

經濟論叢

第168卷 第4号

-
- ケインズ経済学とアメリカ……………根井雅弘 1
- 労働所得税による人的資本投資の
リスク・シェアリング効果……………福井唯嗣 22
- 資本家支配の根拠（2）……………坂本雅則 38
- マイクロソフト社の成長と「航空宇宙企業都市」
シアトルの構造変化（1）……………山縣宏之 57
- アメリカ自動車・石油精製企業の
マスクー法への対応……………野口義直 74

学会記事

平成13年10月

京都大学経済学会

労働所得税による人的資本投資の リスク・シェアリング効果*

福 井 唯 嗣

I 序 論

人々はさまざまな不確実性に直面しながら意思決定を行っている。不確実性をカバーするためのさまざまな保険が市場に提供されており、また、多くの制度はそうした不確実性に対処し、事前の意思決定時に将来のリスクを分散するという機能を備えている。そうした不確実性の中でも、将来における個人の労働生産性が不確実である場合、個人の労働所得に個別リスクが生じることになる。その場合、労働所得に対する累進的課税は、可処分所得の変動を抑え、個別リスクを分散させるリスク・シェアリング機能をもつ。労働所得税について従来から注目されるのは、労働供給への負の誘因効果であるが、それに加え、労働所得税のもつ保険機能について論じることが、本稿の目的である。

労働生産性を表す指標としては、個人の人的資本水準が従来から用いられている。本稿でもそれらに従い、労働生産性は、人的資本投資の収益として蓄積された人的資本ストックであると定義し、人的資本投資は個人の意思決定により行われるとする。さらに、その人的資本投資の収益としての将来の労働生産性に個別リスクが存在する状況（以下、人的資本投資リスク）を考える。人的

* 本稿は、2000年度日本経済学会春季大会（5月13日、横浜市立大学）における報告論文に加筆修正したものである。旧稿に対して、討論者の金谷貞男先生（東京都立大学）をはじめとして、岩本康志氏（京都大学）、北川章臣氏（横浜市立大学）、二神孝一氏（大阪大学）の諸先生方から有益なコメントをいただいた。ここに記して感謝の意を表したい。

資本投資リスクについて現実的な例を挙げれば、将来の労働生産性を向上させるために同一水準の教育を受けたとしても、その内容によっては、実現される将来の労働生産性は個人によって異なる可能性があるという状況である。

Eaton and Rosen [1980] は、保険でカバーされない個別リスクが人的資本投資収益に存在する状況において、労働所得税によって人的資本投資が促進され、正の労働所得税率が効用を改善することを2期間モデルによって示し、Diamond and Mirrlees [1971] 等、確実性下での最適課税論と対照的な帰結を導いている。本稿でも、労働所得税による期待成長率上昇の効果が帰結として導かれる。それは、動学的に弾力的な部門への課税が長期的に見て効率的でないという、Judd [1985] 等に始まる最適課税理論の動学モデルにおける帰結に加え、新たな課税基準を提示するものである。

本稿のモデルは、Uzawa [1965] および Lucas [1988] におけるモデルの拡張にあたり、多くの内生的成長論に関する先行研究、特に、課税が経済成長に対する効果を論じた Lucas [1990] や Rebelo [1991], Milesi-Ferretti and Roubini [1995] などの議論と大きな関連を持つ。また、Hu [1993] は、賃金所得が確率過程にしたがって推移するというモデルにより、部分均衡の範囲で労働所得税の動学的影響を考察している。本稿では、人的資本収益が確率過程に従い、その推移が個人の合理的意志決定の影響を受ける状況で、個人の行動および経済の期待成長率に対する労働所得税の影響を考察する。

本稿の流れは次の通りである。まず第Ⅱ節において、人的資本投資における個別リスクに直面する個人の期待生涯効用最大化問題から、個人の貯蓄性向と労働供給に関する最適行動を導く。労働所得税率の上昇は、課税後労働所得を減少させることによって個人の労働供給を減少させる一方で、人的資本投資を促進することが確認される。

第Ⅲ節においては、前節の個人の最適化行動から、定常状態における経済の期待資本成長率および均衡利子率の関係を導き、労働所得税が経済に与える動学的影響について論じる。労働所得税率の上昇による個人の労働供給と人的資

本投資の変化は、長期的には資本・労働比率の変化を通じて均衡利子率を上昇させ、経済の期待成長率を上昇させる効果をもつことが示される。最後に、結論において、全体を整理するとともに、残された課題について検討する。

