sup>3)</sup>。

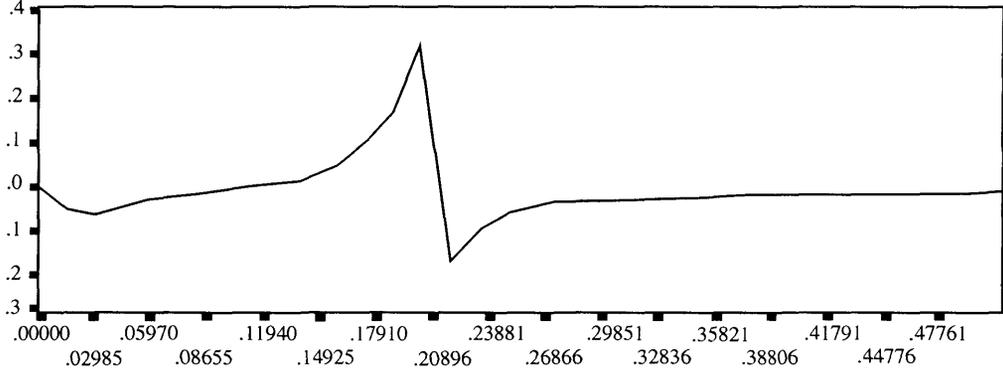


図19 アセアン諸国のGNPの日本のGNPに対する位相スペクトル関数

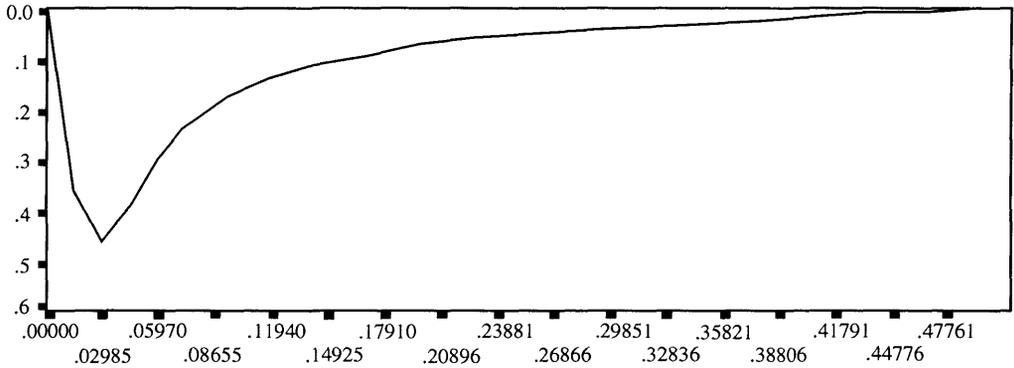


図20 アセアン諸国のGNPのアメリカのGNPに対する位相スペクトル関数

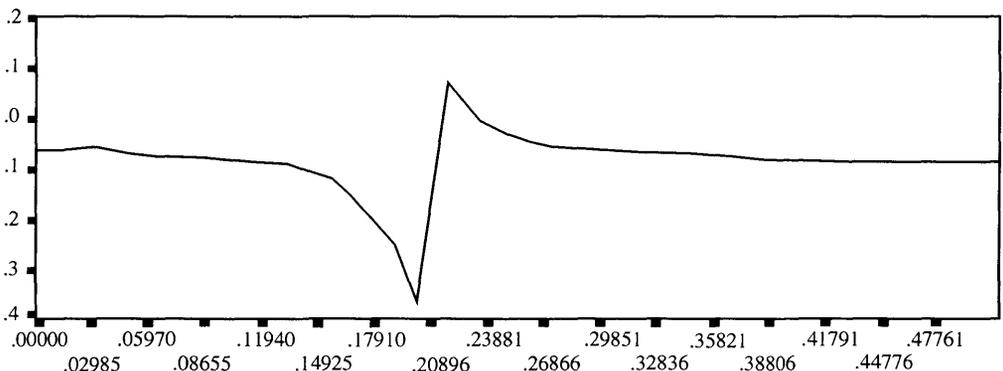


図21 日本のGNPのアメリカのGNPに対する位相スペクトル関数

3)  $\omega$  を角速度とし、 $\theta(\omega)$  を角速度の関数としての位相スペクトル関数とする、また、 $f$  を周波数とすると、この時、mean lag は、

