不完全知識状態における農業経営計画モデルと設計方法

今　村　幸　生

1 は し が き

経営主は，事前的な計画時点においては，経営諸条件について不完全な知識しかもっていないのが普通である。不完全知識状態のもとで農家が享受する効用を最大化する農業経営計画を作成するための計画モデルは，経営主の経営諸条件に関する予測のしかたや彼の行動型によって異なったものとなるが，すでに別稿において，不完全知識状態におけるいくつかの農業経営計画モデルについて，その経済的性質と計画モデル間の相互関係を考察した[1]。すなわち，生産過程を通常の線型計画モデルと同じように連立1次不等式によって把握しながら，純収益の期待値と変動とに着目して，プロセス純収益係数の変動の大きさをそれぞれの標準偏差または分散で表わし，変動の相互関連を共分散でもって表わしうる場合の計画モデルについて考察した。その際，経営主は純収益・安定選好効用函数をもっているものと仮定した。

このような計画モデルは大きく2つに分けられる。その1つは，経営主が内在的にもっている純収益・安定選好効用函数を前提しながらもこれを計画モデルにはとり入れないで，一定の効用指標に照らしての効率点の軌跡を求める計画モデルである。この場合には，経営主は，提示された効率点の軌跡を自己の効用函数に照らして，最高の効用水準をもたらす経営計画を選択しなければならない。いま1つは，一定の効用函数を想定して，これを計画モデルに組み入れることによって最高の効用水準をもたらす最適点を求める自己完結的計画モデルである。

ところで，上述のように，不完全知識状態のもとでの経営計画を作成するためには，経営諸条件を主観的にどのように予測するかという予測型と，予測された経営諸条件に対して経営主が主体的にどのように対応するかという行動型とがきめられなければならない。しかし，いま，プロセス純収益係数については期待値と標準偏差（または分散）および共分散を用いて予測することができ，その他の経営諸条件については1価の確定値として予測することが可能で，しかも，経営主はこのような予測にもとづいて純収益・安定選好型の行動をとると仮定しうるとしても，実際には，とくに第三者が経営計画を作成するときには，経営主の行動パラメーターをあらかじめ適確なただ1つの値にきめることはむずかしい。

したがって，実際の農業経営設計に当たっては，まず，効用函数を計画モデルにとり入れな

いで，純収益・安定選好効用函数を前提したときの効率点の軌跡を全可能領域にわたって求める。しかし，これだけでは各効率点に対応する経営計画の性質を十分理解し得ないので，行動パラメーターの実際的な意味を理解しやすい自己完結モデルを用いて，その性質を明確にする必要がある。つまり，効率点の軌跡を求める計画モデルと自己完結モデルとを併用することが望ましいのである。

本稿では，まず，効率点の軌跡を求めるための Heady-Candler モデルと自己完結モデルとしての Kataoka モデルとを第2節と第3節でとりあげて，その性質を吟味するとともに，効率点の軌跡および最適経営計画の計測方法を検討する。ついで，両計画モデルを併用した農業経営設計の方法を第4節で提示する。最後に，これら両計画モデルと他の計画モデルとの関連について若干言及する。

2　Heady-Candler モデルによる効率点の軌跡の計測

純収益・安定選好効用函数を前提したときの 効率点の 軌跡を求める 計画 モデルとしては，H.M. Markowitz が Portfolio Analysis に関連して提示したモデル(2)を E.O. Heady and W. Candler が農業経営設計のために応用した Heady-Candler モデル(3)がある。

