

平成八年十一月一日発行 毎月一日一回発行

# 經濟論叢

第158卷 第5号

---

現代財政システム研究と文化経済学……………池上 惇	1
1980年代前半の日本の金融政策……………中川 竜一	25
中央アジアの経済再建と環境回復……………尹 七 錫	46
ダイナミックモデルによる 日本の通貨需要関数の推定……………趙 国 慶	74
台湾経済発展の戦略と中小企業……………蘇 顯 揚	94

---

平成8年11月

京都大學經濟學會

## ダイナミックモデルによる 日本の通貨需要関数の推定

趙 国 慶

### I はじめに

変数の非定常性及び共和分分析は近年の計量経済理論の研究でもっとも注目された分野の1つである。Fuller [1976], Dickey and Fuller [1979, 1981], Phillips [1987], Phillips and Perron [1988] は非定常性検定の方法を提案した。Engle and Granger [1987], Johansen [1988, 1991], Phillips [1991], Stock and Watson [1993] は共和分の検定及び共和分ベクトルの推定方法を提案した。これらの手法に沿い通貨需要関数に関する実証論文も数多く出されている。例えば米国, 英国 M1 の通貨需要関数について Baba, Hendry and Starr [1992] と Hendry and Ericsson [1991] は ECM モデルを用いて研究結果が報告されている。日本では吉田氏 [1989] と馬場氏 [1995] が ECM モデルを利用して日本の通貨関数を検証している。しかし吉田氏と馬場氏の論文では外生性の問題があまり取り上げられていない。本論文ではいまままで展開された共和分の推定手法を用いて GNP, 為替レートの弱外生性を検証した上で日本の通貨需要関数を計測する。主な内容としては以下の3点があげられる。1) 変数の非定常性を検定するための ADF (augmented Dickey-Fuller) テストと MA 単位根テストとの比較。2) 長期均衡と弱外生性の関係。3) Hendry 流モデルの通貨関数における推定と検定。以下の構成は次の通りである。第II節では ADF (augmented Dickey-Fuller) テストと MA 単位根テストを用いて変数の非定常性のオーダーを与え, 変数間の長期関係を検証する。第III節では変数の弱外生性

を分析する。第IV節では Hendry 流モデルを用いて通貨需要関数を計測する。第V節では実証分析の結果をまとめる。

## II 単位根と共和分の検定

### 2.1 ADF による単位根の検定

データは OECD 経済統計、四半期系列 (1960年第1四半期から1990年第4四半期) から実質マネーサプライ (M2, 1985年価格, 10億円, 季節調整済み), 実質 GNP (1985年価格, 10億円, 季節調整済み), 為替レートのそれぞれの対数をとって使用するとともに, インフレ率 (GNP デフレーターの上昇率), 利子率 (コール・レート) を用いた (以下で  $M, Y, S, I, R$  で表わす)。データの定常性及び非定常性を確認するためには, 2つの方法がある。1つは現在, 実証分析によく使われている AR モデルにおける係数の単位根検定である。単位根があるという帰無仮説の下で (対立仮説は定常である) 個別に次式のような ADF テストを行う ( $X$  はテストの対象となる変数,  $\alpha_0$  は定数項,  $\alpha_1$  は時間トレンド) 方法である。

$$DX_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 X_{t-1} + \sum_{i=1,3} \beta_i DX_{t-i} + u_t \quad (1)$$

ここで  $DX_t = X_t - X_{t-1}$  である。攪乱項の間の自己相関を除くために, Godfrey の  $F$  統計量によって ADF のラグの次数を3と選択した。また, 計測期間は1961年第1四半期から1990年第4四半期とした。検定の結果は表1に示してある。

$M$  について  $M(-1)$  の係数の  $t$  値は  $-2.2$  で, 有意水準5%の  $t$  統計量の臨界値は  $-3.5$  であるので単位根をもつという帰無仮説は棄却できなかった。 $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = 0$  を検定するためには Dickey and Fuller [1981] によって提案された  $\phi_2$  統計量を使う。 $\phi_2$  の  $F$  値は  $6.6$  で, 1%の  $\phi_2$  統計量の臨界値は  $6.5$  であるので  $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = 0$  という帰無仮説は有意水準1%で棄却された。この結果から  $M$  はドリフトを持たないランダム変数になるという仮説は支持されない。さらに  $\phi_3$  統計量を用いて  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$  を検定する。 $\phi_3$  の  $F$  値は  $3.9$

表1 単位根の検定

	定数項	トレンド	X(-1)	DX(-1)	DX(-2)	DX(-3)	LM4	$\phi_3$	$\phi_2$	$\phi_1$
X=M	.23 (2.3)	.32E-3 (1.8)	-.020 (-2.2)	.49 (5.3)	.22 (2.2)	-.14 (-1.6)	2.7	3.9	6.6	
X=M	.050 (2.4)		-.0035 (-2.1)	.51 (5.5)	.22 (2.1)	-.16 (-1.6)	1.5			8.1
X=M	.0070 (3.4)			.54 (5.7)	.24 (2.3)	-.13 (-1.4)	.20			
X=Y	.18 (1.9)	.12E-3 (.94)	-.015 (-1.7)	.083 (.91)	.18 (2.1)	.077 (.87)	2.0	4.8	6.6	
X=Y	.094 (3.1)		-.0069 (-2.9)	.085 (.93)	.19 (2.1)	.073 (.82)	2.3			9.5
X=Y	.0061 (3.1)			.16 (1.8)	.27 (3.1)	.14 (1.6)	1.7			
X=S	.45 (2.6)	-.71E-3 (-2.8)	-.073 (-2.6)	.42 (4.6)	-.066 (-.85)	.11 (1.2)	2.3	4.0	3.4	
X=S	-.62E-3 (-.0094)		-.86E-3 (-.073)	.42 (4.4)	-.094 (-1.2)	.070 (.71)	3.3			1.0
X=S	-.0055 (-1.4)			.41 (4.4)	-.094 (-1.2)	.068 (.71)	3.0			
X=R	1.4 (3.9)	-.0038 (-1.8)	-.16 (-4.3)	.55 (6.4)	.051 (.51)	.086 (.91)	2.6	9.4	6.3	
X=R	.93 (3.8)		-.13 (-3.9)	.55 (6.3)	.033 (.33)	.054 (.58)	.58			7.6
X=R	.33E-3 (.0049)			.54 (5.8)	-.032 (-.30)	-.070 (-.75)	4.3			
X=I	.0073 (3.0)	-.46E-4 (-1.8)	-.36 (-4.1)	-.23 (2.2)	.13 (1.4)		2.2	8.3	5.5	
X=I	.0035 (2.7)		-.29 (-3.6)	-.27 (-2.6)	.11 (1.2)		3.4			6.4
X=I	-.55E-4 (-.066)			-.47 (-5.0)	.0056 (.06)		7.9			