$$\backslash \frac{d\theta(\omega)}{d\omega} = -\frac{df}{d\omega} \frac{d\theta(f)}{df} = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(f)}{df}$$
 となる。  
 ((Sargent, 1987))

また、一人当たりGNPに関しては、以下の アセアン諸国が遅れている。その mean lag は ようになる。やはり、意味を持つのは、アセアン 4.62年である。  
 ン諸国とアメリカの関係で、すべての周波数で、

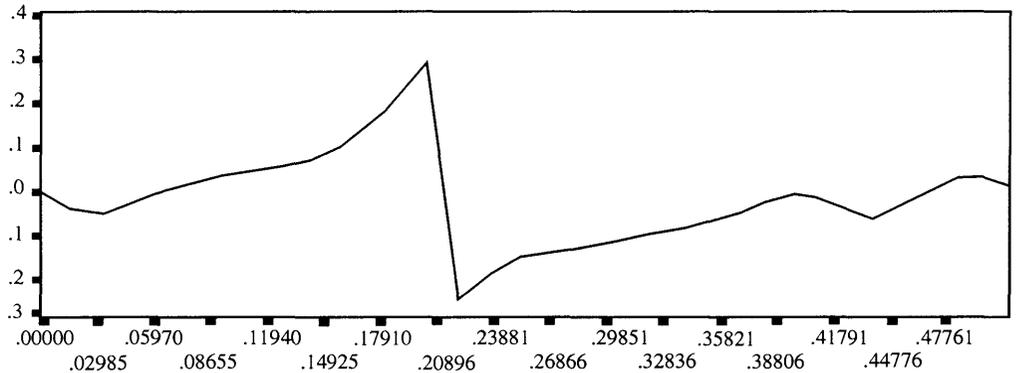


図22 アセアン諸国の一人当たり GNP の日本の一人当たり GNP に対する位相スペクトル関数

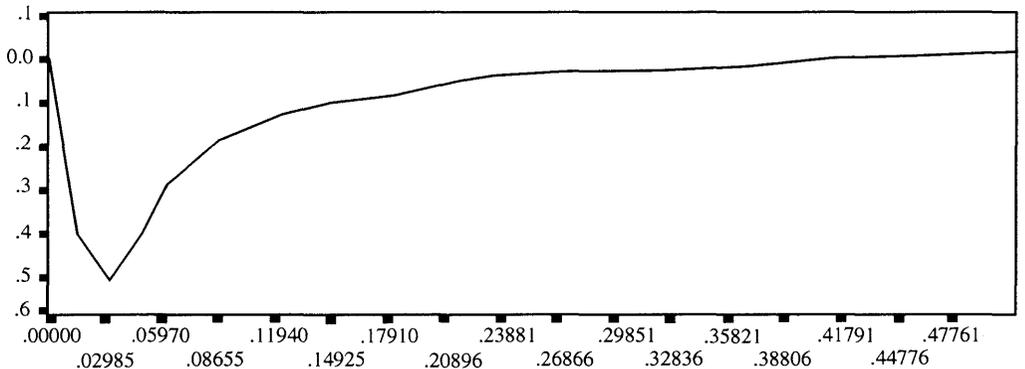


図23 アセアン諸国の一人当たり GNP のアメリカの一人当たり GNP に対する位相スペクトル関数

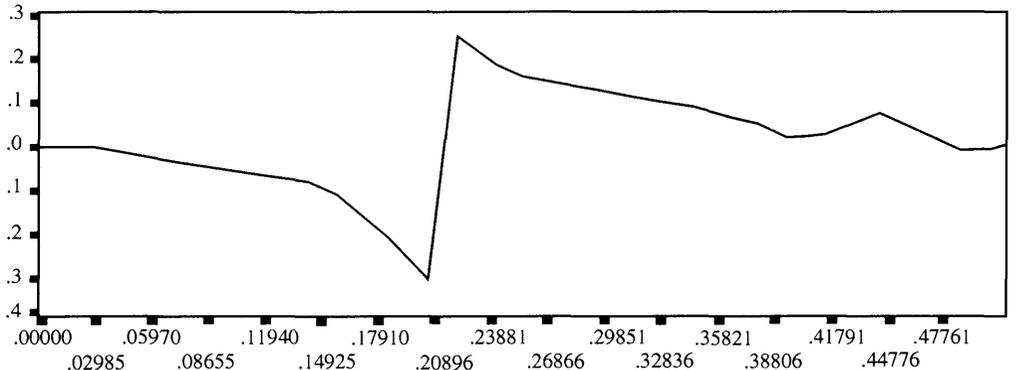


図24 日本の一人当たり GNP のアメリカの一人当たり GNP に対する位相スペクトル関数

#### 4.4 その他の系列に関する分析

多くの系列は、Near Unit Root または、トレンドに支配される系列であった。しかし、いくらかの変数に関しては、循環を検出できた。その主なものを列挙すると、

アメリカ資本収支	周期 2.8年
日本資本収支	周期 5.6年
日本輸入	周期 5.6年
日本投資	周期 5.6年

となる。

また、10年以上の長期循環を検出できたものとして、アメリカの資本収支の差分の10年と2.6年の周期、アメリカの軍事支出の差分の33年、5.5年、2.8年の周期がある。

## V 議 論

われわれのモデルは、日本に関しては、キチン循環が支配し、アメリカに関しては、トレンドが支配するが、そのほかに弱いキチン循環が存在するという結論を出している。アセアンに関しては、そのような循環要因は、モデルの中に含まれていない。

