<特集：モデル> 条件法論理に基づく情報更新の論理

AUTHOR(S):

佐野, 勝彦

CITATION:

佐野, 勝彦. <特集：モデル> 条件法論理に基づく情報更新の論理. 科学哲学科学史研究 2008, 2: 1-15

ISSUE DATE:

2008-01-31

URL:

https://doi.org/10.14989/56992

条件法論理に基づく情報更新の論理

佐野勝彦*†

Abstract

The purpose of this paper is to argue that hybrid formalism fits naturally into David Lewis's counterfactual logic and their introduction is a desirable step. This hybridization enables us to regard the inference "The pig is Mary; Mary is pregnant; therefore the pig is pregnant" as a process of updating local information (which depends on the given situation) by using global information (independent of the situation). Our hybridization also has the following technical merits: (i) It preserves the completeness and decidability of Lewis's logic; and (ii) it allows us to characterize the Limit Assumption by a proof-rule with some side-condition.

1. 序

本稿の目的は，アーサー・プライアーに起源をもつハイブリッド論理の道具立てがデヴィッド・ルイスの反事実条件法の論理にきわめて自然にかみ合うことを明らかにし，反事実条件法の論理へのハイブリッド論理の導入が望ましいステップであることを示すことにある．筆者の知る限り，条件法論理やハイブリッド論理のこれまでの文献においてこの組み合わせが研究されてきたことはなかった[*1]．しかし，この組み合わせによって我々は次のような直観的に正しい推論を形式化できるのである．

$$\frac{\text{The pig is Mary.}\quad \text{Mary is pregnant.}}{\text{Therefore: The pig is pregnant.}} \tag{1}$$

この推論は 'The pig is Mary' という話し手に依存して成立する局所的情報が 'Mary is pregnant' という話し手に依存しない大域的情報を使って 'The pig is pregnant' という新しい局所的情報へと更新されたことを表している，とみなせる[*2]．我々は (1) の一文目や三文目のような 'the' を

* 京都大学大学院文学研究科産官学連携研究員 katsuhiko.sano@gmail.com

† この論文は，筑波大学大学院システム情報工学研究科での「帰納的ゲーム理論と認識論理」研究会（2007 年 5 月 25, 26 日），メルボルン大学での Logic Seminar （2007 年 6 月 27 日）, シドニー大学での ANU-Sydney-Kyoto Probability Workshop （2007 年 6 月 30 日）での研究発表を基にしている．忙しい中出張を許してくださった伊藤邦武先生（京都大学），筑波大学に招待してくださった金子守先生（筑波大学），二度の海外発表を経験させてくださった出口康夫先生（京都大学）にこの場を借りて感謝したい．金子朋之氏（京都大学），Tadeusz Litak 氏（ILPS, ISLA, Informatics Institute），鈴木信行先生（静岡大学）や岸田功平氏（ピッツバーグ大学）からは本稿の内容について有益なコメントをいただいた．最後に，一年ほどの間，共にルイスの *Counterfactuals* に取り組んできた読書会のメンバーにお礼を言いたい．皆さんの前で私が発表することがなければ，この論文が書かれることはなかったに違いない．

[*1] 条件法論理については例えば (Nute & Cross 2001) を，ハイブリッド論理については例えば (Areces & ten Cate 2007) をみよ．

[*2] この具体例は静岡大学の鈴木信行氏により提案された．

含む文を形式化するために，ルイスが反事実条件法の分析の応用として行った文脈確定記述の分析を利用する．そして (1) の二文目を形式化するためにハイブリッド論理を利用することになる．ルイス (Lewis 1973, 5.3 節) は文脈確定記述の分析を行うために文の真理値を世界ではなく個体・事物に相対化しているが，その際に依拠したのがプライアーによるハイブリッド論理に関わる先行研究 (Prior 1968*a*) であった．この意味で本稿の研究は現代の整備されたハイブリッド論理の観点からルイスの反事実条件法の論理をより発展させる試みである．

本稿の以下の流れは次のようになる．第二節でデヴィッド・ルイスによる反事実条件法の論理をその意味論を中心におさらいし，ルイスが拒絶した極限仮定を解説する．第三節ではルイスによる文脈確定記述の分析とその利点を紹介し，ルイスの枠内で上述の (1) が形式化できるかどうか検討する．第四節ではハイブリッド論理の発想を紹介したのち，反事実条件法の論理とハイブリッド論理を融合した論理において (1) が意味論的にも証明論的にも正当化されることをみる．さらに，完全性と決定可能性の証明が素描される．第五節では，反事実条件法の論理においては特性公理をもたなかった極限仮定に，ハイブリッド論理の発想を用いることで形式的特徴付けを与える．最後に，第六節で本稿の試みの延長線上で問われるべき更なる課題について述べる．以下，本稿では $\rightarrow$ を実質含意の記号として用い，$\Box\!\!\rightarrow$, $\Box\!\!\Rightarrow$, $\boxdot\!\!\Rightarrow$ は反事実条件法の結合子として用いる．

2. ルイスによる反事実条件法の論理

2.1 比較類似性を表す球系

ルイスはスタルネイカーによる可能世界を用いた条件文の論理的分析 (Stalnaker 1968) を発展させ，彼独自の**球系** *systems of spheres* (Lewis 1973) による反事実条件法の分析を与えた．粗っぽくいえば，反事実条件法「もし φ だったら ψ にちがいない」‘$\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi$’ が可能世界 w で真であるのは，ルイスによると，$\varphi \land \psi$ の成立する世界が $\varphi \land \neg\psi$ の成立する世界よりも w に近い場合であり，その場合に限る，という．この真理条件中の「近い」という概念が球系を使って厳密に述べられる．

球系とは，図 1 左に示されるような，世界間の**比較類似性** *comparative similarity* を扱うための数学的構造である．ここで世界間の比較類似性とは，ある世界 w に世界 x のほうが世界 y よりもより類似しているという三項の類似関係のことである．厳密には，球系とは空でない集合 W とその上の函数 $\$: W \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{P}(W))$ のなす数学的構造で次の条件をみたすものをいう（以下では $\$_w := \$(w)$ とかく約束をする）：任意の $w \in W$ について，

- $(S1)$ **ネスト条件**：$S, T \in \$_w$ について $S \subset T$ or $T \subset S$;
- $(S2)$ **集合和に閉じる**：$S_\lambda \in \$_w$ $(\lambda \in \Lambda)$ について，$\bigcup_{\lambda\in\Lambda} S_\lambda \in \$_w$;
- $(S3)$ **非空集合積に閉じる**：$S_\lambda \in \$_w$ $(\lambda \in \Lambda$, ただし $\Lambda \neq \emptyset)$ について，$\bigcap_{\lambda\in\Lambda} S_\lambda \in \$_w$.