Heady-Candler モデルでは，生産過程には通常の線型計画モデルがあてはまるが，経営主は，変動するプロセス純収益総額 z の期待値 $\hat{z}$ がより高いことを好み，しかもプロセス純収益総額の変動（標準偏差 σ あるいは分散 σ^2）のより小さいことを望んでいると仮定する。このような純収益・安定選好効用函数 $U(\hat{z}, \sigma)$を前提したときの効率点はつぎのように定義される。すなわち，$(\hat{z}^0, \sigma^0)$が制約条件をみたす可能点であり，しかも $\hat{z}' \geq \hat{z}^0$ かつ $\sigma' \leq \sigma^0$ となるような他の可能点$(\hat{z}', \sigma')$が存在しなければ，$(\hat{z}^0, \sigma^0)$ は効用函数 $U(\hat{z}, \sigma)$ に照らしての効率点である。この「$(\hat{z}, \sigma)$ 効率点」の軌跡を求めるためには，連立1次不等式の制約条件のもとで，$\hat{z}$ の各水準に対応する最小の σ を求めればよい。

したがって，Heady-Candler モデルを定式化すればつぎのようになる。いま，a_{ij} をプロセス技術係数，$\hat{c}_j$ をプロセス純収益係数 c_j の期待値，σ_{jk} を c_j と c_k の共分散（σ_{jj} は c_j の分散），b_i を制約要素量，x_j をプロセス稼働水準とすれば，

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i \qquad (i=1, 2, \cdots, m) \tag{1}$$

$$x_j \geq 0 \qquad (j=1, 2, \cdots, n) \tag{2}$$

の制約条件のもとで，

$$\hat{z} = \sum_{j=1}^{n} \hat{c}_j x_j \tag{3}$$

を，通常は $\hat{z}=0$ から $\max \hat{z}$ へと連続的に変化させながら，

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j x_k} \tag{4}$$

の最小値を求めてゆく問題である。

実際の計測に当たっては，標準偏差 σ を最小化することは $-\frac{1}{2}\sigma^2$ を最大化することに等しいから，(4)の代りに，

$$F = -\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j x_k \tag{5}$$

を最大化すべき目的函数として設定する。このように目的函数を変換することによって，Heady-Candler モデルは2次計画問題として定式化され，与件変化2次計画法 parametric quadratic programming method を用いて解きうるようになる。

さて，一定のプロセス純収益総額の期待値 $\hat{z}^*$ に対する最適解はつぎのようになる。u_0 と u_i をラグランジュ乗数とすると，ラグランジュ函数は，(1)〜(3)と(5)から，

$$L = -\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j x_k + u_0(\hat{z}^* - \sum_{j=1}^{n}\hat{c}_j x_j) + \sum_{i=1}^{m}u_i(b_i - \sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j) \tag{6}$$

である。したがって，最適解の必要条件は，x_j^0, u_0^0, u_i^0 を最適解における値とすれば，Kuhn-Tucker の条件[4]によって，

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = -\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_k^0 - \hat{c}_j u_0^0 - \sum_{i=1}^{m}a_{ij}u_i^0 \leq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial x_j}x_j^0 = 0, \ x_j^0 \geq 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_0} = \hat{z}^* - \sum_{j=1}^{n}\hat{c}_j x_j^0 = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_i} = b_i - \sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j^0 \geq 0, \qquad \frac{\partial L}{\partial u_i}u_i^0 = 0, \ u_i^0 \geq 0 \tag{9}$$

となる。この(7)〜(9)は，目的函数(5)が凹函数であるから，最適解の十分条件でもある。

(7)〜(9) にスラック変数 v_j, y_i, および技巧変数 y_0 を導入して最適条件を表わすとつぎのようになる。

$$-\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_k - \hat{c}_j u_0 - \sum_{i=1}^{m}a_{ij}u_i + v_j = 0 \tag{10}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\hat{c}_j x_j + y_0 = \hat{z}^* \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j + y_i = b_i \tag{12}$$

$$x_j \geq 0, \quad u_i \geq 0, \quad v_j \geq 0, \quad y_0 = 0, \quad y_i \geq 0 \tag{13}$$

$$x_j v_j = 0, \quad y_i u_i = 0 \tag{14}$$

(14)を相補条件 complementarity property とよび，たがいに相補関係にある x_j と v_j, y_i と u_i, および y_0 と u_0 をそれぞれ対応する変数の相補変数とよぶ。ここで，等式(3)に導入された技巧変数 y_0 の値は最適解では0になっていなければならないこと，およびその相補変数 u_0 には非負条件が課せられないことに注意しておこう。