(注) 各々の同帰式において非説明変数はDXで、Xは表の第一列に定義され、括弧内の値はt値である。

で、10%の $\phi_3$ 統計量の臨界値は5.5であるので $\alpha_1=\alpha_2=0$ という帰無仮説は有意水準10%でも棄却できなかった。以上3つの統計量を用いて検定した結果に基づいて $M$ はドリフトを持つランダム変数であると判断される。

$Y$ について $Y(-1)$ の係数の $t$ 値は $-1.7$ で、5%の $t$ 統計量の臨界値は $-3.5$ であるので単位根をもつという帰無仮説は棄却できなかった。また $\phi_2$ の $F$ 値は6.6で、1%の $\phi_2$ 統計量の臨界値は6.5であるので $\alpha_0=\alpha_1=\alpha_2=0$ という帰無仮説は棄却された。この結果より $Y$ はドリフトを持たないランダム変数になるという仮説は支持されない。さらに $\phi_3$ 統計量を用いて検定を行う。 $\phi_3$ の $F$ 値は4.8で、10%の $\phi_3$ 統計量の臨界値は5.5であるので $\alpha_1=\alpha_2=0$ という帰無仮説は有意水準10%でも棄却できなかった。以上3つの統計量を用いて検定した結果は $Y$ がドリフトを持つランダム変数であることと判断される。

$S$ について $S(-1)$ の係数の $t$ 値は $-2.6$ で、5%の $t$ 統計量の臨界値は $-3.5$ であるので単位根をもつという帰無仮説は棄却できなかった。 $\phi_2$ の $F$ 値は3.4で、10%の $\phi_2$ 統計量の臨界値は4.2であるので $\alpha_0=\alpha_1=\alpha_2=0$ という帰無仮説は有意水準10%でも棄却できなかった。この結果から $S$ はドリフトを持たないランダム変数になるという仮説が支持される。さらに $\phi_3$ 統計量を用いて検定を行う。 $\phi_3$ の $F$ 値は4.0で、10%の $\phi_3$ 統計量の臨界値は5.5であるので $\alpha_1=\alpha_2=0$ という帰無仮説は有意水準10%でも棄却できなかった(注： $\phi_3$ の値が有意にならないことはADFを利用できることを保証する。詳しくはWest [1988]を参照されたい)。以上3つの統計量を用いて検定した結果は $S$ がドリフトを持たないランダム変数であるという仮説を支持する。トレンドが含まれてないモデルにおいても $\phi_1$ の $F$ 値は1.0で、10%の $\phi_1$ 統計量の臨界値は3.9であるので $\alpha_0=\alpha_2=0$ という帰無仮説は有意水準10%でも棄却できなかった。 $S(-1)$ の係数の $t$ 値は $-0.73$ で、5%の $t$ 統計量の臨界値は $-2.9$ であるので単位根をもつという帰無仮説は棄却できなかった。これらのことから、さらに $S$ がドリフトを持たないランダム変数であるとい

う仮説が支持される。

$R$  について  $R(-1)$  の係数の  $t$  値は  $-4.3$  で、5%の  $t$  統計量の臨界値は  $-3.5$  であるので単位根をもつという帰無仮説は棄却された。トレンドの係数の  $t$  値は  $-1.8$  で、トレンドが有意ではない帰無仮説は棄却できなかった。 $\phi_2$  の  $F$  値は  $6.3$  で、5%の  $\phi_2$  統計量の臨界値は  $4.9$  であるので  $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = 0$  という帰無仮説は棄却された。さらに  $\phi_1$  統計量を用いて  $\alpha_0 = \alpha_2 = 0$  を検定する。 $\phi_1$  の  $F$  値は  $7.6$  で、1%の  $\phi_1$  統計量の臨界値は  $6.7$  であるので  $\alpha_0 = \alpha_2 = 0$  という帰無仮説は棄却された。以上の統計量を用いて検定した結果から  $R$  は定常変数であるという仮説が支持される。

$I$  について  $I(-1)$  の係数の  $t$  値は  $-4.1$  で、5%の  $t$  統計量の臨界値は  $-3.5$  であるので単位根をもつという帰無仮説は棄却された。トレンドの係数の  $t$  値は  $-1.8$  で、トレンドが有意ではないという帰無仮説は棄却できなかった。 $\phi_2$  の  $F$  値は  $5.5$  で、5%の  $\phi_2$  統計量の臨界値は  $4.9$  であるので  $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = 0$  という帰無仮説は棄却された。さらに  $\phi_1$  統計量を用いて  $\alpha_0 = \alpha_2 = 0$  を検定する。 $\phi_1$  の  $F$  値は  $6.4$  で、2.5%の  $\phi_1$  統計量の臨界値は  $5.6$  であるので  $\alpha_0 = \alpha_2 = 0$  という帰無仮説は棄却された。以上の統計量を用いて検定した結果によって  $I$  は定常変数であることがいえる。