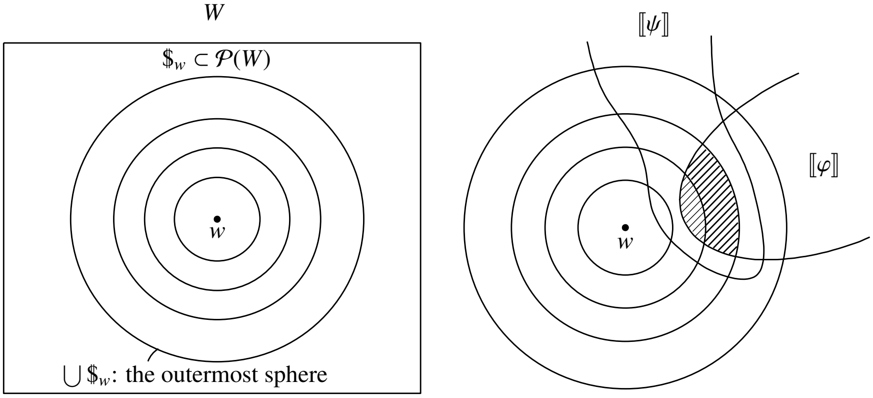

図 1 球系と反事実条件法の真理条件

$(S2)$ から $\emptyset \in \$_w$ となるが，一般に $W \in \$_w$ となる保障はない（$\because (S3)$）．反事実条件法を扱うために，ルイスは球系 $\langle W, \$ \rangle$ 上でさらに $w \in W$ ごとに (C) **中心化**：$\{w\} \in \$_w$ という条件を課した．この球系は一つの世界 w を基点にしたときに各世界が基点の w にどれだけ類似しているかの度合いを表しており，この度合いにより上で挙げた世界間の比較類似性が捉えられる[*3]．

このような球系 $\langle W, \$ \rangle$ の上に命題記号に対する付値函数 $V : \mathsf{Prop} \to \mathcal{P}(W)$ を与えよう．球系と付値函数のペア $\langle W, \$, V \rangle$ を**球系モデル**という．このとき，$\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$ の w での真理条件は，$[\![\varphi]\!]_{\langle W,\$,V \rangle}$（以下で添え字の $\langle W, \$, V \rangle$ は文脈から明らかな場合は省略する）を φ が $\langle W, \$, V \rangle$ で真である世界の集合（外延，真理集合）とすると，

$$w \in [\![\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi]\!]_{\langle W,\$,V \rangle} \iff \begin{cases} \text{(A)} \quad \bigcup \$_w \cap [\![\varphi]\!]_{\langle W,\$,V \rangle} = \emptyset \text{ or} \\ \text{(B)} \quad (\exists S \in \$_w)\,[S \cap [\![\varphi]\!]_{\langle W,\$,V \rangle} \neq \emptyset \text{ and } S \cap [\![\varphi]\!]_{\langle W,\$,V \rangle} \subset [\![\psi]\!]_{\langle W,\$,V \rangle}] \end{cases}$$

と与えられる．(B) が，上で直観的な「近さ」の概念を用いて説明した場合に対応している（図 1 右）．図 1 右において，$\varphi \wedge \psi$ が成立している部分（$[\![\varphi]\!]$ と $[\![\psi]\!]$ の交わり）の方が $\varphi \wedge \neg\psi$ の成立している部分（$[\![\varphi]\!]$ と $[\![\neg\psi]\!]$ の交わり）に比べて，中心 w に近いことがみてとれるだろう．

図 1 左において w の最も外側の球は（(S1) により）$\bigcup \$_w$ である．$\bigcup \$_w$ のどこか（ある要素）で φ が成立するとき，すなわち，$\bigcup \$_w \cap [\![\varphi]\!] \neq \emptyset$ のとき，φ は w で**可能**である，という．すると，(A) の条件: $\bigcup \$_w \cap [\![\varphi]\!] = \emptyset$，は前件が不可能であることを意味しており，このとき反事実条件法は空虚に真となるのである．

2.2 極限仮定

球系による反事実条件法の真理条件はその直観的意味に比して複雑だと思えるかも知れない．反事実条件法の前件の成立する w と最も類似する世界の集合が選び出せるとき，その真理条件は

[*3] 位相空間論に詳しい読者は（厳密には異なるが）さしあたりユークリッド空間での開球による基本開近傍系を想起されたい．

単純化できる．このような選別は球系では **極限仮定** *the Limit Assumption* という条件により可能となる．厳密にいえば，球系 $\langle W, \$ \rangle$ が極限仮定をみたすとは，任意の $w \in W$, 任意の $X \in \mathcal{P}(W)$ に対し，$\bigcup \$_w \cap X \neq \emptyset \implies \bigcap \{ S \in \$_w \mid S \cap X \neq \emptyset \} \cap X \neq \emptyset$ が成立する場合である．$\langle W, \$ \rangle$ に付値函数 V を与えた上で，具体的に $[\![\varphi]\!] \in \mathcal{P}(W)$ を使って考えると，極限仮定が主張するのは，φ が w で可能ならば，φ の外延と交わる球のうちで**最小**のもの $\bigcap \{ S \in \$_w \mid S \cap [\![\varphi]\!] \neq \emptyset \}$ （これを $\min_{\langle W, \$ \rangle}([\![\varphi]\!])$ とかこう ）が存在する，ということだ (図 1 右が具体例)．この $\min_{\langle W, \$ \rangle}([\![\varphi]\!]) \cap [\![\varphi]\!]$ が上で述べた「φ の成立する w と最も類似する世界の集合」になる．極限仮定は，各 $\$_w$ の濃度が有限の場合（例えば図 1 右）は自明にみたされることに注意しよう（W の濃度が有限なら十分）．$\langle W, \$ \rangle$ が極限仮定をみたす場合には，

$$w \in [\![\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi]\!] \iff \begin{cases} \text{(A)} & \bigcup \$_w \cap [\![\varphi]\!] = \emptyset \text{ or} \\ \text{(B}'\text{)} & \min_{\langle W, \$ \rangle}([\![\varphi]\!]) \cap [\![\varphi]\!] \subset [\![\psi]\!], \end{cases}$$

となり，複雑にみえた前節の (B) は「φ の成立する w と最も類似する世界の集合」のみ考えれば十分となる．

このように反事実条件法の真理条件を単純化してくれる極限仮定だが，ルイスはこれに全面的には賛成しない．上でも注意したように，可能世界の数が有限個しかない場合や各世界のまわりに有限個の球しかない場合には，ネスト条件から極限仮定が自明にみたされる．問題は，可能世界の数，W の濃度が（可算）無限以上の場合だ．この場合，実際に極限仮定をみたさない球系を構成できる．例えば，$W := \mathbb{R}$ とし，任意の $r \in \mathbb{R}$ について，

$$\$_r := \{ (r - \varepsilon, r + \varepsilon), [r - \varepsilon, r + \varepsilon] \mid \varepsilon > 0 \} \cup \{ \{ r \}, \emptyset, \mathbb{R} \}$$

