

Title	FMSにおけるAGVの最適搬送政策 (決定理論とその関連分野)
Author(s)	玉置, 光司; 胡, 慕慈; 大野, 勝久
Citation	数理解析研究所講究録 (1998), 1043: 98-106
Issue Date	1998-04
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/62126">http://hdl.handle.net/2433/62126</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

## FMS における AGV の最適搬送政策

愛知大学 玉置光司 (Tamaki, M.)

名古屋工業大学 胡慕慈 (Hu, M.C.) 大野勝久 (Ohno, K.)

### 1 はじめに

近年、AGV(automated guided vehicle)が用いられている FMS(flexible manufacturing system)が増えている一方で、システムにおける物の流れの制御に関する研究などが活発化している。AGV が用いられている FMS における物の流れを変更する 1 つの方法としては、搬送政策を変えることである。搬送政策問題は、ホームステーション、加工ステーション、使用可能な通路が決定されていて AGV をどのような搬送政策に従って走行させるかというスケジューリングの問題である。搬送政策は、事前に決められた生産計画に基づいて搬送するという押し出し型制御と加工ステーションからの搬送要求に従って搬送するという引っ張り型制御の 2 つに大別される。搬送政策は、AGV を効率的に運用する上で重要であり、いくつかの研究がなされている(中野[2])。

FMS における AGV の搬送政策を決定する問題は、従来、シミュレーションを用いて議論された。例えば、Egbelu and Tanchoco [1]は、4 つの搬送政策をシミュレーションによって、デッドロックに陥りやすいかどうかという基準で比較した。Occena and Yokota [4]は、ジャストインタイム型のシステムにおいて効率的な搬送政策を提案して、シミュレーションによって Egbelu and Tanchoco[1]の結果と比較した。また、Egbelu and Tanchoco[1]と Sinriech and Tanchoco[6]は、システムの設計案を複数用意して、シミュレーションによって、各システムの性能評価を行い比較する研究をした。

中野、大野[3]は、行き搬送と帰り搬送の区別、搬送政策、アーラン分布による AGV のサービスなどの要因を数学的モデル化して、ジャストインタイム生産システムの性能評価を行ってきた。中野、大野モデルの搬送政策は、搬送要求を出した加工ステーションの中で、バッファの空きから搬送中の部品数を引いた残り搬送要求数のもっとも多い加工ステーションへ AGV を搬送する。最大残り搬送要求数を持つ加工ステーションが複数ある場合は、4 つの搬送政策のいずれかに従う。

Yao and Buzacott[8]では、各加工ステーションのバッファの空き状態だけで搬送確率が決められている。これに対し、中野、大野モデルではすべてのステーションのバッファの空き状態と搬送状態を調べて、4 つの搬送政策のいずれかに従って適切な加工ステーションへ搬送することを基本としている。

これらの研究は、設定したいくつかの搬送政策の間での比較であり、FMS における AGV の最適搬送政策(すなわち、平均期待利得を最大にする搬送政策)とはいえない。従って、本研究で考察する FMS は、 $N$  台の AGV、 $M$  台の加工ステーションとホームステーションか

ら構成されている。AGV の搬送時間と加工ステーションの加工時間はすべてアーラン分布に従うものと仮定する(中野、大野[3]を参照)。本研究の目的は、複数の AGV にたいする最適搬送政策をセミ・マルコフ決定過程を用いて求めることである。

2 節で基本モデルを説明し、3 節でセミ・マルコフ決定過程による定式化を行い、4 節でアルゴリズムを述べ、5 節で数値例を示し、6 節で予想される最適搬送政策の性質を述べる。

## 2 基本モデル

ホームステーションから加工ステーション  $i$  ( $i=1, \dots, M$ ) への AGV の行き搬送は、ホームステーションおよび加工ステーションでの荷の積み降ろしを含むものとする。行き搬送時間は、平均  $1/c_i$  を持つ位相  $l_i$  のアーラン分布に従うものとし、加工ステーション  $i$  からホームステーションへの帰り搬送時間は、平均  $1/d_i$  を持つ位相  $m_i$  のアーラン分布に従うものとする。また、加工ステーション  $i$  の加工時間は、互いに独立で、平均  $1/\mu_i$  を持つ位相  $k_i$  のアーラン分布に従うものとする。