## 2.2 MA 単位根の検定

単位根の検定法のもう1つは回帰残差による MA 単位根の検定である。次のようなモデルを考えよう。

$$DX_t = \mu_t - \theta \mu_{t-1} \quad t=2, \dots, T \quad (2)$$

$$X_1 = \mu_1 + u_1$$

ここで  $u_t$  はホワイト・ノイズである。階差後の時系列  $DX_t$  においては、 $\theta$  が 1 のとき元の時系列  $X_t$  はトレンド定常過程、1 以外の定数のとき元の時系列  $X_t$  は相分過程にしたがうことがわかる。したがってこの定式化を基にして、 $\theta$  に関する検定統計量を作ろう。行列  $B$  は以下のように定義する。

$$B = I + L^1 + \dots + L^{T-1}$$

ここで  $I$  は単位行列で  $L$  は主対角線のすぐ下の対角線の要素 1、他の要素すべて 0 である行列である。帰無仮説  $H_0: \theta = 1$ 、対立仮説  $H_1: \theta \neq 1$  を検定する統計量は以下のように定義される。

$$R_2 = T^{-1}(V'V)^{-1}V'B'BV \quad (3)$$

ここで  $V$  は帰無仮説のもとで  $X_t$  を定数項とトレンドに回帰した残差ベクトルである。帰無仮説の下で  $BV$  が非定常ベクトルであるので  $R_2$  の漸近分布は、以下の(4)で与えられる。

$$R_2 \rightarrow \int V(r)^2 dr$$

$$V(r) = W(r) + (2r - 3r^2)W(1) + 6(r^2 - r) \int W(s) ds \quad (4)$$

ここで  $W(r)$  は  $[0,1]$  上の標準ブラウン運動である。詳しくは Kwiatkowski et al, [1992], Saikkonen and Luukkonen [1993], Hatanaka [1995], Morimune and Zhao [1995] を参照されたい。(3)を用いてデータの検定結果は表 2 に示してある。表 2 の結果をみると  $M, Y, S, I$  が定常であるという帰無仮説は棄却された。 $R, DM, DY, DS, DI$  が定常であるという帰無仮説は棄却できなかった。表 1, 2 の結果に基づいて統計量(3)を用いた検定結果は  $I$  を除いて ADF 検定の結果と一致していることがわかる。しかし MA 単位根の検定は ADF 検定と比較すると、帰無及び対立仮説が入れ替わっている。要するに  $X_t$  の DGP (data generation process) の和分の部分が有意かどうかという検定である。従って MA 単位根の検定が ADF 検定の検出力を補完する役割がある

表 2 MA 単位根の検定

変数		変数		変数	
$M$	2.4***	$I$	0.67**	$DY$	0.28
$Y$	2.9***	$R$	0.27	$DS$	0.053
$S$	1.2***	$DM$	0.42	$DL$	0.0099

(注) \*\*\*、\*\*はそれぞれ有意水準 1%、5% を意味する。 $tr, tr_0$  の 1%、5% の臨界値はそれぞれ (0.22, 0.15), (0.74, 0.46) で、臨界値は Kwiatkowski et al [1992] によるものである。

と考えられる。さらに図1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8はそれぞれ  $M, DM, Y, DY, S, DS, I, R$  をグラフにしたものである。これらの図の形からみると先の非定常性の検定結果に一致することがわかる。以下で  $M, Y, S$  を非定常変数,  $R, I$  を定常変数として取り扱う。

### 2.3 共和分の推定

#### 2.3.1 共和分階数の検証

VAR モデルの定式化のためのラグの選択は難しい問題である。選択基準にいくつかがあるが、決定的な方法はないようである。Gonzalo, J [1994] は高いラグ次数の選択の方を尊重するのが無難であると指摘していた。Morimune and Mantani [1995] は共和分のランクが VAR モデルの次数の選択の基準に依存しない確率が非常に高いと指摘していた。ここで Godfrey の回帰残差の系列相関を検定する  $F$  統計量によって VAR モデルのラグの次数を8と選択する。変数  $M, Y, S$  に Jobansen の LR 検定を適用し分析を行なった結果は表3に示してある。表3をみると最大固有値検定, トレース検定のどちらにおい

表3 Johansen による共和分関係の分析

固有値	0.19	0.083	0.017
帰無仮説	$r=0$	$r \leq 1$	$r \leq 2$
最大固有値検定	25 (21)	10 (14)	2.0 (3.8)
トレース検定	37 (30)	12 (15)	2.0 (3.8)
長期均衡関係	$M = b_2 Y + b_3 S = 0.96 Y - 0.35 S$		

$$b_1 M + b_2 Y + b_3 S = Error$$

帰無仮説	LR	自由度
$b_1=0$	6.2 (3.8)	1
$b_2=0$	4.4 (3.8)	1
$b_3=0$	6.5 (3.8)	1
$b_2=b_3=0$	6.5 (6.0)	2

(注) 有意水準5%。括弧内の値は臨界値。

でも、 $r=0$ である帰無仮説はすべて5%有意水準で棄却されたが、 $r \leq 1$ である帰無仮説は棄却できなかつた。このことより変数  $M, Y, S$  の間に共和分関係が一つだけ存在することがわかる。同時に長期関係の係数の有意性検定も行われ、その検定結果は表3の下段に示されている。その結果、各変数の係数がゼロであるという帰無仮説はすべて5%有意水準で棄却された。

### 2.3.2 長期関係の推定

以下のような DGP を持つ共和分システムを考えよう。

$$DY_{1t} = U_{1t} \quad (5)$$

$$Y_{2t} = \beta Y_{1t} + U_{2t} \quad (6)$$

ここで  $\{U_{it}\}$  は定常時系列である。(6)だけを用いて長期関係を推定すると(5)からの情報を捨ててしまう可能性が非常に高いので  $\beta$  の推定量は、かなりバイアスをもつと指摘されている。有効な推定量を求めるためには Phillips [1991], Stock and Watson [1993] は DOLS 法 (dynamic OLS) を提案していた。つまり(6)の代わりに以下の(7)を推定する。

$$Y_{2t} = C + \beta Y_{1t} + \sum_{i=k}^{-k} DY_{1t+i} + \text{error} \quad (7)$$

