

木材の多孔性と弾性率について

金谷紀行*・山田正**

Noriyuki KANAYA* and Tadashi YAMADA** : The Relation between the Elastic Modulus and the Porosity of Wood.

はじめに

木材は互いに直交する3つの対称軸をもつ直交異方体として知られ、その力学的性質はこの3主軸方向でかなり著しい差異を示している。一般に弾性率についていえば3主軸方向のうち繊維方向が最も高く、次いで半径方向、そして切線方向が最も低い。このように、弾性率に異方性がみられるのは木材の細胞の形状、大きさ、配列、細胞相互の結合状態が異なること、かつ、細胞膜の顕微鏡的、微視的構造および化学成分などを異にする不均質体であることなどによるためと思われる。

それゆえ、木材の物性を論ずる場合木材が各細胞からなる多孔性構造材料として細胞膜実質の物性および細胞群の多孔性構造に着目しなければならない。弾性については例えば、PRICE¹⁾ はかつて木材の細胞を等質等方性の円筒束模型におきかえて木材の弾性変形を考慮して横方向と繊維軸方向の弾性率について近似計算を行い、また、BARKAS²⁾ も PRICE 同様木材を等質円筒とみなし、放射組織の意義を考慮し、SRINAVASAN³⁾ は細胞膜厚と細胞の直径との比などによつて同様の近似計算を行なつたことは構造と細胞膜実質に着目した点で意義のある研究であるが、しかしいずれの研究においても細胞膜の弾性に等質等方性と仮定した点果して細胞膜の弾性がたとえば半径方向と切線方向とで等質等方性を示すかについては検討しなければならず、さらに模型のとり方にも各細胞が互いに独立に変形すると考えることは修正を要するであろう。

本報でも針葉樹材横断面の模型を考え、この模型に基づいて比重、弾性率について解析し、上述の2要因が木材の3主軸方向のなかで、とくに、顕微鏡用切片について切線方向の弾性にいかなる意義を有するか、細胞の弾性変形を考慮して比重—弾性率曲線より検討を加えてみた。

なお、この研究に際し貴重な試片を心よく提供下さつた京都大学木材研究所貴島恒夫教授ならびに京都大学農学部原田浩助教授に記して感謝の意を表する。

* 京都大学農学部 Faculty of Agriculture, Kyoto Univ.

** 木材物理研究部門, Div. of Wood Physics

比 重 - 弾 性 率 曲 線

一般に木材は木材実質と空隙との混合体と考えられ、木材実質の比重については樹種の如何をとわずほぼ一定とされており、したがって、空隙量を示すものは比重と考えられる。

比重と弾性率との関係は古くから研究されており、簡単な混合則 $E = \sum \theta_i E_i$ と表わされるものもある。ここで θ_i は i 番目の成分の割合であり、 E_i はその成分の弾性率、 E は混合体の弾性率である。