加工ステーション  $i$  のバッファサイズ(加工中の部品も含む)は  $b_i$  であり、製品が加工される毎に利得  $r_i$  が得られ、部品は 1 個につき単位時間当たり  $u_i$  の在庫費用が発生するものとする。

システムの状態を

$$\bar{s} = (\bar{x}, \bar{g}, \bar{r}, y_0)$$

で表す(中野、大野[3]の表記法を用いた)。ただし、各変数の意味は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \bar{x} &= (x_1, x_2, \dots, x_M), & 0 \leq x_i \leq b_i k_i, & \quad i = 1, 2, \dots, M \\ \bar{g} &= (g_1, g_2, \dots, g_M), & g_i &= (t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{im_i}), & \quad 0 \leq t_{ij} \leq N \\ \bar{r} &= (r_1, r_2, \dots, r_M), & r_i &= (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{im_i}), & \quad 0 \leq w_{ij} \leq N \\ & & 0 \leq y_0 & \leq N, \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^M \left( \sum_{j=1}^{l_i} t_{ij} + \sum_{j=1}^{m_i} w_{ij} \right) + y_0 = N \quad (1)$$

$x_i$ : 加工ステーション  $i$  における加工量をアーラン分布の位相で数えた時の残存位相数。

$t_{ij}$ : AGV が加工ステーション  $i$  に搬送中の状態を、アーラン分布の残存位相数  $j$  にいる AGV の台数で表したもの。

$w_{ij}$ : AGV が加工ステーション  $i$  からホームステーションに戻る途中の状態を、アーラン分布の残存位相数  $j$  にいる AGV の台数で表したもの。

$y_0$ : ホームステーションにいる AGV の台数。

本研究では、システムの状態が変化した時点を決定期点とする。決定期点におけるシステムの状態を観測し、それに基づいて、ホームステーションにいる AGV の搬送先(加工ステーション)を決定する。複数の AGV がホームステーションで待機しているときには、それらは

1 台ずつ出発するものとする。すなわち、最初の AGV が出発した後、次にシステムの状態が変化するとき、次の AGV の搬送先が決定される。また、AGV は毎回 1 つの部品を搬送するものとする。

決定時点におけるシステムの状態が  $\bar{s}$  の時、加工ステーション  $i$  に搬送する決定を  $a = i$  で表す。AGV がホームステーションにいない場合、あるいはいる場合でも、引き続き待機する場合、この決定を特に  $a = 0$  で表す。すでに搬送中の分も含めて、加工ステーション  $i$  のバッファが満杯のとき、すなわち  $z_i + \sum_j t_{ij} = b_i$  の時、決定  $a = i$  は取らないものとする ( $z_i$  は  $x_i / k_i$  を切り上げた整数である)。

状態集合を

$$\bar{S} = \{ \bar{s}; 0 \leq x_i \leq b_i k_i, i = 1, \dots, M, 0 \leq t_{ij} \leq N, j \in \{1, \dots, l_i\}, 0 \leq w_{ij} \leq N, j \in \{1, \dots, m_i\}, 0 \leq y_0 \leq N \}$$

とおき、状態  $\bar{s} \in \bar{S}$  で取りうる決定の集合を  $\bar{A}(\bar{s})$  とおく。すなわち、

$$\bar{s} = \{ \bar{0}, \bar{0}, \bar{0}, N \} \text{ にたいして } \bar{A}(\bar{s}) = \{ 1, \dots, M \}、$$

$$y_0 = 0 \text{ となる } \bar{s} \text{ にたいして } \bar{A}(\bar{s}) = \{ 0 \}、$$

$$y_0 > 0, z_i + \sum_j t_{ij} = b_i, 1 \leq i \leq M \text{ となる } \bar{s} \text{ にたいして}$$

$$\bar{A}(\bar{s}) = \{ 0, 1, \dots, M \} - \{ i; z_i + \sum_j t_{ij} = b_i, 1 \leq i \leq M \}、$$

