数理解析研究所講究録
1504 巻 2006 年 67-72

パチンコの大当り解析
Stochastic Analysis of Pachinko Machine

河合一 (HAJIME KAWAI)

鳥取大学工学部社会開発システム工学科

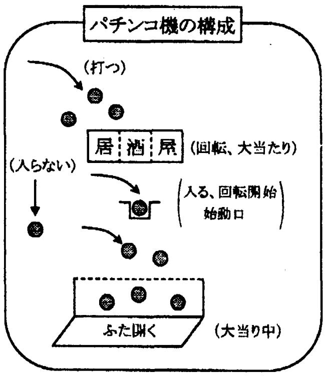
Department of Social Systems Engineering, Faculty of Engineering, Tottori University

E-mail: kawai@sse.tottori-u.ac.jp

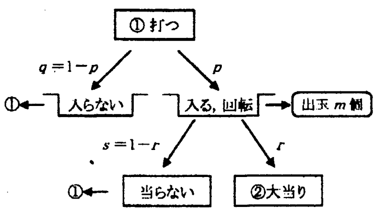
はじめに：最近，多くの仕様の異なったパチンコ機が導入され，また人気のない機種は客がその内容を理解する前に，設置後早い時期に撤去されることも多い．パチンコ機の数理的解析はそのタイプ毎に存在するものであるが，本稿では，一つのタイプの機種を対象にして，すべての機種の解析に適応可能と思われる基本的な確率的解析の考え方と方法を提案する．対象とする機種は，最近最も多く設置されていると思われる,「通常状態，確率変動状態，時間短縮状態」の三つの状態を持つものとする．また解析の対象は,「初めて大当りするまでの玉の購入数，ある時間プレイした時の大当り回数」とする．これらは，パチンコ機の性能を規定している要素であるパチンコ機メーカーが設定する「大当り確率と賞球数」および，パチンコ店が調整している「回転率」の関数として捉える．

キーワード: パチンコ機，大当り確率，大当り回数，ボーダーライン

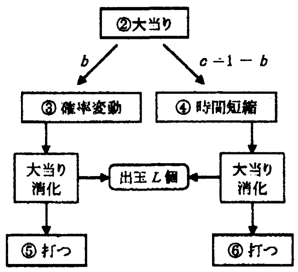
1. パチンコ機の構成と記号の定義



[1. 通常時]



[2. 当り方]



p : 通常時に始動口に入る確率　($q = 1-p$)

P: 確変時および時短時に始動口に入る確率 ($Q = 1-P$)

r : 通常時および時短時の大当り確率 ($s = 1-r$)

R: 確変時の大当り確率 ($S = 1-R$)

J: 時短継続回数

b: 確変大当り確率 ($c = 1-b$)

m: 始動口に入った時の出玉数

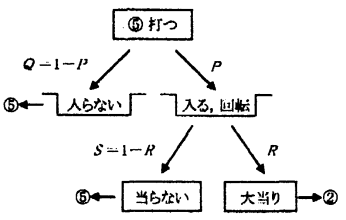
L: 大当り 1 回当りの出玉数

(r, R, b, c, m, L) はパチンコ機メーカーが設定するもので，パチンコ機を特徴づける要素.

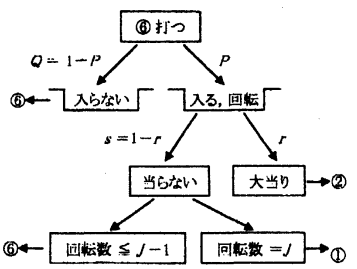
(p, P) はパチンコ店が調整している．特に p の大小は客付きに大きな影響を与える.

なお，Lは店の調整も可能である.