この最適解を求めるためには，２次計画問題を(10)～(12)の形で表わし，(13)と(14)を満足する解を求めればよい。しかし，ここでの問題は，一定の $\hat{z}^*$ に対する最適解を求めることではなく，可能なあらゆる $\hat{z}$ に対する最適解を求めることである。そのためにはつぎのようにすればよい[5]。

まず，$\hat{z}=0$ とおいて，(10)～(12)を，v_j, y_0, y_i を基底変数としてシンプレックス表に表わす。ここでは制約条件は最大制約条件($\leq b_i$)のみであると仮定しているから，この初期基本解は，(13)と(14)を満足しており，$\hat{z}$ を０としたときの最適解である。このとき，$x_j=0$, $v_j=0$, $y_i=b_i$, $u_i=0$, $y_0=0$, $u_0=0$ である。

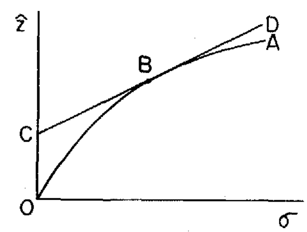
シ　ン　プ　レ　ッ　ク　ス　表

		$x_1 \cdots\cdots x_n$	u_0	$u_1 \cdots\cdots u_m$	$v_1 \cdots\cdots v_n$	y_0	$y_1 \cdots\cdots y_m$
v_1	0	$-\sigma_{11}\cdots-\sigma_{1n}$	$-\hat{c}_1$	$-a_{11}\cdots-a_{m1}$	$1 \cdots\cdots 0$	0	$0 \cdots\cdots 0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots \ddots \vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots \ddots \vdots$	$\vdots$	$\vdots$
v_n	0	$-\sigma_{n1}\cdots-\sigma_{nn}$	$-\hat{c}_n$	$-a_{1n}\cdots-a_{mn}$	$0 \cdots\cdots 1$	0	$0 \cdots\cdots 0$
y_0	0	$\hat{c}_1 \cdots\cdots \hat{c}_n$	0	$0 \cdots\cdots 0$	$0 \cdots\cdots 0$	1	$0 \cdots\cdots 0$
y_1	b_1	$a_{11}\cdots\cdots a_{1n}$	0	$0 \cdots\cdots 0$	$0 \cdots\cdots 0$	0	$1 \cdots\cdots 0$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots \ddots \vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots \ddots \vdots$
y_m	b_m	$a_{m1}\cdots\cdots a_{mn}$	0	$0 \cdots\cdots 0$	$0 \cdots\cdots 0$	0	$0 \cdots\cdots 1$

(注)　$\sigma_{jk}=\sigma_{kj}$

この最適解から出発して，$\hat{z}$ を連続的に上昇させながら，$\hat{z}$ の各水準に対応する最適解を求めるのである。そのためには，y_0 とその相補変数 u_0 とをつねに基底変数として保ちながら，$\hat{z}$ が増加するように，前段階で非基底変数となった変数の相補変数を基底変数として採用するというシンプレックス演算を進める。このとき，y_0 と u_0 を除く変数の非負条件を侵さないように基底変換を行なわねばならない。

このようにして得られる基本解の y_0 の値を $-\beta_0$ とすれば，$\beta_0\geq 0$ ($y_0\leq 0$) であって，$y_0=0$ の条件を満足していない。しかし，これは $\hat{z}=0$ とおいているためであって，ここで $\hat{z}=\beta_0$ とおけば $y_0=0$ となり，この基本解は最適解となる。つまり，基本解の $\hat{z}$ の値は基底変数となっている y_0 の負値として求められているのである。



