

## 金融工学とコーポレートファイナンス（1）

鈴木輝好

### I はじめに

企業経営は、簡略化すると（1）投資家から資金を調達する、（2）調達した資金を事業に投資する、（3）事業投資により得られた利益を投資家に分配する、という3つのステップを繰り返すことで営まれている。コーポレートファイナンスでは、企業価値もしくは株主価値の最大化を達成するための最適な企業行動とその問題点に関する研究が、企業経営における3つのステップの各視点から進められてきた。例えば、ステップ(1)では投資する事業の価値を最大化するための資金調達のタイプやその組合せについて、ステップ(2)では資金調達ミックスに応じて選択すべき事業のリスクとリターンについて、ステップ(3)では投資家への最適な利益還元方法について、それぞれ経営者の立場から有益となる研究が進められてきた。

金融工学では、企業経営の第1ステップである資金調達についてコーポレートファイナンスとは逆に投資家の立場から研究が進められてきた。企業は投資家からより有利に資金調達することを目標とするので、投資家の第一義的な問題は証券の価格である。金融工学はオプションプライシングをはじめとするツールによりこの問題に取り組んできた。金融工学の目的は投資リスクの計量化であり、企業が発行する証券の価格付け問題は金融工学の主要なテーマの一つである。

これまで、(A) コーポレートファイナンスにおける資金調達分野と (B) 金融工学における企業発行証券の価格付け分野は、企業の発行する証券を共に分析

の対象としているにもかかわらず、経営者と投資家という立場とその目的の違いからあまり多くの成果を共有してこなかった。しかし、最近になって、両分野の成果を上手に利用する研究が増え始めた。本論文では、まず、両分野の成果を簡単にまとめ、その後で(A)分野において金融工学のツールを利用すると、いかに表現力の豊かな結果が導かれるかを Leland [1994] およびその周辺成果を解説しながら述べる。次に、「金融工学とコーポレートファイナンス(2)」において、(B)分野においてコーポレートファイナンスの成果を利用すると、いかに実務的に有意義な結果が得られるかを、Mella-Barral and Peraudin [1997] を解説しながら述べる。

## II 企業負債の評価と企業の資金調達問題

### 1 企業負債の評価モデル

企業負債の評価に関する研究は、以下に述べるように ① 誘導モデル、② 構造モデル、③ ハイブリッドモデル、そして ④ 戦略的行動モデルの4つに大別することができる。

まず、代表的な①誘導モデルには、Duffie and Singleton [1999] および Jarow and Turnbull [1995] がある。誘導モデルは、企業のデフォルト時点を外生的に定義したデフォルト過程で与える点の特徴で、デフォルト時点の残余資産配分についても外生的に与える。市場で観測されるクレジット・イールド・カーブを適切に表現できる点、クレジット・デリバティブなど派生商品へも柔軟に対応できる点で優れる。反面、企業の事業活動や株主・債権者といった負債契約関係者の行動を捨象するため、コーポレートファイナンス分野への応用が難しく、また企業のバランスシート情報を価格に反映させることができない。

次に、代表的な②構造モデルには Merton [1974], Black and Cox [1976], Longstaff and Schwartz [1995], Briys and de Varenne [1997] がある。基本的な構造モデルは、企業の単純なバランスシートを想定し、デフォルト時点を企業資産価値がある一定の閾値を下回った時点で与える。企業価値の変動を確

率過程で定義することで、デフォルト時点と残余資産配分が同時にモデル化される。企業の財務構成を反映させることができるため、コーポレートファイナンス分野への応用性に優れ、後述する④戦略的行動モデルの土台となる。また、KMV コーポレーションの信用力測定モデルや JP モルガン社の VaR (Value at Risk) 値算出モデルなど実務的な応用でも成功を収めている。反面、内生的にデフォルト時点を扱うため価格モデルが複雑になり、市場で観測されるクレジット・イールド・カーブの表現やクレジット・デリバティブへの応用が難しいとされる。最近の結果では、企業の財務レバレッジが中心回帰する傾向にあることを反映した Collin-Dufresne and Goldstein [2001] がある。①②については木島・小守林 [1999] が詳しい。

次に、代表的な③ハイブリッドモデルには、Madan and Unal [2000], Kijima and Suzuki [2001], Duffie and Lando [2001] がある。誘導モデルを基本とする Madan and Unal [2000] は、企業のデフォルト過程が企業価値の関数となるようにモデル化することで構造モデルへの接近を試みた。構造モデルを基本とする Kijima and Suzuki [2001] は企業価値過程をジャンプ拡散過程とし、ジャンプ強度を時間の関数とすることで、クレジット・イールド・カーブの柔軟な描写を可能にした。Duffie and Lando [2001] は企業の財務内容は不完全にしか把握できないことを勘案した構造モデルを提唱し、誘導モデルとの融和を図った。いずれも誘導モデルと構造モデルの長所のみを継承しようとする試みである。

