

農家における意志決定と主観確率

—決定理論の検討—

吉 田 忠

1 はじめに

経営学の主要な課題の一つが意志決定の方法論的研究であり、また意志決定を対象とする科学が首尾一貫した体系をもち現実的にも有効となりえたのは、効用と主観確率の導入によるものであるといわれる¹⁾。しかしこれら主観的な要因は、その内容の不安定性の故にまず形式化されねばならぬ。その形式化がもし形骸化を相伴なわざるをえないとしたら、方法自体の有効性は額面より遠く離れて、極めて限られたものとならざるをえないであろう。この点を農家の具体的な意志決定のレベル迄降りて検討するのが本稿の目的である。

1) Schlaifer, R.; *Probability and Statistics for Business Decision*, reface p. vi.

2 ベイズ決定理論の構造

まず簡単な例をとりあげて考察の糸口としよう。ブローラー生産農家がある新品種の導入の決断を迫られているとする。新品種は飼料要求率を低下させ明らかに部門純収益を増大させるが、ある種の病気に弱い欠点をもつ。その長期的な発生率は1%、10%、20%の三つの可能性が考えられるが（これは非現実的であり連続型の確率分布を仮定すべきであろうが簡単のため離散型とする）、そのいずれが現実化するかは偶然によるとする。勿論これに対する数値的見透しがなければ合理的意志決定は不可能である。投貨実験のように、個々の結果は偶然に支配されても同一条件での実験のくり返しの中にある規則性が表われ、「表」の比率が1/2に収れんする時、われわれは相対度数（頻度）の極限として客観的に確率を与えうる²⁾。しかし現実の農家をとりまく偶然現象にはこのような頻度的確率は殆んど存在しない。にもかかわらず合理的な意志決定のために生起の確からしさの数値的見込みを前提とせねばならぬ。そこで、当該個人の過去の経験や知識を総合してこれに純主観的な判断を加えた生起の確からしさの数値的度合を、事前分布 Prior Distribution として前提する。例えば病気発生率1%の確率=0.85、10%=0.10、20%=0.05と主観的に判断するが如くである。

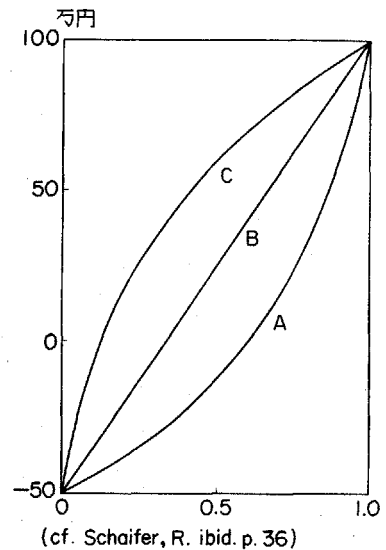
他方、在来品種での部門純収益が60万円であるのに対し、上記の病気発生率における部門純収益が計算できてそれぞれ100万円、0円、マイナス50万円であるとしよう。この時第1表の

第 1 表

| 状 態 | 行 動 | | $\pi_0(\theta)$ 事 前 分 布 |
|-----------------------|----------------|------------------|----------------------------|
| | a_1 新品種導入 | a_2 在来品種のまま | |
| θ_1 病気発生率=0.01 | 100万円 | 60万円 | 0.85 |
| θ_2 " =0.10 | 0 | 60 | 0.10 |
| θ_3 " =0.20 | $\Delta 50$ | 60 | 0.05 |