と定めたとき，$r = 0$ と $\mathbb{R} \setminus \{ 0 \}$ を考えると極限仮定をみたさない[*4]．ルイス自身は φ が w で可能な場合に，((C) 中心化を仮定して）w に次第に近づく，φ が成立する可能世界の**無限下降列**が考察できる，という論法によって，極限仮定に対する反例を示しこれを哲学的に退けた (Lewis 1973, 1.4 節)．当然，ルイスは球系を前提としない，反事実条件法の前件に対して類似する世界の集合を抜き出すアプローチも拒む（こういったアプローチでは，**選別函数** (Lewis 1973, 2.7 節) が用いられる）．こういったアプローチに比べて，球系モデルは，世界の数が無限の場合に類似する世界の抜き出しを保障していない点で一般性が高いのである．

3. 反事実条件法の論理の一応用：文脈確定記述

3.1 ルイスによる文脈確定記述の分析

第一節で定義した球系 $\langle W, \$ \rangle$ は数学的構造に過ぎず，W の要素を特に可能世界と考える必要はない．様相論理が時制論理やダイナミック論理に応用される場合には W の要素が時点や計算機の内部状態とみなされるように，W の要素が何を表すかは意図に従って変更して差し支えな

[*4] なぜなら $\bigcap \{ S \in \$_w \mid S \cap (\mathbb{R} \setminus \{ 0 \}) \neq \emptyset \} = \{ 0 \}$ ゆえ $(\mathbb{R} \setminus \{ 0 \}) \cap \{ 0 \} = \emptyset$ となるため．

い．ここでは，W の要素が述語論理のモデルのように，個体 individuals ないし，事物 things を表していると考えてみよう．すると，各命題記号 p は，個体ないし事物を走る一つの引数 x をもつ一項述語記号 $p(x)$, 具体的には一項の概念 Pig（–がブタだ），Grunting（–がぶーぶーなく）などを表しているとみなせる．そして，「w で p が真」$w \in [\![p]\!]$ は，個体 w が性質 p をもつ，を意味することになる（例えば，Mary が Tall という性質をもつ: Mary $\in [\![\mathrm{Tall}]\!]$ を考えよ）[*5]．このような見方のシフトを行った場合，球系 $\langle W, \$ \rangle$ の $\$_w$ はどのような情報を表現するだろうか．ルイスによれば，それは w にとって他の個体がどれだけ身近かであるかの度合を表す **比較突出度** *comparative salience* である．

この見方のシフトのおかげで，反事実条件法の分析を，**文脈確定記述** *contextually definite description*, すなわち，‘The pig is grunting’「あのブタがぶーぶーないている」といった文脈に依存した意味をもつ ‘the’ を含む文，の分析に応用できる．ルイスは，$\varphi \mathbin{\Box\!\!\rightarrow} \psi$ の真理条件の (B) にきっかり対応する真理条件をもつ反事実条件法の結合子 $\mathbin{\Box\!\!\Rightarrow}$ （$\varphi \mathbin{\Box\!\!\Rightarrow} \psi := \neg(\varphi \mathbin{\Box\!\!\rightarrow} \neg\varphi) \wedge (\varphi \mathbin{\Box\!\!\rightarrow} \psi)$ と定義される[*6][*7]）がこの分析に適すとして，‘The pig is grunting’ を，命題記号 Pig と Grunting を使って Pig $\mathbin{\Box\!\!\Rightarrow}$ Grunting と形式化する．反事実条件法の場合と同様に考えれば $w \in [\![\mathrm{Pig} \mathbin{\Box\!\!\Rightarrow} \mathrm{Grunting}]\!]$ は図 2 のように，個体 w にとって，ぶーぶーないているブタ $[\![\mathrm{Pig} \wedge \mathrm{Grunting}]\!]$ のほうがぶーぶーないていないブタ $[\![\mathrm{Pig} \wedge \neg\mathrm{Grunting}]\!]$ よりも身近だ，ということを意味する[*8]．

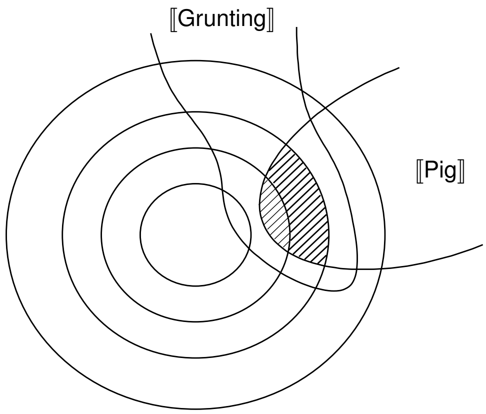

図 2 ‘The pig is grunting’ の w での真理条件

[*5] 各命題記号を一項の概念とみなす見方の転換は，現代の AI 研究で知識表現の枠組みとして研究されている Description Logic (Baader & Lutz 2007) と共通するものの見方だ．たとえば，Description Logic では，「医者と結婚した男性には幸せな子供しかいない」という表現が Man $\wedge$ ⟨married⟩Doctor $\wedge$ [child]Happy と形式化される（実際には，‘$\wedge$’ は ‘$\sqcap$’, ‘⟨married⟩’ は ‘∃married.’, ‘[child]’ は ‘∀child.’ と書かれる）．

[*6] ‘$w \in [\![\neg(\varphi \mathbin{\Box\!\!\rightarrow} \neg\varphi)]\!]$’ は，命題 $[\![\varphi]\!]$ が w で可能であることを意味する．

[*7] $\mathbin{\Box\!\!\Rightarrow}$ から $\mathbin{\Box\!\!\rightarrow}$ を定義することもできる：$\varphi \mathbin{\Box\!\!\rightarrow} \psi := (\varphi \mathbin{\Box\!\!\Rightarrow} \varphi) \rightarrow (\varphi \mathbin{\Box\!\!\Rightarrow} \psi)$ (Lewis 1973, p.26).

[*8] 図 2 の斜線部分に 1 匹ではなく複数のブタがいるのでは，という疑問を感じた読者がいるかもしれない．この疑問については 6.2 節をみよ．

このように文脈確定記述を分析することの利点は何だろうか．一階述語論理の枠内で，Pig と Grunting を一項述語とみなし ‘The pig is grunting’ をイオタ演算子を使って Grunting(ιxPig(x)) と形式化するのは不十分なのだろうか．このような疑問に対して，ルイスは，自身の分析の利点は，次のような文脈確定記述の**系列**を扱える点にある，と応える (Lewis 1973, 5.3 節)．我々が動物園のブタ小屋の傍を歩いていると想像しよう．このとき，

The pig is grunting.
The pig with floppy ears is not grunting. (2)
The spotted pig with floppy ears is grunting.