さもなければ、 $\bar{A}(\bar{s}) = \{ 0, 1, \dots, M \}$

である。搬送政策  $\pi$  は  $\bar{S}$  から  $\bar{A} = \{ \bar{A}(\bar{s}) | \bar{s} \in \bar{S} \}$  への写像である。すなわち、 $\pi = \{ \pi(\bar{s}) \in \bar{A}(\bar{s}); \bar{s} \in \bar{S} \}$  である。

製品はシステム外のへ出る

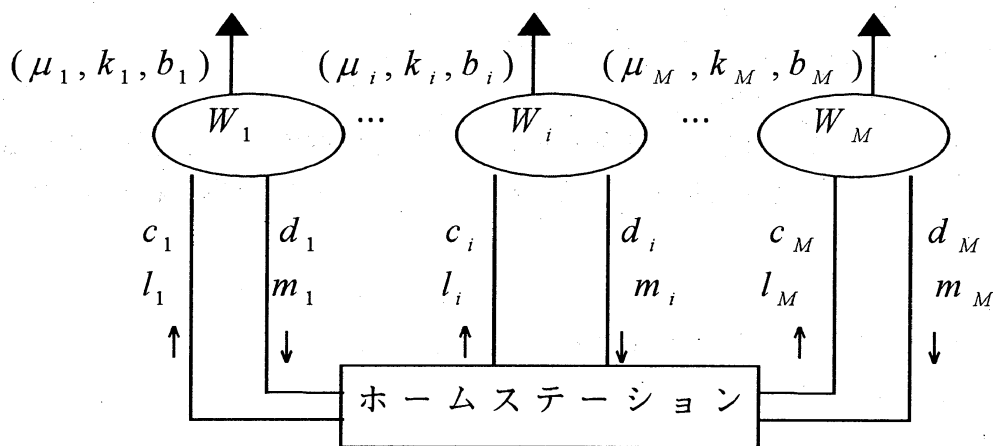


図1 FMS システム

$W_i$ :加工ステーション  $i$

### 3 セミ・マルコフ決定過程による定式化

定式化する備え、次の記号を定義する。

#### 定義

$\tau(\bar{s}, a)$ : 状態  $\bar{s}$  で決定  $a$  を取った時、次の状態に推移するまでの期待時間。

$c(\bar{s}, a)$ : 状態  $\bar{s}$  で決定  $a$  を取った時、次の状態に推移するまでの間に得られる期待利得。

$p_{s, \bar{s}}(a)$ : 状態  $\bar{s}$  で決定  $a$  を取った時、次の状態  $\bar{s}$  へ推移する確率。

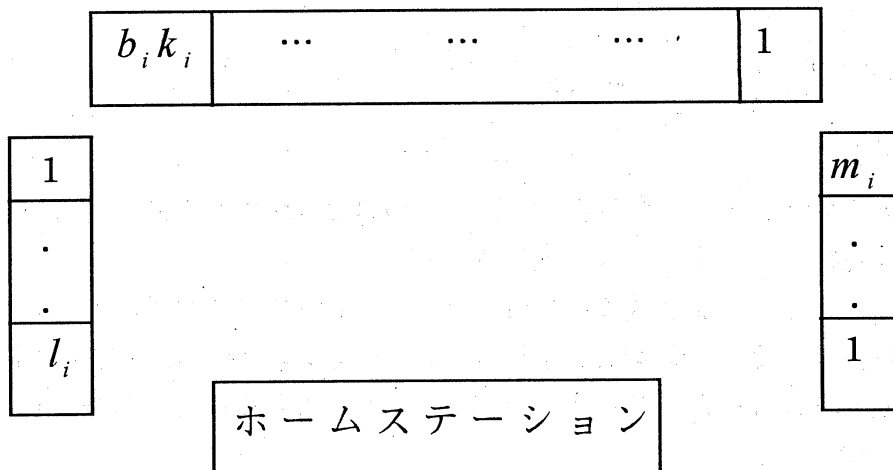


図2  $i$  番目の加工ステーションと往復搬送時間の状態

記号  $\delta(E)$  は事象  $E$  が成立する時 1、その他の時 0 を表す。この時、 $\tau(\bar{s}, a)$ 、 $c(\bar{s}, a)$  と

$p_{s, \bar{s}}(a)$  は次式で与えられる。

#### 期待時間

状態  $\bar{s} = (\bar{x}, \bar{g}, \bar{r}, y_0)$  で搬送政策  $a$  を取ったとき、状態推移に要する時間は状態のどれかが 1 つの変化をするまでの時間であり、アーラン分布の性質より、推移時間は指数分布に従う。したがって、期待時間は次式で表される。ただし、 $a > 0$  政策を取ったとき、瞬間的に位相  $l_a$  に 1 台の AGV が入り込む。

$$\tau(\bar{s}, a) = \frac{1}{\sum_{i=1}^M \mu_i k_i \delta(x_i > 0) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{l_i} t_{ij} c_i l_i + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{m_i} w_{ij} d_i m_i + c_a l_a \delta(a > 0)} \quad (2)$$

