

「近代数学」と学校数学 — 数学の普及の歴史から

公田 藏 (Osamu Kota)

この小論では、わが国の明治以降における、学校教育により数学が普及されていく過程を話題とする。特に、新しい内容を学校数学に取り入れることによる、「近代数学」の普及（あるいは、大衆化）の過程を取り上げる。もちろん、数学知識の一般への普及は、学校教育以外に、書籍、雑誌等の出版物、ラジオ、テレビ、講演会等、いろいろな形で行われてきたが、それらについてはここでは取り上げない。また、学校教育についても、主として中等教育を問題とし、旧制度の中学校および現行の教育制度のもとでの高等学校を中心として述べる。

ここでは次の三つを話題とする。

- (1) 明治初期から中期にかけての、近代的教育制度が導入され、教育課程が整備されていく時代。中等教育の数学は、初等代数とユークリッド幾何を中核とした古典的初等数学である。
- (2) 函数の概念を中心とする、「近代数学」の学校数学への導入。これは大正から昭和へかけてである。
- (3) 第二次大戦後における、「現代数学」の学校数学への導入。

1. 明治初期の状況

わが国が近代的教育制度を採り入れたのは明治5年(1872)の「学制」に始まる。この時以来、数学はもっぱら「洋算」が学ばれることになる。太陽暦の採用、徴兵令の制定も明治5年である。数学についていえば、Klein の"Erlanger Program", Dedekind, Cantor の無理数論はこの年である。

しかし、学制公布の頃は、教育関係の法令は作られても、実際にはその通り行うことは困難であった。たとえば、遠藤利貞「増修日本数学史」の明治五年の項には次のように記されている。(pp.636-639)

また中学校を分かちて上等、下等とす。各六級より成る者とし、最上級を第一級とし、最下級を第六級とす。その下等中学における、第六級算術(最大等数、最少公倍数、分数変化、分数四術等)、……第一級算術(対数用法、前課温習)幾何、代数(各前の続き)、但し代数英仏独の三学とす。(その用書は英ダービス氏幾何学書、同氏代数学書、仏ルジャンドル氏幾何学書、ソンネ氏代数学書、独ウィーガンド氏幾何学書、リュプセン氏数学書、等毎級連用せり)

その上等中学においては、第六級五級四級三級みな幾何、代数二科とし、(みな前書を続用す)第二級第一級に至りては、これに測量大意、重学大意を加えたり。故に幾何学の最

終は立体、或は平面三角法に及び、代数学に在りては比例、或は級数に及べり。然れども、当時学生の進歩未だここに至らず。

少し注釈をつけるならば、当時は一つの級は半年間である。

しかし、明治 20 年代頃までには教育制度も整備され、教育内容も充実してくる。数学については、小学校では算術、中学校（尋常中学校）では算術、代数、幾何、三角法の形の教育課程が確立され、整備されてくるのである。明治 5 年の学制の公布から約 20 年間のわが国の努力は大変なものであったことがわかる。

2. 明治期における幾何教育の確立

幕末においては、洋算は単に西洋の技術、特に航海術、機械学、軍事技術等を学ぶ必要上から学ばれるようになったものであり、西洋の技術を学ぶために必要な道具と考えられていた。

洋算を学ぶ際に、和算と比べて最も「異質」であったものはユークリッド幾何学であったと思われる。

マテオ・リッチ (Matteo Ricci, 利瑪竇) が明末に中国に渡来し、徐光啓の協力を得て Clavius のユークリッド原論の翻訳を企てたのは明の万暦 34 年(1606) のことであり、翌 1607 年, Clavius 版全 15 巻の中の最初の 6 巻の翻訳を完成し、「幾何原本」という表題で出版した。この書物は、享保 5 年 (1720) (寛永の禁書令緩和) 以前にわが国に渡来したらしいが、当時の和算家はこの書物の価値を認めなかった。日本学士院編「明治前日本数学史」第 4 巻 (pp.160-161) には、次のように述べられている。

蓋し幾何原本に盛られた厳密なる論理的証明法は、我邦学者によって認識されなかった結果であって、その論ずるところは極めて簡単な事実のみで、一見して分りきつてゐると考へた。当時の我邦学者はこれを重視せず、より複雑な幾何学問題を取り扱つてゐた所から、我邦がより進歩してゐたと誤認した結果ではあるまいか。