最後に、代表的な④戦略的行動モデルには、Mella-Barral and Perraudin [1997], Anderson and Sundaresan [1996], Leland [1994] がある。これらはコーポレートファイナンス分野における企業の最適な財務構成に関する研究と密接に関わる。企業の最適な財務構成問題への取り組みは、大別すると、負債や株式といった財務契約と関係当事者間に発生する摩擦を所与として企業の最適な「資本構成」を分析するグループと、関係当事者間の様々な摩擦を解消するための最適な財務契約、すなわち「セキュリティ・デザイン」を導出するグ

グループに分けることができる。また、近年、両グループともに負債の企業再編機能 (debt reorganization) を積極的に取り扱っている。Mella-Barral and Perraudin [1997] は、主として「資本構成」グループで得られた結果を構造モデルに反映させた。Anderson and Sundaresan [1996] は、主として「セキュリティ・デザイン」グループで得られた結果を構造モデルに反映させた。どちらも負債の企業再編機能に着目し、倒産間際の関係当事者の戦略的行動を考慮することによって、価格モデルの精緻化をはかった。一方、Leland [1994] は、最適な資本構成を定量的に与えるためには合理的な負債価格が必要不可欠であるとし、構造モデルをベースにして最適な資本構成問題に取り組んだ。負債の企業再編機能はモデル化しないが、最適資本構成を中心に議論しており、コーポレートファイナンスの立場から金融工学のツールを利用している。その他の戦略的行動モデルには、株式の債務化と最適配当を扱った Fan and Sundaresan [2000]、および債務再編時の戦略的行動をより精緻化した Mella-Barral [1999] がある。

## 2 資金調達問題

### 1) MM 命題

Modigliani and Miller [1958] をはじめとして、コーポレートファイナンス分野では、企業の財務構成の多様性を説明するため、もしくは企業にとっての最適な財務活動 (資本構成等) を導出するために、様々な研究が進められてきた。これらの結果のうち、戦略的行動モデルと関わりが深い結果について概観する。

Modigliani and Miller [1958] は以下のような仮定のもと「資本構成は企業価値に影響を与えない」という MM 命題を示した。

MM 命題の仮定：

- ① すべての投資家は企業の将来の利益に同質な期待を持つ。

- ② 企業の将来における利益の期待値は一定。
- ③ 企業は株式と負債を発行できる。
- ④ 個人も企業も同じ安全利子率で無限に借り入れ、貸し出しができる。
- ⑤ 資本市場は摩擦が無く完全競争的であり、裁定機会が存在しない。
- ⑥ 法人税、個人所得税、取引コスト、倒産コストが無い。
- ⑦ 企業の経営者は企業価値を最大化しようとする。
- ⑧ 投資意思決定は資本構成と独立。

MM 命題は、企業が多様な資本構成を持つことを説明する一方で、経営者が資本構成についてあれこれ悩むことが無意味であるという結果を導く。もちろんこの結果は、仮定に依存する。資本構成の理論はこれらの仮定を緩和することによって発展した。

## 2) MM 命題の修正

まずは、Modigliani and Miller [1963] により、企業には法人税が存在することが勘案された。企業が負債を発行した場合の支払利子は損金に算入することができる。逆に株式への配当は損金とはできない。したがって、法人税が企業の利益に対して課される場合、負債の発行は税金の支払いを少なくする効果を持ち、企業価値を高める。すなわち MM 命題において、法人税を考慮すると、企業は無限に負債を発行することが最適な行動となる。

次には、個人への所得税が考慮された。個人への所得税は、株式のキャピタルゲインと利子収入のインカムゲインに対して異なるのが通常である。負債投資のリターンが利子収入から個人所得税を控除したものと仮定し、株式投資のリターンは企業利益に法人税および個人所得税を控除したものと仮定すると、両者のバランスは税率次第となり、特別な場合を除いて企業は負債もしくは株式のどちらかを選好することになる。

その次に考慮されたのは倒産コストの存在である。倒産コストには、直接倒産コストと間接倒産コストがある。直接倒産コストとは、実際に倒産が発生し

た際に支払うことになる法務費用や資産の投売りにより発生するコストのことである。

一方、間接倒産コストには大きく2つに分けられる。一つの間接倒産コストは、財務的困窮時に発生するコストである。企業が財務的困窮にさらされる、もしくはそれが期待されると、例えばその企業に商品を納入する企業は売掛金の早期回収を望むであろうし、取引を止めることもある。このような事態になると企業は収益機会を失うことになる。こうした費用の発生は負債を利用してはいるからに他ならない。