第 1 図

要するに，$\hat{z}$ の値をある基本解におけるそれよりも小さくはない適当な大きさに定めて，y_0 を非基底変数にすれば直ちに非負条件と相補条件を満足する最適解が得られるような非基底変数を基底変数として採用しながら，より高い $\hat{z}$ に対応する最適解を順次求めてゆくのである。この計算を $\hat{z}$ がもはや増加し得なくなるまで続けることによって，１図の OA で示されるよ

うな $(\hat{z},\sigma)$ 効率点の軌跡を求めることができる。この OA より右側の点は，$\hat{z}$ と σ の可能な組み合わせを示す点であり，左側は不可能な組み合わせを示す点である。

なお，いま1つの方法として，y_0 をつねに非基底変数として保ち，その相補変数 u_0 を基底変数としながら，$\hat{z}$ の増加に対してつねに非負条件と相補条件を満足する最適解を追跡してゆく方法もあるが，得られる結果は等しい。

3　Kataoka モデルによる最適経営計画の設計

S. Kataoka は，A. Charnes and W. W. Cooper の Chance-Constrained Programming Model(6) を応用して，生産過程を通常の線型計画モデルで表わしながら，プロセス純収益総額 z がある下限 f より小さくなる確率を α (≤ 0.5) におさえて，その下限 f を最大化する自己完結モデルを提示した(7)。すなわち，プロセス純収益係数 c_j が正規分布すること，したがってプロセス純収益総額 z も正規分布することを前提として，通常の線型計画モデルの制約条件(1)，(2)に加えて，

$$\Pr\left(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leq f\right) = \alpha \tag{15}$$

なる確率条件を付加し，これらの条件のもとで下限 f を最大化する計画モデルである。

確率条件(15)は，確率 α が与えられると，

$$f = \sum_{j=1}^{n} \hat{c}_j x_j - q\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \sigma_{jk} x_j x_k} = \hat{z} - q\sigma \tag{16}$$

に変換される(8)。この(16)が Kataoka モデルの最大化すべき目的函数すなわち効用函数である。ここで q は，確率 α が与えられたときに，期待値 $\hat{z}$ から下限 f までの距離を標準偏差を単位として表わす定数であって，変動に対する主観的な割引きの程度を表わす農家の行動パラメーターである。たとえば，$\alpha=0.1$ ならば $q=1.282$ である。

したがって，下限 f は，ある $\hat{z}$ と σ の組み合わせから得られる効用と同一水準の効用をもたらすところの変動しないプロセス純収益総額 $z(\sigma=0)$ を意味することになる。また，f を最大化することは，ある $\hat{z}$ に対応する変動の幅 σ を最小化することになるから，Kataoka モデルの最適点を求めることは，$(\hat{z}, \sigma)$ 効率点の軌跡上の1点を効用函数(16)に照らして選び出すことに等しいのである(9)。

Kataokaモデルの最適解を求めるために，S. Kataokaは，Rを最適解において $\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j^0 x_k^0}$ となるように変化させるパラメーターとして，目的函数(16)を $f^* = \sum_{j=1}^{n}\hat{c}_j x_j - \frac{q}{2R}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j x_k$ に置き換えて，2次計画法を繰り返し適用する方法を提示した(10)。

この Kataoka モデルの最適点は，上述のように $(\hat{z}, \sigma)$ 効率点の軌跡上の1点であるから，

いま1つの方法として，$(\hat{z}, \sigma)$ 効率点の軌跡を計測したときの計算結果を利用して求めることもできる。ここでの目的のためにはこの方法の方が有効であるから，つぎにこれを説明しよう。

前節で説明した与件変化2次計画法を用いると，ある基本解からつぎの基本解までの間では，$\hat{z}$ と x_j の変化量は，(10)〜(12)から明らかなように，そのときに基底変数として採用される変数の1次函数となっている。つまり，ある基本解における $\hat{z}$ の値を $\beta_0(=-y_0)$, x_j の値を β_j とし，基底変数として採用される変数を θ, 基底変換後の基本解における θ の採用水準を θ_0 とすると，両基本解の中間における $\hat{z}$ と x_j の値はつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned}\hat{z}&=\beta_0+\gamma_0\theta\\ x_j&=\beta_j+\gamma_j\theta\end{aligned}\right\}\quad(0\leq\theta\leq\theta_0)\qquad(17)$$

