

一様等方性乱流における階層的渦運動に関する研究

東北大学大学院工学研究科 Abdel Kareem Waleed Sayed Mohamed
東北大学大学院工学研究科 伊澤 精一郎(Seiichiro Izawa)
東北大学大学院工学研究科 茂田 正哉(Masaya Shigeta)
東北大学大学院工学研究科 福西 祐(Yu Fukunishi)
Graduate School of Engineering,
Tohoku University

1. はじめに

乱流は複雑で乱雑な流体運動である。大小様々なスケールの渦運動が次々に現れては互いに強く影響を及ぼしあい、やがて消えてゆく。流体の運動エネルギーは、このようなスケールの異なる渦構造同士の相互作用によってエネルギー保有領域の大規模渦から高い散逸率を示すコルモゴロフスケールの数倍程度の小規模渦へと運ばれる。このエネルギーの流れ、すなわちエネルギーカスケード機構は、コルモゴロフの理論にもとづいてその統計的な性質が明らかにされて久しい。特に近年のコンピュータ性能の大幅な向上の恩恵として乱流の真の姿がかなりの程度つかむことができるようになりつつある。現在世界最大規模の数値シミュレーションに用いられる格子点数は 4096^3 個にも達し、 Re_λ が 10^3 のオーダーまで計算が可能となっており、理論との検証も進められている[1]。最近の研究成果は、乱流を渦構造の集合体として捉えることの合理性を裏付けている[2]。渦構造のトポロジーや渦構造の運動力学も盛んに議論されているが、対象とする乱流運動を記述する実効的な自由度はレイノルズ数の $9/4$ に比例して増加するので、個々の渦構造同士の関係を直接取り扱うのではなく、それを統計的に扱わざるを得ないのが現状である。例えば、エネルギーが伝達されるカスケード機構と個々の渦構造同士の相互干渉との関連ははまだ明らかではない。

乱流運動は大小様々なスケールの運動から成り立っていることはよく知られている。しかし、乱流の大規模DNSデータを可視化して観察しても、エネルギー保有領域に相当するような大きなスケールの渦構造は流れ場には見あたらず、あるのはまるで肺胞を取り囲む毛細血管のような繊維状の細く絡み合った構造ばかりである[2]。すなわち大スケールの流体運動は繊維状の渦構造の集合体により引き起こされているものと考えられる。しかしこのままでは異なるスケールの流体運動を議論するのは困難である。そこで、流体運動の各スケールに対応してそのスケールの運動を引き起こす渦構造を流れ場から抽出することができれば、異なるスケールの流体運動の関係を、異なるスケールの渦構造間の関係に置き換えて議論することができ、乱流運動の理解に大いに役立つものと考えられる。

この研究では、乱流中から任意のスケール渦構造を直接抽出し、個々の渦構造の運動を自動的に追跡する方法を提案する。渦構造の抽出にはフーリエ変換とウェーブレット変換を用いし、両者を比較した。また、抽出された渦構造の変形の様子も観察した。

2. 計算方法及び解析方法

解析対象とする強制一様等方性乱流場の計算は、加振項を付加した格子ボルツマン法により行った[3]。計算格子数は 256^3 である。乱流場を維持するため、波数1から3のモードからなるランダムな速度変動を計算領域全域にわたって連続的に注入している。渦構造の議論は、乱れエネルギーやエネルギー散逸率などの統計量がほぼ一定になった時刻のデータを用いて行った。このとき、 Re_λ は180であった。

渦構造の抽出には2種類のフィルターを用いた[3]。フーリエ変換による方法では、速度場に直接ローパスフィルターをかけ、その後Q値を求めることでスケールの異なる渦構造を抽出した。このとき使用したカットオフ周波数 k_c は16, 24, 64の3種類であり、それぞれ積分特性長の1/16倍、テイラー長の1/6~1/7倍、コルモゴロフ長の1.6倍程度の渦構造を抽出することに対応する。これに対して、ウェーブレット変換による方法では、あらかじめQ値を計算し、Q値の場に対してウェーブレット変換を行った。このときマザーウェーブレット関数のスケールパラメーター s を変えることで抽出される渦構造のスケールを変化させた。両者によって抽出される渦構造のスケールは、カットオフ周波数 k_c が大きいほど、あるいはスケールパラメーター s が小さいほど小さくなる。