#### 平均利得

状態  $s = (x, g, r, y_0)$  で搬送政策  $a$  を取ったとき、 $x_i$  から  $x_i - 1$  への変化が確率  $\mu_i k_i \tau(s, a)$  (指数分布の性質より) で生起し、さらに、 $x_i / k_i$  の余りが 1 である ( $f(x_i) = 1$  で表す) 場合、加工ステーション  $i$  で 1 つの製品が加工される。明らかに、期待時間  $\tau(\bar{s}, a)$

の間に加工ステーション*i*で加工される製品数の期待値は $\mu_i k_i f(x_i) \tau(\bar{s}, a)$ である。したがって、次の決定時点までにおいてえられる全利得は上記の量に $r_i$ をかけて加えたものである。

期待時間 $\tau(s, a)$ の間に発生する在庫費用は、 $u_i$ と部品数 $z_i$ と $\tau(s, a)$ の積を加えたものである。期待利得は加工においてえられる全利得から期待在庫費用を差し引いたものであり、次式がえられる。

$$c(\bar{s}, a) = \sum_{i=1}^M \{r_i \mu_i k_i f(x_i) - u_i z_i\} \tau(\bar{s}, a),$$

ただし、

$$f(x_i) = \begin{cases} 1, & x_i = 1, \text{ mod } k_i, \\ 0, & \text{その他} \end{cases} \quad (3)$$

### 推移確率

$\bar{s}$ と同じ次元を持ち $\bar{x}$ の第*i*要素だけが1で他の要素がすべて0であるベクトルを $1_{x_i}$ と定義する。同様に $1_{t_{ij}}$ ,  $1_{w_{ij}}$ ,  $1_{y_0}$ を定義する。

状態 $s = (x, g, r, y_0)$ で搬送政策 $a$ を取ったとき、 $a > 0$ であれば、加工ステーション*a*の位相 $l_a$ のAGVの数が1台増加し、ホームステーションのAGVが1台減少する。

状態 $s = (x, g, r, y_0)$ における状態 $x_i$ から $x_i - 1$ への推移確率は、指数分布の性質より、次式で与えられる。

$$p_{\bar{s}, \bar{s}}(a) = \mu_i k_i \tau(\bar{s}, a) \delta(x_i > 0),$$

ただし、

$$\bar{s}' = \bar{s} - 1_{x_i} + (1_{t_{ala}} - 1_{y_0}) \delta(a > 0). \quad (4)$$