ような payoff matrix をえがく事ができる。

この事前分布をもとに、行動 a_1, a_2 における部門純収益の数学的期待値を求めれば、 a_1 で 82.5万円、 a_2 で60万円となり新品種導入が有利となる。しかし、もしこの農家が所得源の大半をプロイラー部門に求めているとしたら、農家はこの数学的期待値を基準に行動するとは考えられぬ。極めて保守的な態度をとり大きな赤字を出す事を恐れる事が予想されるからである。一回かぎりであり、しかも経済的狀態を根底から揺るがすような、とり返しのつかぬ危険をもった決断に際しては、純収益の数学的期待値に対する主観的評価が個人によって大きく異なる⁽²⁾。即ち決定理論が有効であるためには、この主観的評価を意志決定の目標とせざるをえない。ここで Neuman-Morgenstern によってゲームの理論と結びつけて導入された効用指標の概念が必要になる。彼らは、将来のある状態の生起が生み出す結果に対する期待の評価を、その状態の生起に対する主観的な見込み（主観的確率）と結びつけて指標化しようとした。これを Schlaifer の例に従ってみよう⁽³⁾。当該プロイラー生産農家が月間1,000羽出荷で予想される最悪の部門純収益をマイナス50万円、最高を100万円とする。ここで1/2の確率で100万円がえられ1/2の確率で50万円を失なう賭けを考える。そして農家から、この賭けと主観的に全く等価であるところの確実にもらえるある金額を、試行錯誤的質問によってききとる。次に賭けの確率をかえてこれと主観的に等価である確実な金額をききとる。こうして次々と賭けの確率を変えて試みたあと、賭けの確率を横軸、主観的に等価な金額を縦軸にとって表わしたのが第1図である。Aは弱気の農家の場合、Cは強気の農家の場合であるが、いずれも100万円=1.0、マイナス50万円=0としてその間の純収益が0と1.0の間の効用指標に換算されている。当該プロイラー生産農家は極めて保守的であって第1図Aの効用指標をもつとする。この時第1表の payoff matrix は第2表のように書きかえられる。



この効用に関して先の事前分布を用いた期待効用を計

算すると、 a_1 は、0.91、 a_2 は0.9となる。

この期待効用の大なる方を選んで行動せよ、とするのがベイズ決定規則である。勿論これは唯一の決定規則ではなく、例えばより保守的な決定規則としてのミニマックス決定規則等があり、それらの優劣に関して理論的判定は下されていない。

第 2 表

| | | | |
|------------|-----|-------|-------|
| | 行 動 | | |
| 状 態 | | a_1 | a_2 |
| θ_1 | | 1.0 | 0.9 |
| θ_2 | | 0.6 | 0.9 |
| θ_3 | | 0.0 | 0.9 |

ベイズ決定理論の特色は以上にとどまらない。ある追加的情報（例えば標本からえられたような）でもって当初の主観的判断＝事前分布を改訂してゆくところにある。われわれの用いている事前分布は、ふ化場の説明書の数字を日頃その説明書に抱いている信頼感で割引いたものであるとしよう。ところで最近種鶏場で新品種の飼育実験を連続して行なった結果、ふ化場の説明書よりやや多く20回に1回の割合で病気が発生した事を知った。この追加的情報を利用して事前分布を改訂するのに有名なベイズの定理を使う事ができる。 A_i ($i=1, 2, \dots, n$) という要因がありその確率が $P(A_i)$ で与えられる時、 $P(B|A_i)$ なる条件付確率をもつ事象 B が生じたとする。この時、 B が起きたという結果をもとに原因は A_k であった筈だと推定する確率 $P(A_k|B)$ (事後分布 Posterior Distribution) は次の公式で与えられる。

$$P(A_k|B) = \frac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)}$$

われわれの例では $P(A_i)$ は事前分布 $\pi_0(\theta_i)$ にあたり、条件付確率 $P(B|A_i)$ は、確率 θ_i の試行を20回くり返して1回結果が表われた確率——即ち二項分布 $P(r=1|n=20, \theta_i)$ からえられる。第3表の第1欄が事前分布、第2欄が条件付確率を示している。第3欄が $P(A_i)P(B|A_i)$ にあたるが、第4欄は第3欄の合計 $\left(\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)\right)$ で第3欄の各行を割ったものであり、即ち事後分布となっている。

この事後分布と第2表の payoff matrix を用いてわれわれはベイズ決定規則を適用する事ができる。この時 a_1 の期待効用は0.9195、 a_2 のは0.9となり前と同様 a_1 を選択すべき事が示される。

第 3 表

| | $\pi_0(\theta)$ 事前分布 | $P(r=1 n=20, \theta_i)$ 条件付確率 | $\pi_0(\theta_i) \cdot P(r=1 n=20, \theta_i)$ 同時分布 | $\pi_1(\theta)$ 事後分布 |
|------------|-------------------------|----------------------------------|---|-------------------------|
| θ_1 | 0.85 | 0.1652 | 0.1404 | 0.8244 |
| θ_2 | 0.10 | 0.2701 | 0.0270 | 0.1585 |
| θ_3 | 0.05 | 0.0577 | 0.0029 | 0.0170 |

