

関数型 SIRM_s 結合型ファジィ推論法による 非線形同定に関する一考察

On the Nonlinear Identification by Functional Type SIRM_s Connected
Type Fuzzy Reasoning Method

大阪大学大学院情報科学研究科 関 宏理 (Hiroato SEKI)
Graduate School of Information Science and Technology,
Osaka University

大阪大学大学院情報科学研究科 石井 博昭 (Hiroaki ISHII)
Graduate School of Information Science and Technology,
Osaka University

大阪電気通信大学情報工学科 水本 雅晴 (Masaharu MIZUMOTO)
Department of Engineering Informatics,
Osaka Electro-Communication University

1 まえがき

Mamdani がファジィ推論の概念をスチームエンジン実験装置の制御へ適用して以来、様々な分野でファジィ推論の研究と応用が行われてきた [1].

簡略化推論法などの if-then 形ファジィ推論法では、推論法の全ての入力項目が if の前件部にセットされ、全ての出力項目が then の後件部にセットされる。そのため、ルール数が膨大になり、ファジィルールの設定や調整が困難となるなどの問題が生じてしまう。一方、湯場崎ら [2, 3] により提案された、1 入力型の if-then 形式のファジィルール群からの推論出力を統合する「単一入力ルール群 (Single Input Rule Modules) 結合型ファジィ推論法」(以後、SIRM_s 推論法という) は、従来のファジィ推論法よりもファジィルール数を大幅に削減でき、自動走行車の操舵制御や倒立振り子システムの安定化制御などへ応用されている。SIRM_s 推論法の後件部は定数であるが、著者らはこれを一般化して、関数にした“関数型 SIRM_s 推論法”を提案し、高木-菅野のファジィ推論法 [4] との関係を明らかにした [5].

本稿では、最急降下法により関数型 SIRM_s 推論法の学習アルゴリズムを導出し、非線形関数の同定を行うことにより、その有効性を示すことを目的とする。

2 関数型 SIRMs 推論法

SIRMs 推論法 [2, 3] は, 各入力項目に対して入力項目だけを前件部変数とする 1 入力型の if-then 形式のファジールール群を定義して, 各ルール群の推論結果の重み付き総和を最終推論結果とするものであるが, 各ルールの後件部は実数値である.

以下では, n 入力 1 出力に対して, 入力項目数 n と同じ個数の 1 入力 1 出力型のルール群から構成される SIRMs 推論法の後件部実数を関数に拡張した関数型 SIRMs 推論法 [5] を示す. これは次のようなルール群から構成される.

$$\begin{aligned} \text{Rules-1} : \{R_j^1 : x_1 = A_j^1 \longrightarrow y_1 = f_j^1(x_1)\}_{j=1}^{m_1} \\ \vdots \\ \text{Rules-}i : \{R_j^i : x_i = A_j^i \longrightarrow y_i = f_j^i(x_i)\}_{j=1}^{m_i} \\ \vdots \\ \text{Rules-}n : \{R_j^n : x_n = A_j^n \longrightarrow y_n = f_j^n(x_n)\}_{j=1}^{m_n} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで, R_j^i は i 番目のルール群 Rules- i 中の j 番目のルールを表わす. x_i は前件部変数, y_i は後件部変数である. A_j^i は前件部変数 x_i のファジィ集合, $f_j^i(x_i)$ は後件部の関数出力値を意味する. なお, ルール群の番号は $i = 1, 2, \dots, n$ を, i 番目のルール群 Rules- i 中のルール番号は $j = 1, 2, \dots, m_i$ であり, m_i はルールの個数を表す.

以後の議論では, 式 (1) の後件部 $f_j^i(x_i)$ を

$$f_j^i(x_i) = c_j^i + d_j^i x_i \quad (2)$$

のように一次式に限った場合について議論する.

各入力 x_i^0 が入力されたとき, ルール群 Rules- i における j 番目のルールの前件部の適合度 h_j^i は

$$h_j^i = A_j^i(x_i^0) \quad (3)$$

と与えられ, そのルール群からの推論結果 y_i^0 は合成重心法により次のように求められる.

$$y_i^0 = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} h_j^i (c_j^i + d_j^i x_i^0)}{\sum_{j=1}^{m_i} h_j^i} \quad (4)$$

各入力項目 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) (言い換えれば, ルール群 Rules- i) の重視度を w_i に設定した場合, 関数型 SIRMs 推論法の最終出力 y^0 は以下のように各ルール群からの推論結果 y_i^0 の重視度 w_i 付き総和として求められる.

$$y^0 = \sum_{i=1}^n w_i y_i^0 \quad (5)$$

関数型 SIRMs 推論法の性質としては, T-S 推論法との間に次の定理が成り立つ.