3. 結果と考察

3.1 渦構造の抽出

フィルターをかけていないときの流れ場の様子を図1に示す。図はQ値の等値面を表しており、以下では渦構造として抽出される部分の体積が全体積の3%となるようなQ値を選んで可視化している。乱流中には複雑に絡み合った細かいひも状の渦構造がたくさん見られ、個々の渦構造のスケールに大きな違いはない。図2は、それぞれフーリエ及びウェーブレットフィルターによる各スケールの渦構造の抽出結果である。なお、ウェーブレットフィルターのスケールパラメーター s の値は、フーリエフィルターの抽出結果に最も近いものを選んだ。両者を比べるとともによく似た構造を抽出しており、フィルターの目が細くなるにつれて、はじめは規模が大きかった渦構造がしだいに細くなり、その周囲に小さな渦構造がたくさん現れ始めることがわかる。それぞれの方法で抽出された渦構造の重複率を計算してみると、大スケールでは75%、中スケールでは85%、小スケールでは92%といずれも高い値となっており、抽出される渦構造が小さくなるほどその差も小さい傾向が見られた。

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} |\omega^2| = \omega \cdot \underline{S} \cdot \omega + \nu \nabla^2 \frac{1}{2} |\omega^2| - \nu \left(\frac{\partial \omega_j}{\partial x_i} \right)^2$$

次にフーリエフィルターの結果を用いて、各スケールにおける渦構造の伸縮率を求めた。エンストロフィー密度の方程式

の右辺第1項は渦線の伸縮による増減を、第2項、第3項は粘性による拡散と散逸を表している。したがって、ここでは伸縮率 Σ を次式で定義する。

$$\Sigma = \frac{\omega_i S_{ij} \omega_j}{\omega_k \omega_k}$$

図 3 は、渦構造の伸縮率 Σ の確率密度分布である。図の縦軸及び横軸は、各スケールの平均エンストロフィーを用いて無次元化されている。大スケールと中スケールでは 65%、小スケールでは 75%の渦構造の伸縮率が正となった。このことから、小さなスケールの渦構造ほど引き伸ばされやすい傾向があることがわかる。

3.2 渦構造の追跡

本節では、流れ場の中の個々の渦構造を自動的に追跡する方法とその追跡結果について述べる。追跡方法の具体的な手順は以下の通りである。まず追跡対象となる個々の渦構造を特定する。

- 1) 流れ場全体から Q が最大となる格子点を選び、これを探索開始点とする。
- 2) 隣接する格子点の中からあるしきい値 Q_{th} 以上の点を抽出する。
- 3) 2)の条件を満たす隣接点がなくなった段階で、抽出した点の集合をひとつの渦構造とみなす。
- 4) 3)で渦構造と定義された点を流れ場から除外する。
- 5) 1)~3)の手順を繰り返す。

このようにして特定された個々の渦構造のうち、体積の非常に小さい渦構造(格子点数にして26点以下)はノイズと見なして流れ場から取り除いた。次に、

- 6) 追跡対象となる渦構造と次時刻における渦構造を比較する。
- 7) もとの渦構造との重複率が30%以上あるものを同じ渦構造と判定。

という手順を経て次時刻の渦構造の位置を求めた。

図4は、フィルターをかけていない流れ場から取り出した渦構造を追跡した一例である。はじめは唐辛子のような形状をしていた渦構造が次第に引き伸ばされ、やがて折り曲げられて2つの渦構造に分裂していく様子が捉えられている。この追跡方法では、連続する2時刻の Q 値のデータからもとの渦構造との重複率を求め次時刻における渦構造の位置を決定しているため、このように分裂後の子の渦構造や孫の渦構造までもが自動的に追跡対象となる。しきい値となる重複率の値を大きくすると、分裂や合体によって生じる子孫の渦構造の中で大きなものだけを追跡することになる。一方小さなしきい値を与えると、追跡する渦構造の個数が時間の経過とともに増えるばかりでなく、近傍の渦構造を誤ってもとの渦構造の一部と判断してしまう場合が見られた。また、他のスケールのケースについても、探索領域を調整することで、同様にして親の渦構造からその子孫の渦構造まで自動的に追跡することができた。

4. まとめ

フーリエ及びウェーブレットフィルターを用いて一様等方性乱流中からから大きさの異なる渦構造を抽出して可視化した。いずれの方法もよく似た構造を抽出しており、大きな違いは見られなかった。また、乱流中の個々の渦構造を時間経過とともに自動的に追跡する方法を提案し、良好な結果が得られた。

参考文献

- [1] Kaneda, Y., Ishihara, T., High-resolution direct numerical simulation of turbulence, *Journal of Turbulence*, 7 (2006), 1-17.
- [2] 姜信正, 店橋護, 宮内敏雄, 壁面乱流におけるコヒーレント微細渦と大規模渦構造, 第17回数値流体力学シンポジウム, (2003), CD-ROM.
- [3] Waleed. A.K., Izawa. S., Xiong, A.K., Fukunishi, Y., Structures from a Homogeneous Isotropic Turbulence Using Fourier and Wavelet Decompositions, 11th Asian Congress of Fluid Mechanics (ACFM11), (2006), CD-ROM.