ここで，γ_0 は，シンプレックス表でいえば，対応する基本解 $(\theta=0)$ における転出列 (θ 列)の y_0 行の値であり，γ_j は転出列の x_j 行の数値の符号を逆にしたものである。基底変数として採用される変数が x_k ならば $\beta_k=0$, $\gamma_k=1$, すなわち $x_k=\theta$ である。なお，非基底変数のままとどまる x_j については $\beta_j=0$, $\gamma_j=0$ である。

(17)を(16)へ代入して整理すると，目的函数は，

$$f=\beta_0+\gamma_0\theta-q\sqrt{A+B\theta+C\theta^2}\qquad(0\leq\theta\leq\theta_0)\qquad(18)$$

となり，θ だけの函数となる。ただし，$A=\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}\beta_j\beta_k$, $B=2\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}\beta_j\gamma_k$, $C=\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}\gamma_j\gamma_k$ である。

目的函数 f が最大となる θ を求めるために，(18)の導函数を求め，これを0とおくとつぎのようになる。

$$\frac{df}{d\theta}=\gamma_0-\frac{q}{2}\frac{B+2C\theta}{\sqrt{A+B\theta+C\theta^2}}=0\qquad(19)$$

$$\therefore\theta=-\frac{1}{2C}\left(B\pm\gamma_0\sqrt{\frac{B^2+4AC}{\gamma_0{}^2-q^2C}}\right)\qquad(20)$$

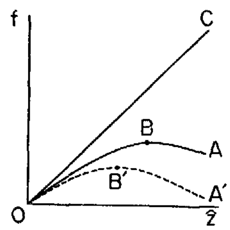
この(20)によって得られる2根のうちで，$0\leq\theta\leq\theta_0$ を満足する実根が求める θ の値である この θ の値を(17)へ代入することによって Kataoka モデルの最適解を求めることができる。なお，(18)は凹函数であるから，このようにして求められた θ は f の最大値を与えるものである。

しかし，(20)によって得られた θ が虚根であったり，$0\leq\theta\leq\theta_0$ をみたしていないときには，Kataoka モデルの最適解は，いまとりあげている2つの基本解の中間($\hat{z}$ についていえば，$\beta_0\leq\hat{z}\leq\beta_0+\gamma_0\theta_0$)にはなくて，他の領域に存在することになる。そこで，Kataoka モデルの最適解を求めるためには，Heady-Candler モデルによる計測結果のなかのどの基本解を用いるの

が適当であるかを明らかにしなければならない。そのためには，まず，次節で説明する方法によって，ある基本解が Kataoka モデルの最適解になっているとすればそのときの q の値はいくらであるかをすべての基本解について求める。このようにして求められる q の値は，$\hat{z}$ の増加に伴なって減少するから，与えられた q よりも小さくはない最小の q に対応する基本解を用いればよいのである。

このようにして求められる Kataoka モデルの最適点は，($\hat{z}$, σ) 効率点の軌跡上の1点であり，1図のBによって示される。CD は(16)から導出される効用無差別線であって，Bにおいて OA と接しており，その傾斜は q に等しい。したがって，q が大きいほど(確率 α が小さいほど)より変動の幅の小さいことを望む安定選好的行動を表わすものとなり，原点に近い OA 上の点を最適点として選ぶことになる。また，無差別線が $\hat{z}$ 軸と交わるCの高さは，Bで得られる効用と同じ水準の効用をもたらす変動しないプロセス純収益総額 $z(\sigma=0)$を表わしている。