ただ一つの除外例は、志筑忠雄の曆象新書中に、しばしばユークリッドを引用してゐることである。

しかし、明治初年以來、ユークリッド幾何の論証の意味は次第に理解されるようになる。

中学校における幾何教育を確立させたのは菊池大麓 (安政 2 年 (1855) - 大正 6 年 (1917)) である。菊池は、慶応 2 年 (1866) - 4 年 (1868), 明治 3 年 (1870) - 10 年 (1877) の 2 回にわたりイギリスに留学し、明治 10 年に帰国後東京大学の教授となり、後理科大学長、東京帝国大学総長、文部大臣となる。

明治 21 年 (1888) に文部省編輯局から発行された「菊池大麓編纂 初等幾何学教科書 (平面幾何学)」は、尋常師範学校及び尋常中学校用の教科書として刊行されたものである。この本は主としてイギリスの Association for the Improvement of Geometrical Teaching (幾何学教授

法改良協会)の教科書に基づき、これに菊池の独自の考えを多く取り入れたもので、横書き、分かち書きの形をとっている。小倉金之助はその著[14]の中で「この書はその厳密の度に於て、その洗練の度に於て、「アツソシェーション」に優るところの、当時における世界有数の初等教科書たるを失はない」と述べている。

つづいて翌明治22年には「初等幾何学教科書(立体幾何学)」,明治32年には、これらを簡略にした「菊池大麓編纂 幾何学小教科書」が刊行される。また、これらの教科書の趣旨を説明した「菊池大麓著 初等幾何学教科書随伴幾何学講義」2巻が出版される(第1巻は明治30年,第2巻は明治39年)のである。

「初等幾何学教科書」の、量の取り扱い(比例論)は厳密である。「比及比例」の章では、最初に量について、約量,倍量の定義を述べ、ついで通約す可き量,通約す可からざる量の定義が述べられ、

二ツノ与ヘラレタル量ノ最大公度ヲ求ムル方法

として互除法が説明され、

正方形ノ辺ト其ノ対角線ハ通約ス可カラザル量ナリ

が証明される。ついで

定義4. 一ツノ量ト同シ種類ノ他ノ量ノ比トハ前者ト後ト「何倍ナリヤ」ニ付テノ関係ナリ。前者ヲ比ノ前項,後トヲ後項ト称ス。

仮ニ上ノ如ク,比ノ定義ヲ掲ゲ置クト雖,是甚満足ナ定義ニ非ラズ;比ハ到底簡單ニシテ明瞭ナル定義ヲ下ス能ハザル語ナリ。依リテ下ニ其ノ説明ヲ掲グ。

と述べて、「倍量の挿み合い」を説明した上で、

定義5. 二ツノ量ノ比ガ他ノ二ツノ量ノ比(前ノ二ツト同シ種類ニテモ或ハ異ナレル種類ニテモ)ニ等シトハ二ツノ比ノ前項ノ任意ノ等倍量ヲ取り,又後項ノ任意ノ等倍量ヲ取り,一ツノ前項ノ倍量ガ其ノ後項ノ倍量ヨリ大ナルカ,或ハ之ニ等シキカ,或ハ之ヨリ小ナルカニ從テ,他ノ前項ノ倍量ガ其ノ後項ノ倍量ヨリ大ナルカ,或ハ之ニ等シキカ,或ハ之ヨリ小ナル時ニ云フナリ。

二ツノ量 A, B 及他ノ二ツノ量 P, Q 有リ; m, n ガ如何ナル完全数ナルモ, $mA \geq nB$ ニ從テ, $mP \geq nQ$ ナルトキハ, $A:B$ ガ $P:Q$ ニ等シト云フ,

と、比の相当が定義され、さらに説明が続き、比例論が展開される。尋常中学校の教科書としては、特にこの比と比例の扱い方は難しかったと思われるが、当時の中学生は将来の日本を担うエリートであったから、教育上の困難は予想されても、あえてユークリッドの精神を伝え、論証とともにヨーロッパ伝統の学問の精神を伝えようとしたと思われる。(明治20年代のはじめは、中学校、尋常師範学校はそれぞれ各府県に1校程度で、生徒数は両方合わせて約2万人