状態 $\bar{s}$ において行き搬送状態の位相1の状態では推移が起これば、位相1のAGVが1台減少し、 $x_i$ に $k_i$ 個位相を増加し、帰り搬送状態の位相 $m_i$ のAGVが1台増加する。位相1以外の状態では推移が起これば、位相*j*のAGVが1台減少し、位相*j*-1のAGVが1台増加する。したがって、指数分布の性質より次式をえる。

$$p_{\bar{s}, \bar{s}}(a) = \begin{cases} t_{ij} c_i l_i \tau(\bar{s}, a), & j \neq l_a, \\ (t_{ij} + 1) c_i l_i \tau(\bar{s}, a), & j = l_a, \end{cases}$$

ただし、

$$\bar{s}' = \begin{cases} \bar{s} - 1_{t_{ij}} + k_i 1_{x_i} + 1_{w_{imi}} + (1_{t_{ala}} - 1_{y_0}) \delta(a > 0), & j = 1, \\ \bar{s} - 1_{t_{ij}} + 1_{t_{ij-1}} + (1_{t_{ala}} - 1_{y_0}) \delta(a > 0), & j = 2, \dots, l_i. \end{cases} \quad (5)$$

状態 $\bar{s}$ において帰り搬送状態の位相1の状態では推移が起これば、位相1のAGVが1台減少し、ホームステーションのAGVが1台増加する。位相1以外の状態では推移が起これば、

位相  $j$  の AGV が 1 台減少し、位相  $j-1$  の AGV が 1 台増加する。指数分布の性質より次式をえる。

$$p_{\bar{s}, \bar{s}'}(a) = w_{ij} d_i m_i \tau(\bar{s}, a),$$

ただし、

$$\bar{s}' = \begin{cases} \bar{s} - 1_{w_{ij}} + 1_{y_0} + (1_{t_{ala}} - 1_{y_0}) \delta(a > 0), & j = 1, \\ \bar{s} - 1_{w_{ij}} + 1_{w_{ij-1}} + (1_{t_{ala}} - 1_{y_0}) \delta(a > 0), & j = 2, \dots, l_i. \end{cases} \quad (6)$$

セミ・マルコフ決定過程における基本的な結果として、最適定常政策  $\pi^*$  の存在を保証する次の定理が成り立つ(Ross[5], Tijms[7])。

#### 定理

次式を満足する有界関数  $h(\bar{s})$  と定数  $v$  が存在すれば、定常な最適政策が存在する。

$$h(\bar{s}) = \max_{a \in \bar{A}(\bar{s})} \{c(\bar{s}, a) + \sum_{\bar{s}' \in \bar{S}} p_{\bar{s}, \bar{s}'}(a) h(\bar{s}') - v \tau(\bar{s}, a)\}.$$

ここで、上式の右辺を最大にする決定  $a$  が状態  $\bar{s}$  における最適搬送先  $\pi^*(\bar{s})$  である。

#### 4 アルゴリズム

政策反復法のアルゴリズムは次のように与えられる(Tijms[7])。

ステップ1. 反復回数  $k$  を 0 と置き、初期政策  $\pi^0$  を設定する。

ステップ2. (政策決定ルーチン)

$h^k(0, 0, 0, N) = 0$  とする。次の連立 1 次方程式

$$\begin{aligned} h(\bar{s}) + v \tau(\bar{s}, \pi^k(\bar{s})) - \sum_{\bar{s}' \in \bar{S}} p_{\bar{s}, \bar{s}'}(\pi^k(\bar{s})) h(\bar{s}') \\ = c(\bar{s}, \pi^k(\bar{s})), \quad \bar{s} \in \bar{S} \end{aligned}$$

を解いて、 $h^k(\bar{s})$  および  $v^k$  を得る。

ステップ3. (政策改良ルーチン)

$$\begin{aligned} F^{k+1}(\bar{s}) = \arg \max_{a \in \bar{A}(\bar{s})} \{c(\bar{s}, a) \\ + \sum_{\bar{s}' \in \bar{S}} p_{\bar{s}, \bar{s}'}(a) h^k(\bar{s}') - v^k \tau(\bar{s}, a)\}, \quad \bar{s} \in \bar{S} \end{aligned}$$