を考えよ．このような ‘The’ をもつ文の系列は，柵の中に複数のブタがいることを考えれば，自然に理解できるだろう（図 3 を参照）．しかし，Grunting(ιxPig(x)) と形式化した場合，そもそも Pig をみたす個体がただ一つしか存在しないこととなり，二文目の ‘The pig with floppy ears is not grunting.’ を真とすることができなくなってしまうのである．この点で，$\Box\!\!\Rightarrow$ による形式化は，イオタ演算子による形式化に比して利点をもつのである[*9]．

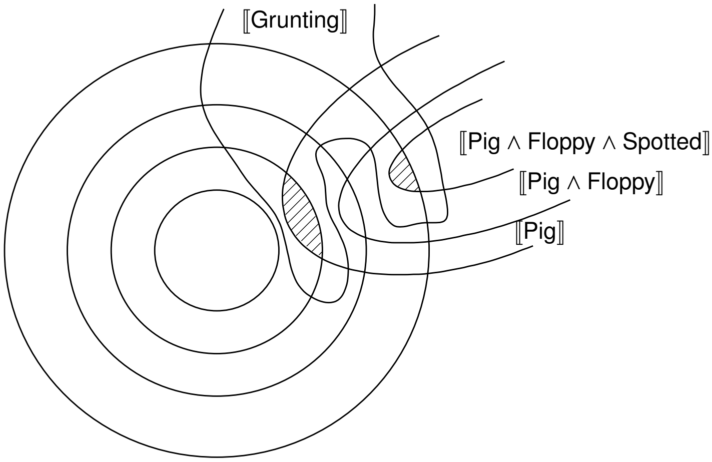

図 3 文脈確定記述の系列

3.2 局所的情報の大域的情報による更新

さて序で挙げた推論 (1) を思い出そう．ブタ小屋の近くにいるときに，あなたが一匹のブタを指差して，「あのブタがメアリーだね」といったとしよう．そのとき，となりの係員が「メアリーは妊娠しているんだよ」と教えてくれた．すると，あなたは「じゃあ，あのブタは妊娠しているんだね」と結論付けるだろう．この意味で (1) は直観的に正しい．ルイスの枠組みでこういった推論を扱うことができるだろうか．

[*9] 同様の利点は反事実条件法の分析においても当てはまる (Lewis 1973, pp.10-1).

ルイスに従えば最後の文は Pig $\Box\!\!\Rightarrow$ Pregnant と形式化できる．仮に最初の文を MARY を「-はメアリーである」という一項の概念とみなして，Pig $\Box\!\!\Rightarrow$ MARY と形式化しても，「あなた」の観点から独立に成り立つ情報を扱っている二文目の 'Mary is pregnant' を形式化することはできない．一方，一階述語論理では，これが Pregnant を一項述語，MARY を定数記号として，Pregnant(MARY) と簡単に形式化できることに注意しよう．第二文目の文をルイスの述べる利点を保持しつつ形式化するためには，特定の個体の観点に依存して成立する反事実条件法の論理の語彙に，特定の個体の観点から独立に成立する新たな語彙を加える必要がある．明示的に取り上げられているわけではないが，ルイス自身も，本節の冒頭に挙げた球系 $\langle W, \$ \rangle$ に対する見方のシフトを説明する過程で次のような例を挙げている (Lewis 1973, 5.3 節, p.112) [*10]：

$$x \text{ is such that (the Anighito meteorite is an } x \text{ such that } x \text{ is a rock).} \tag{3}$$

これは，一階述語論理の枠内では Rock を一項述語，ANIGHITO METEORITE を定数記号とみなして，Rock(ANIGHITO METEORITE) と形式化できる表現である．様相論理の一拡張としてこのような形式化を可能にしてくれるのが次節で扱うハイブリッド論理である．

4. 反事実条件法の論理とハイブリッド論理の融合

4.1 ハイブリッド論理とは：ノミナルと充足演算子

前節で取り上げた，球系 $\langle W, \$ \rangle$ の W の要素を個体や事物とみなす，という見方のシフトは，ルイスによれば，時制論理の創始者，アーサー・プライアーが先駆けて取り上げていたものである (Lewis 1973, 5.3 節, p.112)．これから解説するハイブリッド論理は，そのプライアーが時間の哲学，時制論理の文脈で，自身の現在主義の立場を洗練させていく過程で生まれた論理である (Prior 1967, 1968*b*)．

プライアーは時制論理の文脈でハイブリッド論理を考案した後，その発想がその文脈にとどまらずに適用可能であることに気がついた．そこでルイスも取り上げた発想を展開したのが 'Quasi-propositions and Quasi-individuals'（(Prior 1968*b*) 所収）である（この辺りの事情に関しては (Blackburn 2006) を参照せよ）．

時制論理の文脈では，ハイブリッド論理により 'At 11:00, John runs' のような時刻をもつ表現が '$@_{11:00}$(John runs)' と形式化できる．ここで $@_{11:00}$(John runs) とは，一階述語論理で John runs を時刻を引数にとる述語記号とみなし，'11:00' を定数記号とみなしたときの，John runs(11 : 00) という表記に相当すると考えてよい．プライアーは，時制論理の枠内で '11:00' という表現が命題記号として取り扱われる 'John runs' と同じカテゴリーに属す，と考えることで，一階述語論理の定数記号ないし項相当の表現を命題記号として時制論理に取り込んだのである（「命題としての項」(Blackburn 2006) ）．この新しい命題記号は，現代では**ノミナル** *nominals* とよばれてい

[*10] Anighito meteorite とはアメリカ自然史博物館にディスプレイされている 34 トンの巨大な隕石である．`http://www.amnh.org/exhibitions/permanent/meteorites/what/ahnighito.php` をみよ．

る．また，$@_{11:00}$ という新たな様相演算子を各ノミナルごとに加えることで，定数記号が一項述語を充足するという概念をも時制論理内で表現可能とした．この演算子は現代では**充足演算子** *satisfaction operators* とよばれている．

さて，このように考えれば，W の要素を時点から個体・事物とみなす見方へとシフトした場合，前節で問題となっていた ‘Mary is pregnant’ の形式化の仕方は明らかだろう．MARY をノミナルという新しいソートの命題記号とみなし Pregnant を一項の概念を表す命題記号とみなした上で，充足演算子 $@_{\mathsf{MARY}}$ を使って ‘$@_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Pregnant}$’ と形式化すればよい．

最後に技術的に整備された現代のハイブリッド論理の観点から，その意味論を簡単に説明しておこう．まずノミナル i は**きっかり一点でのみ**真となるように定める．厳密には，命題記号の集合 $\mathsf{Prop} = \{ p, q, r, \dots \}$ に加え，ノミナルの集合を $\mathsf{Nom} = \{ i, j, k, \dots \}$ とおいたとき，W 上で付値函数 $V : \mathsf{Prop} \cup \mathsf{Nom} \to \mathcal{P}(W)$ を任意の $i \in \mathsf{Nom}$ については，$|V(i)| = 1$ となるように定める．そこで $V(i) = \{ i^V \}$ とかく約束をしよう．次に充足演算子 $@_i\varphi$ の真理条件は $w \in [\![@_i\varphi]\!] \iff i^V \in [\![\varphi]\!]$ と与える．すなわち，名前 i をもつ要素で φ が真ならば，真理値を評価する要素を問わず真とする，ということである．直ちにわかるように，$[\![@_i\varphi]\!] = W$ or $\emptyset$ が成り立つため，$@_i\varphi$ 自体はモデルの特定の要素に依存しない大域的な情報を表していることが理解できるだろう．