二つの間接倒産コストは、負債利用に伴うエージェンシー・コストである。これはエージェントである株主とプリンシパルである債権者の間に生じる利害の対立により発生し、次の4つが考えられる。第一は、債券の希薄化である。株主は、最初の負債発行後に、新たに前の債券よりも優先度が高い債券を発行することにより、既発行債権者から富を得ることができる。コストは既発行債券者が株主のこの行動を予想すること、制御できないことから発生する。第二は、資産代替 (asset substitution) である。株主は有限責任の下、利益は無限に受けることが可能なので、当初想定したよりも、よりリスクの高い事業へ投資を変更する可能性がある。これは債権者の利益にはならず、負債利用にコストが発生する。第三の負債利用に伴うエージェンシー・コストは、「過少投資問題」に起因する。債権者にとっては投資が望まれても株式保有者から見ると投資しないほうが良い場合があり、企業は現在価値が正である投資機会を失う可能性がある。また、負債を発行すると、株主の有限責任原則が、企業価値最大化の制約になることがある。このときも過少投資問題が発生する。その他の負債利用に伴うエージェンシー・コストとしては、コレクティブ・アクションの問題がある。企業が倒産に瀕し、そのときに多数の債権者がいる場合、例えば、戦略的に相手の譲歩を引き出そうとする債権者がいた場合、企業再建の道は容易にならず、乗っ取り屋的に行動する債権者に利益をもたらす。これは、負債利用に伴うコストと考えてよい。

ここまでで MM 命題の仮定を税と倒産コストについて緩和した。このときの企業価値は、

$$\begin{aligned} \text{負債発行企業の企業価値} &= \text{負債を発行しない企業の企業価値} \\ &+ \text{税の効果} - \text{直接倒産コスト} - \text{間接倒産コスト} \end{aligned} \quad (1)$$

と表すことができる。ただし、

$$\text{間接倒産コスト} = \text{財務的困窮に伴うコスト}$$

+ エージェンシー・コスト (希薄化、資産代替、過少投資問題、その他) である。以上のような節税効果と倒産コストのトレードオフ関係を勘案した財務構成に関する考え方はバランス理論と呼ばれており、次節で解説する Leland [1994] の基本的な枠組みとなる。

ここまでは、負債利用のコストについて示したが、負債を利用することにはいくつかのメリットもある。例えば、経営者は余剰な資金を持った場合に株主以外の利益のためにこれを使う可能性がある。これは経営者と株主のエージェンシー問題である。負債発行は、企業の余剰なフリー・キャッシュフローを減らし、経営者の規律を正す効果があると言われており、負債利用が経営者の監視を担うと考えられている。このように、企業の資本構成を調節することで、経営者の非効率的行動を制御し、いかにエージェンシー・コストを小さくするかという問題は、Jensen and Meckling [1976] 以降、盛んに議論されてきた。詳しくは倉沢 [1989] を参照されたい。また、MM 命題とその仮定の緩和については古川他 [2001] を参照されたい。バランス理論については池尾・広田 [1992] が詳しく、日本における実証研究も行っている。

### III Leland モデル

バランス理論では、一般的に企業の負債価格を CAPM (Capital Asset Pricing Model) に基づいて与えてきたため、個別企業固有の状態を表す財務レバレッジ等と負債価格が直接に相互依存する関係を上手く記述できなかった。そこで、Leland [1994] は、バランス理論を金融工学のツールにより記述し、最

適な資本構成と合理的負債価格に関する統一的なモデルを提唱した。モデルは、最適レバレッジと負債価格の解析解を与え、最適レバレッジが事業リスク、法人税、倒産コスト、無リスク金利、財務制限条項からどのような影響を受けるかを明らかにした。また、財務制限条項が資産代替問題を解決する手段になり得ることを、株主価値関数の凸性を調べることで、および実際に企業価値を数値比較することで明らかにした。Leland が行った財務制限条項に関する分析は、昨今、活発に取引されるようになってきた証券化商品における様々なトリガー条項の有効性を分析する上での基礎となる可能性がある。以下では、まずモデルを解説し、次に得られた結果の実務との関連について述べる。

## 1 モデル

本節を通じて、資本市場には取引の摩擦や情報の非対称性が無く、企業および投資家はリスク中立的であり無リスク金利で無限に現金を借り入れ、また運用ができることと仮定する。

企業の事業資産価値  $V$  が確率微分方程式

$$\frac{dV}{V} = \mu(V, t)dt + \sigma dW \quad (2)$$

に従うと仮定し、企業の発行する株式および負債を  $V$  の派生証券と考える。Modigliani and Miller [1958] と同様に、事業資産価値の収益率は資本構成の影響を受けず、また、企業は一度決めた資本構成を変更しないと仮定する。企業は株式  $E(V)$  と永久債  $D(V)$  を発行しており、債権者には、デフォルトするまでの間、瞬間的なクーポン  $C$  (一定) が連続的に支払われるものとし、無リスク金利  $r$  を一定とする。このとき、事業資産  $V$  が有価証券のように市場で取引可能ならば、無裁定条件<sup>1)</sup> から  $D(V)$  は常微分方程式

1) 無裁定価格  $D(V)$  が満たすべき偏微分方程式の導出方法については木島 [1999] の40ページを参考にせよ。通常、式(3)は時間項を含む偏微分方程式となる。ここでは、企業負債が満期を持たない永久債であること、無リスク金利  $r$  と事業資産のボラティリティ  $\sigma$  が時間と状態に依存しないことを仮定し、式(3)を常微分方程式とした。Merton [1973] が示した永久アメリカン・プットオプションの解析的モデルと同じ枠組みである。



$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 D''(V) + rVD'(V) - rD(V) + C = 0 \quad (3)$$