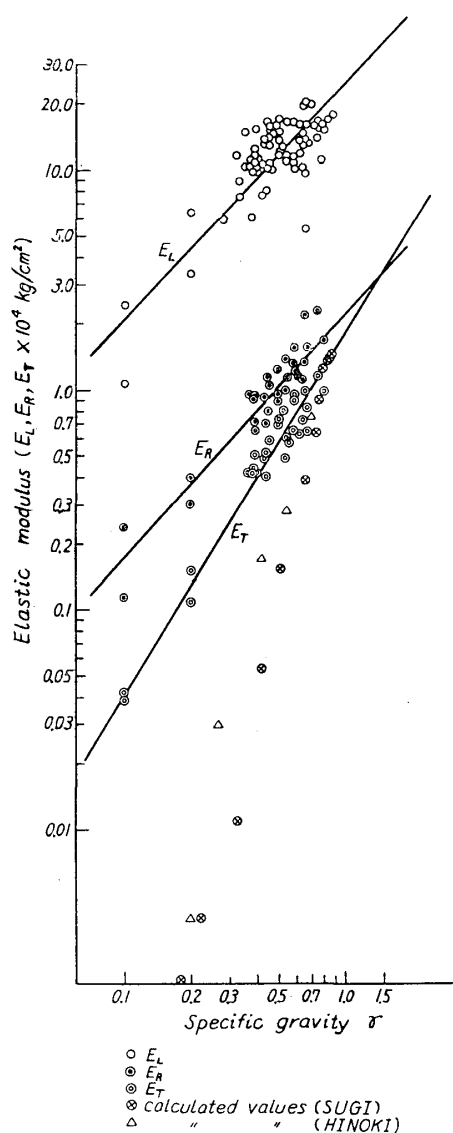


Fig. 1. Specific gravity-elastic modulus in three directions.
 E_L : elastic modulus in the longitudinal direction
 E_R : elastic modulus in the radial direction
 E_T : elastic modulus in the tangential direction

繊維方向については多くの研究がなされており、その場合の弾性率 E_L と比重 γ とは比例関係を示していることが各種のデータから知られる。たとえば、堀岡⁴⁾ は本邦産樹種で繊維方向のヤング率

$E = 2.48 \times 10^5 \gamma_{15}$ (kg/cm²), LUXFORD ら⁵⁾ は $E_R = 2.0 \times 10^5 \gamma_{15}$ (kg/cm²) あるいは $E_0 = 2.4 \times 10^5 \gamma_{15}$ (kg/cm²) と与えており、この式に細胞膜実質の比重 1.5 を入れて外挿値を求めると細胞膜実質の弾性率の値として $3 \sim 4 \times 10^5$ kg/cm² 程度を得る。この値は最近桜田⁶⁾ がセルロースについて X線により結晶弾性率として求めた 13×10^5 kg/cm² の値あるいは再生セニイの値 9×10^5 kg/cm² の 2 ないし 3 分の 1 程度の値となつている。これは木材が水分を含めて各種成分よりなり、かつ各ラメラによつてフィブリルの配向が異なり、あるいは膜孔など大小の孔を有して外力下では種々の応力が局部的に生じていることなどによるものであつて配向などの条件が結晶に近づくときには上述の結晶弾性率の値に近づくものと考えられる。

しかし、オーダーは繊維素状弾性のものであり、かつ上述の如き極く単純な混合則の成立つところから推して、細胞膜の伸縮以外の形態変化の影響のない場合と考えられる。

KEYLWERTH⁷⁾, BOUTELJE⁸⁾ らは木口面における弾性異方性と収縮異方性との関係についてその原因が単に細胞膜の微細構造においてのみでなく、木材の横断面の巨視的な構造すなわち細胞膜や内腔の分布、大きさ、形状によると指摘している。

さて、半径方向の弾性率 (E_R) および切線方向の弾性率 (E_T) について考えてみると Fig. 1 に示されているように細胞膜実質の比重 1.5 に外挿した場合、そのあたりでは半径方向と切線方向の弾性率

は一致していると考えられるのに細胞膜の弾性率たとえば比重1に対する弾性率においては、半径方向と切線方向の弾性率の値にすでに差異のあることがわかる。この点上述の PRICE や BARKAS の仮定における欠点を認めうる。さらに、比重が小さくなるほどこの E_R と E_T の差異が大きくなり、ちなみに既報³⁾⁹⁾ の E_R および E_T と比重についての異方性 (E_R/E_T) を調べてみると Table 1 および Fig. 2 のようになる。したがって木材の弾性異方性は細胞膜自体に依存している外にさらに細胞の集合状態に相当依存することが推察される。

Table 1. The relation between the specific gravity and the elastic anisotropy (E_R/E_T)

Specific gravity	(E_R/E_T)
0.1 ~ 0.3	2.6 ~ 6.0
0.3 ~ 0.5	1.4 ~ 4.2
0.5 ~ 0.7	1.4 ~ 2.6
0.7 ~ 0.9	1.3 ~ 2.0

Computed from data of HEARMON and the others.