Stock and Watson [1993] の論文ではモンテ・カルロ実験が行われ、DOLS 推定量の性質は他の推定量よりもよいという結果が得られた。DOLS 法を用いて推定した結果は表4に示してある。表の値はリードとラグをそれぞれ0, 1, 2, 3とした場合の各推定の結果であるが、共和分関係の係数の値はほとんど変わっていない。さらに表4の結果を表3と比べると、共和分関係の係数の値はほぼ同じである。このことは  $M, Y, S$  の間に安定的な共和分の関係があることを示唆している。

## III 弱外生性の検定

### 3.1 弱外生性と共和分

実証分析では時々条件つき確率モデルの分析を行なうことがある。即ちモデルに含まれる変数の部分集合を与えた条件の下でモデルを推定する。しかしな

表4 DOLSによる共和分関係の推定結果

$$M_t = C + b_2 Y_t + b_3 S_t$$

	リード・ラグ	Y	S
DOLS	0	1.18 (77)	-.247 (-10)
DOLS	1	1.18 (71)	-.256 (-11)
DOLS	2	1.17 (67)	-.267 (-11)
DOLS	3	1.16 (62)	-.271 (-11)

(注) 共和分関係  $M_t = C + b_2 Y_t + b_3 S_t$  を求めるために以下の式を推定する。

$$M_t = C + b_2 Y_t + b_3 S_t + \sum_{i=1}^p b_{2i} \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1}^q b_{3i} \Delta S_{t-i} + \text{error}$$

括弧の値は  $t$  値である。

から変数の部分集合は一般的に条件つきモデルのパラメーターの推定値に影響を与える。この影響を分析する上で Engle, Hendry, Richard (1983) (以下 EHR で表わす) は弱外生性の定義を提案した。EHR の定義は条件つきモデルのパラメーターの推定量の有効性が部分集合の弱外生性によって左右されることを示していた。本節では EHR のやり方に沿って非定常変数の弱外生性の検定を行う。

確率変数  $X, Y$  の結合密度関数を  $P(X, Y)$  で表わす。  $Y$  の条件の下での  $X$  の条件付き結合密度関数を  $P(X|Y)$  と書く。  $X = (x_1 \dots x_T)'$ ,  $Y = (y_1 \dots y_T)'$  が与えられると以下の関係が成立する。

$$L(X, Y; \theta) = \prod_{t=1}^T P(x_t, y_t | X_{t-1}, Y_{t-1}; \theta) \quad (8)$$

ここで  $X = (x_1 \dots x_{T-1})'$ ,  $Y = (y_1 \dots y_{T-1})'$ ,  $\theta$  は結合密度関数  $P(X, Y)$  に影響を与えるパラメーターである。ある変換のもとで  $\theta \rightarrow \lambda = (\lambda_1', \lambda_2)'$  になるとする。ここで  $\lambda_1, \lambda_2$  はそれぞれのパラメーター空間  $A_1, A_2$  の任意値で互いに自由に変動するものである。いま関心があるパラメーターは  $\lambda_1$  の関数である。EHR の弱外生性の定義に従って  $y_t$  が  $\lambda_1$  の推定に対して弱外生であるということは、(8)式が以下のような(9)式に分解できるのである。

$$L(X, Y, \lambda) = \prod_{t=1, T} P(x_t | X_{t-1}, Y_t; \lambda_1) \prod_{t=1, T} P(y_t | X_{t-1}, Y_{t-1}; \lambda_2) \quad (9)$$

(9)式をみると右側の第2項はパラメーター  $\lambda_1$  の推定に何も貢献しないことがわかる。すなわち弱外生とは、周辺分布  $\prod_{t=1, T} P(y_t | X_{t-1}, Y_{t-1}; \lambda_2)$  がパラメーター  $\lambda_1$  を含まないということである。そのために、もし結合モデルに関して有効な推定量が存在することが分かっているならば、当然、条件つきモデルのみでも有効性は達成できるということになる。また、有効推定量が存在しない場合でも、結合モデルと条件つきモデルから求められる推定量の有効性比は、等しくなる。確率空間の視点からみると、 $y_t$  が  $\lambda_1$  の推定に対して弱外生であるということは、 $\lambda_1$  を含む確率空間と  $\lambda_1$  を含まない確率空間に結合空間が直和分解できるのである。ということは、 $x_t, y_t$  からなる次元  $(n_1+n_2)$  という空間に対する  $\lambda_1$  の推定が、 $x_t$  からなる次元  $n_1$  という空間に対する推定と等価になる。ここで  $n_1$  と  $n_2$  は、それぞれ  $x_t, y_t$  の次元である。よって  $\lambda_1$  の推定は、(9)式の右側の第1項だけにおいて行っても何ら情報の損失をもたらさないものである。

Engle and Granger [1987], Johansen [1992] に従って弱外生性の定義を非定常時系列に拡張することができる。VAR モデルとして

$$Y_t = \sum_{i=1, k} J_i Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad t=1, \dots, T \quad (10)$$

を考えよう。ここで  $Y_t$  は  $n$  変量の確率変数ベクトルであり、誤差項  $\varepsilon_t$  は平均 0、共分散行列  $\Omega (n \times n)$  の独立同一正規分布に従うとする。(10)式のECM表現は(11)式である。

$$DY_t = \sum_{i=1, k-1} \Gamma_i DY_{t-i} + \Pi Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (11)$$

ただし、ここで  $\Gamma_i = -\sum_{m=i+1, k} J_m$  ( $i=1, \dots, k-1$ ),  $\Pi = (\sum_{i=1, k} J_i - I)$  である。 $Y_t$  は  $n$  次元ベクトルでそれを  $Y_{1t}, Y_{2t}$  に2分割し、それぞれ  $n_1, n_2$  次元ベクトルとする。 $Y_t$  の分割に従って

$$DY_t = (DY_{1t}', DY_{2t}')', \Pi = AB', A = (A_1', A_2)', B = (B_1', B_2)'$$

$$\Gamma_i = (\Gamma_{1i}', \Gamma_{2i}')', \varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}', \varepsilon_{2t}')' \text{ と分割する。これにより(11)式は次のように書}$$