以上簡単しかし典型的な事例をもとにベイズ決定理論をみてきた。その特徴は次のように要約できるであろう。(イ)全く個人的主観的領域で目標を計量化する。この効用の指標化にあたっては賭けと主観確率が基本的な役割りを果たす。(ロ)個人をとりまく諸条件は、確実なものをまず明確にする事は勿論であるが、偶然的なもので客観的確率を与えないものも個人的主観的判断において数量化する。なおこの主観確率を追加情報でくり返し改訂してゆく数学的手続きがくみ込まれている。(ハ)以上の目標、条件のもとで最も合理的な決定規則がいくつかの数学的モデルとして与えられている。要するに、個人の意志決定の過程を、目的手段関係での形式的合理性においてとらえようとするのであるから、目標、とりまく条件に対する主観的判断は、ぎりぎり迄個人的に主観化される。しかしその個人的な主観化の最後の段階では、目標や条件に対する判断も全くその意志決定者の個人的責任に帰せられる。企業経営でいえば、トップマネジメントの管理対象であってその主観的判断によらねばならぬとされる⁽⁴⁾。即ち決定理論の数学的モデルからいえば、外から与えられた given data となる。意志決定論が完結した体系でかつ現実的有効性をもつようになったといわれる時は、以上のようなことを背景としている。主観的要因を目的手段の構造のなかにくみ入れながら、その核心においてなお外からの something given とする——ここに数学的モデルにおける主観的要因の形式化をみる事ができる。このような形式化は、方法自体を現実の対象から遊離させてはいないだろうか。以下二章に分ち、効用と主観確率における形式化を検討することにした。

- 1) 頻度的な客観確率と主観確率の差異は、本文で述べているところだけではいささか不正確であり不充分である。この点、さしあたり次の諸文献を参照されたい。足永純弘「確率論の基礎概念について」(『統計学』第8号)、伊藤陽一「確率に関する諸見解について」(『統計学』第14号)、拙稿「確率の形式化と主観化(Ⅰ)」(『商学論纂』第9巻第2号)。
- 2) 詳しくは、Schlaifer, R.; *ibid.*, pp. 24~48, Bierman, H. & others; *Quantitative Analysis for Business Decision*, pp. 191~211, チャーノフ, モーゼス, 宮沢訳『決定理論入門』pp. 107~162, 鎌倉昇「ベルヌーイの効用指標」(『経済論叢』第96巻第6号)等参照。
- 3) Schlaifer, R.; *ibid.*, pp. 32ff.
- 4) 例えば「いま読者が自分の会社の経営者の貨幣に対する効用を評価する仕事を与えられたとしよう。目的は、読者が自分の雇主の利害と一致した行動をとることができるようにするためである…。」(宮川公男編『意志決定の経済分析』p. 71)、「主観確率、準確率、与える確率が一般に適用されるような事象は、企業にとって比較的繰返しが少なく、しかも企業に対して重大な影響を及ぼすような事象であり、従ってまた、トップマネジメントの管理対象となる事象が多い。」(清水龍瑩『経営計画設定理論』pp. 131~2) 即ち効用指標や主観確率の賦与は、「先天的な経営者能力」の領域に属するかの如く扱われる。ほかに Fellner, W.; *Probability and Profit*, p. 38参照。

3 効用指標について

Neuman-Morgenstern は効用の可測性を、物理学で「より暖かい」という感覚が測定可能となってきた経過とひきくらべる⁽⁵⁾。これは熱と温度という両概念に分解される事によって達

成されたが、後者の概念の形成は三つの段階に分けられる。まず単に順序だけが与えられた段階で、単調増加関数で同じ意味をもついくつかのものに変換される。第二は、摂氏や華氏で測られる場合で、ここでは零点や温度の単位は絶対的には固定されていない。しかし考えられる可能な尺度は総て、摂氏と華氏の間のように一次変換によって結びつけられている。最後の段階は絶対温度によって零点が固定され、ただ単位が可変的となる場合であり、ある常数をかける事によって相互に変換されるいくつかの尺度が可能である。