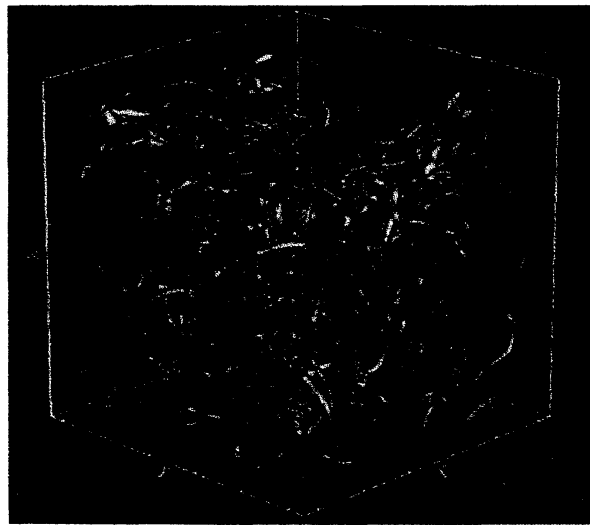


図1 定常状態に達した流れ場の様子

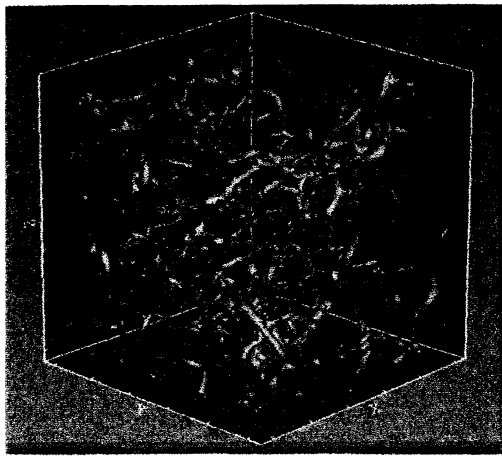
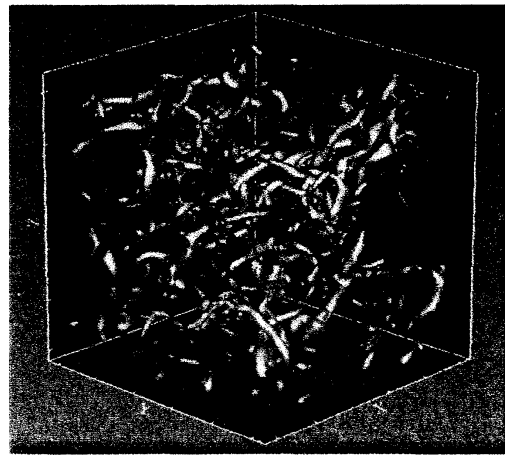
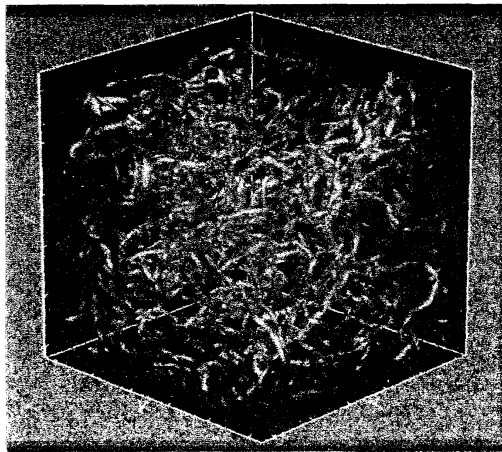
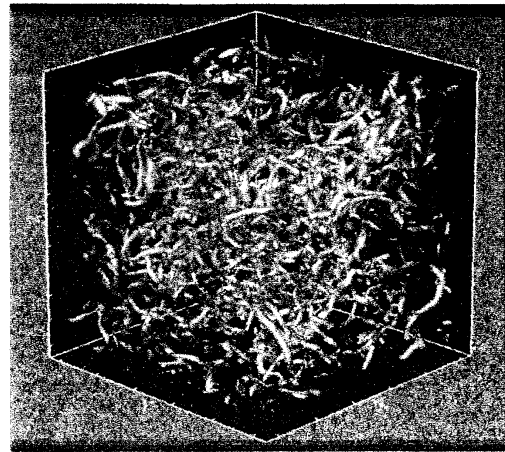
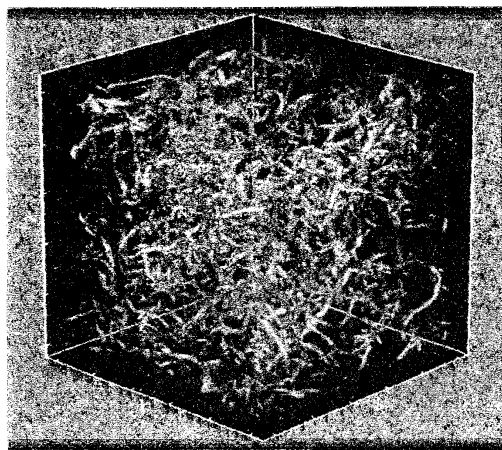
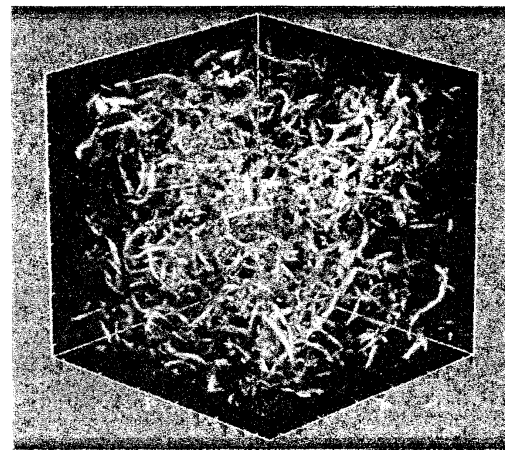
(a-1) $k_c = 16$ (a-2) $s = 64$ (b-1) $k_c = 26$ (b-2) $s = 4$ (c-1) $k_c = 64$ (c-2) $s = 2$

