数理解析研究所講究録
1037巻 1998年 107-115

Kähler 多様体の実部分多様体に対する境界距離関数の q-convexity

大阪女大・学芸　松本 和子 (Kazuko MATSUMOTO)

1. はじめに

複素多様体の q-convexity, q-completeness の概念は, Andreotti-Grauert [1] によって導入され, そのような多様体上で cohomology 群の有限性, 消滅定理が示された. その後, 複素多様体 M の open subset D の q-convexity, q-completeness を判定するための幾つかの結果が知られている. D の境界 ∂D が M の C^2 級の real (and regular) submanifold である場合に限ると, 次の 2 つの定理が代表的である.

定理 A (Barth [2]). S が n 次元複素射影空間 $\mathbf{P}_n$ の complex submanifold で, 各連結成分の次元が $n-q$ 以上のとき, 補集合 $\mathbf{P}_n \setminus S$ は strongly q-convex である.

定理 B (Eastwood-Suria [5], Suria [23]). Stein 多様体 M の中の C^2-boundary を持つ open subset D が weakly Levi q-pseudoconvex (定義は §2 参照) のとき, D は strongly q-complete である.

ところで, n 次元複素多様体の open subset D は,

(1)　各連結成分の次元が $n-q$ 以上の complex submanifold の補集合

(2)　C^2-boundary を持つ weakly Levi q-pseudoconvex open subset

のいずれの場合も, locally q-convex になる. M が $\mathbf{P}_n$ または Stein 多様体等, 通常の Levi 問題が解ける複素多様体のとき, 『M の open subset D が locally q-convex なら D は (globally) q-convex か?』という問題は q-Levi 問題と呼ばれ, q-convex domain 関係の興味ある未解決問題の 1 つである ($M=\mathbf{C}^n$ の場合でさえ未解決である). この問題は, $q=1$ の場合に相当する本来の Levi 問題の自然な拡張ではあるが, 例えば, $M=\mathbf{P}_n$ で $q \geqq 2$ のとき, q-Levi 問題は肯定的には解けないであろうと, 最近, 一部では予想されている (反例があるとの情報があるが, 未確認である).

一方, 擬凸領域, すなわち, locally 1-convex domain の概念の (別な意味での) 自然な拡張として, Tadokoro [25] により位数 $n-q$ の擬凸領域, Diederich-Fornaess [4] により q-convex domain with corners の概念が導入された. これらの領域は, $q \geqq 2$ のとき q-convex domain よりもかなり弱い性質を持つ領域であり, それぞれ, 位数 $n-q$ の擬凸関

数, q-convex function with corners を用いて特徴付けられる. これらの関数についての結果から, $\mathbf{C}^n$ の部分領域について, 位数 $n-q$ の擬凸領域と q-convex domain with corners は一致することも知られている.

次に, M を C^∞ 級の Kähler 計量 G を持つ連結複素多様体, D を M の開集合とする. 計量 G から自然に決まる, M の 2 点 P, Q の距離を $d(P,Q)$ で表し, D の点 P から境界 ∂D までの距離を $d_{\partial D}(P) = \inf\{d(P,Q); Q \in \partial D\}$ とする.

M が n 次元複素射影空間 $\mathbf{P}_n$ で, G が Fubini 計量のとき, D が M で (通常の意味で) 擬凸であれば, 関数 $-\log d_{\partial D}$ は D で強多重劣調和になる (Takeuchi [26]). この結果は, 一般に, M が holomorphic bisectional curvature が正の完備 Kähler 多様体であれば成立し, Greene-Wu [9] により, Kähler 多様体 M の擬凸領域 D に対し, 関数 $-\log d_{\partial D}$ の '多重劣調和性の度合' を表す量が, M の holomorphic bisectional curvature を用いて評価されている (cf. Takeuchi [27], Suzuki [24]).

本稿では, D が n 次元 Kähler 多様体 M の位数 $n-q$ $(1 \leqq q \leqq n)$ の擬凸領域である場合に, 関数 $-\log d_{\partial D}$ の '位数 $n-q$ の擬凸性の度合' を表す量を導入して評価を行い, その結果を特に, 領域の境界 ∂D が C^2 の real submanifold である場合に適用すると, 上述の定理 A, B, すなわち, $\mathbf{P}_n$ や Stein 多様体の部分領域の q-convexity, q-completeness に関する Barth [2], Suria [23] (Eastwood-Suria [5]) 等の結果 (及びそれらの別証明) が得られることを述べることにする.