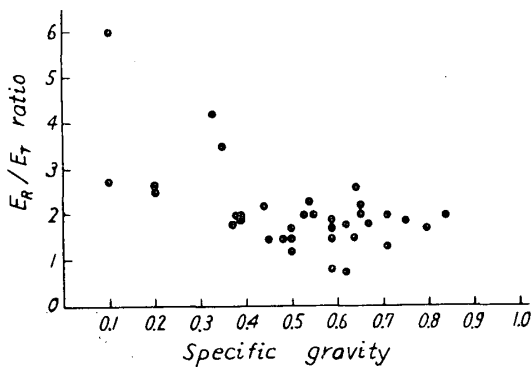


Fig. 2. Relation between the specific gravity and E_R/E_T ratio. (Computed from the data of HEARMON and YAMA1)

さらに、詳しく半径方向および切線方向の弾性率と比重との関係を両対数にとつて示すと Fig. 1 にみられるような直線関係となり、半径方向と切線方向とではこの直線の勾配 n の値にちがいがみられ、 E_R ではほぼ 1.2, E_T ではほぼ 1.8 という値をとる。ここで E_R の勾配 1.2 という値は前述の E_L における勾配の値 1 に近いが、 E_L の場合の勾配と比べ幾分大きい値をとる。針葉樹についてみると、細胞膜が半径方向ではほぼ直線に近く配列しているため 1 に近い勾配をとるが、細胞が六角形ないし八角形状となつているなど真の直線とはならず、こうした形状のために曲げの影響も多少効いて 1 よりずれでもの考えられる。

ところでこの報文では、半径方向のように細胞膜が直線の配列をなしていないでとくに変形を受けやすい接線方向の弾性率について伸縮以外に曲げおよび剪断による変形の影響があると考えて、木材の横方向の弾性率の意義を明らかにするために細胞構造の模型に基づいて近似計算を試みた。

模型および基礎的計算

針葉樹材の木口面の細胞は、矩形の外に六角形ないし八角形状をしており更に両端を閉じた形状など非常に複雑なものであるが解析を容易にするために、Fig. 3 に示したような矩形形状構造を考え、放射組織その他の細胞はここでは省いてこの模型をもとにして、細胞が外力を受けた場合伸縮、曲げ、剪断による夫々の変形について相隣る 3 細胞膜が型作る T 型の単位要素あたりの変形量を求めるため次の様な基本式を導いた。すなわち、

$$\text{伸縮による変形量} \quad \xi_a = \frac{P \cdot d}{E_s \cdot b}$$

$$\text{曲げによる変形量} \quad \xi_b = \frac{P}{3E_s I} \cdot \left(\frac{a_1}{a} - \frac{a_1^2}{a^2} \right)^3 a^3$$

剪断による変形量 $\xi_s = \frac{6}{5} \cdot \frac{P}{Gc} \cdot \frac{a_1}{a} \left(1 - \frac{a_1}{a}\right)^2 a \left(1 + \frac{2a_1}{a}\right)$

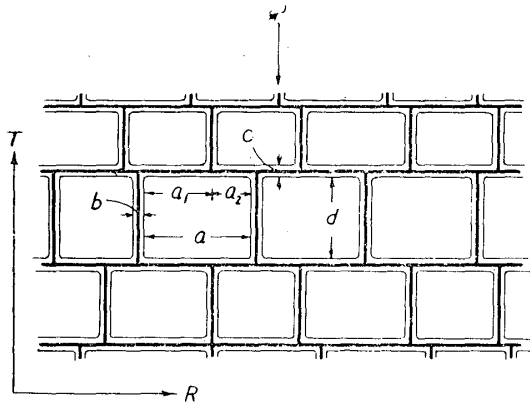


Fig. 3. The model of the coniferous wood tissue.