図2 スケール毎の渦の抽出結果: (1) フーリエフィルター, (2) ウェーブレットフィルター

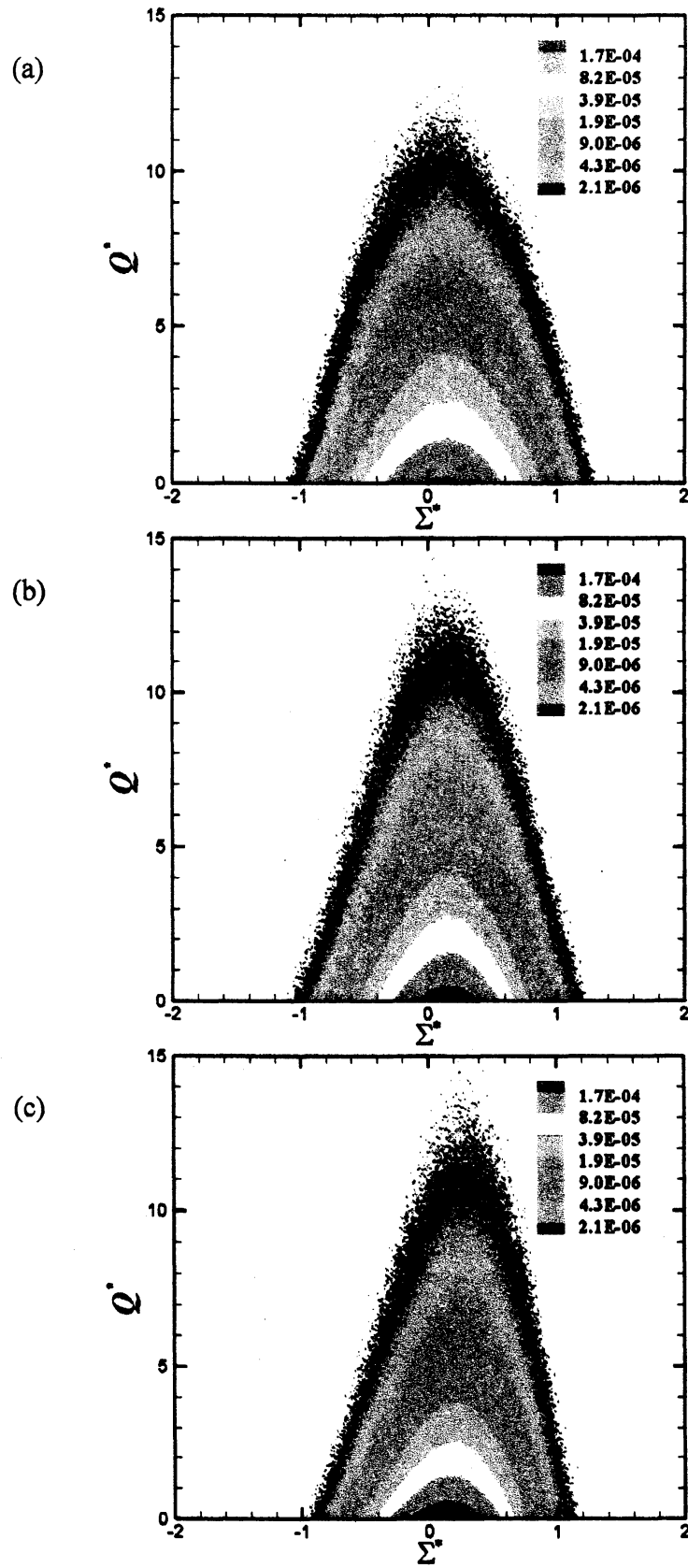