2. 一般位数の擬凸領域と擬凸関数

§2 では, M を n 次元 paracompact 連結複素多様体, D を M の開集合とする. D $(\subset M)$ は, 大体, その補集合 $M \setminus D$ が純 $n-q$ 次元の analytic set と同じ様な連続性を持つとき, M で位数 $n-q$ の擬凸であるという ([25]). 位数 $n-q$ の擬凸性は, 境界 ∂D の局所的な性質である. 通常の意味の擬凸領域は位数 $n-1$ の擬凸であり, 任意の領域は位数 0 の擬凸である. M の中の領域 D が (weakly) q-convex であれば, D は M で位数 $n-q$ の擬凸になるが, $2 \leqq q \leqq n-1$ のとき, $M = \mathbf{C}^n$ の場合でさえ, この逆は成立しない ([4], [11]).

例 1. S が M の analytic subset で S の既約成分の次元の最小値が k $(0 \leqq k \leqq n-1)$ のとき, 補集合 $M \setminus S$ が位数 $n-q$ の擬凸になるための必要十分条件は, $k \geqq n-q$ となることである.

例 2. D が C^2-boundary を持つ M の open subset のとき (すなわち, 境界 ∂D が M の C^2 級の real hypersurface のとき), D が位数 $n-q$ の擬凸になるための必要十分条件は, D が weakly Levi q-pseudoconvex であること, すなわち D の各 defining function ρ

の Levi form $\partial\bar{\partial}\rho$ が ∂D の各 holomorphic tangent space 上で少なくとも $n-q$ 個の非負の固有値を持つことである.

例 3. $\mathbf{C}^4$ の analytic subset $S=\{z_1=z_2=0\}\cup\{z_3=z_4=0\}$ に対し, 補集合 $\mathbf{C}^4\setminus S$ は 2-convex with corners (位数 $2(=4-2)$ の擬凸) ではあるが 2-convex でない.

Fujita [8] により, $\mathbf{C}^n$ の開集合 D が位数 $n-q$ の擬凸になるための必要十分条件は, D が位数 $n-q$ の擬凸関数によって exhaust されることである. この関数は, Hunt-Murray [10] が導入した $(q-1)$-plurisubharmonic function とも同値であるが, ここでは, 本質的には Slodkowski [21] による, 次の形で定義を述べておく.

定義 1 (cf. [21], [8], [14]). $\varphi: D\longrightarrow \mathbf{R}\cup\{-\infty\}$ を上半連続, $P\in D$ とする. φ が P で位数 $n-q$ の擬凸であるとは, P の近くで定義された任意の weakly $(n-q+1)$-convex function f に対し, P の近傍 $U(f)$ で, $P\in\Delta$, $\Delta\Subset U(f)$ である任意の領域 Δ に対し,

$$(\varphi+f)(P)\leqq \max\{(\varphi+f)(Q);\, Q\in\partial\Delta\}$$

となるものが存在することをいう. また, φ は, D の各点 P で位数 $n-q$ の擬凸になるとき, D で位数 $n-q$ の擬凸であるという.

通常の意味の多重劣調和関数は位数 $n-1$ の擬凸である. C^2 級の関数 φ が, 位数 $n-q$ の擬凸になるための必要十分条件は, φ が weakly q-convex となること, すなわち φ の Levi form $\partial\bar{\partial}\varphi$ が各点で少なくとも $n-q+1$ 個の非負の固有値を持つことである. 上半連続な多重劣調和関数が C^2 級のもので近似されることは良く知られているが, 位数 $n-q$ の擬凸関数は, 一般には C^2 級のもので近似することができない.

定義 2 (cf. [3]). $\varphi: D\longrightarrow \mathbf{R}\cup\{-\infty\}$ は, D の各点 P に対し, P の近傍 U と U 上の strongly 1-convex function h で, $\varphi-h$ が U で位数 $n-q$ の擬凸となるものが存在するとき, D で位数 $n-q$ の強擬凸であるという.

定義 3 (Diederich-Fornaess [4]). $\varphi: D\longrightarrow \mathbf{R}$ は, D の各点 P に対し, P の近傍 U と U 上の q-convex function $\varphi_1,\varphi_2,\dots,\varphi_t$ が存在して $\varphi|_U=\max\{\varphi_1,\varphi_2,\dots,\varphi_t\}$ と書けるとき, D で q-convex with corners であるという.

Bungart と Diederich-Fornaess による, 次の近似定理が知られている.