- T : tangential direction
- R : radial direction
- a : width of lumen in the radial direction
- b : cell-wall thickness in the tangential direction
- c : cell-wall thickness in the radial direction
- d : width of lumen in the tangential direction
- P : normal force to the tangential direction

しかるに全体の変形量は各細胞要素の合計であるから

$$\xi_t = \sum \frac{P \cdot d_i}{E_s \cdot b_i} + \sum \frac{P}{3E_s I_i} \left(\frac{a_{1i}}{a_i} - \frac{a_{1i}^2}{a_i^2} \right)^3 a_i^3 + \sum \frac{6}{5} \frac{P}{Gc_i} \frac{a_{1i}}{a_i} \left(1 - \frac{a_{1i}}{a_i}\right)^2 a_i \left(1 + \frac{2a_{1i}}{a_i}\right) \dots \dots \dots (1)$$

ここに E_s : 細胞膜の弾性率
 G : 細胞膜の剛性率 P : 外力
 I : 慣性モーメント, この場合

$$I = \frac{tc^3}{12}$$

とし t はここでは奥行

- を単位と考え $t = 1$ とする。
- a_{1i}/a_i : i 番目の要素の a_1 と a の比
- b_i : i 番目の要素の b (切線方向の細胞膜厚)
- c_i : i 番目の要素の c (半径方向の細胞膜厚)
- d_i : i 番目の要素の d (切線方向の内腔寸度)

弾性率 E については次の様な式を導いた。

$$E = \frac{P}{\xi} \frac{1}{(a+b)} \dots \dots \dots (2)$$

(2)式中の ξ は (1)式でえた ξ_t に相当し, これを代入すれば,

$$E = \frac{1}{(a+b) \left\{ \sum \frac{d_i}{E_s \cdot b_i} + \sum \frac{1}{3E_s I_i} \left(\frac{a_{1i}}{a_i} - \frac{a_{1i}^2}{a_i^2} \right)^3 a_i^3 + \sum \frac{6}{5} \frac{1}{Gc_i} \frac{a_{1i}}{a_i} \left(1 - \frac{a_{1i}}{a_i}\right)^2 a_i \left(1 + \frac{2a_{1i}}{a_i}\right) \right\}}$$

ここで実測値から $G = \frac{E_s}{2}$ という値がえられ上式の G に入れて

$$\sum \frac{d_i}{b_i} + \sum \frac{1}{3I_i} \left(\frac{a_{1i}}{a_i} - \frac{a_{1i}^2}{a_i^2} \right)^3 a_i^3 + \sum \frac{12}{5c_i} \frac{a_i}{a_i} \left(1 - \frac{a_{1i}}{a_i}\right)^2 a_i \left(1 + \frac{2a_{1i}}{a_i}\right)$$

を x とおけば E は簡単に $E = \frac{1}{(a+b)x} \cdot E_s \dots \dots \dots (2)'$ となる。

さて弾性率の計算については上述の通りであるが, 次に比重について計算する。すなわち, 横断面における仮道管の外形ならびに内腔の形状は Fig. 3 に示したように矩形とする。この際の仮道管の夫々の寸度は図に示したような記号で表わし, まず, 細胞全面積に占める細胞膜量を佐伯¹⁰⁾ と同様の方法で求めると次の様になる。

$$Q_w = \frac{(a+b)(c+d) - ad}{(a+b)(c+d)} = 1 - \frac{ad}{(a+b)(c+d)}$$

一般に細胞膜量がQのときの比重は

$$r = r_0 \cdot Q$$

であたえられる。ここで r_0 は、細胞膜の比重である。2, 3の針葉樹に関する佐伯の r に関する測定値から推定すれば r_0 の値は全乾時ではほぼ1に等しい。

それゆえ、比重 r は上式のQに前述の細胞膜量 Q_w をあてれば

$$r = \left\{ 1 - \frac{ad}{(a+b)(c+d)} \right\} r_0$$

$$= \left\{ 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{c}{d}\right)} \right\} \cdot r_0 \quad \dots\dots(3)$$

となる。(3)式から比重は細胞形態によつて定まるある定数に細胞膜の比重をかけたものと考えられる。

以上のようにして導いた式(1), (2), (3)を用いて計算をすすめるにあつて変数は Fig. 3 に示された各寸度であるから夫々の寸度測定を次のような方法で行つた。