II 個人の行動

ここでは、本稿で用いる不確実性下の個人の合理的意思決定に関するモデルを提示し、労働所得税が個人の行動に与える影響について考察する。

十分多数の個人からなる閉鎖経済について考える。各個人は無限期間生存し、各時点で得られる労働所得と利子所得の一部を消費すること、および余暇を消費することで効用を得るとする。また、個人間の選好の違いはないものとする。時点 t における期待生涯効用は次のように定義される。

$$E_t \left[\int_t^{\infty} v(c_s, l_s) \exp(-\rho(s-t)) ds \right] \quad (1)$$

ここで、 c は各時点での財消費、 l は余暇消費である。また、 $v(\cdot)$ は各時点の消費から得られる効用を表す。また、 ρ は時間を通じて一定の時間選好率である。

個人は実物資本 (a) と人的資本 (h) を保有し、実物資本から利子所得を、人的資本の一定割合 (以下、労働供給比率) を労働供給に配分することで各時点の所得を得る。このとき、所得 y は次のように表される。

$$y_t = r_t a_t + (1-\tau) w_t u_t h_t + b_t \quad (2)$$

ここで、 r は利子率、 w は賃金率である。右辺第1項は利子所得を、右辺第2項および第3項は課税後労働所得を表す。政府は、課税前労働所得に対して税率 τ の労働所得税を課し、その税収を財源として各個人に一括補助金 b_t を戻すという形の単純な累進的課税方式をとるとする。

一方、個人の予算制約は、実物資産については、所得のうち消費されなかった分が実物資産残高の変化分であることから、

$$da_t = (y_t - c_t) dt \quad (3)$$

となる。

また、人的資本ストックのうち、 zh は、人的資本投資に配分され、次の確率過程にしたがって人的資本ストック変化を促すとする。

$$dh_{it} = z_{it}h_{it}(\phi dt + \sigma dq_{it}) \quad (4)$$

$$E[dq_{it}] = 0, \text{Var}[dq_{it}] = dt. \quad (5)$$

すなわち、人的資本ストック成長率は人的資本投資比率 z に依存して、最大で、平均 ϕ 、分散 σ^2 の成長率をもって成長する。

(4)式括弧内の第2項が、人的資本投資収益に関する個別リスクを表す部分であり、人的資本投資比率 z を高めれば、より高い期待成長率が望めるが、それに伴い個別に発生する収益リスクも大きくなる。人的資本投資リスクについて、個人は期待値の意味でその値を知っているが、そのリスクが実現される前に意思決定を行わなければならないとする。また、利用可能時間のうち、労働供給にも人的資本投資にも配分されない部分は、余暇消費として、各時点の効用になる。すなわち、 $l_{it} = (1 - u_{it} - z_{it})h_{it}$ である。

各時点において個人が保有する実物資本および人的資本の現在割引価値 W_{it} は、今期の潜在所得 $(r_t a_{it} + (1 - \tau)w_t h_{it} + b_t)$ をある割引率 ω_{it} で除したもので表される。また本稿では、個人の価値関数の関数形を、 W_{it} の関数に限定する。それを前提とすると、個人の価値関数は、

$$V(W_{it}) = V\left(\frac{r_t a_{it} + (1 - \tau)w_t h_{it} + b_t}{\omega_{it}}\right) \quad (6)$$

という形で表される。以下、議論に混乱が生じない限りにおいて、時間を表す添え字 t 、個人を表す添え字 i は省略する。

(3)式、(4)式の制約の下、(1)式で表される生涯効用を最大化する個人のベルマン方程式は、

$$\rho V = \max_{c, u, z} \left\{ v(c, l) + V' \frac{r}{\omega} (y - c) + V' \frac{(1 - \tau)w}{\omega} \phi zh + \frac{1}{2} V'' \left(\frac{(1 - \tau)w \phi zh}{\omega} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