Bungart の近似定理 ([3], 1990 年). $\varphi: D\longrightarrow \mathbf{R}$ を連続な位数 $n-q$ の強擬凸関数とする. このとき, D 上の任意の連続関数 $\varepsilon>0$ に対し, D で q-convex with corners である関数 ψ で, D 上 $|\varphi-\psi|<\varepsilon$ となるものが存在する.

Diederich-Fornaess の近似定理 ([4], 1985 年). $\varphi : D \longrightarrow \mathbf{R}$ を q-convex function with corners とする. このとき, D 上の任意の連続関数 $\varepsilon > 0$ に対し, D 上の $\widetilde{q}$-convex function ψ で, D 上 $|\varphi - \psi| < \varepsilon$ となるものが存在する. ここで, $\widetilde{q} = n - [n/q] + 1$ で, [ ] は Gauss 記号を表す.

Diederich-Fornaess は, さらに, 任意の pair (n, q) に対し, 上の近似定理の中の $\widetilde{q}$ は, 最良の値であることを示している. $2 \leqq q \leqq n-1$ のとき, $\widetilde{q} > q$ であることに注意する.

Bungart の近似定理より, $\mathbf{C}^n$ の開集合 D に対しては, D が $\mathbf{C}^n$ で位数 $n-q$ の擬凸になることと, q-complete with corners になることとは同値である. また, Diederich-Fornaess の近似定理より, このとき, D $(\subset \mathbf{C}^n)$ は $\widetilde{q}$-complete になる.

M の開集合 D は, ∂D の各点 Q に対し, Q の近くで定義された, Q を通る $n-q$ 次元の complex submanifold S で, $S \subset M \setminus D$ となるものが存在するとき, 条件 (C_q) を満たすということにする. Bungart の近似定理の応用として, $\mathbf{C}^n$ の位数 $n-q$ の擬凸領域は, 条件 (C_q) を満たす部分領域の増大列の極限として特徴付けられることが分かる.

3. 関数の '擬凸性の度合' を計る operator

§3 では, M を C^∞ 級の Hermite 計量 G を持つ n 次元連結複素多様体, D を M の開集合とする.

M の点 P の回りの局所座標系 $(z_1, \ldots, z_n)$ は, 次の条件

$$z_i(P) = 0, \quad G\left(\frac{\partial}{\partial z_i}, \frac{\partial}{\partial z_j}\right)(P) = \delta_{ij} \qquad (1 \leqq i, j \leqq n)$$

を満たすとき, P で normal であると呼ぶことにする.

M の各点 P は, P で normal な局所座標系を持つ. 2 つの局所座標系 $(z_1, \ldots, z_n)$ と $(w_1, \ldots, w_n)$ が共に P で normal なとき, P での変換行列 $(\partial z_i / \partial w_j)(P)$ は unitary である. したがって, φ が P の近くで C^2 級のとき, Hermite 行列 $(\partial^2 \varphi / \partial z_i \partial \bar{z}_j)(P)$ と $(\partial^2 \varphi / \partial w_i \partial \bar{w}_j)(P)$ の, すべての固有値は一致する.

定義 4 ([14]). $\varphi : D \longrightarrow \mathbf{R} \cup \{-\infty\}$ を上半連続な関数, P を D の 1 点, $z = (z_1, \ldots, z_n)$ を P で normal な局所座標系とする. このとき, $W_q[\varphi](P)$ を, $\varphi - \alpha \|z\|^2$ が P で位数 $n-q$ の擬凸となるような $\alpha \in \mathbf{R}$ の上限として定義する. ここで, $\|z\|^2 = \sum_{i=1}^n |z_i|^2$ である. そのような $\alpha \in \mathbf{R}$ が存在しないときは, $W_q[\varphi](P) = -\infty$ とおく.

$W_q[\varphi](P)$ が P で normal な局所座標系の選び方に依らずに決まること, P で normal な任意の局所座標系 $z = (z_1, \ldots, z_n)$ と, 任意の $\alpha < W_q[\varphi](P)$ に対し, $\varphi - \alpha \|z\|^2$ が P で位数 $n-q$ の擬凸になることが確かめられる.

φ が P の近くで C^2 級のとき, φ の Levi form $L[\varphi]$ の, P で normal な局所座標系に関する, P でのすべての固有値を $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ (但し $\alpha_1 \geqq \alpha_2 \geqq \cdots \geqq \alpha_n$) で表すと, $W_q[\varphi](P) = \alpha_{n-q+1}$ となる.

operator W_q に関する主な性質を挙げる.