また，Kataoka モデルの最適点は2図のBによっても示される。この図において，OC は横軸に対して45°の傾斜をもって描かれており，f を表わす OBA と OC との垂直距離は $q\sigma$ に相当する。最適点Bは最高の f に対応する点であって，その高さは1図の OC に等しいのである。なお，q が大きくなれば，OBA は OB′A′ のように下方へ移動し，最適点 B′ は原点へ近づく。



第 2 図

つぎに，Kataoka モデルにおける制約要素の限界純収益力について検討しよう。制約条件は(1)と(2)であるから，w_i をラグランジュ乗数とすれば，ラグランジュ函数は，

$$G=\sum_{j=1}^{n}\hat{c}_j x_j - q\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j x_k}+\sum_{i=1}^{m}w_i(b_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j) \tag{21}$$

である。したがって，最適解の必要条件は，x_j^0 と w_i^0 を最適解における値とすれば，つぎのようになる。

$$\frac{\partial G}{\partial x_j}=\hat{c}_j-q\frac{\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_k^0}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j^0 x_k^0}}-\sum_{i=1}^{m}a_{ij}w_i^0\leq 0,\quad \frac{\partial G}{\partial x_j}x_j^0=0,\ x_j^0\geq 0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial G}{\partial w_i}=b_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j^0\geq 0,\quad \frac{\partial G}{\partial w_i}w_i^0=0,\ w_i^0\geq 0 \tag{23}$$

この(22)と(23)は最適解の十分条件ともなるものである。

(22)の第2式をすべての j について加え合わせると，

$$\sum_{j=1}^{n}\hat{c}_j x_j^0-q\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j^0 x_k^0}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j^0 w_i^0 \tag{24}$$

を得る(11)。これはつぎのことを意味する。すなわち，

$$f^0=\hat{z}^0-q\sigma^0=\sum_{i=1}^{m} b_i w_i^0 \qquad \left(\hat{z}^0=\sum_{j=1}^{n}\hat{c}_j x_j^0,\ \sigma^0=\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j^0 x_k^0}\right) \tag{25}$$

が成立する。この w_i^0 は $\frac{\partial f}{\partial b_i}$ に等しく，この意味において w_i^0 を制約要素の限界純収益力とよびうるから，(25) は，制約要素をそれぞれの限界純収益力 w_i^0 でもって評価すれば，下限 f すなわち変動を評価して差し引いたプロセス純収益総額 $z(\sigma=0)$ は制約要素に帰属しつくされることを示すものである。この点において，Kataoka モデルは通常の線型計画モデルと類似の性質をもっているのである。

この限界純収益力 w_i^0 は (22) と (23) を用いて算出することができる。すなわち，これら両式の第1式のなかで最適解において等号が成立する式の数は正値をとる x_j^0 と w_i^0 の数に等しいから，等号が成立する式だけをとり出して連立させ，正値をとる x_j^0 と w_i^0 とを未知数として解けばよい。実際の計算に当たっては，x_j^0 はすでに求められており，しかも，正値をとる w_i^0 は(23)において $\frac{\partial G}{\partial w_i}=0$ となる有効な制約要素に対応するものであるから，(22)の第1式だけを用いて，容易に w_i^0 を求めることができる。

4　両計画モデルを併用した農業経営設計

はじめに述べたように，Heady-Candler モデルによって$(\hat{z}, \sigma)$効率点の軌跡を求めるだけでは，各効率点に対応する経営計画の性質を十分理解し得ない。一方，自己完結モデルとしての Kataoka モデルを用いようとすれば，確率 α をあらかじめ確定すること，つまり行動パラメーター q を確定することがむずかしい。したがって，実際の農業経営設計に当たっては，まず，Heady-Candler モデルによって$(\hat{z}, \sigma)$効率点の軌跡を求め，しかるのちに，各効率点に対応する経営計画を Kataoka モデルによって意味づけすることが望ましい。すなわち，ある $(\hat{z}, \sigma)$ 効率点が Kataoka モデルの最適点となるための α および q はいくらであるか，また，そのときの下限 f および制約要素の限界純収益力 w_i^0 はどれほどであるかを，あらゆる効率点について計測するのである。つぎにこの計測方法を説明しよう。

