

バビロニア数学研究ノート

室井和男 (Kazuo Muroi)

I バビロニア数学とギリシア数学の関係

§ 1. 関連の有無

バビロニア数学がギリシア数学へどのような影響を及ぼしたのかについては様々な意見があり定説がない。一般に、バビロニア数学の研究者は、ギリシア数学の中にバビロニアの影響を認めるが、ギリシア数学の研究者はそれを否定する傾向がある。前者の論拠は、バビロニアの2次方程式とユークリッド原論第2巻の類似性にあり、後者のそれは、原論第2巻の主題は「幾何」でありバビロニアのような「代数」ではないという点にある。私の考えは前者のそれであり、数学粘土板文書の研究が進むにつれて、バビロニア数学のギリシア数学への影響は少しずつ明らかになってくると思っている。

§ 2. 数学以外の分野に見られる影響

古代ギリシアの重さの単位ミナ（約480グラム）とシェケル（約8グラム）がバビロニアの重量単位 *manûm* と *šiqlum* に由来していることは周知の事実である。度量衡の体系は文化の基盤を成すものであり、それがバビロニアの影響を受けているという事実を我々は軽視すべきではない。また、ギリシア天文学において、分数の表記に60進法が使われている点についても同様のことが言える。これらの事実だけを見ても、古代ギリシア人がバビロニアの数学を全く知らなかったということは考え難いことではあるまいか。

§ 3. バビロニア数学の誤解

アルバッド・サボーを始め、ギリシア数学研究者の間には、「バビロニアの数学=代数」という誤解があるように思われる。簡略して言うと彼らの議論はこうである。

原論第2巻は幾何であり、代数ではない。したがって、バビロニアの数学とは関連がない。⁽¹⁾

私は、この主張に対して、次の二つの疑問点を感じる。

1. バビロニア数学イコール代数ではない。図形の問題もあり、様々である。バビロニア人が、たとえば $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ のような公式を自由に使っていたとしても、この公式を突然思いつくはずもなく、その起源はおそらく図形にあるものと思われる。

2. そもそもの問題は、バビロニアとギリシアの数学の間に関連性があったのかどうかである。それが、上の議論では、「代数」か「幾何」かという問題に擦り替えられている。

§ 4. 二つの数学の類似点

バビロニアとギリシアの数学の類似点に関して、私は次の二点を既に強調してきた。

1. バビロニア数学の術語 *takīltum* “平方完成” を含むある2次方程式（連立も含む）の問題群が原論第2巻の内容に似ている。⁽²⁾
 2. バビロニア数学の術語 *wāṣium*, *wāṣītum* “出ていくもの” は、数字1を修飾するもので単位1を表す。ギリシア数学のモナス “分離されたもの、孤立したもの” も単位1を表し、これらの間には、同じ概念、つまり、集団から離れた個が見てとれよう。⁽³⁾ なお、後者はタレス (B. C. 640?-562?) がエジプト人より学んだものと伝えられている。
- さて、私はこれらの外に二つの類似点を付け加えたい。

3. 円の二等分

プロクロス (A. D. 410-485) によれば、タレスが初めて「円はその直径により二等分される」ことを証明したという。この円の二等分は原論第1巻定義17にも述べられている。⁽⁴⁾ そして、円の二等分に関する表現が数学粘土板文書IM52916に残されているのである。(裏側18-20行)

18. *ki-pa-tam i-na li-bu ki-pa-tim e-pé-ša-am*

“円の中に円を作図すること”

19. *ki-pa-t[am a]-na ši-na at-ḫi za-za-am e-pé-ša-am*

“円を二つの等しい部分に分けるように作図すること”

20. *i-na li-bu na-al-ba-tim ki-pa-ta-am*

“レンガの鋳型のなかに円を”

(注) *atḫū* “仲間、同僚 (複数) ”、*epēšum* “行なう、つくる”

4. ユークリッドの『デドメナ』命題84の原型

バビロニアの書記が次のような連立方程式の解法に習熟していたことは広く知られている。

$$xy=m, \quad x-y=n \quad (x \text{ は長さ、} y \text{ は幅})。$$

数学粘土板文書IM52685には、このタイプの方程式が列挙され、最後に “私の面積が従ったどのような長さ、(そして) どのような幅でも、平方根の公式によって、つくること”