寸度測定および測定結果

前述したような計算をすすめてゆくために式中の変数である寸度測定を行わねばならない。本研究では、樹種として比較的測定しやすい細胞構造をしたヒノキ (*Chamaecyparis Obtusa* ENDL.) およびスギ (*Cryptomeria japonica* D. DON) を取上げ、カナダバルサム封入の永久プレパラートを用いた。測定倍率は400倍で接眼マイクロメーターで直接顕微鏡測定し、細胞膜厚を除いた各寸度はすべて 5μ 単位にまとめた。測定結果は Fig. 4~Fig. 7 に示されている。

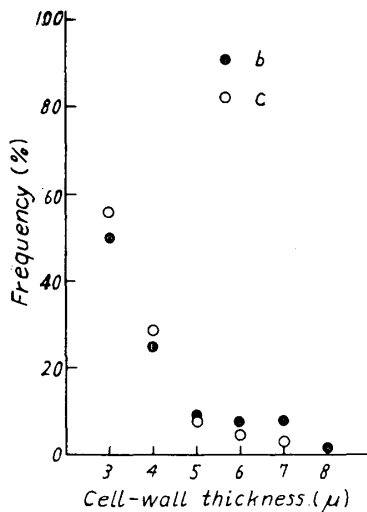


Fig. 4(a) The frequency of the cell-wall thickness of HINOKI (*Chamaecyparis obtusa* ENDL.) wood.

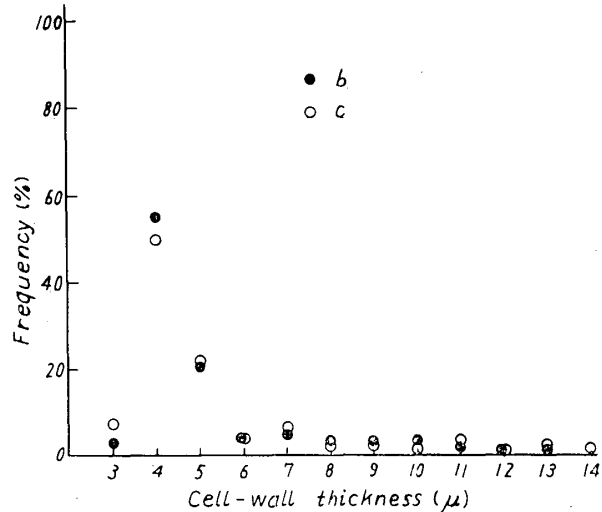


Fig. 4(b) The frequency of the cell-wall thickness of SUGI (*Cryptomeria japonica* D. DON.)

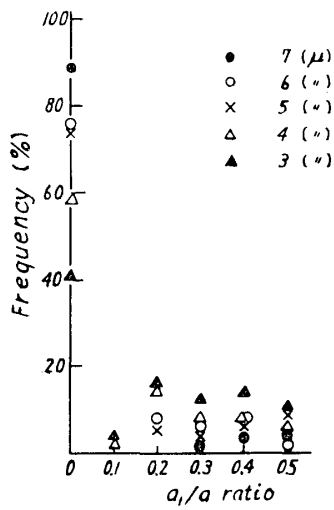


Fig. 5(a) The frequency of the a_1/a ratio in the individual cell-wall of HINOKI wood.

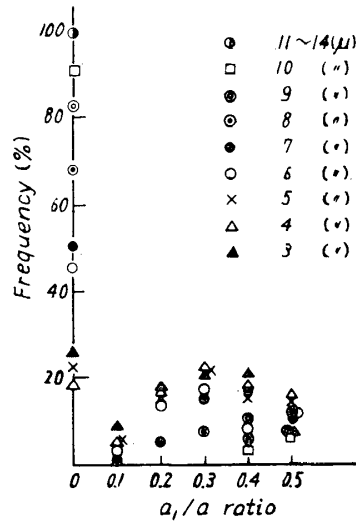


Fig. 5(b) The frequency of the a_1/a ratio of the individual cell-wall of SUGI wood.