き直すことができる。

$$\begin{bmatrix} DY_{1t} \\ DY_{2t} \end{bmatrix} = \sum_{i=1, k-1} \begin{bmatrix} \Gamma_{1i} \\ \Gamma_{2i} \end{bmatrix} DY_{i-t} + \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} B' Y_{t-1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (12)$$

さらに(12)式における誤差項  $\varepsilon_t$  の共分散行列  $\Omega$  は

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix}$$

とする。[ $\omega, -I$ ] を(12)式にかけると

$$DY_{2t} = \omega DY_{1t} + \sum_{i=1, k-1} (\Gamma_{2i} - \omega \Gamma_{1i}) DY_{i-t} + (A_2 - \omega A_1) B' Y_{t-1} + U_t \quad (13)$$

が得られる。ここで  $\omega = \Omega_{21} \Omega_{11}^{-1}$ ,  $U_t = (\varepsilon_{2t} - \omega \varepsilon_{1t})$ ,  $U_t \sim NID$ , 平均0 共分散行列  $(\Omega_{22} - \omega \Omega_{12})$  である。即ち  $DY_{1t}$  の条件の下で  $Y_{2t}$  の条件付きモデルが(13)式によって与えられる。(12)式より  $DY_{1t}$  の周辺モデルは

$$DY_{1t} = \sum_{i=1, k-1} \Gamma_{1i} DY_{i-t} + A_1 B' Y_{t-1} + \varepsilon_{1t} \quad (14)$$

である。EHR の弱外生性の定義に従うと、(13)式のパラメーターが最尤法によって有効に推定できる時に、 $Y_{1t}$  が(13)式のパラメーターにとって弱外生性をもつという。ここでわれわれの関心は  $Y_t$  が共和分関係にあるとき(13)式だけでその長期関係を有効に推定できるかどうかにある。有効というのは(13)式に含まれている共和分行列に関する情報が(12)式に含まれている情報と同じになることである。(13)、(14)式をみると両式ともに共和分関係  $B' Y_{t-1}$  が含まれ、(13)式に新しい調整行列  $(A_2 - \omega A_1)$  が含まれることがわかる。 $A_1 = 0$  としてこれを(13)、(14)式に代入し

$$DY_{2t} = \omega DY_{1t} + \sum_{i=1, k-1} (\Gamma_{2i} - \omega \Gamma_{1i}) DY_{i-t} + A_2 B' Y_{t-1} + U_t \quad (15)$$

$$DY_{1t} = \sum_{i=1, k-1} \Gamma_{1i} DY_{i-t} + \varepsilon_{1t} \quad (16)$$

が得られる。ここで注意すべきことは、共和分関係  $B$  と調整行列  $A_2$  が(15)式だけに含まれていることと、擾乱項が正規分布であるという性質から、(15)式と(16)式のパラメーターが互いに関係なく自由に変動するというのである。

即ち、もしわれわれの関心が共和分関係  $B$  にあるならば、 $Y_{1t}$  がパラメーター  $B$  にとって弱外生性をもつ条件は明らかに (14) 式の  $A_1=0$  である。従って外生性の検定は  $A_1$  の線形制約の検定に帰着することになる。

$A_1$  の線形制約検定について Johansen and Juselius [1990] は議論して線形制約の尤度比検定を提案していた。Toda and Phillips [1994] は  $A_1=0$  ( $Y_{1t}$  の弱外生性) を検定するために以下のようなワルド検定統計量を与えた。

$$W = \text{Vec}(A_1)' (S_1' \Omega S_1 \times \Sigma_r)^{-1} \text{Vec}(A_1) \quad (17)$$

ここで

$$S_1 = \begin{bmatrix} I_{n_1} & n_1 \\ 0 & n_2 \end{bmatrix}$$

$$Z_1' = [Z_{11}, \dots, Z_{1r}], Z_{1r} = [DY_{1-t}, \dots, DY_{1-t+k_1}, (B' Y_{1-t})']$$

$\Omega$  は (10) 式の擾乱項共分散行列の推定量で、 $\Sigma_r$  は  $(Z_1' Z_1)^{-1}$  行列の右下部分行列 ( $r \times r$ ) で、 $r$  は共和分行列のランクである。 $W \rightarrow \chi^2(n_1, r)$  (漸近的に) は証明された。これに対して Engle and Granger [1987] は  $Y_{1t}$  の弱外生性を検定する簡単な方法が ECM 項の係数に一般の  $F$  検定を応用することと指摘していた。詳しくは Engle and Granger [1987], Johansen and Juselius [1990], Toda and Phillips [1994], 及びこの論文の付録を参照されたい。

### 3.2 弱外生性の検定の応用

3.1 において述べた手法を利用し 3 変数の VAR モデル

$$DY_t = C + \sum_{i=1, k=1}^p F_i DY_{t-i} + \Pi Y_{t-1} + \rho Z_t + \varepsilon_t \quad (18)$$

を考える。ここで  $Z_t$  は定常変数である。2.3 の分析より  $M, Y, S$  の 3 変数の間に共和分関係が 1 個だけ存在することがわかっている。 $\Pi = AB'$ ,  $A = (a_1, a_2, a_3)'$ ,  $B = (b_1, b_2, b_3)'$  とする。マネー、実質 GNP、為替レート変数がそれぞれ共和分関係  $B$  に外生性をもつかどうかを検定するためにはそれぞれ Toda and Phillips のワルド検定と Engle and Granger の  $F$  検定を用いて検定を行なう。表 5 の上段と下段にそれぞれワルド検定と  $F$  検定の結果は示して

表5 弱外生性の検定

ラグ	3	4	5	6	7	8
$a_1$	22***	22***	27***	28***	25***	25***
$a_2$	3.0	4.1**	3.8	3.8	3.6	1.7
$a_3$	5.5**	6.6**	6.0**	5.9**	5.2**	5.0**
自由度	1	1	1	1	1	1
$a_1$	20***	19***	24***	23***	21***	20***
$a_2$	2.7	3.7	3.3	3.8	2.9	1.4
$a_3$	5.1**	5.9**	5.2**	5.0**	4.2**	3.9**
自由度	1,107	1,104	1,101	1,98	1,95	1,92