キチン循環は、在庫投資からくる循環といわれているが、それは、日本の在庫投資が同様の循環を示していることと対応している。その意味で、日本の強いキチン循環は、在庫投資によって経済が特徴付けられていることを、本モデルがあらわしていることを示している。

## VI 結 論

(1) このモデルは、日本のGNP成長率に関

しては、かなり強いキチン波を含んでいる。また、アメリカのGNP成長率についても弱いキチン波を含んでいること。しかし、それ以外の長期波動は含んでいない。(2) コヘーレンスや位相差の観点からは、アセアンとアメリカのGNPが強い関連を持っている。(3) アメリカの資本収支の増分に関して10年と2.6年周期を含んでい、また、アメリカの軍事支出の増分に関しては、周期33年(中)、周期5.8年(大)、周期2.7年の周期を含んでいる。(4) 他の経済変数は、ほとんどトレンドによって支配される過程と同様のスペクトル分布を示している。

以上が京大環太平洋モデル (ver. 2.3) の周期成分に関していえることである。

## 参 考 文 献

- Hickmann, B. (ed.) (1972), *E conometric Models of Cyclical Behavior*, North-Holland Publishing Company.
- Sargent, T. J. (1987), *Macroeconomic Theory (2nd ed.)* Orland, Florida, Academic Press.
- SPSS Inc., *SPSS-X Trends*, SPSS Inc.
- 片山 徹 (1994) システム同定入門, 朝倉書店。
- 森 敬 (1963), “日本経済の変動と成長のシミュレーション分析”, 計量経済学の新次元 モデル・シミュレーション・ネットワーク, 有斐閣出版サービス。
- 森正 武, 室田一雄, et al. (1993), 岩波講座 応用数学 [方法1] 数値計算の基礎, 岩波書店。

(本研究は、日本経済研究奨励財団の支援を受けた研究の一部である。)