彼らは、効用も単調変換が可能な第一の段階（これは無差別曲線の前提をなす）から、第二の段階、即ち相互に一次変換で結びつけられるいくつかの尺度が見出せる段階に高めうるといふ。効用 u がある指標 ρ と $u \rightarrow \rho = V(u)$ という形で対応させられるとしよう。この時、

$$u > v \text{ であれば } V(u) > V(v) \quad (1)$$

$$V(\alpha u + (1-\alpha)v) = \alpha V(u) + (1-\alpha)V(v) \quad (2)$$

の条件を充たせば、他のあらゆる対応 $u \rightarrow \rho' = V'(u)$ は $\rho' = \phi(\rho)$ （ただし ϕ は一次変換）で示され、かつ、(1)と(2)は、 u と v に関するいくつかの条件を公理として演繹的に導出する事を Neuman-Morgenstern は示した。Neuman-Morgenstern の公理は注に譲ってより非数学的に表わされた Chernoff-Moses の公理を掲げよう。

仮定1. 2つの期待 P_1 および P_2 に直面した個人は、十分な考慮をした上で、彼は期待 P_2 よりも期待 P_1 を選好するか、それとも彼はそれらをいずれも同様に望ましいと考えるか、あるいはまた期待 P_1 よりも期待 P_2 を選好するかのいずれかに決定できる。

仮定2. もし P_1 が少なくとも P_2 と同じくらいに望ましいと考えられ、そして P_2 が少なくとも P_3 と同じくらいに望ましいと考えられるならば、 P_1 は少なくとも P_3 と同じくらいに望ましいと考えられる。

仮定3. P_1 が P_2 よりも選好され、 P_2 が P_3 よりも選好されるとしよう。しからば P_1 と P_3 の混合で、それは P_2 よりも選好されるものが存在し、また P_1 と P_3 の混合で、それよりも P_2 が選好されるものが存在する。

仮定4. ある個人が P_2 よりも P_1 を選好するものとし、そして P_3 をいま1つの期待であるとしよう。しからばその個人は、 P_2 と P_3 の混合よりもそれと同じ割合での P_1 と P_3 の混合を選好するものと仮定する。

Chernoff-Moses は以上の仮定のもとで次の特性を持った効用関数が与えられるとしているが、これは Neuman-Morgenstern におけるそれと変らない。

効用関数特性1. $u(P_1) > u(P_2)$ であるのは、その個人が P_2 よりも P_1 を選好する時、その時に限る。

効用関数特性2. もし P が、その個人が確率 p をもって P_1 に直面し、確率 $1-p$ をもって P_2 に直面するような期待であるならば、

$$u(P) = pu(P_1) + (1-p)u(P_2)$$

このような公理乃至仮定の意味するところを言葉で表わせばどうなるか。それは Neuman-Morgenstern もいうように⁽³⁾、ある事象の将来における生起の結果に対して抱く期待を効用とした時、それらの期待に直面した人は選好を明確にかつ合理的に（例えばAよりはB、BよりはC、CよりはAといった矛盾を生まずに）決定しようという仮定であり、第2に、単独の事象でなく生起の確率で結びつけられたいくつかの事象に対する期待という形で選択を迫られた時でも、明確にかつ合理的に決意しようという仮定である。前者は決意の合理性の仮定と呼ぶべく、後者も賭けの決意の合理性の仮定と呼ぶるであろう。

われわれはこのように形式化された効用指標を内容的に検討するため、問題を具体的レベルに引き降す。〔2〕であげた具体例では、まず部門純収益としての貨幣額の増大を農家の目標と仮定し⁽⁴⁾、次いでこの貨幣額に対して抱く農家の主観的な効用を意志決定の尺度として計量化した。しかし効用をもち込んだからには期待の内容は一定額の貨幣の入手にとどまらず、貨幣とは異質な要素との組合せに対する期待が問題となる。小農経営での顕著な例は余暇（乃至労働時間）と貨幣額の組合せに対する期待であろう。