4.2 Hybrid Counterfactual Logic

序で取り上げた推論 (1) は，反事実条件法の論理にハイブリッド論理を組み合わせた Hybrid Counterfactual Logic (以下 HCL と略記する) で

$$[(\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} \mathsf{MARY}) \land @_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Pregnant}] \to (\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} \mathsf{Pregnant}) \tag{4}$$

と形式化できる．この式 (4) が球系モデル $\langle W, \$, V \rangle$ の $w \in W$ で真となることを説明しよう．$w \in [\![\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} \mathsf{MARY}]\!]$ かつ $w \in [\![@_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Pregnant}]\!]$ を仮定して，$w \in [\![\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} \mathsf{Pregnant}]\!]$ を導けばよい．$w \in [\![\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} \mathsf{MARY}]\!]$ は球系において図 4 左の状況が生じていることを意味しており（図 4 左において MARY の値を含む領域は一元集合となる），$w \in [\![@_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Pregnant}]\!]$, すなわち $(\mathsf{MARY})^V \in [\![\mathsf{Pregnant}]\!]$ は図 4 右の状況が生じていることを意味する（ここで $(\mathsf{MARY})^V \in [\![\mathsf{Pregnant}]\!]$ が真理値評価の個体ないし事物を**問わず**成立していることを思い出そう．図 4 の点線はこのことを表している）．この二つの図を重ね合わせ（図 5 左），$(\mathsf{MARY})^V$ の情報を忘れれば，意図する結論 $w \in [\![\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} \mathsf{Pregnant}]\!]$（図 5 右）が得られる．このように，(4) は，どのような球系モデル $\langle W, \$, V \rangle$ をもってきても任意の $w \in W$ で真になるという意味で妥当な式だといえる．

次に，ルイスの反事実条件法の論理の公理系とハイブリッド論理の公理系を組み合わせることで (4) を証明論的に説明しよう．これらを組み合わせた結果できる公理系 $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ を表 1 に示した．このうち，命題論理の公理系に，**ID**, **MOD**, **ARR**, **ILE**, **DwC** を加えた公理系がルイスの反事実条件法の論理 **V** であり，様相論理の公理系 **K** に，**K@**, **Self-Dual**, **Ref**, **Intro**, **Back**（ただし様相論理では $@_i p \to \Box @_i p$）, **Nec@**, **Sub** を加えたのがハイブリッド論理の公理系である．

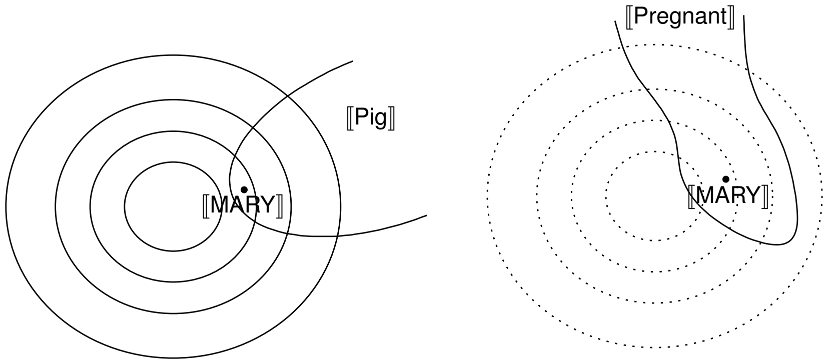

図 4　$w \in [\![\text{Pig} \;\Box\!\!\Rightarrow\; \text{MARY}]\!]$ と $w \in [\![@_{\text{MARY}}\text{Pregnant}]\!]$

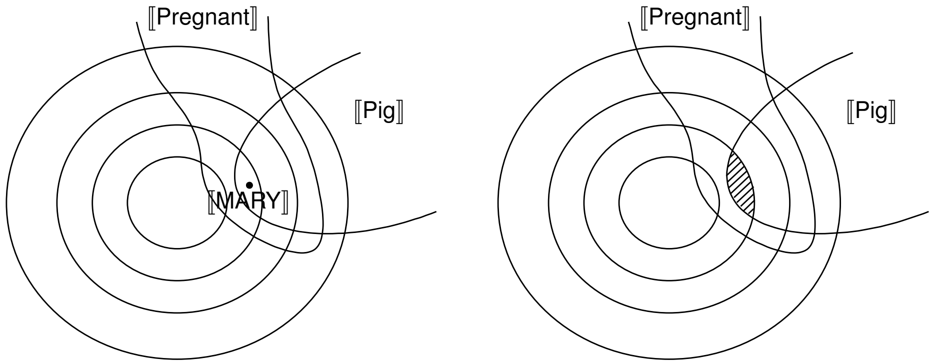

図 5　$w \in [\![\text{Pig} \;\Box\!\!\Rightarrow\; \text{Prengant}]\!]$

この公理系 $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ における定理概念はいつもどおり定め，‘$\vdash_{\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}} \varphi$’ は φ が $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ の定理であることとする．

(4) を定理として導くために必要な **DwC**, **Intro**, **Back** の直観的意味を説明しておこう．**DwC** は $n = 1$ の場合には，$\varphi \to \psi$ が論理的真理（ないし定理）である場合に，$(\theta \;\Box\!\!\rightarrow \varphi) \to (\theta \;\Box\!\!\rightarrow \psi)$ を定理として導いてよいことを意味する．反事実条件法として考えれば，論理的真理「（コップが割れる，かつ，床がぬれる）ならばコップが割れる」から「（コップを落せば，コップが割れ，かつ，床がぬれるに違いない）ならば（コップを落せば，コップが割れるに違いない）」を導いてもよい，ということである．次に **Intro** は，名前 i をもつ個体が性質 p をもち，i が真理値評価の個体の名前ならば，真理値評価の個体が性質 p をもつ，ということを意味する．最後に，**Back** を反事実条件法の観点から説明しよう．$w \in [\![@_i p]\!]$ と仮定すれば，$[\![@_i p]\!] = W$ となるので，$@_i p$ は与えられた球系モデルで大域的に成立する真理，といえる．このとき，与えられた球系モデルにおいては $\Box\!\!\rightarrow$ の後件が常に成立することになるため，どのような前件 q をもってきても $q \;\Box\!\!\rightarrow @_i p$ が成立することになる．