を満たす。これはオイラー方程式であり、定理1 (付録参照) から一般解

$$D(V) = \frac{C}{r} + A_1 V + A_2 V^{-X} \quad (4)$$

を持つ。ただし

$$X = \frac{2r}{\sigma^2} \quad (5)$$

で、 $A_1$  と  $A_2$  は未知パラメータである。

ここで、企業の倒産は、事業価値  $V$  がある閾値  $V_B$  まで到達した最初の時刻に起こると仮定する。また、倒産時に発生する直接倒産コストを  $\alpha V_B$  とする。このとき境界条件は

$$\begin{cases} V = V_B \text{ のとき } D(V) = (1 - \alpha) V_B \\ V \rightarrow \infty \text{ のとき } D(V) \rightarrow C/r \end{cases} \quad (6)$$

であるから、一般解(4)より

$$D(V) = \frac{C}{r} + \left\{ (1 - \alpha) V_B - \frac{C}{r} \right\} \left( \frac{V}{V_B} \right)^{-X} \quad (7)$$

を得る<sup>2)</sup>。ただし  $0 \leq \alpha \leq 1$  である。

さて、最適レバレッジを議論するためには、企業価値  $v(V)$  および株主価値  $E(V)$  が必要である。ここでは前節で簡単に解説したバランス理論に基づき、企業価値  $v(V)$  は事業価値  $V$  に節税効果  $TB(V)$  を加え倒産コスト  $BC(V)$  を差し引いた額

$$v(V) = V + TB(V) - BC(V) \quad (8)$$

で与えられるとする<sup>3)</sup>。また株主価値はバランスシートの制約式

$$E(V) = v(V) - D(V) \quad (9)$$

2) 式(7)は金融工学におけるオプションプライシングというツールを用いて得られた結果である。金融工学における研究では、この後、式(7)から得られるクレジットカーブと市場で観測される実際のクレジットカーブの整合性などを議論し、イールドスプレッドオプションやクレジットデフォルトスワップの価格付けを行う。

3) バランス理論では企業価値は式(1)で与えられた。ここでは間接倒産コストは考えない。

により得る。

以下では、節税効果  $TB(V)$  および倒産コスト  $BC(V)$  を負債価格  $D(V)$  と同様の方法で算出する。節税効果  $TB(V)$  は、法人税率を  $\tau$  とすると、倒産までの間  $\tau C$  を連続的に得る証券と考えることができる。したがって、無裁定条件により、 $TB(V)$  は式(3)において  $D(V)$  を  $TB(V)$  に置き換えた常微分方程式(オイラー方程式)を満たす。境界条件は

$$\begin{cases} V=V_B \text{ のとき } TB(V)=0 \\ V \rightarrow \infty \text{ のとき } TB(V) \rightarrow \tau C/r \end{cases}$$

であるから、定理1(付録参照)より

$$TB(V) = \frac{\tau C}{r} - \frac{\tau C}{r} \left( \frac{V}{V_B} \right)^{-x} \quad (10)$$

を得る。一方、倒産コスト  $BC(V)$  は、倒産時に  $\alpha V_B$  を得る証券と考えることができるから、やはり式(3)において  $D(V)$  を  $BC(V)$  に置き換えた常微分方程式を満たす。境界条件は

$$\begin{cases} V=V_B \text{ のとき } BC(V) = \alpha V_B \\ V \rightarrow \infty \text{ のとき } BC(V) \rightarrow 0 \end{cases}$$

であるから、定理1(付録参照)より

$$BC(V) = \alpha V_B \left( \frac{V}{V_B} \right)^{-x} \quad (11)$$

を得る。結局、式(8)、(10)、(11)から、企業価値

$$v(V) = V + \frac{\tau C}{r} - \frac{\tau C}{r} \left( \frac{V}{V_B} \right)^{-x} - \alpha \left( \frac{V}{V_B} \right)^{-x} \quad (12)$$

を、また式(7)、(9)、(12)から株主価値

$$E(V) = V - (1-\tau) \frac{C}{r} + \left\{ (1-\tau) \frac{C}{r} - V_B \right\} \left( \frac{V}{V_B} \right)^{-x} \quad (13)$$

を導出できる。

以上でバランス理論を金融工学的アプローチにより記述できた。次に、倒産を引き起こす企業価値の閾値  $V_B$  に着目して内生的な倒産をモデル化し、その

後で最適レバレッジを求める。

## 2 内生的倒産と負債価格

負債が何ら財務制限条項を持たない場合、企業は企業価値  $v(V)$  を最大化させるように倒産発生の閾値  $V_B$  を選択する<sup>4)</sup>。またこのように選択された  $V_B$  の最適値を  $V_B^*$  と書くことにする。内生的倒産とは、企業価値  $v$  が閾値  $V_B^*$  まで下落した最初の時点で起きる自発的な倒産を指す。式(12)から、