定理 1. ([5]) 一般的に, T-S 推論法の規則が表 1 のように与えられているとき, 各 $i =$

$1, 2, \dots, m-1, j = 1, 2, \dots, n-1$ に対して,

$$a_j^i + a_{j+1}^{i+1} = a_j^{i+1} + a_{j+1}^i \quad (6)$$

$$b_j^i = b_{j+1}^i \quad (7)$$

$$c_j^i = c_j^{i+1} \quad (8)$$

を満たすならば, その推論値は関数型 SIRMs 推論法の推論値と等しくなる. \square

表 1: 表形式の T-S 推論規則

		x_2			
		A_1^2	A_2^2	\dots	A_n^2
x_1	A_1^1	$f(x_1, x_2)_{(1,1)}$	$f(x_1, x_2)_{(1,2)}$	\dots	$f(x_1, x_2)_{(1,n)}$
	A_2^1	$f(x_1, x_2)_{(2,1)}$	$f(x_1, x_2)_{(2,2)}$	\dots	$f(x_1, x_2)_{(2,n)}$
	\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
	A_m^1	$f(x_1, x_2)_{(m,1)}$	$f(x_1, x_2)_{(m,2)}$	\dots	$f(x_1, x_2)_{(m,n)}$

3 学習アルゴリズム

対象システムが複雑になるにつれて, ファジィ集合とファジィルールを設定することが難しくなる. そこで, システムの入出力データに基づいてファジィ集合とファジィルールを自動的に最適に作成することが望まれる. 最急降下法を用いたファジィ集合とファジィルールの学習アルゴリズムがすでいくつか提案されており [6, 7, 8, 9, 10, 11], 本モデルにも適用されている. 本モデルで学習するパラメータは前件部変数のファジィ集合と, 後件部関数の各パラメータ, および入力項目の重視度である.

入力パターン $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$ に対する真の出力を y^T とし, その教師データに対する本モデルの推論出力が y^0 であったとき, 評価関数 E を

$$E = \frac{1}{2}(y^T - y^0)^2 \quad (9)$$

により, 真の出力 y^T と実際の推論値 y^0 の自乗誤差として定義する.

本稿では, ファジィ集合 $A_j^i(x_i)$ として三角型およびガウス型の2つを用いる. これら2種類のファジィ集合のパラメータである中心 a_j^i , 幅 b_j^i と, 後件部の関数の c_j^i , d_j^i , および重視度 w_i は最急降下法により以下のように求められる.

三角型ファジィ集合の場合:

ファジィ集合 $A_j^i(x_i)$ が三角型の場合,

$$A_j^i(x_i) = \begin{cases} 1 - |x_i - a_j^i|/b_j^i; & a_j^i - b_j^i \leq x_i \leq a_j^i + b_j^i \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

のように表される。ここで a_j^i は中心, b_j^i は幅である。これより, 各パラメータの $t+1$ 回目における学習アルゴリズムは以下のように求められる。

$$\begin{aligned}
 a_j^i(t+1) &= a_j^i(t) + \alpha \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot w_i(t) \cdot \frac{c_j^i(t) + d_j^i(t)x_i - y_i^0(t)}{\sum_{k=1}^{m_i} h_k^i(t)} \cdot \frac{\text{sgn}(x_i - a_j^i(t))}{b_j^i(t)} \\
 b_j^i(t+1) &= b_j^i(t) + \beta \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot w_i(t) \cdot \frac{c_j^i(t) + d_j^i(t)x_i - y_i^0(t)}{\sum_{k=1}^{m_i} h_k^i(t)} \cdot \frac{|x_i - a_j^i(t)|}{(b_j^i(t))^2} \\
 c_j^i(t+1) &= c_j^i(t) + \gamma \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot w_i(t) \cdot \frac{h_j^i(t)}{\sum_{k=1}^{m_i} h_k^i(t)} \\
 d_j^i(t+1) &= d_j^i(t) + \delta \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot w_i(t) \cdot \frac{h_j^i(t)x_i}{\sum_{k=1}^{m_i} h_k^i(t)} \\
 w_i(t+1) &= w_i(t) + \epsilon \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot y_i^0(t)
 \end{aligned} \tag{11}$$