を計算し、 $\pi^k(\bar{s}) \in F^{k+1}(\bar{s})$  ならば、 $\pi^{k+1}(\bar{s}) = \pi^k(\bar{s})$  とおく。さもなければ  $F^{k+1}(\bar{s})$

の任意の要素を  $\pi^k(\bar{s})$  とおく。

ステップ 4. すべての  $\bar{s} \in \bar{S}$  に対して、 $\pi^{k+1}(\bar{s}) = \pi^k(\bar{s})$  ならば、停止する。  
 $\pi^k = \{\pi^k(\bar{s}), \bar{s} \in \bar{S}\}$  は最適搬送政策  $\pi^*$  である。さもなければ、 $k = k+1$  としてステップ 2 に戻る。

5 数値例

上記の政策反復法を用いて、代表的な状況を反映したいくつの数値例に対する最適搬送政策を得た。

数値例 1. AGV2 台、加工ステーション 3 台、 $b_i = 2, k_i = l_i = m_i = 1$ , 他のパラメータを次の表で与える。

$1/\mu_1 = 1$	$1/\mu_2 = 1$	$1/\mu_3 = 1$
$1/c_1 = 0.1$	$1/c_2 = 0.2$	$1/c_3 = 0.3$
$1/d_1 = 0.1$	$1/d_2 = 0.2$	$1/d_3 = 0.3$

表 1

図 3 は工場のレイアウトと搬送経路を示している。 $W_i (i = 1, 2, 3)$  は加工ステーション  $i$  を、D はホームステーションを表し、辺の数値は AGV の移動時間を表す。  
 $r_i = 1, u_i = 0, (i = 1, 2, 3)$  とおく。以後の数値例も同様である。

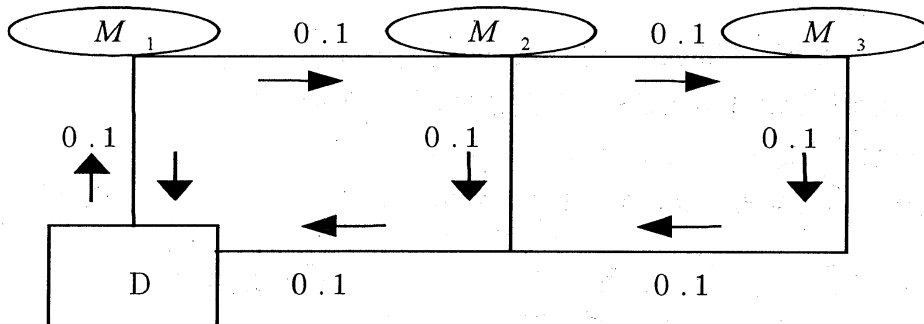


図 3

最適搬送政策は表 2 に示される。

状態 $\bar{s} = (x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3, w_1, w_2, w_3, y_0)$	最適決定
2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2	2
2, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2	2
1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 2	1
0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 2	1

表 2



数値例 2. AGV2 台、加工ステーション 3 台、 $b_i = 2, k_i = l_i = m_i = 1$ , 他のパラメータを次の表で与える。

$1/\mu_1 = 1$	$1/\mu_2 = 1$	$1/\mu_3 = 1$
$1/c_1 = 0.1$	$1/c_2 = 0.2$	$1/c_3 = 0.3$
$1/d_1 = 0.4$	$1/d_2 = 0.3$	$1/d_3 = 0.2$