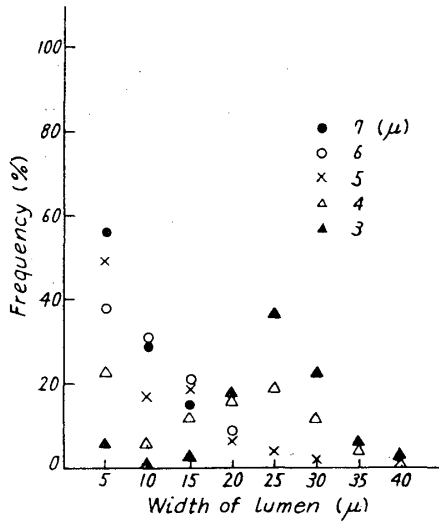


Fig. 6(a). The frequency of width of lumen (a) in radial direction of HINOKI wood.

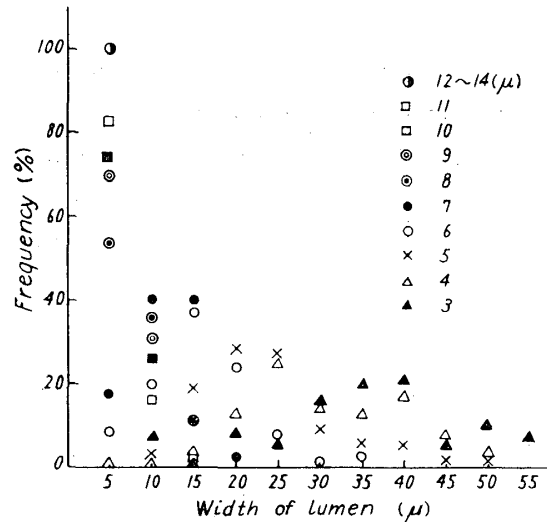


Fig. 6(b). The frequency of the width of lumen (a) in separated cell-wall thickness of SUGI wood.

Fig. 4 はヒノキおよびスギ材の細胞膜の厚さの頻度を示している。ヒノキとスギで厚さの範囲が多少異なるが頻度の傾向はよく似ており、一般に云われているように切線方向膜が半径方向膜より厚いことも認められた。この図中膜厚 2μ 以下は省略しうる程度の頻度であり記載しなかつた。

Fig. 5 は細胞の半径方向の内腔寸度と半径膜と切線膜の交点位置とを比の細胞膜別によりみた頻度について示したものであるが、この図からみてもわかるようにヒノキでもスギでも曲げによる変形を一番うける $a_1/a=0.5$ という頻度が非常に少ないことがわかるがこのことは注目

に値するものと思われる。

Fig. 6 は細胞膜別にみたスギおよびヒノキ材の半径方向の内腔寸度の頻度を示し, Fig. 7 は切線方向のそれを示したものである。

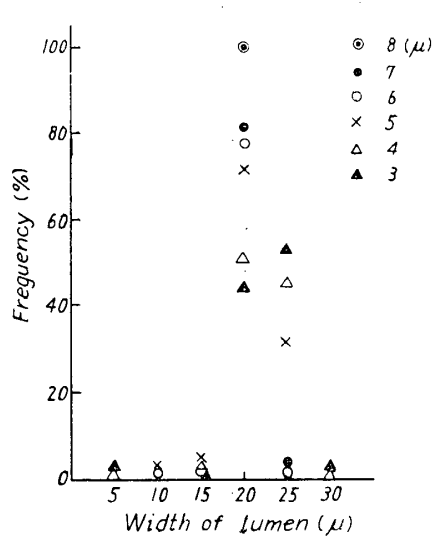


Fig. 7. (a) The frequency of the width of lumen (d) in tangential direction of HINOKI wood.