$$V_B > 0 \text{ のとき } \frac{\partial v}{\partial V_B} < 0$$

であるから、企業価値の最大化は、有限責任原則  $E(V) > 0$  を満たす範囲で、できるだけ  $V_B$  を小さくすることにより達成される。永久債の利子は株価が正值であるかぎり、増資により賄われ、金利不払いによる倒産は起きないと仮定する。ここで、どのような  $V_B$  を選んでも  $E(V_B) = 0$  であり、また

$$V_B < (1-\tau) \frac{C}{r} \quad (14)$$

のとき  $E(V)$  は凸関数であるから、結局、企業価値の最大化は、株主価値の“smooth-pasting”条件

$$\left. \frac{dE}{dV} \right|_{V=V_B} = 0 \quad (15)$$

により与えられる。式(15)を解くと内生的倒産を決める閾値

$$V_B^* = \frac{(1-\tau)C}{r + \sigma^2/2} \quad (16)$$

を得る。株主価値の smooth pasting 条件は、株主価値  $E(V)$  を  $V_B$  に関して最大化させている点に注意したい<sup>5)</sup>。株主は、会社を倒産させる権利を持つとしても、企業価値を最大化させる閾値  $V = V_B^*$  で倒産させるので、 $V_B^*$  は誘

4) 代表的な構造モデルである Black and Cox [1976]、Longstaff and Schwartz [1995]、Briys and de Varenne [1997] は、有限満期の負債を扱い、倒産をもたらす閾値（ここでは  $V_B$ ）を無リスク債の価格などを用いて外生的に与えた。

5) 実際に、関数  $E$  を  $V_B$  に関して最大化させれば式(16)が得られる。 $E$  の  $V_B$  に関する微係数が  $V$  に関して恒等的にゼロになるようにすればよい。

因両立性 (incentive compatibility) を持つ。

さて、式(16)を式(7), (12), (13)に代入すると、内生的倒産を仮定した負債価格、企業価値、株主価値をそれぞれ

$$D(V) = (C/r) \{1 - (C/V)^X k\} \quad (17)$$

$$v(V) = V + (\tau C/r) \{1 - (C/V)^X h\} \quad (18)$$

$$E(V) = V - (1 - \tau)(C/r) \{1 - (C/V)^X m\} \quad (19)$$

のようにできる。ただし、

$$m = \left\{ \frac{(1-\tau)X}{r(1+X)} \right\}^X / (1+X)$$

$$h = \{1 + X + \alpha(1-\tau)X/\tau\} m$$

$$h = \{1 + X - (1-\alpha)(1-\tau)X\} m$$

である。

Leland は、比較静学を行うことにより、既存研究を支持する多くの結果を得た<sup>6)</sup>。ただし、ジャンク債の振る舞いについてはやや異なり、例えば、 $V \rightarrow V^*_B$  のとき、 $\sigma$  を限界的に上昇させると、負債価格は上昇した。これは、 $\sigma$  の上昇により内生的に決定した  $V^*_B$  が下降し、そのせいで負債価格が上昇したものである。

次に内生的倒産を仮定した場合の最適レバレッジを求める。永久債の額面が  $C/r$  で与えられることに注意すると、最適レバレッジは、企業価値(18)について最大化することにより決定される。これにより得られるクーポンを  $C^*$  とすると、

$$C^*(V) = V \{(1+X)h\}^{-1/X} \quad (20)$$

である。したがって式(17), (18), (20)から、最適レバレッジ (負債価格/企業価値) は

$$L^* = \frac{D(V)|_{C=C^*}}{v(V)|_{C=C^*}} = \frac{\{(1+X)h\}^{-1/X} [1 - k\{(1+X)h^{-1}\}]/r}{1 + (\tau/r) \{(1+X)h\}^{-1/X} \{X/(1+X)\}}$$

6) Black and Cox [1976] と同様の結果で、例えば倒産コストを上げると負債価格は下がり、税率を上げると倒産閾値が下がることを通じて負債価格は上昇することなど。

により与えられる。最適レバレッジは  $V$  に依存しない。

以上が Leland [1994] の主要な結果である。企業価値を最大化させるための節税効果と信用力の最適なバランス値を不確実性の下で解いた。数値例によれば、倒産コスト  $\alpha=0.5$ 、法人税率  $\tau=0.35$ 、事業リスク  $\sigma=0.15$  とすると、最適レバレッジは75%から90%になることが示された。CAPM を基に負債価格を与えるそれまでのバランス理論では、個別企業のパラメータをダイレクトに反映した最適レバレッジを求めることはできず、比較静学が難しいという欠点があった。これまでは投資家の立場から利用されてきたオプションプライシングという金融工学のツールを使ってはじめて得られたこの結果は、比較静学を容易にし、企業経営者や証券アナリストという実務家に、節税コストと倒産コストをバランスさせるには、どの程度の借入れをすべきかを、はじめて個別企業の固有なパラメータを用いて自己完結的に示した<sup>7)</sup>。

モデルの限界の一つに、企業収益を明示的にモデル化しなかったために、倒産目前の企業でも節税効果を最大限に得ることにあろう。一般には、倒産危険の高まっている企業は、節税効果を十分得られるほど利益を出せない。また、企業はあらゆる手立てを用いて節税効果を達成しようとする傾向があるため、利払い費用の全額に節税効果があるとする本モデルの節税効果は大きすぎる可能性がある。