$(\hat{z}, \sigma)$効率点の軌跡は前述の方法によってすでに求められているとする。ある $(\hat{z}, \sigma)$効率点が Kataoka モデルの最適点であるための確率 α を求めることと行動パラメーター q を求めることとは等しいから，ここではまず q を求めよう。この効率点に対応する(17)の θ を用いて，さきの(19)から，q はつぎのように求められる。

$$q=2\gamma_0\frac{\sqrt{A+B\theta+C\theta^2}}{B+2C\theta} \tag{26}$$

ここで，$\sqrt{A+B\theta+C\theta^2}$ はこの効率点における標準偏差 σ に等しい。なお，$\hat{z}=0,\ \sigma=0$ の効

率点では，一般に，A＝0, B＝0 であるから，$q \geq \frac{\gamma_0}{\sqrt{C}}$である。

このqに対応する確率 α は正規分布表から容易に読みとりうるが，$\hat{z}$ の増加に伴なってqは減少し，α は増大する。また，このときの下限 f は，目的函数 (16) または (18) に上で求めたqを代入することによって，さらに，制約要素の限界純収益力 w_i^0 は前節で説明した方法を用いて算出しうるのである。

以上のようにして，必要なあらゆる $(\hat{z}, \sigma)$ 効率点に対応するqと α を求め，さらに下限 f および限界純収益力 w_i^0 を計測することができるが，経営主は，このようにして意味づけされた $(\hat{z}, \sigma)$ 効率点の軌跡を自己の効用函数に照らして，最高の効用水準をもたらす経営計画を選択しなければならないのである。

5 む　す　び

W. J. Baumol は，$(\hat{z}, \sigma)$ 効率点の軌跡は一定の信頼限界を前提すれば効率点ではなくなる点を含むものであるとして，つぎのような効率点の定義を提示した(12)。すなわち，Kを Kataoka モデルの行動パラメーターqに相当する正の定数として，

$$L=\hat{z}-K\sigma, \qquad K>0 \tag{27}$$

とおいて，$(\hat{z}^0, L^0)$が1次不等式の制約条件をみたす可能点であり，しかも $\hat{z}' \geq \hat{z}^0$ かつ $L' \geq L^0$ となるような他の可能点 $(\hat{z}', L')$ が存在しなければ $(\hat{z}^0, L^0)$ は効率点であると定義した。W. J. Baumol はこの効率点を「$(\hat{z}, L)$効率点」とよび，Kataoka モデルの目的函数 f に等しいLを下方信頼限界 lower confidence limit とよんでいる。

この$(\hat{z}, L)$効率点集合は$(\hat{z}, \sigma)$ 効率点集合の部分集合であることが W. J. Baumol 自身によって明らかにされている(13)。したがって，$(\hat{z}, L)$ 効率点の軌跡は，$(\hat{z}, \sigma)$ 効率点の軌跡と Kataoka モデルの最適点から直ちに計測しうる。たとえば，K＝q とすれば，$(\hat{z}, L)$効率点の軌跡は1図の BA および2図の BA で示される。

以上のことから，q＝K の場合には，Kataoka モデルの最適点は，$(\hat{z}, L)$効率点のなかで，最も変動の幅の小さいことを望む用心深い行動に対応するものであるといえる。

また，R. J. Freund はつぎのような効用函数を組み入れた自己完結モデルを提示した(14)。すなわち，eを自然対数の底，aを農家の行動パラメーターとすれば，Freund モデルで用いられる効用函数 U(z)は，

$$U(z)=1-e^{-az}, \quad a>0 \tag{28}$$

である。Freund モデルではzが正規分布することを前提しているから，この効用の数学的期待値 E(U)は，

$$E(U)=\int_{-\infty}^{\infty}U(z)Pr(z)dz=1-e^{a\left(\frac{a}{2}\sigma^2-\hat{z}\right)} \tag{29}$$