と述べられているのである。これは、『デドメナ』の命題84の原型と思われる。⁽⁵⁾

Section E: IM 52685, lines 22-42, *transliteration*

22. [uš] sag-ki ma-la e-li-ia t̄a-bu ša-ka-nam 1 (ešè)^{1ku} ba-na-am
 23. [uš sag-k]i ma-la e-li-ia t̄a-bu ša-ka-nam 1 (būr)^{1ku} [a-šà] ba-na-am
 24. [uš sag]-ki ma-la e-li-ia t̄a-bu ša-ka-nam 2 (ešè)^{1ku} a-[šà ba-na-am]
 25. [uš sag-ki ma-l]a e-li-ia t̄a-bu ša-ka-nam 1 (ešè) 4 iku a-[šà ba-na-am]
 25a. 1 (ešè) 3 iku a-šà ba-na-am
 26. [uš sag-ki ma-l]a e-li-ia t̄a-bu ša-ka-na[m 1 (ešè) 2 iku a-šà ba-na-am]
 27. [uš sag-k]i m[a-la e-li-ia t̄a-bu ša-ka-nam 1 (ešè) 1 iku a-šà ba-na-am]
 28. [uš sag]-ki ma-l[a] e-li-[ia t̄a-bu ša-ka-nam 1 iku a-šà ba-na-am]
 29. [uš sag]-ki ma-la e-li-ia t̄a-bu [ša-ka-nam 2 iku a-šà ba-na-am]
 30. [u]š sag-ki [ma]-la e-li-ia t̄a-bu ša-ka-nam 3 iku a-šà [ba-na-am]
 31. uš sag-ki ma-la e-li-ia t̄a-bu ša-ka-nam 4 iku a-šà [ba-na-am]
 32. uš sag-ki ma-la e-li-ia t̄a-bu š[ka-nam 5] iku a-šà [ba-na-am]
 33. sag-ki a-na uš 1 ma-t̄a-am sag-ki [a-na u]š 2 ma-t̄a-am
 34. sag-ki a-na uš 3 ma-t̄a-am sag-ki a-na uš 4 ma-t̄a-am
 35. sag-ki a-na uš 5 ma-t̄a-am sag-ki a-na uš 6 [ma-t̄a-am]
 36. sag-ki a-na uš 7 ma-t̄a-am sag-ki a-na uš 8 ma-t̄a-am
 37. sag-ki a-na uš 9 ma-t̄a-am sag-ki a-na uš 10 [ma-t̄a-am]
 38. sag-ki a-na uš 20 ma-t̄a-am sag-ki a-na uš [25 m]a-t̄[ā-am]
 39. sag-ki a-na uš 30 ma-t̄a-am sag-ki a-na uš [35 m]a-t̄[ā-am]
 40. sag-ki a-na uš 40 ma-t̄a-am sag-ki a-na uš [45 ma]-t̄a-am
 41. ma-la uš ma-la sag-ki a-šà(!)-li im-ší-[ú]
 42. ší-ma-at mí-it-ḥa-r[a-ti]m e-pé-[ša]-a[m]

Translation

22. To put down [a length] (and) a width such as are convenient for me, (and)
 to make the area 1 ešè. (1 ešè = 1/3 būr = 6 iku = 10,0 sar. 1 sar = 36m²)
 23-32. (The same as above except for numbers of area.)
 33. The width to be shorter than the length by 1. The width to be shorter
 [than the len]gth by 2.

34-40. (The same as above except for numbers.)

41, 42. To construct whatever length (and) whatever width my area complied with,
by the formulae for square roots.

II エルミタージュ博物館所蔵の数学粘土板 Erm 15073について

1961年、旧ソ連のシュメール文字研究者A. バイマンは、バビロニア数学の解説書
A. A. Вайман, Шумеро-Вавилонская Математика (A. A. Vaiman, Sumero-Babylonian
Mathematics)

を出版した。その付録において、彼は初めてエルミタージュ博物館所蔵の数学粘土板Erm
15073を公表したのであるが、残念ながら、その翻字、翻訳はそのまま引用できるものではな
かった。また、翻訳、解説はともにロシア語で書かれていたため、その後この粘土板文書を本
格的に研究した人はいなかった。この粘土板には、断片を含めて8題の面積や体積に関する
練習問題が残されている。私は、まずそのうちの第4問と第5問を取り上げて議論したい。バ
イマンはこれらの問題を「貯水池」に関する問題としているが、実は「運河の掘削」に関
するものである。それを確認するためには、数学用語ではないが、本文に出てくる重要語の
意味を明らかにしておく方がよいであろう。

本文に出てくる重要な単語

(1) *id* (= *nārum*): 川、水路、運河。

Cf. *pa_s-sig* (= *atappum*): 小運河。数学文書では、たとえば幅1 *kùš* (約50cm)、深さ1 *kùš*
があり、長さは6 *uš* (約2160m)になるものもある。

(2) *kun* (= *zibbatum*): 尻尾、最後尾 (軍隊、運河などの)。

AHw, p. 1524の“ein Staubecken (ある貯水池)”およびCAD, Z, p. 102の“storage
basin of a canal (運河の貯水池)”の訳は疑問である。

A. Poebel, Sumerische Untersuchungen W. ZA 39 (1930), pp. 129-164.

Poebelは*kun*を“Bassin (貯水池)”、“Behälter (貯水池)”と解釈した。しかし、PSD
では“(運河の) 出口”である。

(7) ^ananše i₇-nina^{k¹}-DU i₇-ki-ág(-gá)-ni al mu-na-dù kun-bi ab-šā-ga
mu-na-ni-lá

“for Nanše he has dug the Nina-DU-Canal, her beloved canal; he
extended its ‘tail’ (i. e., outlet) to the midst of the sea(?)”