(1) φ を D で上半連続な関数とする. このとき, φ が D で位数 $n-q$ の擬凸になるための必要十分条件は, D 上 $W_q[\varphi] \geqq 0$ となることである. また, φ が D で位数 $n-q$ の強擬凸になるための必要十分条件は, D の各点 P に対し, P の近傍 U と定数 $\varepsilon > 0$ で, U 上 $W_q[\varphi] \geqq \varepsilon$ となるものが存在することである.

(2) α を D 上の連続関数, φ_ν ($\nu \in \mathbf{N}$) を D で上半連続な関数で, $W_q[\varphi_\nu] \geqq \alpha$ を満たすものとする. $\{\varphi_\nu\}_{\nu \in \mathbf{N}}$ が D 上の一様収束列, または減少列であるとき, D 上 $W_q[\lim \varphi_\nu] \geqq \alpha$ となる.

(3) φ, ψ を共に D で上半連続, $P \in D$ とする. このとき, $\varphi(P) = \psi(P)$ かつ D 上 $\varphi \geqq \psi$ であれば, $W_q[\varphi](P) \geqq W_q[\psi](P)$ となる.

4. 定理の証明の要点

§4 以後は, M を C^∞ 級の Kähler 計量 G を持つ n 次元連結複素多様体とする. M は自然に, C^∞ の Hermite 計量 $g \equiv \mathrm{Re}\, G$ を持つ実 $2n$ 次元 Riemann 多様体ともみなされる. このとき, Greene-Wu [9] の証明方法を土台として, 次を示すことができる.

補題. D を M の開集合, P を, 次の性質を満たす (少なくとも 1 つの) $Q \in \partial D$ が存在するような D の点とする:

(i) $d_{\partial D}(P) = d(P, Q)$.

(ii) P と Q は M 内の測地線 ξ で結べる.

(iii) Q を通る $n-q$ 次元の complex submanifold S で, $S \subset M \setminus D$ となるものが存在する.

このとき,

$$(*) \qquad W_q[-\log d_{\partial D}](P) \geqq \frac{1}{4} \min\left\{\frac{\Theta}{3}, \Theta\right\}$$

という評価が成立する. ここで, $\Theta = \Theta(P)$ は, (ii) の中の測地線 ξ 上の M の holomorphic bisectional curvature の最小値である.

証明には, Riemann 幾何学で良く知られた, 測地線の変分に対する第 1, 第 2 変分公式と, operator W_q の性質 (3) を用いる. 関数 $-\log d_{\partial D}$ が, P において '(*) の右辺の値以上の固有値を持つ' 複素 $n-q+1$ 次元の方向を見つける必要があるが, その方向は, S の Q

での tangent space を, ξ に沿って P まで平行移動して得られる複素 $n-q$ 次元の tangent space と, 測地線 ξ の P での tangent vector とで張られる方向になる.

D が §2 の条件 (C_q) を満たす M の開集合のとき, M が complete であるか, または $D \Subset M$ であるかの何れかの条件があれば, D の各点 P に対し, 上の補題の条件 (i), (ii), (iii) を満足する $Q \in \partial D$ が常に存在する.

$P \in M$ と $r > 0$ に対し, $B(P, r) = \{Q \in M; d(P, Q) < r\}$ とおく. $P \in D$ に対し, $\Theta(P)$ により $D \cap B(P, d_{\partial D}(P))$ 上の M の holomorphic bisectional curvature の下限を表すことにする.

D が M で位数 $n-q$ の擬凸のとき, 局所的には, 条件 (C_q) を満たすものの増大列の極限として書けることに注意すると, operator W_q の性質 (2) と上の補題から, ∂D を含む開集合 Δ $(\subset M)$ が存在して, $D \cap \Delta$ の各点 P において, 不等式 $(*)$ が成り立つことが分かる. さらに, この結果と Bungart の近似定理を用いると,

(1) M の holomorphic bisectional curvature が正の場合

(2) ∂D を含む M のある開集合上 (strongly) 1-convex function が存在する場合

の各場合には, $D \Subset M$ であるか, M が complete であるかの一方の条件の下で, 境界 ∂D の近くだけでなく D 上 global に不等式 $(*)$ が成立することが示される.