また、Mella-Barral and Perraudin [1997] は、Leland [1994] モデルにより、現実的な負債価格を決定するには、非現実的に高い倒産コストを設定する必要があることを指摘している。Leland [1994] は負債価格モデルとしては限界的であろう。

ところで、本邦では、2000年3月期より、商法上の大会社に税効果会計が導

7) 財務レバレッジの平均的水準は、業種固有の事情により異なるといわれている。例えば、電力会社はその公共性から高いレバレッジが許されているが、製薬会社は製品開発リスクが高いことから自己資本を厚くせざるを得ない。Collin-Dufrense and Goldstein [2001] は、業界特有の財務レバレッジが存在することを勘案して、財務レバレッジが平均回帰的な動きをする負債価格モデルを提唱した。

入された。これを受けて税法上は損金に算入できないが、いずれ発生するであろう損失のために引当てた費用を、繰延税金資産（前倒しに支払われた税金）として実際に資産計上する企業が増えてきた。繰延税金資産は、企業の信用力を上げる効果があるが、一方でデフォルトとともに消失するので企業の信用力の影響を受ける。したがって、繰延税金資産を持つ企業の負債評価は、企業信用力と繰延税金資産時価の同時決定問題に帰着されるであろう。ただし、繰延期間は5年（米国は1年）であり有限満期を持つことから、Leland [1994] のように常微分方程式の問題に帰着させるのは難しいであろう。

### 3 財務制限条項と資産代替問題

Leland [1994] は、コーポレートファイナンスにおいて盛んに議論されてきた資産代替問題についても、金融工学手法を利用することにより、それまでの定性的議論を定量化した。資産代替とは事業を相対的にリスクの高いものに移行することをいい、事業資産ボラティリティを上昇させることにより表現できる。

いま、純資産を非負値に保つような財務制限条項<sup>8)</sup>がある場合を考える。純資産を事業資産価値  $V$  から当初資金調達額  $D_0(V_0)$  を引いたもので定義すると、倒産の閾値は  $V_B = D_0(V_0)$  で与えられる。一方で、 $D_0(V_0)$  はもともと式(7)で定義されるから、 $D_0(V_0)$  に関して式

$$D_0(V_0) = \frac{C}{r} + \left\{ (1-\alpha)D_0(V_0) - \frac{C}{r} \right\} \left( \frac{V}{D_0(V_0)} \right)^{-x}$$

が成立する。 $D_0(V_0)$  の解析解は得られないが、縮小写像の原理を用いれば数値的に容易に解ける問題である。最適レバレッジについても数値的に求めることができ、内生的倒産モデルの場合と比較して、最適レバレッジが低いこと、およびその時の企業価値もより低いことが示される。主な原因は節税効果の減少で、これは財務制限条項が倒産を早めることに起因する。

8) 債務超過ではないことを要求する条項。実際には、自己資本比率の下限や格付けの下限に関する条項が設けられることが多い。短期債務のロール・オーバー契約や融資のコミットメントライン契約においてよく見られる。

さて、節税効果を考えると、企業は財務制限条項を持たない負債を発行すべきであるが、資産代替問題がある場合は、財務制限条項付きの負債が選択される可能性がある。内生的倒産モデルでは、株主価値はコールオプションと同様に凸関数となった<sup>9)</sup>。このとき株主はよりハイリスクな事業を事後的に選択し、株主価値を高めるとともに負債価値を減少させることができる。一方、前述のような財務制限条項がある場合、Leland [1994] は最適なレバレッジにおける株式価格は凹関数になることを数値的に示した。事業のボラティリティを上げても株主価値は上昇しないので、資産代替問題は発生しない。財務制限条項は、債務を保護するだけでなく、株主のインセンティブに大きな影響を与える点に注意を要する。

資産代替問題があると、株主と債権者の間にエージェンシー・コストが発生し、債権者は事業資産のボラティリティを高く予想し、負債価格をより低く評価する。実際に数値例では、他のパラメータを同じにして、財務制限条項の無い負債を発行する企業の $\sigma$ を20%から60%まで大きくすると、その企業の価値は、財務制限条項を持つ負債を発行する企業( $\sigma=20\%$ )の価値を下回ってしまうことが示された。

大企業が情報公開すること無く事業のボラティリティを20%から60%に変更したならば、それ以降、その市場からの資金調達は諦めなければならないであろう。社債であれば、2度と起債できなくなるし、融資であれば、借り手・貸し手の関係悪化は避けられない。したがって資産代替問題は小規模にしか起こらないと予想される。しかし、Lelandの結果から、小規模の資産代替に対しては、純資産を非負債に保つ財務制限条項は厳しすぎるのがわかった。金融機関が企業に融資する際には、必ず資金用途を尋ねる。その事が負債契約に盛り込まれる訳ではないが、信義則により資産代替問題を防いでいるのが現状であることと整合する。ところで資産代替問題により発生するエージェンシー・