ここで, sgn は次の符号関数を表している。

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \\ -1 & : x < 0 \end{cases} \tag{12}$$

ガウス型ファジィ集合の場合:

ファジィ集合 $A_j^i(x_i)$ がガウス型の場合,

$$A_j^i(x_i) = \exp\left(-\frac{(x_i - a_j^i)^2}{b_j^i}\right) \tag{13}$$

のように表され, a_j^i は中心, b_j^i は幅である。これより, 各パラメータの学習アルゴリズムは以下の式で求められる。

$$\begin{aligned}
a_j^i(t+1) &= a_j^i(t) + \alpha \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot w_i(t) \cdot \frac{c_j^i(t) + d_j^i(t)x_i - y_i^0(t)}{\sum_{k=1}^{m_i} h_k^i(t)} \cdot h_j^i(t) \cdot \frac{2(x_i - a_j^i(t))}{b_j^i(t)} \\
b_j^i(t+1) &= b_j^i(t) + \beta \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot w_i(t) \cdot \frac{c_j^i(t) + d_j^i(t)x_i - y_i^0(t)}{\sum_{k=1}^{m_i} h_k^i(t)} \cdot h_j^i(t) \cdot \left(\frac{x_i - a_j^i(t)}{b_j^i(t)} \right)^2 \\
c_j^i(t+1) &= c_j^i(t) + \gamma \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot w_i(t) \cdot \frac{h_j^i(t)}{\sum_{k=1}^{m_i} h_k^i(t)} \\
d_j^i(t+1) &= d_j^i(t) + \delta \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot w_i(t) \cdot \frac{h_j^i(t)x_i}{\sum_{k=1}^{m_i} h_k^i(t)} \\
w_i(t+1) &= w_i(t) + \epsilon \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot y_i^0(t)
\end{aligned} \tag{14}$$

ここで、 t は学習回数、 α , β , γ , δ , ϵ は学習係数である。

4 非線形関数の同定

本章では、上記の学習アルゴリズムを用いて、次のような非線形関数の同定を行い、関数型SIRMs推論法、従来のSIRMs推論法、簡略化推論法を基にしたニューロファジィ[10] (表中ではNFと記す)での比較・検討を行った。以下の2入力1出力の非線形関数を同定対象とする。

$$\text{非線形関数 1 : } y = (2x_1 + 4x_2^2 + 0.1)^2 / 37.21 \tag{15}$$

$$\text{非線形関数 2 : } y = (2 \sin(\pi x_1) + \cos(\pi x_2) + 3) / 6 \tag{16}$$

なお、各入力項目の範囲をすべて[-1,1]とし、出力の範囲は[0,1]となる。

4.1 同定結果

式(15), (16)の非線形関数に対して、学習回数1000回に固定し、それぞれ10回のシミュレーションを行った。評価誤差に対する結果を表2, 3に示す。

従来法の規則数が25(=5²)個であるのに対して、(関数型)SIRMsのルール数は10(=5×2)個であり、従来法よりもルール数が少ないにもかかわらず、良い結果が得られている。

表 2: 式 (15) の非線形関数 1 に対する評価誤差

学習番号	三角型			ガウス型		
	関数型	SIRMs	NF	関数型	SIRMs	NF
1	0.008189	0.010351	0.006553	0.009895	0.010255	0.008471
2	0.008848	0.009937	0.004394	0.008905	0.009772	0.006019
3	0.008645	0.010392	0.006162	0.010002	0.010764	0.007254
4	0.009912	0.011024	0.006162	0.010217	0.010900	0.007820
5	0.009999	0.011028	0.007267	0.010319	0.010894	0.009044
6	0.008226	0.010709	0.005552	0.009139	0.010381	0.008301
7	0.007316	0.009902	0.006311	0.009193	0.010127	0.007521
8	0.008521	0.012474	0.007008	0.010262	0.011902	0.005285
9	0.007034	0.009996	0.025609	0.008894	0.010086	0.004367
10	0.009082	0.009280	0.004116	0.008684	0.009480	0.005438
平均	0.008577	0.010509	0.007913	0.009551	0.010456	0.006952