5. 曲率が正の Kähler 多様体の部分領域に対する結果

§5 では, M を正または非負の holomorphic bisectional curvature を持つ n 次元連結 Kähler 多様体, D を M の位数 $n-q$ の擬凸開集合とする. 関数 $-\log d_{\partial D}$ に対して, 結果は次の様に述べられる.

命題 1. M の holomorphic bisectional curvature が非負 (resp. 正) のとき, ∂D を含む開集合 Δ $(\subset M)$ が存在して, 関数 $-\log d_{\partial D}$ は $D \cap \Delta$ 上, 位数 $n-q$ の擬凸 (resp. 位数 $n-q$ の強擬凸) になる.

命題 2. M の holomorphic bisectional curvature が正で, $D \Subset M$ であるか, M が complete であるかの何れかの場合, 関数 $-\log d_{\partial D}$ は D 全体で位数 $n-q$ の強擬凸になる.

M の開集合 D の境界 ∂D が M の C^2 級の real submanifold (各連結成分の次元は互いに異なっていてもよい) のときは, ∂D を含む開集合 Γ $(\subset M)$ が存在して, 境界距離関数 $d_{\partial D}$ は, $D \cap \Gamma$ 上 C^2 級の関数になる ([12]). したがって, 命題 1 から, 次の結果が得られる.

定理 1. M の holomorphic bisectional curvature を正 (resp. 非負) とする. D が M

で位数 $n-q$ の擬凸で, $D \Subset M$ かつ ∂D が M の C^2 級の real submanifold のとき, D は strongly q-convex (resp. weakly q-convex) である.

M と D の仮定が命題 2 と同じとき, Bungart の近似定理より, 関数 $-\log d_{\partial D}$ は q-convex function with corners で近似される. したがって, Diederich-Fornaess の近似定理と合わせると, 領域の q-completeness (with corners) に関する次の結果が得られる.

定理 2. M の holomorphic bisectional curvature を正とし, さらに $D \Subset M$ であるか, M が complete であるかの一方を仮定する. このとき, D が M で位数 $n-q$ の擬凸であれば, D は q-complete with corners である. したがって, D は $\widetilde{q}$-complete である.

定理 1 は, S が $\mathbf{P}_n$ の complex submanifold で, 各連結成分の次元が $n-q$ 以上のとき, 補集合 $\mathbf{P}_n \setminus S$ は strongly q-convex であるという Barth [2] の結果の拡張になっている. $M = \mathbf{P}_n$ のとき, 定理 1 は Takeuchi [26] の拡張として, 微分幾何学的手法を用いない方法でも示すことができる ([13]). また, 定理 2 から, S が $\mathbf{P}_n$ の, 各既約成分の次元が $n-q$ 以上の algebraic set のとき, $\mathbf{P}_n \setminus S$ が $\widetilde{q}$-complete であるという Hartshorne の結果も導かれる. S $(\subset \mathbf{P}_n)$ が non-singular のときに限れば, Peternell [17] により, $\mathbf{P}_n \setminus S$ は $\min\{2q-1, \widetilde{q}\}$-complete であるという, より進んだ結果が知られている.

6. Stein 多様体の部分領域に対する結果

最後に, M を n 次元 Stein 多様体, D を M の位数 $n-q$ の擬凸開集合とする. M の完備 Kähler 計量から, D の境界距離関数 $d_{\partial D}$ を定義したとき, 関数 $-\log d_{\partial D}$ に対し, §4 の不等式 $(*)$ が D の各点で成立する. したがって, h が M の (1 つの) 1-convex exhaustion function のとき, $u' > 0$, $u'' > 0$ である C^2 級の関数 $u : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ で, $-\log d_{\partial D} + u \circ h$ が D で位数 $n-q$ の擬凸となるものを見つけることができる. よって, 次の結果が得られる.

定理 3. M を n 次元 Stein 多様体, D を M の位数 $n-q$ の擬凸開集合とする. このとき, D は q-complete with corners である. したがって, D は $\widetilde{q}$-complete である.

D の境界 ∂D が M の C^2 級の real submanifold のとき, 前述の関数 $-\log d_{\partial D} + u \circ h$ は, ∂D の近くで C^2 級の関数になる. このことから, 次の結果が導かれる.

定理 4. M を n 次元 Stein 多様体, D を M の位数 $n-q$ の擬凸開集合とする. ∂D が M の C^2 級の real submanifold のとき, D は q-complete である.

∂D が M の C^2 級の real hypersurface である場合, 定理 4 は Suria [23] (Eastwood-Suria [5]) の結果であり, 定理 4 は, その結果の拡張及び別証明になっている.