Uriningina 4 ñ 7 - 13 = 5 ñ 9 - 15. PSD, AI, p. 152.

(d) kun-bi a-ab-ba-ka i-lá "its (the canal's) end he connected to the sea"

Urnammu 28 i 14. PSD, AI, p. 137.

- (3) ka (=pûm): 口、述べること、取水口。
- (4) ugnim = ki-kuš lu-úb-gar (= ummānum): 軍隊、労働者の集団。原意は、「革袋を地面に置く」ということ。また、erínも同じく労働者を意味する。
- (5) qaqqarum: 地面。
- (6) gir - gub (= kilzappum): 足載せ台。ここでは、階段の意。
- (7) warādum: 下る、下がる。wārittum (下流への旅、垂線) は派生語。

Erm 15073, Reverse I

1. id 30 ni[ndan uš 30 dagal-la]
 2. [4] kūš i-na k[un 2 kūš i-na ka saḥar]
 3. ū ugnim mi-nu za-e k[in-ta-zu-dè]
 4. 30 uš a-na 30 i-ši-ma 15 qá-qá-ra ta-<mar>
 5. 4 ū 2 ku-mu-ur-ma 6 ta-mar ba-ma-tam ḥe-pé-ma
 6. 3 ta-mar 3 a-na 15 qá-qá-ri i-ši-ma
 7. 45 saḥar-ḥi-a ta-mar igi 10 éš-gàr pu-ṭur-ma
 8. 6 ta-mar a-na 45 i-ši-ma 4,30 erín-meš ta-mar
-
9. ki-a-am nē-pé-šum
-
10. id 30 nindan uš 30 dagal-la 4 gir-gub
 11. 4 kūš ur-dam-ma ma-li ur-dam-ma ū-ul i-de
 12. 3 kūš ur-dam-ma ma-li ur-dam-ma ū-ul <i>-de
 13. 2 kūš ur-dam-ma ma-li ur-dam-<ma> ū-ul i-de
 14. i-na kun ša 1 kūš saḥar-ḥi-a ū erín-meš mi-[nu]
 15. za-e kin-ta-zu-dè igi wa-ri-ti pu-ṭur-[ma]
 16. 28,48 ta-mar a-na 30 uš i-ši-m[a]
 17. 14,24 ta-mar a-na 30 sag i-ši-[ma]
 18. 7,12 saḥar ša 1 lú igi 10 éš-gà[r pu-ṭur-ma]

19. 6 ta-mar 6 a-na 7,12 i-[šī-ma]

20. [43,12 ta-mar erīn-meš ki]-a-am [né-pé-šum]

Translation

1. A canal. 30 ni[ndan is the length. 0;30 is the breadth.]
2. [4] kūš is (the depth of canal) at the t[ail. 2 kūš at the entrance].
3. What are [the (volume of) soil] and (the number of) laborers ? [When] you s[seek the answer],
4. multiply 30, the length, by 0;30, and you <see> 15, the surface.
5. Add 4 and 2, and you see 6. Halve it, and
6. you see 3. Multiply 3 by 15, the surface, and
7. you see 45, the (volume of) soil. Make the reciprocal of 0;10, the work quota, and
8. you see 6. Multiply (it) by 45, and you see 4,30, the workers.

9. Such is the procedure.

10. A canal. 30 nindan is the length. 0;30 is the breadth. Four steps.
11. (At a height of) 4 kūš I came downstream, but I do not know how far I came downstream.
12. (At a height of) 3 kūš I came downstream, but I do not know how far I came downstream.
13. (At a height of) 2 kūš I came downstream, but I do not know how far I came downstream.
14. At the tail end of 1 kūš, what are the (volume of) soil (excavated by workers) and (the number of) workers ?
15. When you seek (the answer), make the reciprocal of (these) downstream distances, [and]
16. you see 0;28,48. Multiply (it) by 30, the length, a[nd]
17. you see 14;24. Multiply (it) by 0;30, the width [and]
18. (you see) 7;12, the (volume of) soil, that of one man(sic). [Make] the

reciprocal of 0;10, the work quo[ta, and]

19. you see 6. Mu[ltiply] 6 by 7;12, [and]

20. [you see 43;12, (the number of) workers, S]uch is [the procedure].