となる。但し、 V' 、 V'' はそれぞれ価値関数の W に関する1階および2階の偏微分を表す。

(7)式を微分することで、財消費 c 、労働供給比率 u 、および人的資本投資比率 z に関する一階条件がそれぞれ得られる。それらを整理して、次の関係式が得られる。

$$v_c = V' \frac{r}{\omega} = V'' \frac{(1-\tau)w\sigma^2zh}{\omega^2(r-\phi)} \quad (8)$$

$$\frac{v_l}{v_c} = (1-\tau)w \quad (9)$$

v_c 、 v_l はそれぞれ、消費、余暇の限界効用である。(8)式の第1の等号は消費の限界効用と実物資本の限界価値の均等を表す。第2の等号は、2つの異なる資産の間の限界価値が均等するように個人が最適配分を行うことを意味している。一方、(9)式は、最適配分において消費と余暇の限界代替率が相対価格に等しいことを示すものである。

明示的な解を得るために、個人の効用関数を、相対的危険回避度を θ とする CRRA 型効用関数、

$$v(c, D) = \frac{(c^\tau D^{1-\tau})^{1-\theta}}{1-\theta}, \quad \theta > 1 \quad (10)$$

と特定化すると、(8)式、(9)式の1階条件およびベルマン方程式から、貯蓄 s 、労働供給 uh 、人的資本投資比率 zh に関する個人の最適化行動が、外生変数および資産の関数として求められる。

ここで、表記の簡便さおよび経済学的解釈のため、

$$P \equiv \frac{\phi - r}{\theta \sigma^2} \quad (11)$$

という変数を導入する。 P は、人的資本投資の超過収益率 $(\phi - r)$ を、個人の危険回避度 θ と人的資本投資リスクの程度 σ^2 で評価したもので、個人の評価による人的資本投資の相対的収益率を表す(以下、主観的超過収益率)。リスクをもつ人的資本投資について正の投資がされるためには、人的資本投資の超

過収益率が利子率を上回る必要がある。以下では、 $r < \phi$ を前提として議論を進める。

以上の準備より、貯蓄関数、

$$s_i = y_i - c_i = S(r) \left(a_i + \frac{(1-\tau)wh_i + b}{r} \right) \quad (12)$$

が得られる。また、人的資本投資関数、労働供給関数は、それぞれ、

$$z_i h_i = \frac{rP}{(1-\tau)w} \left(a_i + \frac{(1-\tau)wh_i + b}{r} \right) \quad (13)$$

$$u_i h_i = h_i - \frac{r - \gamma r(1-P) - (1-\tau)S(r)}{(1-\tau)w} \left(a_i + \frac{(1-\tau)wh_i + b}{r} \right) \quad (14)$$

となる。ここで、(12)～(14)式に含まれる項 $(a_i + [(1-\tau)wh_i + b]/r)$ は、個人の保有する実物資本残高と、人的資本の現在割引価値の和（以下、総資産）である。また、(12)式が示すように、 $S(r)$ は、個人貯蓄 s_i の総資産に対する比率（以下、貯蓄率）であり、

$$S(r) = \frac{1}{\theta} \left(r - \rho - \phi \theta P + \frac{1}{2}(\theta+1)\theta\sigma^2 P^2 \right) \quad (15)$$

と表される。

(12)～(14)式から、労働所得税が個人の意思決定に与える影響を考察できる。

労働所得税の効果は、総資産 $(a_i + [(1-\tau)wh_i + b]/r)$ の変化を通じた部分（所得効果）と、それ以外の部分（代替効果）の2つに分けられる。まず、個人の貯蓄行動についてであるが、(15)式からわかるように、労働所得税率 τ の変更は個人の貯蓄率 $S(r)$ には影響を与えない。労働所得税は、総資産の変化による所得効果のみを通じて個人の貯蓄行動に影響する。労働所得税の増税による税収増加により、一括補助金 b が増加することも考慮に入れて、(12)式を労働所得税率 τ について微分すると、

$$\frac{ds_i}{d\tau} = S(r) \left(\frac{-wh_i + b_\tau}{r} \right) \quad (16)$$

となる。ここで、 b_τ は労働所得税の増税に伴う一括補助金の増加分である。人的資本水準が相対的に高い ($b_\tau < wh_i$) 個人については、労働所得税は貯蓄を

減少させ、人的資本水準が相対的に低い ($b_i > wh_i$) 個人は逆に、貯蓄を増加させる。

一方、個人の人的資本配分に対しては、労働所得税は所得効果だけでなく代替効果ももつ。

(14)式からわかるように、労働所得税率 τ の上昇は労働供給比率 u を低下させる。これは、労働所得税の負誘因効果を示している。労働所得税率 τ の上昇は、課税後労働所得を減少させるので、労働供給のインセンティブが低下して、個人の労働供給比率は低下する。