であった)。

菊池は「幾何学講義」の中で次のように述べている。

斯ノ如ク幾何学ニ於テハ少数ノ公理及定義ヲ基礎トシ、夫ヨリ逐次推究シ正当ノ証明無クシテハ一步モ進マズ、実ニ演繹推理法ノ最好キ例ナリ。故ニ幾何学ハ其ノ講スル所ノ事項ガ吾人ノ生存スル空間ノ性質ニシテ宇宙万物皆此性質ヲ有セザル無キヲ以テ之ヲ知ルコト人生極メテ必要ノ事タルノミナラズ、又其ノ攻究ノ方法ハ吾人ノ何事ニ付テモ行サザルヲ得ザル推理ノ方法ヲ練習スルニ最適当セリ：此学科ノ普通教育中ノ一大科目タルハ又至当ノ事ナリト言フ可シ。(p.4)

幾何学ト代数学トハ別学科ニシテ幾何学ニハ自カラ幾何学ノ方法有リ、濫ニ代数学ノ方法ヲ用キル可カラザルナリ。言語ヲ用キル代リニ便宜ノ為ニ記号ヲ用キルハ宜シト雖是吾々ガ幾何学上ニ用キル記号ニシテ代数学ノ記号ニアラズ、故ニ直チニ代数学ノ法則ヲ之ニ応用スルハ決シテ許ス可カラザルコト勿論ナリ。(p.20)

比及比例ニ関スル事項ハ初等幾何学中授業上最困難ヲ感スル所ナリ；從テ比及比例ノ論シ方ニ付テハ従来種々ノ方法有リト雖原来比及通約ス可カラザル量ニ関スル事項ハ其ノ性質トシテ初学者ニハ解シ難キモノニシテ比及比例ノ理モ通約ス可キト通約ス可カラザルトニ係ラズ總テノ量ニ適用シ得ヘキ様ニ論セントセハ如何ナル方法ヲ以テスルモ初学者ニ困難ナルハ到底免ルヘカラザルナリ。之ヲ避ケントシテごまかしの方法ヲ用キルハ教育上甚タ宜シカラズ；凡テ初歩ノ学科ヲ授クルニ当テ困難ナル条項ヲ説クニ尤モラシク而モ其実推理上大欠点有ル論法ヲ用キル程不良ナルコトナシ；欧米ノ教科書中ニモ随分此例無キニ非ラズ、之ヲ酷評セバ初学者ノ知識ノ足ラザルニ乘シテ之ヲ詐騙スルモノト云フヘシ、教育上ノ害悪之ヨリ甚タシキモノアラシヤ。斯ノ如キ場合ニ於テハ正当ノ論法中便宜ノモノヲ選ミテ之ヲ授クルカ、若シ到底生徒ノ力ニ及ハズトスル時ハ全く之ヲ省キ而シテ推理上之ニ欠隙有ルコトヲ明示シ将来ニ於テ之ヲ補充スヘキモノナルコトヲ知ラシムルノ外アラザルナリ。(pp.170-171)

これから、幾何教育の主たる目的は論理的思考の訓練であることがはっきりと見られる。

3. 藤沢利喜太郎と数学教育

明治以来のわが国の数学教育において、藤沢利喜太郎の影響は大きい。

藤沢利喜太郎(文久元年(1861) - 昭和8年(1933))は明治15年に東京大学を卒業し、ヨーロッパ諸国に留学、特にベルリンで Kronecker のもとで学び、明治20年帰国、後東京大学教授となる。

明治23年、文部省尋常中学校教員講習会委員となつてから行った講述をまとめたものが明

治 28 年 (1895) の「算術条目及教授法」である。ここにいう算術は、尋常中学校における算術である。小倉金之助は[14]において、この本は「数学教育をその正しい意味に於て取り扱った日本最初の著述であらう」と述べている。