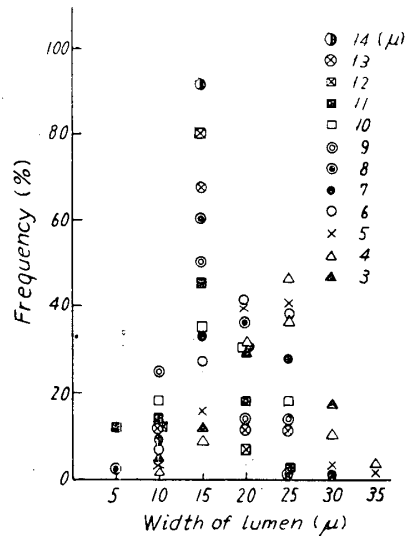


Fig. 7. (b) The frequency of the width of lumen (d) in tangential direction of SUGI wood.

結果 および 考察

細胞膜の比重は, 模型によつて導かれた式(3)より上述のように1となる。この値に対する E_T の値を Fig. 1 から求めると大凡 2×10^4 kg/cm² となる。この値を式 (2) における E_s に代入して, さらに式中の諸数値を与えて比重および弾性率を計算した結果は Table 2 (a) および Table 2 (b) に示した通りである。比重の高いところの弾性率について考えてみると計算値が実測値にほぼ一致するが比重が小さくなるにつれて計算値は実測値よりかなり小さくなる。

いずれにせよ計算値が実測値より低い値をとることは細胞構造が各種の形状, 大きさをもつた細胞の集合体であり, 細胞の両端が閉じて紡錘状をしていることなどに影響されるものと推察できる。また, 巨視的な構造ばかりでなく, 久保¹¹⁾ や松本らが春秋材部のラセン構造のちがいが弾性率に影響していると指摘していることや, 山井¹²⁾ がモデルによつて中層の傾角の大小が弾性率に影響を及ぼすと指摘している点, 微細構造上からも解析検討してゆく必要があると思われる。

繊維材料について, 二村¹³⁾ や小野木¹⁴⁾ らがシートのみかけの弾性率を微視的な各セグメントの弾性的な曲げおよび伸びによる変形を考慮して理論式を与えたように, 本報では木材について巨視的な細胞形態がある力をうけた場合細胞壁の伸縮のみでなく, 曲げ, 剪断によつて生ずる変形に着目して, 木材の多孔性構造の比重および弾性率への寄与について検討してきたが, 我々のたてた仮定が数値の上からかなり妥当性を有することがわかったが果して実際に3つの変形が生じているものかどうか観察したり, これらの仮定が薄い木口切片に対して妥当性をもつだけでなく, もっと gross な木材にも充分適応されるように検討するなど今後の研究にまたねばならない。

Table 2 (a) Calculated values of the elastic modulus and the specific gravity of HINOKI (*Chamaecyparis obtusa* ENDL) wood.

Cell-wall thickness (μ)	Specific gravity	Elastic modulus(kg/cm ²)
7	0.69	0.74×10^4
6	0.52	0.28 "
5	0.42	0.17 "
4	0.27	0.03 "
3	0.20	0.004 "

Table 2 (b) Calculated values of the elastic modulus and the specific gravity of SUGI (*Cryptomeria japonica* D. DON) wood.

Cell-wall thickness (μ)	Specific gravity	Elastic modulus(kg/cm ²)
14	0.86	1.47×10^4
13	0.85	1.44 "
12	0.84	1.41 "
11	0.79	1.29 "
10	0.76	0.89 "
9	0.74	0.63 "
8	0.66	0.39 "
7	0.52	0.15 "
6	0.42	0.054 "
5	0.33	0.011 "
4	0.24	0.004 "
3	0.18	0.002 "