例えば現在採卵鶏のある羽数を平飼で飼育しているとする。平飼は産卵率が低いため、より多くの労働投入を要するが産卵率を高めるケージへの転換を考え判断に迷っているとしよう。現在の産卵率60%はケージによって70%または75%へ上昇する可能性があり、また労働投入も1日平均2時間または3時間増加の可能性があるとす。この時 payoff matrix は、 θ_1 =産卵率70%+労働投入増加2時間、 θ_2 =産卵率70%+労働投入増加3時間、 θ_3 =産卵率75%+労働投入増加2時間、 θ_4 =産卵率75%+労働投入増加3時間の4ケの状態、及び a_1 =平飼、 a_2 =ケージの2ケの行動で示される。採卵鶏部門であるから産卵率が与えられると比較的簡単に両飼育方式の部門純収益が算出される。さて、この部門純収益と労働投入増加の組合せに決意の合理性の仮定と賭けの決意の合理性の仮定はあてはまるであろうか。もし、労働投入が質的に無差別で単に時間的差があるにすぎぬとすれば、この組合せの期待をある確率の賭けと換算する事は（貨幣だけを換算する場合よりははるかに困難が予想されるが）不可能ではないであろう。むしろ問題はその場合の判断の安定性持続性である。対象とする期待の数が少ないから慎重にやれば明確性と合理性の条件は充たすであろうが、その判断が決意と実行の期間を通じて持続するかは甚だ心もとない。これは、組合された期待の数が多くなる時、さらに加えて労働投入乃至余暇が質的差異をもって来る時（例えば労働の種類・強度、生活のなかでの余暇の必要性等々）、不安定な判断とならざるをえないばかりか明確性や合理性を欠く判断とならざるをえないであろう。即ち賭けの決意の合理性の仮定は勿論、決意の合理性の仮定も非現実的となってくる。具体例をみよう。

採卵鶏経営の場合産卵処分が一つの重要な経営問題である。近郊農家では自家で処理解体し

地場消費を対象に小売すると部門純収益の著しい増大を生み出す事がある。しかしこの純収益増大は、農村特有の「と殺」を忌み嫌う社会心理、特にそれによって高い収益をあげた場合の近隣の「陰口」と結びつくのが普通である。この近隣の「陰口」を伴った貨幣に効用があるとすれば、それは貨幣そのものの効用よりはかなり割引かれたものとなるであろう。これは現実に計測しうるだろうか。この場合当然に、その評判ないし陰口がどこ迄広がり誰にどの程度ひどく言われているかに大きく左右される。即ちきわめて不安定で動揺きわまりないものとなり、かつ常に非合理的な判断を伴う事になる。

以上の事は、農家はその社会的環境や伝統的習性から合理的決断を著しく苦手とし、さらに賭けに至っては保守的に頭から嫌うか非合理的に熱中するかのいずれかである、という農家の特殊性によってより強められる事になる。しかし一般的にもいえるものであるという事はわれわれの経験に照らしても明らかであろう。

最後に事象の生起に至る期間の問題がある。賭けはその本性上、事象の生起の寸前に瞬間的に判断を求められる場合とそうでない時とは、異なった結果を示しがちである。そしてその期間が長くなればなる程数値的判断を伴う賭けは不可能になってゆく。例えば5年10年という長期的計画における投資とその成果を賭けの論理で効用に換算する事を考えてみればよい。ある程度長期間の問題になると、われわれは状態と行動を区別できなくなる。状態の結果はわれわれの働きかけ、即ち行動と独立ではなくなる。この期間の問題は、次にみる主観確率においても、重要な意味をもっている。

- 1) Neuman and Morgenstern; *Theory of Games and Economic Behavior*, pp. 15ff. なお彼らが、効用関数を設定しうるための公理としたものは、次のようなものである。効用 u, v, w, \dots の集合 U を考える。
 - A. $u > v$ は U の完全順序である。ここでは次のようになる。
 - Aa. いかなる2つの要素 u, v に対しても、次の関係のどれか、ただ1つが成立する。 $u > v, u < v, u = v$ 。
 - Ab. $u > v, v > w$ なら $u > w$ である。
 - B. 順序と結合の公理。 $1 > \alpha > 0$ とする。
 - Ba. $u < v$ ならば、 $u < \alpha u + (1 - \alpha)v$
 - Bb. $u > v$ ならば、 $u > \alpha u + (1 - \alpha)v$
 - Bc. $u < w < v$ ならば次の条件を充たす α が存在する。

$$\alpha u + (1 - \alpha)v < w$$
 - Bd. $u > w > v$ ならば同じく次の条件を充たす α が存在する。

$$\alpha u + (1 - \alpha)v > w$$
 - C. 結合演算に関する公理。 $1 > \alpha > 0, 1 > \beta > 0, 1 > \gamma > 0$ とする。
 - Ca. $\alpha u + (1 - \alpha)v = (1 - \alpha)v + \alpha u$
 - Cb. $\gamma = \alpha\beta$ ならば、 $\alpha(\beta u + (1 - \beta)v) + (1 - \alpha)v = \gamma u + (1 - \gamma)v$
 なおこの公理系と、無差別曲線の前提する公理との関係などについては、Fellner, W., *ibid.*, pp. 79~100 に詳しい。