参考文献

[1] A. Andreotti and H. Grauert, Théorèmes de finitude pour la cohomologie des espaces complexes, Bull. Soc. Math. France, **90** (1962), 193–259.

[2] W. Barth, Der Abstand von einer algebraischen Mannigfaltigkeit im komplex-projectiven Raum, Math. Ann., **187** (1970), 150–162.

[3] L. Bungart, Piecewise smooth approximations to q-plurisubharmonic functions, Pacific J. Math., **142** (1990), 227–244.

[4] K. Diederich and J. E. Fornaess, Smoothing q-convex functions and vanishing theorems, Invent. Math., **82** (1985), 291–305.

[5] M. G. Eastwood and G. V. Suria, Cohomologically complete and pseudoconvex domains, Comment. Math. Helv., **55** (1980), 413–426.

[6] G. Elencwajg, Pseudo-convexité locale dans les variétés kählériennes, Ann. Inst. Fourier (Grenoble), **25** (1975), 295–314.

[7] T. Frankel, Manifolds with positive curvature, Pacific J. Math., **11** (1961), 165–174.

[8] O. Fujita, Domaines pseudoconvexes d'ordre général et fonctions pseudoconvexes d'ordre général, J. Math. Kyoto Univ., **30** (1990), 637–649.

[9] R. E. Greene and H. Wu, On Kähler manifolds of positive bisectional curvature and a theorem of Hartogs, Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg, **47** (1978), 171–185.

[10] L. R. Hunt and J. J. Murray, q-plurisubharmonic functions and a generalized Dirichlet problem, Michigan Math. J., **25** (1978), 299–316.

[11] K. Matsumoto, Pseudoconvex domains of general order in Stein manifolds, Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ. Ser. A, **43** (1989), 67–76.

[12] K. Matsumoto, A note on the differentiability of the distance function to regular submanifolds of Riemannian manifolds, Nihonkai Math. J., **3** (1992), 81–85.

[13] K. Matsumoto, Pseudoconvex domains of general order and q-convex domains in the complex projective space, J. Math. Kyoto Univ., **33** (1993), 685–695.

[14] K. Matsumoto, Boundary distance functions and q-convexity of pseudoconvex domains of general order in Kähler manifolds, J. Math. Soc. Japan, **48** (1996), 85–107.

[15] K. Matsumoto, Boundary distance functions and q-convexity of locally q-convex domains with corners in Kähler manifolds, in "Geometric Complex Analysis" (edited by J. Noguchi, H. Fujimoto, J. Kajiwara and T. Ohsawa), World Sci. Publishing, Singapore, (1996), 427–435.

[16] M. Peternell, Continuous q-convex exhaustion functions, Invent. Math., **85** (1986), 249–262.

[17] M. Peternell, q-completeness of subsets in complex projective space, Math. Z., **195** (1987), 443–450.

[18] O. Riemenschneider, Über den Flächeninhalt analytischer Mengen und die Erzeugung k-pseudokonvexer Gebiete, Invent. Math., **2** (1967), 307–331.

[19] M. Schneider, Über eine Vermutung von Hartshorne, Math. Ann., **201** (1973), 221–229.

[20] W. Schwarz, Local q-completeness of complements of smooth CR-submanifolds, Math. Z., **210** (1992), 529–553.

[21] Z. Slodkowski, The Bremermann-Dirichlet problem for q-plurisubharmonic functions, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4), **11** (1984), 303–326.

[22] Z. Slodkowski, Local maximum property and q-plurisubharmonic functions in uniform algebras, J. Math. Anal. Appl., **115** (1986), 105–130.

[23] G. V. Suria, q-pseudoconvex and q-complete domains, Compositio Math., **53** (1984), 105–111.

[24] O. Suzuki, Pseudoconvex domains on a Kähler manifold with positive holomorphic bisectional curvature, Publ. Res. Inst. Math. Sci., **12** (1976), 191–214.

[25] M. Tadokoro, Sur les ensembles pseudoconcaves généraux, J. Math. Soc. Japan, **17** (1965), 281–290.

[26] A. Takeuchi, Domaines pseudoconvexes infinis et la métrique riemannienne dans un espace projectif, J. Math. Soc. Japan, **16** (1964), 159–181.

[27] A. Takeuchi, Domaines pseudoconvexes sur les variétés kählériennes, J. Math. Kyoto Univ., **6** (1967), 323–357.