(注) 表の上段は Toda and Phillips のソルト検定を利用。表の下段は Engle and Granger の F 検定を利用。\*\*\*, \*\* はそれぞれ有意水準 1%, 5% を意味。

ある。 $M$  について  $a_1=0$  という帰無仮説はラグ 3 から 8 まで有意水準 1% で棄却された。 $Y$  について  $a_2=0$  という帰無仮説はラグ 3 から 8 まで有意水準 5% でほとんど棄却できなかつた。為替レート  $S$  について  $a_3=0$  という帰無仮説はラグ 3 から 8 まで有意水準 5% で棄却された。これらの結果をみると  $M, Y, S$  の外生性について 2 つの検定の結果はほぼ一致していることがわかる。

#### IV 通貨需要関数の計測

この節では共和分回帰の残差を用いて Hendry 流の ECM 型の通貨関数を計測しよう。Hendry 法に従って説明変数の高次ラグよりモデルを推定して、各々の変数の  $t$  値をチェックする上で回帰診断検定を行う。推定結果は以下のように与えられる。

$$DM_t = -.030 + .67DM_{t-1} + .22DY_t - .81I_t + .26DI_{t-1} - .0022DR_t + .019D - .064E_{t-1} \quad (19)$$

(-3.3)    (10)    (3.3)    (-10)    (3.6)    (-2.5)    (4.1)    (-4.6)

$$R^2 = .74 \quad \sigma = .0077 \quad F(7,113) = 47[.000] \quad DW = 1.8$$

$$LM4 \quad F(4,109) = 2.0 \quad ARCH4 \quad F(4,109) = .75$$

$$RESET F(1,112)=2.8$$

$$JB(2)=50 \quad X_i F(1,119)=.088 \quad Chow F(12,101)=.84$$

ここで  $DX$  は階差を表わし ( $DX=X_t-X_{t-1}$ ),  $E_{t-1}$  は 2 節で推定した長期関係,  $D$  はデミー変数で,  $D$  を方程式に入れる理由は, 1973-74 (オイルショック) に日本経済に大きな変化があったからである。実質 GNP の増加率の図と実質マネーサプライの増加率の図をみると, 構造変化の時点が73年前後になると考えられる。 $DW$  は Durbin-Watson 検定,  $LM4$  は Godfrey の回帰残差の系列相関を検定する  $F$  統計量,  $ARCH$  は Engle の ARCH 検定,  $RESET$  は Ramsey のモデルフォームを検定する  $F$  統計量,  $JB$  は Jarque and Bera の回帰残差の正規性を検定する  $\chi^2$  統計量,  $X_i$  は Koenker の回帰残差の分散不均一を検定する  $F$  統計量,  $Chow$  はパラメータ安定性を検定する  $F$  統計量である。以上のモデル診断の結果をみると  $JB$  の検定を除いて特定化の誤りは示唆されていない。 $JB$  の検定結果は残差項の正規性に問題があり, ECM モデルに改善の余地があることを示唆している。モデル(19)の説明変数の符号条件についてみると, 実質 GNP の増加率がプラスになることから, 実質貨幣需要は, 実質国民所得が増加すると増加することが分かる。このことはフリードマンのマネーサプライと所得との間に安定的な関係があるという説に一致している。インフレ率  $I_t$  の係数がマイナスになるということは, インフレ率が貨幣保有者にとって貨幣保有の費用を示すことから, 貨幣保有者は価格の速度 (インフレ率) の上昇を懸念して実質貨幣残高の保有を節約することを意味する。このことと, 価格の加速度 (インフレ率の変化  $DI_{t-1}$ ) の符号がプラスになることを整合的に説明するためには, 以下のようなメカニズムがあるとする必要がある。すなわち, 実質貨幣残高が人々の保有の需要に一致するために, 価格の速度が伸縮的に調整されると考える。利子率の係数がマイナスになることについては, 利子率が貨幣保有者にとって貨幣保有の機会費用であるから, 利子率の上昇の反応として貨幣保有者の実質貨幣残高に対する需要が減少することから説明できる。 $E_{t-1}$  の係数の符号がマイナスになることは通貨関数の均衡状

態への調整を示している。以上の各々の説明変数に対する符号の制約の有意性は最適貨幣保有理論によって解釈できる。つまり経済学的には(19)式は貨幣調整理論にかかわっており、短期要素が望ましい調整幅を所与としてマネーの動きを決定する。これに対して長期要素が調整幅そのもののレベルに影響を与える。要するに、(19)式においては現実の貨幣保有量と所得との関係が毎期毎期最適な均衡状態を達成しているとみるのではなく、むしろ貨幣保有者がその実現に向けて努力している過程を表わすものとみるのである。詳しくはMilbourne [1983], Smith [1986], 吉田 [1989] を参照されたい。以下では(19)については特に注意を払う必要がある点を3つ取り上げたい。

1つ目の注意は、 $E_{t-1}$ の係数の値が国民所得とインフレ率の係数の値よりもはるかに小さいことである。これは、通貨関数の長期均衡への調整の速度が国民所得とインフレ率の短期調整の速度よりもかなり遅いことを示唆している。このことについては深く検討する必要がある。そのためには(19)式から $E_{t-1}$ を除いて推定を行い、推定した結果は以下の(20)式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 DM_t = & .012 + .65DM_{t-1} + .24DY_t - .79I_t \\
 & (6.0) \quad (9.2) \quad (3.4) \quad (-9.1) \\
 & + .23DI_{t-1} - .0027DR_t + .018D \\
 & (3.0) \quad (-2.8) \quad (3.7)
 \end{aligned} \tag{20}$$