表 3

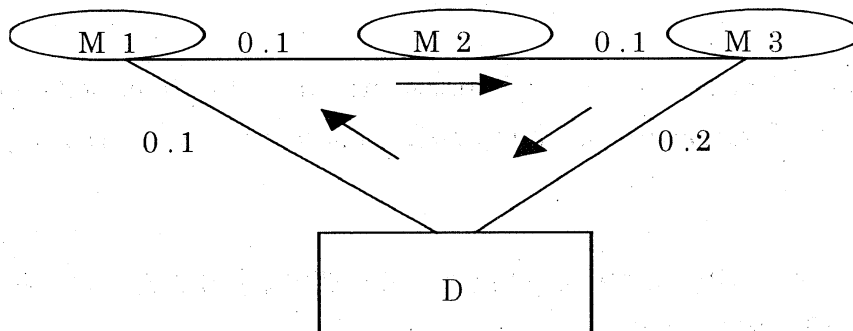


図 4

最適搬送政策は表 4 に示される。

状態 $\bar{s} = (x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3, w_1, w_2, w_3, y_0)$	最適決定
1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1	3
0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1	1
1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1	3
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1	1

表 4

## 6 最適搬送政策の性質

数値例の結果により、最適搬送政策に関して、次の性質の成立が予想される。

性質 1: (数値例 1 の表 2 より)

状態  $s = (x_1, \dots, x_M, g, r, y_0)$  での最適決定  $\pi^*(n)$  が  $i$  であれば、状態  $s = (x_1, \dots, x_i - 1, \dots, x_M, g, r, y_0)$  での最適決定  $\pi^*(n)$  も  $i$  である。

性質 2: (数値例 2 の表 4 より)

$$\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_M, \quad k_1 = k_2 = \dots = k_M,$$

$$l_1 = l_2 = \dots = l_M, \quad m_1 = m_2 = \dots = m_M,$$

$$\begin{aligned}
 r_1 &= r_2 = \cdots = r_M, & u_1 &= u_2 = \cdots = u_M, \\
 b_1 &= b_2 = \cdots = b_M, \\
 1/c_1 + 1/d_1 &= 1/c_2 + 1/d_2 = \cdots = 1/c_M + 1/d_M, \\
 1/c_1 &< 1/c_2 < \cdots < 1/c_M
 \end{aligned}$$

のとき、状態  $\bar{s} = (x_1, \dots, x_M, \bar{g}, \bar{r}, y_0)$  の最適決定  $\pi^*(\bar{s})$  が  $i$  であれば、状態  $s' = (x_1 - 1, \dots, x_i - 1, \dots, x_M - 1, \bar{g}, \bar{r}, y_0)$  での最適決定  $\pi^*(s')$  は  $\pi^*(\bar{s}) \leq i$  である。

## 参考文献

- [1] Egbelu, P. J. and Tanchoco, J. M. A.: "Characterization of Automatic Guided Vehicle Dispatching Rules," *International Journal of Production Research*, Vol.31, pp.359-374, (1984)
- [2] 中野冠: "生産システム構築のための理論とツールに関する基礎研究," 名古屋工業大学大学院工学研究科博士論文, (1997)
- [3] 中野冠、大野勝久: "AGV を用いたジャストインタイム生産システムの性能評価," 日本経営工学会誌, Vol.47, pp.26-31, (1995)
- [4] Occeña, L. G. and Yokota, T.: "Modeling of an Automated Guided Vehicle System (AGVs) in a Just-In-Time (JIT) Environment," *International Journal of Production Research*, Vol. 29, pp.495-511, (1991)
- [5] Ross, S. M. Applied Probability Models With Optimization Applications. Holden-Day, San Francisco. (1970)
- [6] Sinriech, D. and Tanchoco, J. M. A.: "An Economic Model for Determining AGV Fleet Size," *International Journal of Production Research*, Vol. 30, pp.1255-1268, (1992)
- [7] Tijms, H. C. Stochastic Modeling and Analysis: A Computation Approach. Wiley, Chichester. (1986)
- [8] Yao, D.D. and Buzacott, J.A.: "Models of Flexible Manufacturing Systems with Limited Local Buffers," *International Journal of Production Research*, Vol. 24, pp.107-117, (1986)