CT	$\vdash \varphi$, φ はトートロジー
K@	$\vdash @_i(p \to q) \to (@_i p \to @_i q)$
Self-Dual	$\vdash \neg @_i p \leftrightarrow @_i \neg p$
Ref	$\vdash @_i i$
Intro	$\vdash @_i p \to (i \to p)$
Agree	$\vdash @_i @_j p \to @_j p$
Back	$\vdash @_i p \to (q \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} @_i p)$
ID	$\vdash p \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} p$
MOD	$\vdash (\neg p \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} p) \to (q \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} p)$
ARR	$\vdash \neg(p \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \neg q) \to [((p \wedge q) \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} r) \leftrightarrow (p \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} (q \to r))]$
MP	If $\vdash \varphi \to \psi$ and $\vdash \varphi$, then $\vdash \psi$
DwC	If $\vdash (\theta_1 \wedge \cdots \wedge \theta_n) \to \psi$,
	then $\vdash ((\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \theta_1) \wedge \cdots \wedge (\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \theta_n)) \to (\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi)$ $(n \geq 1)$
ILE	If $\vdash \varphi \leftrightarrow \psi$, then $\vdash (\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \theta) \leftrightarrow (\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \theta)$.
Nec@	If $\vdash \varphi$, then $\vdash @_i \varphi$
Sub	If $\vdash \varphi$, then $\vdash \varphi\sigma$, ここで σ は命題記号に論理式を
	ノミナルにはノミナルを代入する一様代入である

表 1 $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ に対する公理と推論規則

それでは，(4) を $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ の定理として導こう．まず **Intro** から，

$$@_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Pregnant} \to (\mathsf{MARY} \to \mathsf{Pregnant})$$

がわかる．これに **DwC** をもちい，

$$(\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} @_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Prengant}) \to [(\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \mathsf{MARY}) \to (\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \mathsf{Prengant})]$$

が導ける．一方，**Back** から

$$@_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Pregnant} \to (\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} @_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Pregnant})$$

である．よって上の二つの式から，

$$@_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Pregnant} \to [(\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \mathsf{MARY}) \to (\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \mathsf{Pregnant})]$$

が導けた．これは，$[(\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \mathsf{MARY}) \wedge @_{\mathsf{MARY}}\mathsf{Pregnant}] \to (\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \mathsf{Pregnant})$ と同値である．最後に，$\varphi \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} \psi$ が $\neg(\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \neg\varphi) \wedge (\varphi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi)$ と定義されたことを思い出して命題論理の推論により (4) を得ることができる．

4.3 Hybrid Counterfactual Logic の完全性と決定可能性

前節までで明らかとなったのは HCL で，式 (4) が意味論的に妥当（どのような球系モデルを考えてもその全要素で真）であると同時に，公理系 $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ の定理となる，ということである．ここで自然に生じる問いは，完全性定理が成立するか，すなわち，妥当な論理式全体と $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ の定理は一致するかという問いであろう．まず健全性：

定理 1. $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ は球系モデルのクラスに対して健全，すなわち，任意の φ について，$\vdash_{\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}} \varphi$, ならば，いかなる球系モデル $\langle W, \$, V \rangle$ でも $[\![\varphi]\!] = W$.

は $\vdash_{\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}} \varphi$ に関する帰納法により直ちに証明できる．ルイス (Lewis 1973, 6 節) は反事実条件法の論理 **V** が球系モデルのクラスに関して完全性をみたし，さらに **V** が決定可能となることを示している．ルイス自身の証明とハイブリッド論理における完全性証明を注意深く分析することで $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ の球系モデルのクラスに関する完全性とその決定可能性を証明できる．

定理 2. $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ は有限球系モデルのクラスに対して完全，すなわち，任意の φ について，[いかなる有限球系モデル $\langle W, \$, V \rangle$ でも $[\![\varphi]\!] = W$] ならば $\vdash_{\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}} \varphi$. さらに $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ は決定可能.

(**証明スケッチ**) 詳細は (Sano 2007) にあたられたい．まず極限仮定をみたす球系モデルと実質的に等しい集合選別函数 f によるモデル $\langle W, f, V \rangle$ を導入し (Lewis 1973, 2.7 節)，ハイブリッド論理の完全性証明の方法 (ten Cate et al. 2005) を用いて $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ が集合選別函数モデルのクラスに対して完全になることを示す．次に，反事実条件法の論理の場合と全く同様に，(Lewis 1973, 2.7 節) ないし (Grahne 1998) の手法により，集合選別函数モデルから球系モデルを論理式の真理を保つ仕方で構成する．最後に，ルイスによる濾過法 (Lewis 1973, 6.2 節) を用いて球系モデルを可能世界の数が有限の球系モデルに縮める．ハイブリッド論理の語彙はこの部分の議論に影響を与えない．　(**証明終**)

5.　極限仮説の特徴づけ

ルイスは 2.2 節でも述べたように極限仮定を拒絶した．にもかかわらず，自身の反事実条件法の論理においては「対応する特性公理がない」 (Lewis 1973, 6.1 節, p.121) のである．同じ状況は HCL でも生じる．ここで，論理式 φ が球系の性質 Q に**対応する**とは，任意の球系 $\langle W, \$ \rangle$ に対して，$\langle W, \$ \rangle$ が Q をみたす $\Longleftrightarrow$ $\langle W, \$ \rangle$ 上のどのような付値函数 V の下でも $[\![\varphi]\!]_{\langle W, \$, V \rangle} = W$, を意味することとしよう．定理 1 と定理 2 から HCL に極限仮定に対応する論理式が存在しないことを証明できる．背理法のために仮に極限仮定に対応する論理式 φ が存在するとしよう．このとき，極限仮定をみたさない球系（具体的には 2.2 節で挙げた $\langle \mathbb{R}, \$ \rangle$）を構成することで $\langle W, \$ \rangle$ 上のある付値函数 V の下で $[\![\varphi]\!]_{\langle W, \$, V \rangle} \neq W$ となる．ゆえに定理 1 より $\nvdash_{\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}} \varphi$. さらに定理 2 よりある有限球系モデル $\langle W', \$', V' \rangle$ が選べて $[\![\varphi]\!]_{\langle W', \$', V' \rangle} \neq W'$ となる．しかし有限球系は自明に極限仮定をみたすので背理法の仮定より $[\![\varphi]\!]_{\langle W', \$', V' \rangle} = W'$ となり，矛盾が生じる．

しかし，HCL では，ハイブリッド論理でよく加えられる適用条件付の推論規則（*Gabbay-style rule* とよばれる）を用いることで，極限仮定を特徴づけることができる[*11]．我々が用いるのは次の **BG** の HCL における対応物である．

BG　If $\vdash @_i \neg \Box \neg j \to @_j \varphi$, then $\vdash @_i \Box \varphi$, ただし j は $@_i \Box \varphi$ に出現しない

[*11] もちろん，このような推論規則を加えることによって定理概念が $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ とは変わることになる．

「ただし j は $@_i\Box\varphi$ に出現しない」が適用条件である．粗っぽくいえば **BG** は様相論理におけるタブロー規則に相当している．対偶をとって **BG** の直観的意味を説明すれば，**BG** は「ノミナル i で名前のついた世界 x で $\Box\varphi$ を偽にできるならば，新しいノミナル j で名前のついた世界 y が選べて，x から y に到達可能であり，かつ，y で φ が偽にできる」ということを主張する．