一方、(13)式において、労働所得税率 τ と人的資本投資比率 z との関係をみると、他の条件を一定として、

$$\frac{d(z_i/h_i)/(z_i/h_i)}{d\tau/(1-\tau)} = \frac{ra_i + b + (1-\tau)b_i}{ra_i + b + (1-\tau)wh_i} \quad (17)$$

となる。(17)式は、個人レベルにおける労働所得税のリスク・シェアリング効果を示している。労働所得税は、現在および将来における労働に対して課税され、課税後賃金率を低下させるが、人的資本投資自体と余暇に対しては非課税である。人的資本投資のうち、将来の労働に配分される部分については、 τ の上昇により課税後賃金率が低下するため、労働所得税は人的資本投資に対して負誘因的である。一方、人的資本投資のうち、将来の余暇に配分される部分については、 τ の上昇が余暇の機会費用の低下をもたらすため、労働所得税は人的資本投資に対して正の誘因を与える。将来における余暇と労働の配分に関するこれら2つの効果は相殺され、それにより支配的となるのは、 τ の上昇による人的資本投資収益率（課税後労働所得）の分散の低下によるリスク・シェアリング効果である。結果として、(17)式にみられるように、 τ の上昇によるリスクの低下は、危険回避的個人による人的資本投資を促進させる。

以上、労働所得税率の上昇は、個人の貯蓄率には影響を与えず、人的資本配分を労働供給から余暇および人的資本投資にシフトさせることが確認された。

しかしながら、個人による実物資本蓄積と人的資本蓄積の相対的な変化は、

経済全体での資本と労働の相対的希少性の変化をもたらし、要素価格の変化を通じて動学的な影響を及ぼす。したがって次節では、本節で得られた個人の合理的行動に基づいて、経済全体での均衡価格を求め、労働所得税の動学的影響を考察の対象とする。

III 市場均衡

本節では、前節で求めた個人の合理的行動から、期待資本成長率と均衡利子率の関係を求める。さらに、期待人的資本成長率と期待実物資本成長率が等しくなる定常状態において、不確実性下における労働所得税のリスク・シェアリング効果について考察する。

この経済における定常状態を、各フロー変数が一定で、かつ、実物資本ストックおよび人的資本ストックの期待成長率が同一であるような状態とする。本節の主たる関心は、人的資本投資リスクおよび労働所得税が経済の動学的経路に与える影響について考察することにある。したがって、実物資本ストック、人的資本ストックの期待成長率をそれぞれ g_a , g_h と表し、以下、それらに関する動学方程式を導出する。

資本と労働から単一財を生産するマクロ生産関数 $Y=F(K, L)$ について、資本分配率を α とするコブ=ダグラス型、 $F(K, L)=A(\sum_i a_i)^\alpha (\sum_i u_i h_i)^{1-\alpha}$ に特定化する。 k を経済の資本労働比率 ($\sum_i a_i / \sum_i u_i h_i = E[a_i] / E[u_i h_i]$) と定義して、生産関数を労働単位当たりに変形すれば、

$$f(k) = Ak^\alpha \quad (18)$$

となる。

政府の財政収支に関しては、議論を簡単にするために単年度均衡を仮定する。政府は、唯一の財源である労働所得税を個人から一旦徴収して、すべての個人に一括的に払い戻すとする。経済の人口を n とすると、政府の予算制約は、

$$\sum_{i=1}^n (\tau w u_i h_i - b) = 0 \quad (19)$$

と表せる。人口が十分大きいとして、両辺を n で除せば、一括補助金 b の値は、

$$b = \tau_b w E[u, h_i] \quad (20)$$

となる。但し、 $E[u, h_i]$ は経済の平均労働供給量である。ここで、課税自体の効果とは別に、一括補助金 b を通じた動学的効果に注目するため、便宜的に、 τ_b とおいている。

以上を前提として、資本成長に関する(3)式、および(4)式の期待値を、前節で求めた個人の貯蓄関数(12)式、人的資本投資関数(13)式、労働供給関数(14)式で評価して整理すると、経済の期待資本成長率と、利子率 r に関する連立方程式、

$$g_a = \frac{rS(r)}{\alpha[\gamma(r(1-P) - S(r)) + S(r)]} \quad (21)$$

$$g_h = \frac{\phi r P}{r - (\alpha + \tau_b(1-\alpha))[\gamma(r(1-P) - S(r)) + S(r)]} \quad (22)$$