- 2) 前出『決定理論入門』pp. 110~112。
- 3) 「われわれはある個人に、可能性として与えられた択一的な二つの事象に対して彼がどちらを選択するかを語りうるものと期待する。また、事象のみでなく確率で示された事象の結合に対しても、彼が比較しうるとみなすことは、上の事態のごく自然な展開である。」Neuman-Morgenstern; *ibid.*, p. 17. なお、形式的公理がここでみたような心理的内容を仮定している事については、Bierman からもふれている。Bierman, & others; *ibid.*, pp. 194~5.
- 4) われわれはここで農業経営や農家の目標を直接検討する事を目的とはしていない。主観確率との関連で効用の可測性とその現実的意味を問題にしている。

4 主観確率について

決定理論で Bayesian Approach という時その内容は多岐であり(イ)効用指標と確率を用いたベイズ決定規則、(ロ)個人的主観確率の利用、(ハ)主観的な事前分布のベイズの定理による改訂等が考えられるが、Good の指摘するように Bayesian の本質はベイズ定理の利用よりはむしろ主観確率を前提するところにあるといえる⁽⁴⁾。われわれはまず主観確率の賦与とその利用の問題を考察し、続いてベイズ定理による追加情報利用の問題をとりあげる。

既に述べたように確率の概念は、大きく(頻度的)客観確率と主観確率に分けられる。計量経済学のように歴史的な発展過程に対して外から頻度的機構を押しつける(主観的に擬制する)場合は⁽⁵⁾、Gamble Game や気体運動、遺伝現象等々のように客観的事実の中に頻度的確率現象が存在する場合は区別されるべきであり、主観確率に分類されてしかるべきである。結論を先に述べるならば、確率論は後者の場合に限って利用しうるものであり、その時客観的法則を利用するものとして方法の有効性は表われるのである。

主観確率派は、頻度的偶然現象が客観的に存在する時でも、(イ)意志決定に必要なものは、くり返しというより一回生起的なものとして「次に起こるかどうか」の確からしさの判断である、(ロ)相対頻度の極限といっても無限回の実験は不可能であり有限回のケースに主観的な「理想化」を加えて求めざるをえない、という2つの理由から結局主観的なものが優先すると主張する⁽⁶⁾。しかしこの場合、一般に確率に要求されるのはある事象の生起の確からしさの主観的判断であり、客観確率の利用に際してもそれに一度翻訳されるという事は、主観的判断における確からしさの数値的表現が、頻度的機構との関連で真理をよりよく反映している場合と全くの虚像にすぎぬ場合があると考える事とは別である。客観確率は後者の立場をとり、主観的判断も客観的なものの反映においてのみ有効だと考える。

しかし一般に決定理論では、「決定問題に involve される人間、特に decision maker が事前にもっている知識ないし考えは、たとえそれに客観的根拠が与えられないにしても計算に入れられるのが望ましい⁽⁷⁾」とされる。そしてそのため decision maker の過去の経験、知識等を総動員せよという。これを分析すると次のいずれかの場合になる。

(イ)頻度の機構が客観的に存在する場合。ある品種の産卵率のように個体の偶然誤差を正規分布等で実験的に fit させる場合である。

(ロ)類似の事象の生起に関してなんらかの経験的知識がある場合。既にみたように業者の宣伝文に対し一定の信頼率を経験的に形成している場合等がこれにあたる。

(ハ)特に事前分布の型を指定する情報をもたぬ場合。この時は特定の条件を欠いていてもその状態で一般に考えられる分布を想定する。正規分布、一様分布、二項分布等がよく用いられるが⁽⁶⁾、そのパラメーターの特定化では(ロ)の経験的知識が要求される場合が多い。