となる。この E(U)を最大化することは，

$$E(U)^*=\hat{z}-\frac{a}{2}\sigma^2=\sum_{j=1}^{n}\hat{c}_jx_j-\frac{a}{2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_jx_k \tag{30}$$

を最大化することに等しいから，(30)を Freund モデルの 最大化すべき 目的函数 として設定する。

要するに，Freund モデルは，1次不等式の制約条件のもとで効用の数学的期待値 E(U) の代用指標 E(U)* を最大化するための計画モデルであって，その最適解は2次計画法を用いて容易に求めることができる。

この Freund モデルの最適点は$(\hat{z}, \sigma)$効率点の軌跡上の1点であって，同じくこの軌跡上に最適点が存在する Kataoka モデルの行動パラメーター q が $a\sigma^0\left(\sigma^0=\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{jk}x_j^0x_k^0}\right)$ に等しい場合には，両計画モデルの最適点は一致することが明らかにされている[15]。したがって，$q=a\sigma^0$ が成立するときには，1図と2図のBは Freund モデルの最適点ともなるのである。

なお，Kataoka モデルの行動パラメーター q は確率概念と結びついたもので，その意味を現実に則して理解しやすいが，Freund モデルの行動パラメーター a は，$q=a\sigma^0$ となることからもわかるように，たとえその値が同じであっても，プロセス純収益の単位のとり方によって異なる行動を表わすものとなり，実際的な意味づけをすることがむずかしい。また，本稿では，両計画モデルにおいてはいずれもプロセス純収益係数は正規分布するものと仮定してきたが，Kataoka モデルでは，プロセス純収益総額の確率分布がその期待値と標準偏差で表わしうるものであれば必らずしも正規分布を仮定する必要はないのである。

以上において，$(\hat{z}, L)$効率点の軌跡と Freund モデルを簡単に考察したが，これらはいずれも$(\hat{z}, \sigma)$効率点の軌跡，およびこれを利用して求められる Kataoka モデルの最適点によって包括されるものであり，しかも後二者の実用性はかなり高い。したがって，実際の農業経営計画の作成に当たっては，Heady-Candler モデルと Kataoka モデルを併用するやり方が最も有効であるといえよう。

1) 拙稿「不完全知識状態における農業経営計画モデル」京都大学農学部農林経済学教室編『農業経営と計算の研究』富民協会，1968，所収。本稿はこれを補完するものである。
2) Markowitz, H. M., "Portfolio Selection—Efficient Diversification of Investments—," John Wiley & Sons, 1959.
3) Heady, E.O. and W. Candler, "Linear Programming Methods," Iowa State College Press, 1958, Ch. 17.
4) Kuhn, H.W. and A.W. Tucker, "Nonlinear Programming," in Neyman, J. (ed.), Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Univ. of California Press, 1951, pp. 481-492.

5) 拙稿「農業経営設計の理論と応用（II）—リスク・プログラミングによる農業経営設計—」『農業技術研究所報告H』第35号，1966，pp. 79-112.
6) Charnes, A. and W.W. Cooper, "Chance-Constrained Programming," Management Science, Vol. 6, No. 1, 1959, pp. 73-79.
7) Kataoka, S., "A Stochastic Programming Model," Econometrica, Vol. 31, No. 1-2, 1963, pp. 181-196.
8) Kataoka, S., "op. cit."
9) 拙稿「不完全知識状態における農業経営計画モデル」（前掲）
10) Kataoka, S., "op. cit."
11) Kataoka, S., "op. cit."
12) Baumol, W.J., "An Expected Gain-Confidence Limit Criterion for Portfolio Selection," Management Science, Vol. 10, No. 1, 1963, pp. 174-182.
13) Baumol, W.J., "op. cit."
14) Freund, R.J., "The Introduction of Risk into a Programming Model," Econometrica, Vol. 24, No. 3, 1956, pp. 253-263.
15) 拙稿「不完全知識状態における農業経営計画モデル」（前掲）