が得られる。

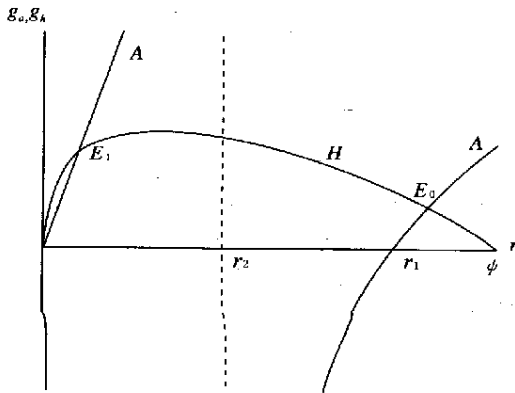
2つの期待資本成長率が等しくなるとき、すなわち(21)式と(22)式の交点において $g_a = g_h$ となるとき、経済は均斉成長経路をとり、均衡利子率が決定される。これらを前提として、労働所得税が経済の動学的経路に与える影響を考察する。

第1図は、(21)式および(22)式を、 $r \in [0, \phi]$ の範囲について図示したものである。

期待実物資本成長率と利子率の関係は、第1図の曲線 A で表されている。期待実物資本成長率 g_a は、 $r=0$ においてゼロであり、 $0 < r < r_2$ および $r_1 < r < \phi$ のとき g_a は正值、 $r_2 < r < r_1$ のとき g_a は負値をとり、漸近線 $r=r_2$ をもつ。

利子率が貯蓄に与える影響は、異時点間の消費配分に関する部分と予備的貯蓄に関する部分とに分けられる。前者については、利子率の上昇は消費の先送りによって貯蓄率を上昇させ、後者については、利子率の上昇による個別リス

第1図 期待資本成長率と利子率の関係



クの低下により、貯蓄率を低下させるが、Aが右上がりであることは、利子率の水準にかかわらず前者の効果が支配的であることを示している。

一方、期待実物資本成長率と利子率の関係は曲線Hで表されている。期待人的資本成長率 g_k は、 $0 < r < \phi$ の範囲では正の値をとり、 $r=0, \phi$ においてゼロとなる。なお、 r_1 および r_2 はパラメータにより、それぞれ、

$$r_1 = \frac{\phi - \theta\sigma^2}{\theta + 1} + \sqrt{\left(\frac{\phi - \theta\sigma^2}{\theta + 1}\right)^2 + \frac{\phi^2(\theta - 1) + 2\theta\sigma^2\rho}{\theta + 1}} \quad (23)$$

$$r_2 = \frac{\eta(\phi - \theta\sigma^2)}{\eta + \theta} + \sqrt{\left(\frac{\eta(\phi - \theta\sigma^2)}{\eta + \theta}\right)^2 + \frac{(1 - \gamma)((\theta - 1)\phi^2 + 2\theta\sigma^2\rho)}{\eta + \theta}} \quad (24)$$

と表される。但し、 $\eta \equiv 1 + \gamma(\theta - 1)$ とおいている。利子率の上昇は、人的資本投資の超過収益率 P の低下を通じて、期待人的資本成長率を低める一方、労働の異時点間代替効果により労働供給を促進させ、人的資本成長率を低下させる。曲線Hがおおむね右下がりであることは、このような経済学的意味を背景としている。

曲線Aと曲線Hの交点において、定常期待成長率 g^* および均衡利子率 r^* が決定される。 $r \in [0, r_2]$ の範囲には均衡点が必ず1つ存在する(第1図

: E_0)。また、パラメータについての条件、

$$\left(1 + \frac{\tau(1-\alpha)}{\alpha}\right) \left(\frac{\phi^2(\theta-1) + 2\theta\sigma^2\rho}{2\phi^2\theta}\right) < 1 \quad (25)$$