摘 要

本報は、木材の多孔性構造が弾性率にいかにか寄与しているかについて、比重—弾性率曲線から検討を加えたものである。

Fig. 1 に示されているように木材の弾性率は木材の各方向によつて異なり、 E_L については各種データから、 E_L が比重と比例関係にあることが認められている。また、 E_R と E_T については図からもわかるように細胞膜実質の比重 1.5 のあたりでは等しいのに比重が小さくなるにつれてその値に差異が生ずる。この原因には細胞の構造形態、配列状態などの因子が影響しているものと考えられる。そこで、木材の細胞を矩形とみなし、Fig. 3 の様な模型にもとづいて、木材が切線方向に垂直な外力をうけた場合、細胞壁の伸縮以外に曲げおよび剪断による変形を生じると考えて、基本式(1),(2)を導き、比重については(3)式を導いて近似計算を行なつた。なおこの計算をすす

めるため、ヒノキおよびスギ材の膜厚、内腔などの各寸度を顕微鏡を用いて測定し、その結果が Fig. 4~Fig. 7 に示されている。このようにして弾性率 E_T を求めた結果が、Table 2 の (a) および (b) に示され、Fig. 1 にプロットされている。

この結果、計算値は実測値と比較した場合、比重の高い範囲ではほぼ一致したが、比重が小さくなるにつれて小さな値をとつた。これは木材細胞構造が Fig. 3 に示したように単純なものでなく、六角形状、八角形状あるいは先端にゆくにしたがつて閉じるような各種の複雑な細胞からなることが原因しているものと考えられる。けれども、われわれの仮定が切片では妥当性を有するものであると考えられる。

Summary

This report deals with the relation between the specific gravity and the transverse YOUNG's modulus of wood in terms of its porous structure.

In Fig. 1 the YOUNG's moduli E_R and E_T of woods are plotted against the specific gravity in logarithmic scale, and it seems that the relation will be

linear. The slopes of this relation n take the value of about 1.2 in the radial direction and about 1.8 in the tangential direction.

We assumed that this discrepancy of n in the radial and tangential direction will be mainly due to the difference of arrangement of the cells in each direction. That is to say, the tangential deformation is dependent upon not only the extension or compression of the cell walls but also the deflection and shearing as the wood is subjected to a normal force in tangential direction. From this view point, the model for the coniferous wood tissue is proposed as shown in Fig. 2, and then the YOUNG'S modulus E_T will be given by the equation (2). The variables in this equation are measured by a microscopical technique, and the results are shown in Fig. 4~Fig. 7, and the calculated values are shown in Table 2 and are plotted in Fig. 1.

From these results the calculated values of E_T are smaller than the observed one in the region of low specific gravity, but it agrees with approximately in the high density region.

This cause will be due to the fact that the structure of the cells is not only accurately rectangular as shown in Fig. 2, but also hexagonal or octagonal shape, taper to a point and consists of the various types of cells.

参 考 文 献

- 1) PRICE, A. T. : Phil. Trans., **228** : 1 (1929).
- 2) BARKAS, W. W. : Trans. Farad. Soc., **37** : 535 (1941).
- 3) HEARMON, R. : Forest Prod. Res. Sp. Rep. No. 7 (1948).
- 4) 堀岡邦典 : 林試報 No. 68 (1954).
- 5) BROWN, P. H., A. J. PANSIN, and C. C. FORSAITH, : Textbook of Wood Technology, **11**, N. Y. ; 513 (1952).
- 6) 桜田, 中前他 : 第13回高分子学会講演要旨集 : 49, 50 (1964) .
- 7) KEYLWERTH, R. : Holz als Roh- und Werkstoff **9** : 253 (1951).
- 8) BOUTELJE, J. B. : Holzforschung **16** : 33 (1962).
- 9) DROW J. T. et al. U. S. Forest Prod. Lab. Rep. No. 1928 (1940~46).
- 10) 佐伯浩 : 木材誌 **8** : 19 (1962) .
- 11) 久保. 呉 : 工業化学雑誌 **44** : 651 (1941) .
- 12) 山井良三郎 : 九大農学芸雑誌 **13** : 234 (1951) .
- 13) 二村, 城戸 : 音響紙 **10** : 137 (1954) .
- 14) 小野木, 笹栗 : 紙パルプ協会誌 **11** : 233 (1957) .