[3. 確率変動(確変)時]



[4. 時間短縮(時短)時]



2. 仮定

1) 一つの玉の打ち出しを1プレイと呼び，プレイ過程は1プレイ毎の離散時間とする．

2) 実際には,「玉が始動口に入る → 回転開始 → 回転終了」の間に時間を要するが，これらは瞬間的に行われるとする．時間を考慮に入れる場合においても，本稿における考え方は適用できるが，解析は大変複雑となる．

3) 実際には大当りの消化時間は無視できないが，ここでは瞬間的とする．なお，この時間を考慮しても，基本的に解析は可能である．

3. パチンコ機の構成要素の例

—「大海物語 M56」を例として—

$$\begin{aligned} r &= 1/369.5 \\ R &= 1/52.786 \\ b &= 0.6 \\ m &= 3 \\ L &= \text{約}\,1670 \\ J &= 100 \end{aligned}$$

4. 通常時において1個の玉が大当りする前になくなる確率

現実的には，m 個のうち1個も始動口に入らない確率＞1個以上入る確率が成立している．
即ち

$$q^m > \sum_{k=1}^{m} \binom{m}{k} p^k q^{m-k}$$

である．これから，p は

$$p < \frac{1}{m+1} \tag{1}$$

を満たす．
通常時において1個の玉が大当りする前になくなる確率を α とすると，これは次式を満たす．

$$\alpha = q + ps\alpha^m \tag{2}$$

「r は大変小さい」ことから，(2) において r の2次以上の項を無視すると，(1) を考慮して，

$$\alpha = 1 - \frac{pr}{1-mp} \tag{3}$$

で与えられる．従って，1個の玉がなくなる前に大当りする確率を β とすると，$\beta = 1 - \alpha$ は，

$$\beta = \frac{pr}{1-mp} \tag{4}$$

で与えられる．

5. 通常時において，初めて大当りするまでに購入する玉数

通常時において初めて大当りする迄に購入する玉数を K とすると，(3), (4) から

$$P(K=k)=\alpha^{k-1}\beta \tag{5}$$

が成り立つ．従って

$$E[K]=\frac{1}{\beta} \tag{6}$$

となる．

6. 始動口へ入る確率の推定

通常時において，M 個の玉から始め，大当りする前になくなったとき，始動口に入った回数 (回転数ともいう) をデータとして用い，始動口へ入る確率 p を最尤法により推定する．n 個入る確率の p に関する部分のみ与えると，(2) の α を用い，

$$\frac{(ps)^n q^{M+mn-n}}{\alpha^M} \tag{7}$$

これを p で微分して，0 と置き，r は大変小さいこと，および

$$\frac{M+mn-n}{M} \ll \frac{1}{r} \tag{8}$$

を考慮すると，p の推定値 $\hat{p}$ として

$$\hat{p}=\frac{n}{M+mn} \tag{9}$$

を採用することは妥当である．

P の推定については，確変時および時短時には持ち玉の増減は無いと考え（実際に殆ど変化しない），

$$\hat{P}=\frac{1}{m} \tag{10}$$

を採用する．

7. 通常時において始めて大当りする迄の平均購入玉数の推定

(4), (6) および (9) を用いて，$E[K]$ の推定値は

$$\frac{M}{nr}$$

で与えられる．例えば 1,000 円で玉を購入し（$M=250$），回転数が 25 回（$n=25$）

$r=1/370$（大海物語で約）であれば，$M/nr=3700$ となる．金額では $3,700\times 4$ 円 $=14,800$ 円となる．

$r=1/500$（大ヤマトで約）であれば，$M/nr=5000$ となり，金額では 20,000 円 となる．

8.　1サイクルにおける期待大当り回数

大当りの現象プロセスだけを追って行くと，通常時からプレイを開始し,大当りを経てまた通常時に戻る，を繰り返す．したがってこの間隔を 1-サイクルとして捉えることができる．

N, H, L_j $(j=1,\ldots,J)$ をそれぞれ，通常時，確変大当り消化後，時短大当り消化後 j 回目の時短（回転数が j 回目）から出発したとき，サイクル終了時までの期待大当り回数とする．これらは次式を満たす．

$$
\begin{aligned}
N &= 1+bH+cL_1, & (11)\\
H &= 1+bH+cL_1, & (12)\\
L_j &= QL_j+PsL_{j+1}+Pr(1+bH+cL_1)\ (j=1,\ldots,J-1), & (13)\\
L_J &= QL_J+Pr(1+bH+cL_1) & (14)
\end{aligned}
$$