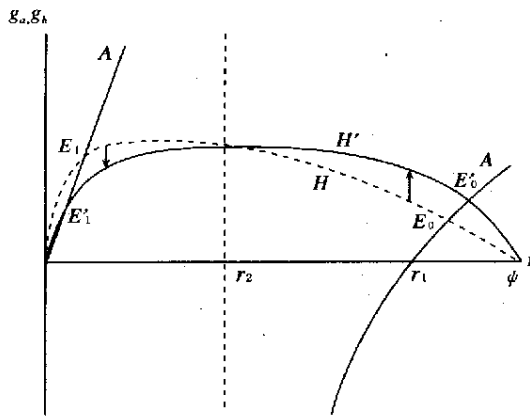
がみたされるケースには、 $r \in [0, r_2]$ の範囲にも均衡点が存在する (図1点: E_1)。 $r \in [0, r_2]$ における均衡点 E_1 は、通常考えられるものとは異なる経済状態にある。 $r \in [0, r_2]$ の範囲では、貯蓄率 $S(r)$ が負であり、正の総資産をもつ個人は資産を取り崩し、逆に借入をしている個人が資産を形成している。また、借入主体は余暇消費も人的資本投資も行わず、人的資本をすべて労働供給に配分している。すべての個人について総資産 $(a_i + [(1-\tau)wh_i + b]/r)$ が非負であることを前提とすれば、貯蓄率は非負でなければならず、均衡点の存在範囲は $r \in [r_1, \phi]$ に限られるが、一般的には均衡点 E_1 の存在を排除できない。本稿では、均衡点 E_1 についてもある程度考察を加えるが、議論の中心を通常の経済状態である均衡点 E_0 に絞ることとする。

第2図は、定常期待成長率と労働所得税の関係を図示したものである。

(21)式および(22)式から確認されるように、税率の変化は人的資本成長率と利子率の關係に影響をもたらすが、実物資本成長率には直接的な影響を与えない。労働所得税率 τ の影響は、人的資本投資の変化と、それに伴う均衡利子率の変化を通じて実物資本蓄積に影響する。また、(22)式に含まれるのは τ_b であることから、課税そのものによる直接的な効果は個人行動と市場を通じて相殺され、一括補助金を通じた課税後労働所得の平準化による効果のみが動学的に影響を与えることもわかる。 τ の上昇による人的資本成長率の変化は、第2図において曲線 H から曲線 H' へのシフトとして表されている。 τ は(22)式分母に含まれており、 $r \in [0, r_2]$ の範囲では、 τ の上昇は同一の利子率に対する期待人的資本成長率を下落させ、曲線 H は下方シフトする。一方、 $r \in [r_1, \phi]$ の範囲では、 τ の上昇は期待人的資本成長率を上昇させ、曲線 H は上方シフトする。

前節での個人の最適化行動と関連させてみると、当初の定常状態 (第2図:

第2図 労働所得税の動学的効果



点 E_0) から労働所得税率 τ が上昇すると、個人は労働供給から人的資本投資へと人的資本配分を傾斜させる。それにより、人的資本成長率が実物資本成長率を上回り、資本に対して労働が過剰となる。したがって、均衡利子率は上昇し、貯蓄が増加して実物資本成長率は上昇する。また、超過収益率の低下により人的資本成長率が抑制される。これは、実物資本成長率、人的資本成長率が等しくなる状態 (点 E_0') まで続く。定常状態で比較すれば、 τ の上昇により、均衡利子率、期待成長率はともに上昇する。

以上をまとめると、結論として次の2点が導かれる。

1. 前節で考察した、個人レベルにおける労働所得税の効果は、利子率の上昇によりある程度低減されるが、動学的に見ても、労働所得税率の上昇は期待成長率の上昇という効果をもたらす。
2. 労働所得税の課税自体による直接的な効果は、個人行動と市場を通じて相殺される。一括補助金を通じた課税後労働所得の平準化によるリスク・シェアリング効果のみが動学的に影響を与える。

IV 結 論

本稿では、労働生産性向上のための人的資本投資収益に個別リスクが存在する場合について、不確実性下での個人の意思決定問題をとき、さらにそれを基礎とした経済全体での資本蓄積と期待所得成長率の動向を導いた。

第Ⅱ節では、リスクに対する個人の最適化行動を導出し、労働所得税が個人の行動に与える影響を考察した。労働所得税率の上昇は、課税後賃金率の低下を通じて労働供給に対してマイナスに作用し、人的資本投資を促進させるというリスク・シェアリング効果をもつことが確認された。