ここで $\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \varphi$ という式を $[\psi]\varphi$ という論理式 ψ ごとに様相演算子 $[\psi]$ をもつ言語の式だとみなし **BG** の $\Box$ を $[\psi]$ に置き換えると，

$$\text{If} \vdash @_i\neg[\psi]\neg j \to @_j\varphi, \text{ then} \vdash @_i[\psi]\varphi, \text{ ただし } j \text{ は } @_i[\psi]\varphi \text{ に出現しない}$$

が得られる．反事実条件法の前件ごとに R_ψ という到達可能性関係を考えることは，反事実条件法の真理値評価をする世界 w と φ に関して類似した世界の集合（w から R_φ で到達可能な世界の集合）を選び出すことと等しい．球系が極限仮定をみたす場合には反事実条件法の前件に関して類似する世界の集合を選び出すことができる（2.2 節）のでこの規則の成立が **BG** と同様に理解できる．

それでは逆に球系で，上述の規則において $[\psi]\varphi$ を $\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \varphi$ に書き直した推論規則：

$$\textbf{CBG} \quad \text{If} \vdash @_i\neg(\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \neg j) \to @_j\varphi, \text{ then} \vdash @_i(\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \varphi), \text{ ただし } j \text{ は } @_i(\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \varphi) \text{ に出現しない}$$

が成立する場合には球系は極限仮定をみたすだろうか．これは実際に成立する．球系 $\langle W, \$ \rangle$ が **CBG** を**許容** *admit* するのは，**CBG** の帰結 $@_i(\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \varphi)$ を反証する付値函数を **CBG** の前提 $@_i\neg(\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \neg j) \to @_j\varphi$ を反証する付値函数へと拡張できる場合である[*12]，と定義する (ten Cate & Litak 2007) と次の定理を証明できるのである[*13]．

定理 3. $\langle W, \$ \rangle$ が極限仮定をみたす $\Longleftrightarrow$ 球系 $\langle W, \$ \rangle$ が **CBG** を許容する．

(**証明**) ($\Longrightarrow$) は明らか．($\Longleftarrow$) のみ示す．対偶を示す．$\langle W, \$ \rangle$ が極限仮定をみたさないと仮定．$\langle W, \$ \rangle$ が **CBG** を許容しないことを示す．仮定より，ある X, ある w について，$\bigcup \$_w \cap X \neq \emptyset$ かつ $\bigcap \{ S \in \$_w \mid S \cap X \neq \emptyset \} \cap X \neq \emptyset$ だ．このとき，$(\exists S' \subset S)\,[S' \cap X \neq \emptyset \text{ and } S' \cap X \subsetneq S \cap X]$ がいえる．$S \cap X \neq \emptyset$ なる $S \in \$_w$ ごとに $\{ y \in S \cap X \mid (\exists S' \in \$_w)\,[S' \cap X \neq \emptyset \text{ and } S' \subset S \text{ and } y \notin S' \cap X] \} \neq \emptyset$ だ．そこで $g : \{ S \in \$_w \mid S \cap X \neq \emptyset \} \to W$ を

$$g(S) \in \{ y \in S \cap X \mid (\exists S' \in \$_w)\,[S' \cap X \neq \emptyset \text{ and } S' \subset S \text{ and } y \notin S' \cap X] \}$$

をみたす選択函数とする（これはルイスによる極限仮定に対する反例：中心に近づく世界の無限

[*12] 厳密には次のように定義される．球系 $\langle W, \$ \rangle$ が **CBG** を許容する $\Longleftrightarrow$ 任意の付値函数 $V : \mathsf{Prop} \cup \mathsf{Nom} \to \mathcal{P}(W)$ について $[\llbracket @_i(\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \varphi) \rrbracket_{\langle W, \$, V \rangle} \neq W \implies$ ある付値函数 $V' : \mathsf{Prop} \cup \mathsf{Nom} \to \mathcal{P}(W)$ が存在して ($@_i(\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \varphi)$ に出現する命題記号とノミナルについて V と V' は一致，かつ，$\llbracket @_i\neg(\psi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \neg j) \to @_j\varphi \rrbracket_{\langle W, \$, V' \rangle} \neq W)]$.

[*13] この定理は，位相空間で **BG** がアレクサンドロフ空間（開集合族の交わりもまた開集合となる位相空間，反射的かつ推移的な関係構造に等しい）を特徴付ける，という (ten Cate & Litak 2007, Theorem 3.4) を球系の場合に適用したものである．

下降列，を形式的に構成していることに他ならない）．g のつくり方から次がわかる．

$$\text{(i)}\ (\forall S \in \$_w)\,[S \cap X \neq \emptyset \implies S \cap X \cap g[\{S \in \$_w \mid S \cap X \neq \emptyset\}] \neq \emptyset],$$
$$\text{(ii)}\ (\forall S \in \$_w)\,[S \cap X \neq \emptyset \implies (\exists S' \in \$_w)\,(S' \cap X \neq \emptyset \text{ and } S' \cap X \cap \{g(S)\} = \emptyset)]$$

付値函数 $V : \mathsf{Prop} \cup \mathsf{Nom} \to \mathcal{P}(W)$ を $V(p) = X$, $V(q) = W \setminus g[\{S \in \$_w \mid S \cap X \neq \emptyset\}]$, $V(i) = \{w\}$ と定める．すると (i), (ii) より $[\![@_i(p \,\Box\!\!\rightarrow q)]\!]_{\langle W,\$,V\rangle} \neq W$ だが，V を $@_i(p \,\Box\!\!\rightarrow q)$ に関して拡張するどのような付値函数 V' を考えても $[\![@_i\neg(p \,\Box\!\!\rightarrow \neg j) \rightarrow @_j q]\!]_{\langle W,\$,V'\rangle} \neq W$ となる． **(証明終)**

この意味で HCL では極限仮定に対する同意・不同意を **CBG** を推論規則として採用するか否か，という形で扱うことができる．

6. 結びにかえて

本稿では反事実条件法の論理とハイブリッド論理の融合を提案し，その三つの利点：(i) 局所的情報の大域的情報による更新とみなせる推論が形式化できる，(ii) 論理が完全であり決定可能，(iii) 極限仮定を推論規則により特徴付けできる，を明らかにしてきた．最後に，本稿の研究で残された課題と HCL を研究するもうひとつの方向性にふれて結びにかえたい．

6.1 pure 完全性

通常ハイブリッド論理において 5. 節で用いた **BG** のような適用条件付きの推論規則が好まれるのは，それらの推論規則のおかげで次のような一般的な完全性に関する結果（**pure 完全性**）が証明できるからである (Blackburn et al. 2001, Theorem 7.29)：通常の命題記号（ノミナルではなく p や q など）を含まない論理式（**pure 式**とよばれる）ならば，**どのようなものを** 新公理として**いくつ**加えても，その公理群に対応する関係構造 $\langle W, R\rangle$ のクラスに関して（強）完全性が成立する．**CBG** は極限仮定を特徴付けるため，ルイスのように極限仮定を拒む論者は，（本稿の特徴づけに賛成するなら）**CBG** を公理系に含めないだろう．**CBG** を加えずに HCL で pure 完全性は証明できるだろうか[*14]．