$R^2 = .70$     $\sigma = .0084$     $F(6,114) = 43[.000]$     $DW = 1.7$   
 $LM4$   $F(4,110) = 3.4$     $ARCH4$   $F(4,110) = 1.1$   
 $RESET$   $F(1,113) = 3.2$   
 $JB(2) = 19$     $X_1 F(1,119) = .71$     $Chow$   $F(12,102) = 1.2$

(20)の結果を(19)と比べると、回帰式の係数の値及びt値、決定係数 $R^2$ 、回帰式の標準誤差 $\sigma$ はほぼ同じことが分かる。さらに同帰診断のテストの結果においてもすべてのテストは(19)と大体同じ検定結果を与えることを示していることが分かる。(20)の結果はある区間で長期均衡への調整の速度が非常に遅いとき、モデルに与える長期的影響を無視できることを示している。このこと

に関して可能な解釈は二つある。ひとつめは、Akerlof [1979] の均衡への調整最小コスト理論による解釈である。すなわち最適な均衡状態までの調整期間が短ければ短いほど調整がスムーズに行われていると考えられる。二つ目の解釈は、3節で説明した変数の外生性によるものである。つまり  $E_{t-1}$  から通貨変数 (19) への影響を考慮しないでよいということを示すこの後者のモデルの推定結果は、変数  $Y, S, I, R$  が外生性をもつということと解釈できる。

2つ目の注意は、為替レート  $DS$  とそのラグ値は (19) 式上で推定した結果では、為替レート  $DS$  とそのラグの係数は有意ではないことである。そして他の回帰式の係数の値及び  $t$  値、決定係数  $R^2$ 、回帰式の標準誤差  $\sigma$ 、すべての回帰診断のテストの結果は (19) と、ほぼ同じである。この結果は為替レートが (19) の残差項に説明力がなかったことを示している。つまりこの結果は為替レートの貨幣需要に対する説明力がほとんど認められないことを示している。同じことは馬場 [1995] にも指摘されている。金融理論ではしばしば為替レートの貨幣供給に対する重要性が取り上げられている。しかし為替レートと貨幣供給量の間の関係はときどき貨幣保有者の予想に依存している。したがって、為替レートの変動と貨幣供給量の変化の関係は、人々の貨幣供給量の変化の持続性に関する予想によって変わってしまう。両者の間に統計的に安定した関係を見つけるのは至難なことであると考えられる。この点について堀内 [1992]、本田 [1994] を参照されたい。(19) 式の推定結果からも、その難しさがうかがわれる。

3つ目の注意は、当該期のインフレ率  $I_t$  の係数の値が大きく、近似的に  $-1$  になることである。この結果によって (19) 式の両側からインフレ率  $I_t$  を除いて名目貨幣残高  $NM$  を従属変数として推定できる。推定結果は以下の (21) 式によって与えられる。

$$\begin{aligned}
 DNM_t = & -0.030 + .70DM_{t-1} + .24DY_t & (11) & (3.6) \\
 & (-3.3) & & \\
 & + .27DI_{t-1} - .0022DR_t + .025D - .067E_{t-1} & (21) \\
 & (3.7) & (-2.5) & (6.8) & (-4.7)
 \end{aligned}$$

$$R^2=.62 \quad \sigma=.0079 \quad F(6,114)=31[.000] \quad DW=1.7$$

$$LMA \quad F(4,110)=3.1 \quad ARCH4 \quad F(4,110)=.64$$

$$RESET \quad F(1,113)=1.1$$

$$JB(2)=51 \quad X_1 \quad F(1,119)=.0023 \quad Chow \quad F(12,102)=.80$$

(21)の結果を(19)と比べると、回帰式の係数の値及び  $t$  値、決定係数  $R^2$ 、回帰式の標準誤差  $\sigma$ 、回帰診断のテストの結果はほぼ同じである。このことはインフレ率  $I_t$  が当該期の時点で名目貨幣残高への影響が短期的に非常に小さいことを示唆している。インフレが貨幣保有に与える費用にもかかわらず前期のマネーの調整においてはインフレ率が通貨需要変数モデルの変数として入らないことが分かる。当該期のインフレ率の名目貨幣残高に対する影響が短期的に非常に小さいことは Hendry [1979] によって指摘されている。

#### V おわりに

本文では、日本の実質マネーサプライ、実質 GNP、為替レートに関する非定常性を分析する上で各々の変数の弱外生性のテストを行なった。実質マネーサプライ、為替レートが長期パラメータに対して弱外生性をもっていないこと、及び、GNP が長期パラメータに対して弱外生性をもっていることが確認された。また、ダイナミックモデルを用いて日本の通貨需要変数を計測した。モデルの推定結果をみると経済理論的にも統計理論的にも肯定し得る結果になることがわかる。ここで強調したいことは弱外生性の条件の下で通貨需要変数の方程式に含まれるパラメータの推定を行う際に、パラメータの推定量の有効性に対する影響を考慮する必要はないことである。しかしこの条件が成立しない際、通貨需要変数の方程式だけを用いて推定されたパラメータでは有効性が失う恐れがあるので、他の方程式からの情報を考慮しなければならないということである。このことは通貨需要関数の実証分析の出発点として位置づけられるべきものだろう。

付録 外生性の検定について

ラグ  $k+1$  の VAR モデルの ECM 表現は以下である。

$$DY_t = \sum_{i=1,k} \Gamma_i DY_{t-i} + \Pi Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t=k+2, \dots, T \quad (A1)$$