われわれは以上の三段階には質的差異があると考えるのであるが、Bayesian にとっては、主観確率を与えるため過去の経験知識や現実に集めうる evidence を総動員する過程として全く無差別である。「既存の知識を総動員する」ということは、第二次大戦直後わが国で推測統計学が輸入され流行した時も母集団の型の想定に関して唱えられた事であった。「母集団の型が想定されるときには、『既存の知識が総動員される』という大げさなことばがよく使われる。これは、これからさきは内容ぬきの形式的操作がはじまるのだから、ここで大いに内容的考慮をしておくという意味にもとれそうであるが、増山氏のいわゆる『実験から帰納しようとする理論から演繹しようとかまわない』、『伝承だろうと直観だろう』と手あたり次第、何から出発してもよいという意味にもとれる。かってに思いついたものを出発点にしてよいといういいかたが、事情を知らないわれわれをよく不安がらせるが、この母集団が仮説として提示されること、つまり、現実の資料との結びつきがそもそも仮説なので、したがって資料とは表向き赤の他人なのであるから、いくら勝手にきめたとして資料の方から文句はいえないわけである⁽⁶⁾。」主観確率についてもこれ以上つけ加える必要はないであろう。資料と判断との関係を反映模写の立場から明確にする事を拒否するわけであるから、もはや先天的な経営者能力や神秘的な「芸術」⁽⁷⁾の局面に属するものとせざるをえなくなる。そこで問題はこのような主観確率をベイズの定理で改訂する事の客観性に移る。

まず最初に採卵鶏の産卵率を事前分布とする場合を考えよう。ここで産卵率を離散的にとらえその確率を与えてもよい、あるいは連続的にとらえ正規分布等としてもよい。いずれの場合も部分調査により標本としての追加情報がえられる。この場合は、事前分布が客観確率であり、母集団一標本シエマが（換言すれば[1]でみた条件付確率が）頻度的な客観確率において与えられる。[1]でみたプロイラー生産の場合でも、規模拡大・技術進歩といった経済的な展開がなければ毎月の出荷をほぼ似た条件でのくり返しとみる事ができ、ここで述べた条件を近似的に充たしているといえる。Schlaifer が事前分布にくり返し用いている historical frequencies がほぼこれにあたる。

第二の例として、例えば産卵鶏の地場消費の需要予測の場合のように、事前分布が客観的に存在する集団に関して与えられた場合である。ここでは集団の一部をランダムサンプリングした

結果を用いて事後分布を求めうる。しかもサンプルサイズが大となれば事前分布として指定された型の事後分布に対する影響力は逓減的に減少する。母集団自体は頻度的偶然現象ではなくてもサンプリングで頻度化する事により条件付確率、同時分布が頻度的な客観確率として与えられ、ベイズ定理利用による改訂が客観的となる。

第三にくり返される頻度的偶然現象（及び近似的に類似する現象）で、次に生起するかどうかの事前確率を考えよう。ある事象の生起の事前分布としては二項分布やポアソン分布が前提される事は〔1〕の例にみる通りである。しかし注意せねばならぬ事は、ここで事前分布として与えられるのは二項分布やポアソン分布のパラメーター（〔1〕の例での病気発生率は二項分布のPの値である）に対する主観的判断である。その事象が起きるか起きないかに関する判断ではない。〔1〕の例において、次の餌つけにおいて病気が病生するかどうかを判断したいとしよう。発生するという事象を A_1 、発生しないという事象を A_2 とする。ある情報Bが与えられたとしてこの時発生すると判断する主観確率の事後分布 $P(A_1|B)$ は、

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)}$$

となる。ここでBはなんらかの意味で病気が発生した事実に関連するといえる（例えば実験の結果20回に1回発生した等）。しかし A_2 は病気が発生しないという事象である。従って $P(B|A_2) = 0$ とならざるをえない。病気が発生しないという A_2 の条件のもとでは病気の事例的な発生という事象Bは起きえないのは当然だからである。故に $P(A_1|B) = 1$ となり、事後分布はなにも意味をもたなくなる。このように、一回生起的なものが起きる確率、起きない確率と考えてしまうと、ベイズの定理を用いた事前分布の改訂はできなくなる。そこで通常は、〔2〕でみたように、独立な同じ試行のくり返しである二項分布をもちこみ、各回の試行の生起確率Pに対してある事前分布を与え、これを追加情報で改訂する形をとる⁶⁾。これは別の角度からみれば、一回生起的事象が生起するか否かに関する主観確率に対しては、母集団標本シエーマでの情報をとりえない事と関連する。この点をより明確に示すものとして次の場合が出てくる。