9) 価格関数が凸性を持つ場合、価格はコールオプションと同様にボラティリティに正に感応する。オプションを持つ凸性についてはKijima [2002] が詳しい。

コストも含めて、資金調達最適化をモデル化したものに Leland [1998] がある。現実的なパラメータ設定のもとでは、エージェンシー・コストがクレジット・スプレッドに占める割合は小さいと報告している。

小規模な会社においては、実際に事業のボラティリティを20%から60%に変更する可能性がある。このときは純資産を正に保つような財務制限条項は有効である。ただし、制限値  $V_B$  を  $(1-\tau)C/r$  よりも下げると、式(14)から、株主価値関数  $E(V)$  が凸関数になってしまい資産代替問題が解決しない点に注意を要する。式(14)右辺は企業の実質的な債務負担額に相当するから、実際には節税効果が十分に得られていない低収益企業において問題が起きる。

ところで Leland [1994] は負債を永久債に限定したが、この制約を外したものに Leland and Toft [1996] がある。有限満期の負債を連続的に発行・償還するモデル化を行い、企業の総負債価値が時間に独立となるモデル化を行った。負債を連続的に発行する状況は一般企業では考えにくいという批判があるが、昨今、本邦でも拡大している証券化商品市場では、そうとも限らない。証券化商品は、ある特定の資産を担保に優先債と劣後債を発行する形式が一般的であり、優先債は企業の負債、劣後債は株式と考えればよい。その中でも、マスタートラスト形式<sup>10)</sup>と呼ばれる仕組みでは、毎月負債を発行し毎月負債を償還するので Leland and Toft [1996] は現実的である。証券化商品は、関連当事者が少ないことからバランス理論をはじめとするコーポレートファイナンスの結果を利用しやすく、理論を試す格好の対象であろう。投資家保護のために付されている様々なトリガー条項についても、その有効性はコーポレートファイナンスの結果を用いて議論することができる。例えば、ある種のトリガー条

10) 銀行の貸付資産などの流動化において利用される仕組みである。特別目的会社は、銀行が貸付を実行するたびにその貸付債権を譲り受け、その対価を譲り受けた貸付債権を担保に発行する(一般に優先劣後構造を持つ)負債で調達する。その後貸付資産が満期を迎えると特別目的会社の発行する負債が償還される。ある程度時間が経過すると、特別目的会社は、銀行が貸付を実行している限り、新たに負債を発行し同時に過去に発行した負債を償還する定常状態になる。



項と劣後債保有者のインセンティブ問題<sup>11)</sup>は、Leland [1994] の財務制限条項と資産代替問題のようにその関係を明らかにできる可能性がある。

Leland [1994] は一度決めた資本構成を変えないと仮定したが、動的に資本構成を変更するモデルとして Goldstein, Ju, and Leland [2001] がある。企業がいつでも融資額を増額できる権利を持つ融資契約を扱い、最適資本戦略を与える。第 I 節において企業経営は簡略化すると (1) 資金の調達, (2) 投資の決定, (3) 利益の分配, の 3 つのステップからなると述べた。このうち、コーポレートファイナンスでは (2) 投資の決定問題において、不確実性を考慮した最適投資戦略について、リアルオプションの考え方を用いて研究を進めてきた。不確実性下において動的に戦略を最適化する問題は金融工学において盛んに研究されており、今後は企業経営の第 (1) ステップである資金調達分野での応用が期待される。

### III さ い ご に

Leland [1994] は、Modigliani and Miller [1958] をはじめとする企業の最適レバレッジ問題を、金融工学のツールであるプライシング技術を用いて定式化した。その結果、最適レバレッジは企業価値の不確実性を考慮したより説得力のある値に定められた。また、最適レバレッジは、金融工学における永久アメリカンオプションの取り扱いを踏襲することにより解析解で与えられた。その結果、これまでのコーポレートファイナンスでは仮定として与えていた企業価値と株主価値の凸性に関してその有効範囲が明らかになり、より定量的にエージェンシー・コスト発生の原理などが示された。

以上のように Leland [1994] の結果の多くは、金融工学のツールであるプライシング技術に依存していると言ってよい。本論文は、Leland [1994] を解

11) 脚注10)を例にすると、特別目的会社の発行する劣後債は貸付資産を流動化した銀行が保有するのが一般的である。劣後保有額があまり多いと会計上オフバランスできないが、あまり少ないと流動化している貸付資産を優良化しようとするインセンティブが無くなり優先債の信用度が下がる。

説することにより、金融工学のツールがコーポレートファイナンス分野において有用であることを示した。

### 付録 オイラー方程式とその一般解

一般線形常微分方程式のうち

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + a_1 x \frac{dy}{dx} + a_2 y = R(x) \quad (21)$$

は2階のオイラー方程式と呼ばれ、変数変換により一般解が求まる場合が多い。以下に示す定理1、定理2はともに、一般解を式(21)に代入すれば証明される。詳しくは春日屋 [1973] を見よ。