6.2 単数・複数形問題

文脈確定記述の一番最初の例 ‘The pig is grunting’ (図 2 をみよ) に戻ろう．これは Pig $\Box\!\!\Rightarrow$ Grunting と形式化できた．形式化された式から逆に考えると，$w \in [\![\mathsf{Pig} \,\Box\!\!\Rightarrow \mathsf{Grunting}]\!]$ の意味は，ぶーぶーないている（複数かもしれない）ブタのほうがぶーぶーないていないブタよりも個体 w には身近に感じられる，ということであり，ぶーぶーないているブタが 1 匹しかいない，ということは含意していない．すなわち，ルイスの分析では Pig $\Box\!\!\Rightarrow$ Grunting 自体は，‘The pigs

[*14] この場合，推論規則 **Name**：If $\vdash @_i\varphi$, then $\vdash \varphi$, ただし i は φ に出現しない，**のみ**を $\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ に加えて pure 完全性が証明できるかが問題となる．**Name** の直観的意味は「$\neg\varphi$ をある w で真にできるならばその w に新しいノミナル i で名前をつけることができる」である．

are grunting' の形式化ともみなすことができ，形式化された式から形式化の対象となった文脈確定記述が単数の場合か，複数の場合かを決定できないのである．

ハイブリッド論理の語彙を加えた HCL では 'The pig is Mary' の形式化は $\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} \mathsf{MARY}$ であり，これは 'The pigs are Mary' という文法的にありえない文の形式化になりえない（図 4 左を参照せよ．さらに図 4 左において MARY の値を含む領域は一元集合となっていたことを思い出せ）．ゆえに $\mathrel{\Box\!\!\Rightarrow}$ の後件がノミナルとなる場合は，形式化された式から形式化の対象となる単数の 'pig' をもつ文が復元できる．

しかし，これは上述の曖昧さの問題が HCL で回避されたことを意味しない[*15]．$\mathbf{V}_{\mathcal{H}(@)}$ では命題論理の定理 $\mathsf{MARY} \to (\mathsf{MARY} \vee \mathsf{SALLY})$ と **DwC** と $\mathrel{\Box\!\!\Rightarrow}$ の定義により

$$(\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} \mathsf{MARY}) \to (\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} (\mathsf{MARY} \vee \mathsf{SALLY})) \tag{5}$$

が定理となる．この場合，関心を向けていた一匹のブタが Mary であること（(5) の → の前件）から，'The pigs are Mary and Sally' が導かれるのは明らかに直観に反する．ゆえに (5) の → の後件は 'The pig is Mary or Sally' を意図するものととられるべきである．しかし，'The pig is Mary' という前提がない場合は $\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} (\mathsf{MARY} \vee \mathsf{SALLY})$ はその真理条件から 'The pigs are Mary and Sally' を意味することもありうる．

この問題への簡単な対処は，球系が満たすべき条件として，どのような可能な反事実条件法の前件に対しても，**もっとも類似するたった一つの世界**が選べる，というスタルネイカー仮定 (Lewis 1973, 3.4 節) を採用することだろう．この戦略によれば，$\mathsf{Pig} \mathrel{\Box\!\!\Rightarrow} (\mathsf{MARY} \vee \mathsf{SALLY})$ は 'The pig is Mary or Sally' にきっかり対応することになる．しかし，直ちにその意味内容からわかるように，スタルネイカー仮定は極限仮定よりも真に強い条件であるので，ルイスのように極限仮定を拒む論者はこの戦略には納得しないだろう．とはいえ、HCL の論理としての 有用さは，文に対する個体的解釈だけではなく，次に挙げるような時間的解釈も踏まえた上で評価されるべきである．

6.3 時制論理としての HCL

ルイスは (Lewis 1973, 5.2 節) で反事実条件法の結合子の実数直線上での時間的解釈を提案している．ハイブリッド論理の起源は，時制論理の文脈におけるプライアーの研究にあり，現代のハイブリッド論理の研究にも時制論理への応用（例えば (Blackburn 1990, 1993, 1994)）が存在するので，HCL の時制論理版が可能かを考察するのは興味深い問題だろう．ただし，ルイスは自身の提案した時間的解釈について対応する論理の特定を行っていない (Lewis 1973, p.132) のでその点を補う必要がある．

[*15] 以下の問題点はピッツバーグ大学哲学科の岸田功平氏により指摘された．

参考文献

Areces, C. & ten Cate, B. (2007), Hybrid logics, *in* P. Blackburn, J. van Benthem & F. Wolter, eds, 'Handbook of Modal Logic', Elsevier, pp. 821–868.

Baader, F. & Lutz, C. (2007), Description logic, *in* P. Blackburn, J. van Benthem & F. Wolter, eds, 'Handbook of Modal Logic', Elsevier, pp. 757–820.

Blackburn, P. (1990), Nominal Tense Logic and Other Sorted Intensional Frameworks, PhD thesis, Centre for Cognitive Science, University of Edinburgh.

Blackburn, P. (1993), 'Nominal tense logic', *Notre Dame Journal of Formal Logic* **34**, 56–83.

Blackburn, P. (1994), 'Tense, temporal reference and tense logic', *Journal of Semantics* **11**, 83–101.

Blackburn, P. (2006), 'Arthur Prior and hybrid logic', *Synthese* **150**(3), 329–372.

Blackburn, P., de Rijke, M. & Venema, Y. (2001), *Modal Logic*, Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science, Cambridge University Press, Cambridge.

Grahne, G. (1998), 'Updates and counterfactuals', *Journal of Logic and Computation* **8**(1), 87–117.

Lewis, D. (1973), *Counterfactuals*, 2 edn, Blackwell Publishing. 2nd edition was pubulished in 1986.

Nute, D. & Cross, C. B. (2001), Conditional logic, *in* D. Gabbay & F. Guenthner, eds, 'Handbook of Philosophical Logic', 2 edn, Vol. 4, Kluwer Academic Publishers, pp. 1–98.

Prior, A. (1967), *Past, Present and Future*, Oxford: Clarendon Press.

Prior, A. (1968*a*), 'Egocentric logic', *Nôus* **2**, 191–207.

Prior, A. (1968*b*), *Papers on Time and Tense*, Oxford: Clarendon Press.

Sano, K. (2007), David Lewis meets Arthur Prior again. In preparation.

Stalnaker, R. (1968), A theory of conditionals, *in* N. Rescher, ed., 'Studies in Logical Theory', American Philosophical Quarterly Monograph Series, vol. 2, Blackwell, Oxford, pp. 98–112.

ten Cate, B. & Litak, T. (2007), 'Topological perspective on the hybrid proof rules', *Electronic Notes in Theoretical Computer Science* **174**(6), 79–94. Proceeding of International workshop on hybrid logic 2006.

ten Cate, B., Marx, M. & Viana, P. (2005), 'Hybrid logics with Sahlqvist axioms', *Logic Journal of the IGPL* **13**(3), 293–300.