ここで攪乱項  $\varepsilon_t$  の共分散行列が  $\Omega$  である。  $\Pi = AB'$ , ( $A, B$  はそれぞれ  $n \times r$  行列) 共和分行列  $B$  のランクが  $r$  とする。この付録では Toda and Phillips (1994) に沿って調整行列  $A$  の検定統計量を紹介しよう。(A1)の第一個の方程式は(A2)で表現できる。

$$DY_{1t} = Y_{1t-1} \beta + \sigma u_{1t} \quad t=k+2, \dots, T \quad (A2)$$

ここで  $Y_{1t-1} = (DY_{1t-1}', \dots, DY_{1t-k}', (B'Y_{1t-1}')')$ ,  $\beta = (r_1', \dots, r_k', A_1')$ ,  $\varepsilon_{1t} = \sigma u_{1t}$ ,  $r_1, \dots, r_k$  は  $(\Gamma_1, \dots, \Gamma_k)'$  の第一列ベクトルで  $A_1'$  は  $A$  の第一行ベクトルである。 $DY_{1t}', Y_{1t-1}', u_{1t}$  の "stacking" はそれぞれ  $DY_{1t}, Y, u_1$  で定義されると(A2)は

$$DY_1 = Y\beta + \sigma u_1 \quad (A3)$$

となる。OLS 推定量  $\hat{\beta}$  は  $(Y'Y)^{-1}Y'DY_1$  である。帰無仮説:  $R\beta = A_1' = 0$  のワルド検定統計量は(A4)で与えられる。

$$W = \beta'R[R'(Y'Y)^{-1}R]^{-1}R\beta/\sigma^2 \quad (A4)$$

ここで  $R = (0, 1, 0, \dots, 0)_{1 \times k}$ ,  $\sigma^2$  は OLS 推定の攪乱項の分散である。

$R\beta = R(Y'Y)^{-1}Y'u_1$  を(A4)に代入すると

$$W = u_1'Y(Y'Y)^{-1}R[R'(Y'Y)^{-1}R]^{-1}R(Y'Y)^{-1}Y'u_1 \quad (A5)$$

$W$  の近似式(A5)が得られる。以下の(A6), (A7)を用いて  $W$  が漸近的に  $\chi^2(r)$  に収束することを証明できる。

$$1/T \sum Y'Y \rightarrow (P)\Omega_0 \quad (A6)$$

$$1/T \sum Y'u_1 \rightarrow (d)N_0 \quad (A7)$$

ここで  $\Omega_0$  は正定値行列,  $N_0 \sim N(0, \Omega_0\sigma^2)$  である。詳しくは Toda and Phillips (1994) を参照されたい。

参考文献

Akerlof, G. A. (1979), "Irving Fisher on his head: the consequences of constant threshold-target monitoring of money holdings", *Quarterly Journal of Economics* 93, 169-187.  
 馬場善久 [1995], 「エラー・コラクションモデルによる貨幣需要関数の推定」本多祐三編『日本の景気』, 有斐閣。  
 Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979), "Distribution of the estimation for autoregressive time series with a unit root", *JASA*, 74, 427-431.  
 Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1981), "Likelihood ratio statistics for autoregres-

- sive time series with a unit root", *Econometrica*, 49: 1057-1072.
- Engle, R. F. and Granger, C. W. J. (1987), "Co-integration and error correction: representation, estimation and testing", *Econometrica*, 55: 251-76.
- Engle, R. F., Hendry, D. F., Richard, J. F. (1983), "Exogeneity", *Econometrica*, 51, 277-304.
- Fuller, W. A. (1976), *Introduction to statistical time series*, John Wiley.
- Harvey, A. C. (1990), *The Econometric Analysis of Time Series*, Philip Allan.
- 畠中道雄 (1991), *計量経済学の方法*, 創文社。
- Hatanaka, M. (1995), *Time series based econometrics: unit roots and cointegrations*, Oxford university press.
- Hendry, D. F. (1979), Predictive failure and econometric modelling in macroeconomics: the transactions demand for money, in: P. Ormerod, ed., *Economic modelling*, Heinemann education books, 217-220.
- Hendry, D. F. and Ericsson, N. R. (1991), "Modeling the demand for narrow money in the United Kingdom and the United States", *European Economic Review*, 35: 833-81.
- 本多祐三 (1994), 金融変数, 実物経済そして金融政策: 近年の実証分析の展望, *金融経済研究*, 6, 5-26.
- 堀内昭義 (1992), *金融論*, 東京大学出版会。
- Johansen, S. (1988), "Statistical analysis of cointegration vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254.
- Johansen, S. and Juselius, K. (1990), "Maximum likelihood estimation and inference on cointegration—with application to the demand for money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 169-209.
- Johansen, S. (1992), "Testing weak exogeneity and the order of cointegration in UK money demand data", *Journal of Policy Modeling*, 14 (3), 313-334.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. and Shin, Y. (1992), "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root", *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.
- Milbourne, R. (1983), "Optimal money holding under uncertainty", *IER*, 24, 685-98.
- Morimune, K and Mantani, A. (1995), "Estimating the rank of co-integration after estimating the of a vector autoregression", *The Japanese Economic Review*, Vol. 46, No. 2, 191-205.
- Morimune, K and Zhao, Guo Qing. (1995), "The unit root analysis of causality be-

- tween the Japanese money and income", KIER Discussion paper, 412.
- 森棟公夫 (1995), 「非定常時系列」本多祐三編『日本の景気』, 有斐閣。
- Phillips, P. C. B. (1987), "Time series regression with a unit root", *Econometrica*, 55, 277-301.
- Phillips, P. C. B. and Perron, P (1988), "Testing a for unit root in time regression", *Biometrika*, 75, 335-346.
- Phillips, P. C. B. (1991), "Optimal inference in co-integrated systems", *Econometrica*, 59, 282-306.
- Saikkonen, P. and Luukkonen, R (1993), "Testing for a moving average unit root in autoregressive integrated moving average models", *JASA*, 88, 596-601.
- Stock, J. H. and Watson M. W. (1993), "A simple estimator of cointegrating vectors in higher order integrated systems", *Econometrica*, 61, 783-820.
- Smith, G. W. (1986), "A dynamic Baumol-Tobin model of money demand", *Review of Economic Studies*, 53, 465-469.
- Toda, H. Y. and Phillips, P. C. B. (1994), "Vector autoregression and causality: atheoretical overview and simulation study", *Econometric Reviews*, 13, 259-85.
- 吉田知生 (1989), 通貨需要関数の安定性をめぐって——ECMによる計測——, *金融研究*, 8, 99-147.
- West, K. D (1988), "Asymptotic normality, when regressors have a unit root", *Econometrica*, 56, 1397-1418.