図3 渦の伸縮率 Σ の確率密度分布: (a) 大, (b) 中, (c) 小スケール

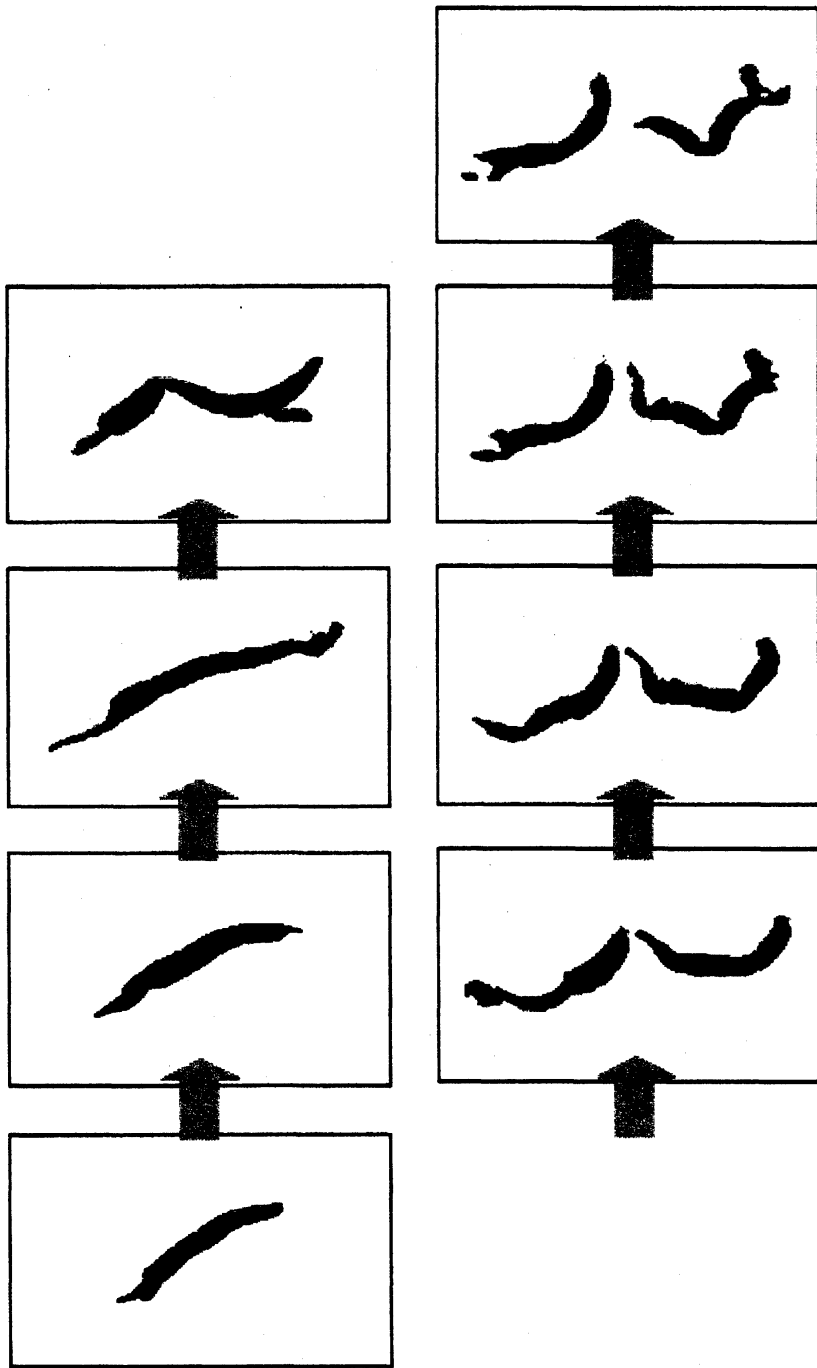


図4 滑の追跡例 (フィルタなし)