数学的解釈

第4問：長さ30ニンダン（約180m）、幅0;30ニンダン（約3m）、深さが入り口で2クシュ（約1m）、出口で4クシュ（約2m）の運河の体積とこれを掘るための労働者の人数が計算されている。まず、取り除く土砂の量、つまり体積を

$$30 \cdot 0;30 = 15 \quad (\text{面積の sar, 1sar} \approx 36\text{m}^2)$$

$$(4 + 2)/2 = 6/2 = 3$$

$$3 \cdot 15 = 45 \quad (\text{体積の sar, 1sar} \approx 18\text{m}^3)。$$

と計算し、これを労働者一人当たりの一日の仕事量10ギン（ $=1/6\text{sar} \approx 3\text{m}^3$ ）で割って、労働者の人数を

$$\overline{0;10} \cdot 45 = 6 \cdot 45 = 4,30 \quad (\text{人})$$

と求めている。

第5問：バイマンの解釈では、長さと同幅がともに30ニンダン、水の深さが1クシュの貯水池が出てきているが、その形状の不自然さは、図1から明らかである。彼は、10行目の4 gir-gubを読めていないし、アッカド語の動詞 *warādum* を“垂直に下る”と誤解しているのである。ここでは“下流へ下る”である。

この問題で取り扱われている立体は、図2のような4段からなる運河であり、最下段の出口における、体積と労働者の人数が計算されている。なお、各階段上の取り除いた土砂の量は一定と仮定されている点と、出だしの細かい計算は省略されている点に注意されたい。

$$\begin{aligned} & \frac{1/4}{1 + (1/2) + (1/3) + (1/4)} \cdot 30 \cdot 0;30 \cdot 4 \\ &= \frac{1}{1 + (1/2) + (1/3) + (1/4)} \cdot 30 \cdot 0;30 \\ &= \frac{1}{2(1/12)} \cdot 30 \cdot 0;30 = \overline{2;5} \cdot 30 \cdot 0;30 \\ &= 0;28,48 \cdot 30 \cdot 0;30 = 14;24 \cdot 0;30 \\ &= 7;12 \quad (\text{体積の sar}) \\ &\overline{0;10} \cdot 7;12 = 6 \cdot 7;12 = 43;12 \quad (\text{人})。 \end{aligned}$$

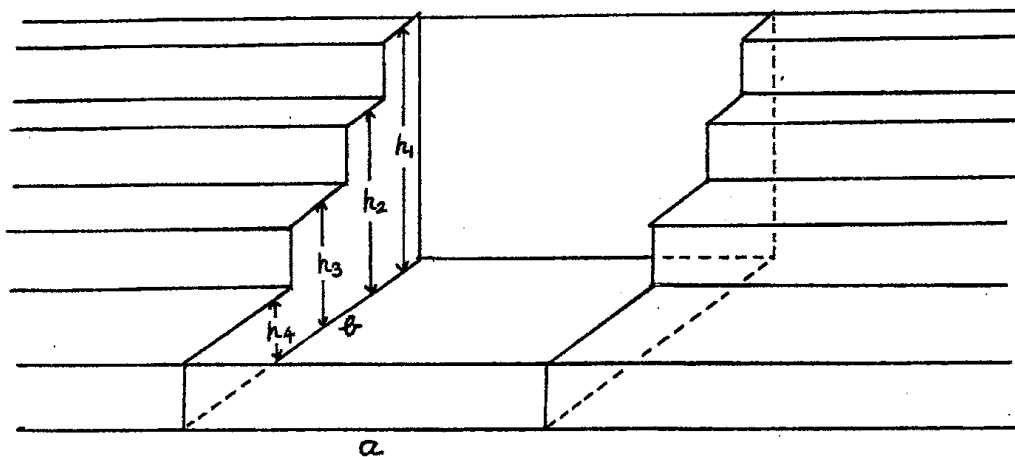


图 1

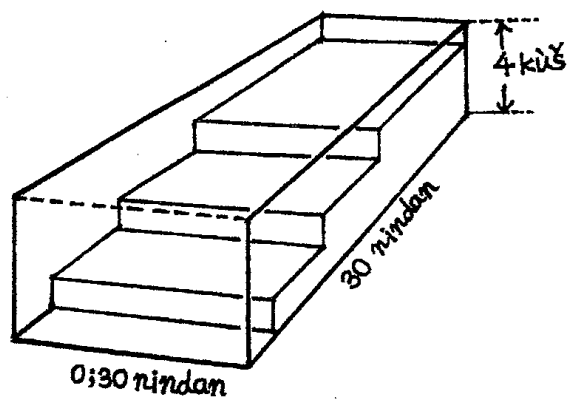


图 2