第四の場合として、全く頻度的なくり返しのない現象に対する事前分布を考えよう。例えば飼育羽数を増加するかどうかの決定を迫られている時、何よりもこれに関連する状態は明年度以降の生産物価格（卵価、ブロイラー契約価格等）であろう。明年度の平均価格に対し離散的乃至連続的事前分布を与えたとする。この時追加情報Bはどのようなものでありうるか。条件付確率 $P(B|A_i)$ が頻度的な客観確率として与えるためには、(i)卵価やブロイラー価格に規則的週期性があり、明年の価格水準と本年以前のある年の価格水準の間に1.0に近い相関がある場合、(ii)明年の価格水準と先行するある年の何らかの生産手段の価格水準の間に同じく1.0に近い相関がある場合（例えば corn-pig-cycle のように）に限られよう。即ちこれらの価格

水準の間に（トレンドや季節変動を消去して）単調振動としての週期性がある始めて信頼しうる条件付確率がえられる。しかし現実の価格変動は、いわゆる時系列解析で簡単な変動パターンに分解され尽すようなものではない（もしそうであるなら価格変動の予測は極めて簡単になりそもそも主観確率を利用する必要などはなくなる）。この価格変動はまさに商品生産の無政府性の象徴的な表象であり、われわれのなしうる事は、生産構造や消費構造の質的な展開と結びつけて、価格水準の傾向と週期性を統一的に、しかし概観的にとらえうるにとどまる。一般的にはくり返しよりも展開がより支配的であるといえる。こうして、農家の意志決定で最も重要な条件となる価格変動において、形式化した主観確率を指定しても、客観的に頻度的偶然現象が存在しないため、意志決定に有効な形でこれの改訂をなしえない事は明らかであろう。

以上検討してきたところを要約すれば次の如くである。決定理論においては、主観的なものを形式化して意志決定の過程に組み込んだが、しかしそれと客観的なものの反映関係という最も重要なポイントは意志決定者によってこの過程に外から与えられるものとされた。そして目的手段関係において数学的モデルとして形式的合理性の首尾一貫が追求された。しかしそれだけでは現実に働きかけうる有効な方法を生み出しえない。最終的には客観的法則を正しく認識してこれに沿うかどうか方法の現実的有效性を規定するものであるのに対し、ここでの主観的要因の形式化は形骸化（現実からの遊離）を生んでいるからである。

- 1) Good, I.G.; *The Estimation of Probability*, p. 8.
- 2) 拙稿「計量経済学批判ノート」(滋賀短大農経科『農業近代化の反省』所収) 参照。
- 3) 宮沢光一「統計的予測の問題をめぐって」(木村健康他編『日本経済の統計的分析』所収), 同「non Bayesian 対 Bayesian」(『1966年度日本統計学会々報』所収), 宮川公男「Bayesian の決定理論」(同上所収) 等参照。
- 4) 同上 宮川公男「Bayesian の決定理論」p. 5.
- 5) 事前分布を正規分布に仮定し、また標本分布が正規分布である時は、事後分布も正規分布になる事が簡単に証明される。また、二項分布の P に関して殆んど情報が無い時は、まず P を連続なベータ分布で示し、ついで n 個のサンプルで r 個発生したという情報をもとに P に関する事後分布をベータ分布として求める事ができる。(Schlaifer; *ibid.*, pp. 435~446, 670~678.)
- 6) 大橋隆憲『現代統計思想論』p.20.
- 7) 前出『決定理論入門』p. 313.
- 8) 例えば過去の $a + b$ 回の試行において、事象 A が a 回起き b 回起きなかったという追加情報が与えられたとしよう。事象 A の生起確率 P に関する事前分布が、 0 と 1 の間の一様分布で仮定されていたとすると、事後分布はベイズの定理により

$$\frac{(a+b)!}{a! b!} p^a (1-p)^b dp / \frac{(a+b)!}{a! b!} \int_0^1 p^a (1-p)^b dp = \frac{(a+b+1)!}{a! b!} p^a (1-p)^b dp$$

というベータ分布になる。ここで P に関する平均

$$\frac{(a+b+1)!}{a! b!} \int_0^1 p^{a+1} (1-p)^b dp = \frac{a+1}{a+b+2}$$

を計算すると、これが次の試行で事象 A の起きる確率となる。これが有名な継起の公式(Law of succession) である。