第Ⅲ節では、前節で求めた個人の合理的行動から、定常状態における経済全体での期待資産成長率と均衡利子率の関係を求め、労働所得税が経済の動学的経路に与える影響に焦点をあてた。労働所得税率の上昇は、個人の人的資本配分を労働供給から余暇および人的資本投資にシフトさせる。それにより、長期的には労働が資本に対して過剰となることに対応して、均衡利子率が上昇する。利子率の上昇は、貯蓄の増加により実物資本投資を促進し、結果としてより高い期待所得成長率をもたらされる。また、動学的には、労働所得課税それ自体の効果は、個人の行動と市場を通じて相殺される。労働所得税を財源とする一括補助金による課税後労働所得の平準化のみが動学的影響を与える。個別リスクが存在する場合、労働所得税は、人的資本投資リスクをカバーすることで人的資本投資を促進し、より高い期待成長率をもたらすことを本稿では示した。

本稿のモデルでは、単純化のため人的資本が減耗しないという仮定をおいているが、人的資本の減耗を考慮した場合、個別ショックの持続性の違いによって異なる帰結が導かれる可能性がある。また、本稿では人的資本投資に関する連続的な個別リスクを扱ったが、個人が直面するリスクとしてより大きな問題となるのは、技術革新や、失業、疾病・死亡などによる非連続的なリスクであると思われる。これらに関する考察はさらなる課題として残される。

補論 A 経済の期待成長率と利子率の関係

ここでは、本論(21)式、(22)式が示す実物資本および人的資本の期待成長率と均衡利子率の関係について考察する。そのために、(21)式、(22)式に含まれる項について、利子率に関する符号を調べる。

(21)式分母と、(22)式分母に含まれる $r(1-P)-S(r)$ を、 P および $S(r)$ の定義から、利子率に関する条件に書き直すと、

$$r(1-P)-S(r) = \frac{\theta-1}{2\theta^2\sigma^2} \left(r^2 - 2(\phi-\theta\sigma^2)r + \phi^2 + \frac{2\theta\sigma^2\rho}{\theta-1} \right) \quad (\text{A-1})$$

となる。 $r \in (0, \phi)$ の範囲内で、(A-2)式が負になる領域が存在するためには、 $\phi > \theta\sigma^2$ かつ $\phi < \theta\sigma^2/2 - \rho/(\theta-1)$ が条件となるが、これらは互いに矛盾する。したがって、 $r \in (0, \phi)$ の範囲内では常に、 $r(1-P)-S(r) > 0$ である。

次に、貯蓄率 $S(r)$ の形状について考える。定義より、 $S(r)$ を利子率に関する式に書き直すと、

$$S(r) = \frac{\theta+1}{2\theta^2\sigma^2} \left(r^2 - \frac{2(\phi-\theta\sigma^2)}{\theta+1}r - \frac{\phi^2(\theta-1)+2\theta\sigma^2\rho}{\theta+1} \right) \quad (\text{A-2})$$

となる。したがって、非負の利子率および $\theta > 1$ のもとで、 $S(r) > 0$ となる利子率の範囲は、

$$r > r_1 \equiv \frac{\phi-\theta\sigma^2}{\theta+1} + \sqrt{\left(\frac{\phi-\theta\sigma^2}{\theta+1}\right)^2 + \frac{\phi^2(\theta-1)+2\theta\sigma^2\rho}{\theta+1}} \quad (\text{A-3})$$

である。 $\phi > \rho$ である限り、 $r_1 \in (0, \phi)$ である。以上を前提として、(21)式、(22)式の形状について考える。期待実物資本成長率 g_a と利子率の関係を示す(21)式については、 $r > r_1$ のとき、 g_a は正の値をとる。 $r < r_1$ のとき、(21)式分子は負値をとる。(21)式分母の括弧内は、利子率について、

$$\frac{\eta+\theta}{2\theta^2\sigma^2}r^2 - \frac{\eta(\phi-\theta\sigma^2)}{\theta^2\sigma^2}r - (1-\gamma)\frac{(\theta-1)\phi^2+2\theta\sigma^2\rho}{2\theta^2\sigma^2} \quad (\text{A-4})$$

と表される。但し、 $\eta \equiv 1 + \gamma(\theta-1)$ とおいている。(A-4)式が正となる利子率の範囲は、

$$r > r_2 \equiv \frac{\eta(\phi - \theta\sigma^2)}{\eta + \theta} + \sqrt{\left(\frac{\eta(\phi - \theta\sigma^2)}{\eta + \theta}\right)^2 + \frac{(1-\gamma)((\theta-1)\phi^2 + 2\theta\sigma^2\rho)}{\eta + \theta}} \quad (\text{A-5})$$