これらから，N は

$$N=\frac{1}{c}\frac{1}{s^J}=\frac{1}{1-b}\cdot\frac{1}{(1-r)^J} \tag{15}$$

で与えられる．

9.　1サイクルの期待長さ

T, U, $V_j(j=1,2,\cdots,J)$ をそれぞれ通常時から，確率大当り消化後，時短大当り消化後 j 回目の時短から出発したとき，サイクル終了時迄の期待長さとする．これらは，次式を満たす．

$$
\begin{aligned}
T &= \frac{1}{pr}+bU+cV_1, & (16)\\
U &= \frac{1}{PR}+bU+cV_1, & (17)\\
V_j &= 1+QV_j+PsV_{j+1}+Pr(bU+cV_1),\ (j=1,\cdots,J-1) & (18)\\
V_J &= 1+QV_J+Pr(bU+cV_1), & (19)
\end{aligned}
$$

これらから，T は

$$T=\frac{1}{pr}+\frac{b}{cPR}+\frac{(1-s^J)(br+cR)}{cPRrs^J} \tag{20}$$

で与えられる．

10.　単位時間当りの平均大当り回数

長時間プレイした時の単位時間当りの平均大当り回数は，N/T で与えられる．(15)，(18) から

$$\frac{N}{T}=\frac{prPR}{p(br+cR)+c(P-p)R(1-r)^J} \tag{21}$$

11. t 時間における期待大当り回数

t 時間における期待大当り回数について解析する．$A(t), B(t), C_j(t)$ $(j=1,\cdots,J)$ をそれぞれ，通常時，確変大当り消化後，時短大当り消化後 j 回目の時短から出発したとき，その後 t 時間内の期待大当り回数とする．これらは次式を満たす．

$$
\begin{aligned}
A(t) &= qA(t-1)+psA(t-1)+prb[1+B(t-1)]+prc[1+C_1(t-1)], && (22)\\
B(t) &= QB(t-1)+PSB(t-1)+PRb[1+B(t-1)]+PRC[1+C_1(t-1)], && (23)\\
C_j(t) &= QC_j(t-1)+PsC_{j+1}(t-1)+Prb[1+B(t-1)]+Prc[1+C_1(t-1)], &&\\
&\quad (j=1,\cdots,J-1) && (24)\\
C_J(t) &= QC_J(t-1)+PsA(t-1)+Prb[1+B(t-1)]+Prc[1+C_1(t-1)] && (25)
\end{aligned}
$$

$A(t)$ の Z 変換を $\hat{A}(z)$ とすると，(22),(23),(24) および (25) から，

$$
\hat{A}(z) = \frac{prz[1-(1-PR)z]}{(1-z)^2\left\{[1-(1-pr)z][1-(1-bPr-cPR)z]+c(P-p)rz[1-(1-PR)z](\frac{Psz}{1-Qz})^J\right\}} \quad (26)
$$

従って，長時間プレイした時の単位時間当りの平均大当り回数は，又

$$
\lim_{z\to 1}(1-z)^2\hat{A}(z)=\frac{N}{T}
$$

で与えられる．

12. 他機種

最近は多種の異なったスペックを持つパチンコ機が存在しており、またこれからもさまざまな機種が現れることが予想される．それらのいくつかを紹介する．

1) 通常時に突然確変に入る．(エヴァンゲリオン)

2) 大当りが複数種類存在する（ウルトラセブン）

3) 確変時の回転数に制限が有る（チョロ Q）

4) 確変および時短には確率的に入り確率的に終了する（今は存在していない）

いずれにせよ、本稿における考え方が一つの基本的な解析方法として適用できると思われる．

13.　今後の課題

いくつかの今後の課題を挙げておく.

1) 本稿ではすべてのプレイが瞬時的として解析したが、実際には回転時間、大当りの消化時間は無視できない. これらを考慮した解析は現実的であるが、本稿の方法の小さな修正で解析が可能と思われる.

2) 本稿では時間は離散的としたが，1プレイの時間は大変小さいことから，連続時間として捉えることも現実的である. 解析はマルコフ過程を適用することによりなされる.

3) 最近は、機種の入れ替えが頻繁に行われている. パチンコ機の劣化と故障は、稼働率の高低で記述される. パチンコ店の経営にとって、どの機種をどの時点で廃棄し、どの機種をどれ位導入するのが適切なのであろうか. 信頼性システムの最適取替え問題が存在しているが、大変難しい課題と思われる.