表 3: 式 (16) の非線形関数 2 に対する評価誤差

学習番号	三角型			ガウス型		
	関数型	SIRMs	NF	関数型	SIRMs	NF
1	0.000547	0.000825	0.002461	0.000325	0.000355	0.014710
2	0.000379	0.000710	0.005497	0.000313	0.000353	0.013377
3	0.000859	0.001082	0.030046	0.000522	0.000401	0.011632
4	0.000374	0.000892	0.012011	0.000207	0.000216	0.016646
5	0.000701	0.000994	0.038593	0.000453	0.000552	0.019897
6	0.000590	0.000740	0.003368	0.000358	0.000365	0.011190
7	0.000571	0.000773	0.037277	0.000270	0.000380	0.016180
8	0.000390	0.000630	0.009069	0.000247	0.000263	0.011221
9	0.000476	0.000783	0.003745	0.000258	0.000272	0.011943
10	0.000707	0.001161	0.009790	0.000380	0.000408	0.013995
平均	0.000559	0.000859	0.015186	0.000333	0.000357	0.014079

非線形同定の非線形関数 1 に関しては、関数型 SIRMs 推論法が従来の SIRMs 推論法より良い結果を得た。また非線形関数 2 に関しては、関数型 SIRMs 推論法が従来の SIRMs 推論法、ニューロファジィよりも良い結果を得ることができた。以上の結果から、関数型 SIRMs 推論法の精度の良さがうかがえる。

5 むすび

本稿では SIRMs 推論法の後件部を関数に一般化した, 関数型 SIRMs 推論法の学習アルゴリズムを最急降下法より導出し, その精度と有効性を示した.

非線形関数同定の非線形関数 1 に関しては, ニューロファジィには及ばなかったものの, 関数型 SIRMs 推論法が従来の SIRMs 推論法より良い結果を得た. また非線形関数 2 に関しては, 関数型 SIRMs 推論法が従来の SIRMs 推論法, ニューロファジィよりも良い結果を得ることができた.

以上の結果から, 関数型 SIRMs 推論法が従来の SIRMs 推論法より, 有効性が高いといえる. また本推論法では SIRMs 推論法と同様に各入力項目に重視度を導入しているため, 出力に対する入力の重要さが設定できる. よって入力によって重要さが違うデータに対して本推論法が適していると考えられる.

参考文献

- [1] E.H. Mamdani, "Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant," Proc. IEE, vol.121, no.12, pp.1585-1588, 1974.
- [2] 湯場崎直義, 易建強, 廣田薫, "複数入力ファジィ制御のための単一入力ルール群結合型ファジィ推論モデルの提案," 日本ファジィ学会誌, Vol.9, No.5, pp.699-709, 1997.
- [3] J. Yi, N. Yubazaki, and K. Hirota, "Upswing and stabilization control of inverted pendulum and cart system by the SIRMs dynamically connected fuzzy inference model," Proc. FUZZ-IEEE'99, Vol.1, pp.400-405, 1999.
- [4] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control," IEEE Trans Syst. Man and Cybern., Vol.SMC-15, No.1, pp.116-132, 1985.
- [5] H. Seki, H. Ishii, and M. Mizumoto, "On the generalization of single input rule modules connected type fuzzy reasoning method," Proc. of Joint 3rd International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems and 7th International Symposium on advanced Intelligent Systems, pp.30-34, Tokyo, Japan, September 2006.
- [6] T.J. Procyk and E.H. Mamdani, "A linguistic self-organizing process controller," Automatica, vol.15, pp.15-30, 1979.
- [7] A. Maeda, R. Someya, and M. Funabashi, "A self-tuning algorithm for fuzzy membership functions using computational flow network," Proc. 4th IFSA Congress of Artificial Intelligence, Brussels, pp.129-132, July 1991.
- [8] J.R. Jang, "Self-learning fuzzy controllers based on temporal back propagation," IEEE Trans. Neural Networks, vol.3, no.5, pp.714-723, 1992.

- [9] H.R. Berenji and P. Khedker, "Learning and tuning fuzzy logic controllers through reinforcements," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol.3, no.5, pp.724-740, 1992.
- [10] 市橋秀友, 渡辺俊彦, "簡略ファジィ推論を用いたファジィモデルによる学習型制御," *日本ファジィ学会誌*, Vol.2, No3, pp.429-437, 1990.
- [11] L.X. Wang and J.M. Mendel, "Back-Propagation fuzzy system as nonlinear dynamic system identifiers," *Proc. First IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst.*, pp.1409-1416, 1992.