である。 $(\gamma\theta+1)\phi > \rho$ である限り、 $0 < r_2 < \phi$ となるので、本稿のパラメータ環境のもとでは、(A-4)式が正となる領域が $r \in (0, \phi)$ の範囲に存在することがわかる。また、 $r_2 < r_1$ であることも確認される。

以上より、(21)式は、 $r \in [0, \phi]$ の範囲で、次のように特徴づけられる。まず、(21)式は、 $(r-g_a)$ 平面の原点を通る。 $0 < r < r_2$ のとき、 $g_a > 0$ であり、 $r = r_2$ に漸近する。 $r_2 < r < r_1$ のとき $g_a < 0$ 、 $r_1 < r \leq \phi$ のとき $g_a > 0$ である。

次に、期待人的資本成長率と利子率の関係式(22)式の形状について考える。(22)式分子は、 $r=0, \phi$ においてゼロであり、 $0 < r < \phi$ の範囲で常に正値をとる。(22)式分母は、利子率について、

$$-\frac{T(\eta+\theta)}{2\theta^2\sigma^2}r^2 + \left(1 + \frac{T\eta(\phi-\theta\sigma^2)}{\theta^2\sigma^2}\right)r + \frac{(1-\gamma)T((\theta-1)\phi^2 + 2\theta\sigma^2\rho)}{2\theta^2\sigma^2} \quad (\text{A-6})$$

と表される。但し、 $T \equiv \alpha + \tau(1-\alpha)$ とおいている。(A-6)式が負となる利子率の範囲は、

$$r > r_3 \equiv \frac{\theta^2\sigma^2}{T(\eta+\theta)} + \frac{\eta(\phi-\theta\sigma^2)}{\eta+\theta} + D \quad (\text{A-7})$$

である。但し、

$$D = \sqrt{\left(\frac{\theta^2\sigma^2}{T(\eta+\theta)} + \frac{\eta(\phi-\theta\sigma^2)}{\eta+\theta}\right)^2 + \frac{(1-\gamma)((\theta-1)\phi^2 + 2\theta\sigma^2\rho)}{\eta+\theta}} \quad (\text{A-8})$$

とおいている。 $r_3 < \phi$ であるための条件は、

$$\phi > (\alpha + \tau(1-\alpha))\left(\phi r + \frac{(1-\gamma)(\phi-\rho)}{\theta}\right) \quad (\text{A-9})$$

であるが、(A-9)式右辺は、本稿のパラメータ環境のもとでは最大でも ϕ より大きく、 $r_3 > \phi$ であることがわかる。

以上より, $r \in [0, \phi]$ の範囲における (22) 式の形状は, 次のように特徴づけられる。まず, (22) 式は, $(r-g_a)$ 平面の原点を通り, $0 < r < \phi$ のとき, $g_h > 0$ であり, $r = \phi$ において $g_h = 0$ となる。

参考文献

- Diamond, Peter A. and James A. Mirrlees [1971] "Optimal Taxation and Public Production II: Tax Rules," *American Economic Review*, 61(3), March, pp. 261-278.
- Eaton, Jonathan and Harvey S. Rosen [1980] "Taxation, Human Capital, and Uncertainty," *American Economic Review*, 61(4), September, pp. 705-15.
- Ilu, Zulu [1993] "Risk Taking and Optimal Taxation in the Presence of Nontradable Human Capital," *IMF Staff Papers*, Vol. 40(3), September, pp. 622-637.
- Jones, Larry E. and Rodolfo E. Manuelli [1997] "The Sources of Growth," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21, pp. 75-114.
- Judd, Kenneth L. [1985] "Redistributive Taxation in a Simple Perfect Foresight Model," *Journal of Public Economics*, 28(1), October, pp. 59-83.
- Lucas, Robert E., Jr. [1988] "On the Mechanics of Development Planning," *Journal of Monetary Economics*, 22(1), July, pp. 3-42.
- [1990] "Supply-side Economics: An Analytical Review," *Oxford Economic Papers*, 42, pp. 293-316.
- Milesi-Ferretti, Gian Maria and Nouriel Roubini [1995] "Growth Effects of Income and Consumption Taxes: Positive and Normative Analysis," *NBER Working Paper*, No. 5317.
- Rebelo, Sergio [1991] "Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth," *Journal of Political Economy*, 99(3), pp. 500-521.
- Uzawa, Hirofumi [1965] "Optimal Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth," *International Economic Review*, 6, January, pp. 18-31.