藤沢はまず最初に、普通教育中の数学科は算術、代数、幾何、三角法の四科目であるが、これを総称して初等数学ということにすれば、初等数学科の教育の目的は、将来数学を必要とする職業に従事する者に予備の知識を与えるという直接の利益と、それ以上に大きなものとして間接の効用、すなわち思想を緻密にし、推理を精確にするという、数学思想の養成、一言でいえば精神的鍛錬があるという。そして、この二つのうち的一方に注目して教授法を考案すれば他方も満たされるから、後者を考えればよい、すなわち、数学教育の目的は精神的鍛錬にあるという。ついで、数学教育のうちでの算術の特殊性を述べる：

算術教授ノ目的中ニハ、亦精神的鍛錬ヲ包含スルコト勿論ナリ、サレド、精神的鍛錬ヲ外ニシテ、算術教授ノ一大目的アリ、世俗ニ所謂読ミ書キ十露盤ノ十露盤ニシテ、即チ日用計算ニ習熟セシメ、併セテ生業上有益ナル知識ヲ与フルニアリ
按スルニ小学校教則大綱中ニ

算術ハ日常ノ計算ニ習熟セシメ、兼テ思想ヲ精密ニシ、傍ラ生業上有益ナル智識ヲ与フルヲ要旨トス

トアルハ、必ズシモ小学校ノ算術ニノミ適スルモノニアラズ、………此ノ條ハ実ニ凡般ノ場合ニ通シテ算術教授ノ目的ヲ叙スル、簡明ニシテ而カモ尽セリト云フベシ

こうして算術教育論を展開するのである。

この「算術条目」は具体化されて藤沢利喜太郎編纂の「算術教科書」(明治 29 年)、「算術小教科書」(明治 31 年)となり、また「初等代数学教科書」(明治 31 年)が刊行された。

藤沢の数学教育に関する見解は、この「算術条目及教授法」および明治 33 年 (1900) の「数学教授法講義」で知ることができる。藤沢の考え方は、明治 35 年 (1902) 制定の中学校教授要目をはじめ、その後の日本の数学教育に大きな影響を及ぼしたのである。

明治 35 年の中学校教授要目の数学の部分の概要は次の通りである。数学は算術、代数、幾何、三角法の四つに分かれ、算術は第一、第二学年、代数は第二、第三、第四学年、幾何は第三、第四、第五学年、三角法は第五学年に配当されている。そして、「教授上ノ注意」として次のように記されている。ここに藤沢の考え方の影響を見ることができる。

- 一 数学ヲ授クルニハ常ニ正確ナル言語ヲ用ヒテ法則命題等ノ宣言証明ヲナシ正確ニ理會セシメンコトヲカムヘシ
- 二 算術ニ於テハ単ニ算法ヲ授クルニ止メス常ニ実算ヲ重シテ正確ニ且迅速ニ計算シ得ルニ至ラシムヘシ
- 三 計算ニハ成ルヘク驗シテ行ハシメ之ニ対スル自信ヲ深厚ナラシムヘシ

- 四 算術ノ例題ハ成ルヘク生業上適切ナルモノヲ選ヒ歩合算其ノ他日用諸算ニ関スル例題ヲ課スルニハ特ニ注意シテ其ノ事項ヲ説明スヘシ
- 五 算術ヲ授クル際法則ノ理由ヲ充分ニ理會セシメ難キ場合ニ於テハ単ニ其ノ一端ヲ指摘スルニ止メ直ニ法則其ノ物ニ移リ其ノ厳格ナル理由ノ説明ハ之ヲ代数ニ譲ルヘシ
- 六 代数ニ於テ一次方程式ヲ授クルニハ之ヲ一箇処ニ纏ムルコトナク其ノ最モ簡易ナルモノハ成ルヘク早く之ヲ引用シテ代数ノ趣味ヲ得シムヘシ
- 七 幾何ヲ授クルニハ論理ノ厳格ヲ重ンスヘシ例ヘハ比例論ヲ授クル場合ノ如キ濫ニ簡易ニ就カントスル為之ヲ省略シ若ハ之ヲ曖昧ニ附シ去ル弊ニ陥ラサランコトヲ要ス但生徒学力ノ進度ニ依リ一時之ヲ仮定シテ後回シトナスハ妨ナシ
- 八 作図題ハ証明ノ連絡上適當ノ処ニ於テ之ヲ授クヘシ
- 九 定理ノ形式其相互ノ關係等ハ最初ニ於テ授クルヨリモ寧稍々進ミタル後便宜之ヲ授クルヲ可トス
- 十 三角法ニ於テ高サ距離等ノ測法ハ其ノ實習ト共ニ成ルヘク早く之ヲ授ケテ興味ニ訴フルコトヲ要ス