**定理1** オイラー方程式(21)は、 $R(x) = a_3$  のとき、 $A_1$  と  $A_2$  を未知パラメータとして、一般解

$$y = \frac{a_3}{a_2} + A_1 x^{\lambda_1}$$

を持つ。ただし、 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  は同次方程式

$$\lambda^2 + (a_1 - 1)\lambda + a_2 = 0 \quad (22)$$

の解で、 $a_2 \neq 0$  とする。

**定理2** オイラー方程式(21)は、 $R(x) = a_3 x + a_4$  のとき、 $A_1$  と  $A_2$  を未知パラメータとして、一般解

$$y = \frac{a_3}{a_1 + a_2} x + \frac{a_4}{a_2} + A_1 x^{\lambda_1} + A_2 x^{\lambda_2}$$

を持つ。ただし  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  は同次方程式(22)を満たし、 $a_1 + a_2 \neq 0$  とする。

### 参考文献

- 池尾和人・広田真一 [1992] 「企業の資本構成とメインバンク」(堀内昭義・吉野直行編『現代日本の金融分析』東京大学出版会)。  
 春日屋伸昌 [1973] 『わかる常微分方程式』日新出版。  
 木島正明 [1999] 『期間構造モデルと金利デリバティブ』朝倉書店。  
 木島正明・小守林克哉 [1999] 『信用リスク評価の数理モデル』朝倉書店。  
 倉沢資成 [1989] 「企業金融理論とエイジェンシー・アプローチ」(伊藤元重・西村

- 和雄編『応用ミクロ経済学』東京大学出版会)。
- 古川浩一・蜂谷豊彦・中里宗敬・今井潤一 [2001] 『基礎からのコーポレートファイナンス』中央経済社。
- Anderson, R. W. and S. Sundaresan [1996] "Design and Valuation of Debt Contracts," *Review of Financial Studies*, Vol. 9, pp. 37-68.
- Black, F. and J. C. Cox [1976] "Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions," *Journal of Finance*, Vol. 31, pp. 351-367.
- Briys, E. and F. de Varenne [1997] "Valuing Risky Fixed Rate Debt: An Extension," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 32, pp. 239-248.
- Collin-Dufresne, P. and R. Goldstein [2001] "Do Credit Spreads Reflect Stationary Leverage Ratios?," *Journal of Finance*, Vol. 54, pp. 1929-1957.
- Duffie, D. and D. Lando [2001] "Term Structure of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information," *Econometrica*, Vol. 69, pp. 633-664.
- Duffie, D. and K. Singleton [1999] "Modeling Term Structure of Defaultable Bonds," *Review of Financial Studies*, Vol. 12, pp. 687-720.
- Fan, H. and S. M. Sundaresan [2000] "Debt Valuation, Renegotiation, and Optimal Dividend Policy," *The Review of Financial Studies*, Vol. 13, pp. 1057-1099.
- Goldstein, R., N. Ju and H. Leland [2001] "An EBIT-Based Model of Dynamic Capital Structure," *Journal of Business*, Vol. 74, pp. 483-512.
- Jarrow, R. A. and S. M. Turnbull [1995] "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk," *Journal of Finance*, Vol. 50, pp. 53-86.
- Jensen, M. and W. Meckling [1976] "Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs, and Ownership Structure," *Journal of Financial Economics*, Vol. 4, pp. 405-360.
- Kijima, M. [2002] "Monotonicity and Convexity of Option Prices Revisited," *Mathematical Finance*, Vol. 12, forthcoming.
- Kijima, M. and T. Suzuki [2001] "A Jump-Diffusion Model for Pricing Corporate Debt Securities in a Complex Capital Structure," *Quantitative Finance*, Vol. 1, pp. 611-620.
- Leland, H. [1994] "Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure," *Journal of Finance*, Vol. 49, pp. 1213-1252.
- [1998] "Agency Costs, Risk Management and Capital Structure," *Journal of Finance*, Vol. 49, pp. 789-819.
- Leland, H. and K. B. Toft [1996] "Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spreads," *Journal of Finance*, Vol. 51,

pp. 987-1019.

- Longstaff, F. and E. Schwartz [1995] "A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt," *Journal of Finance*, Vol. 50, pp. 789-819.
- Madan, D. and H. Unal [2000] "A Two-Factor Hazard Rate Model for Pricing Risky Debt and the Term Structure of Credit Spreads," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 35, pp. 43-65.
- Mella-Barral, P. [1999] "The Dynamics of Default and Debt Reorganization," *The Review of Financial Studies*, Vol. 12, pp. 535-578.
- Mella-Barral, P. and W. Perraudin [1997] "Strategic Debt Service," *Journal of Finance*, Vol. 52, pp. 531-556.
- Merton, R. C. [1973] "Theory of Rational Option Pricing," *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, pp. 143-183.
- [1974] "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates," *Journal of Finance*, Vol. 29, pp. 449-469.
- Modigliani, F. and M. Miller [1958] "The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment," *American Economic Review*, Vol. 48, pp. 261-297.
- [1963] "Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction," *American Economic Review*, Vol. 53, pp. 433-443.