[以下略]

ついでその翌年、明治 36 年には高等女学校教授要目が定められる。高等女学校の数学は、中学校よりも授業時間数は少なく、程度も低い。これが改められ、男女平等になるのは、第二次大戦後である。

これらの教授要目は、明治 44 年 (1911) に改められるが、内容的には改訂はそれほど大きくはない。中学校の要目では「数学ハ算術・代数・幾何及三角法ニ分ケ各学年ニ対シテ教授事項ヲ配当スト雖モ常ニ相互ノ聯絡ヲ図リテ教授シ特ニ算術ニ関スル複雑ナル事項ハ代数及幾何ヲ授クル場合ニ之ヲ教授スヘシ」と記されているが、この「常ニ相互ノ聯絡ヲ図リテ教授シ」というところが多少新しいといえはいる。中学校のおよその内容は、第一学年 (毎週四時) 算術、第二学年 (毎週四時) 代数、第三学年 (毎週五時) 代数、幾何、第四学年 (毎週四時) 代数、幾何、第五学年 (毎週四時) 代数、幾何、三角法である。そして、この教授要目は、中学校の場合は昭和 6 年 (1931)、高等女学校の場合は昭和 17 年 (1942) に改められるまで続くのである。

4. 数学教育改造運動

1901 年に、John Perry (1850 - 1920) は Glasgow で開催された The British Association for the Advancement of Science の集会で "The Teaching of Mathematics" という表題の講演を行い、数学教育の抜本的改革を主張した。

Perry は 1850 年、北アイルランドに生まれ、小学校卒業後、工場に勤めるかたわら、Belfast の Queen's College を卒業し、1874 年、Glasgow 大学の Sir William Thomson (Lord Kelvin) の助手となる。1875 年 (明治 8 年)、Thomson の推薦で来日、工部大学校の土木学の教師となる。

1879年(明治12年), イギリスへ帰国。その後, 1882年には London Technical College の機械工学の教授, 1886-1913年には Royal College of Science の力学, 数学の教授となる。主たる業績は工学に関するものであるが, Perry は早くから数学, 特に役に立つ数学を教えることに関心をもち, 1876年(明治9年)には工部大学校で方眼紙を使って数学を教えたという。これは世界的に見て, 数学教育に方眼紙を使用した早い例に属する。1900年には中等学校の数学の新しい教授要目を提案する。この要目は

J.Perry: Proposals for a New School Syllabus, Nature, 2 Aug. 1900, 317-320

として発表されている。

1901年9月の The British Association における講演は, 講演後の討論と共に

J.Perry: The Teaching of Mathematics, Macmillan, 1902

として出版された。講演は文献[1], [9]などにも収録されている。また, 邦訳としては

鍋島信太郎訳 「ペリー・ムーア 数学教育論」 (岩波文庫, 現在品切)

がある。なお, 文献[15]には講演の概要がかなり詳しく述べられている。

Perry は「有用性」という視点で教科を考え, 数学においては, ユークリッドの形態から脱却すること, 実験・測定の重視, 方眼紙の利用, 応用面をもっと多く教えること, 微積分の概念を中等教育に導入すること, そして, それによって科学的な考え方を身に付けさせることを強く訴えた。ただし, Perry のいう「有用性」とは, 単なる目先の实用だけに限らず, 知的なよろこびを与えること, 精神の開発, 論理的な思考の養成等, いわゆる「数学の教養的価値」も含んでいる。Perry は次のようにいう:

すべての少年が将来純粋数学者になるかのように初等数学を教えている, われわれのシステムは改められなければならない。……

……

少年に, ユークリッドの初めの四つの巻にある多くの命題について, それが真であることを, 或るものは信用で, 或るものは実験や測定で認めさせて, どこに害があるのか。ユークリッドの第5巻の全体を簡単な代数で教えてはどうなのか。第6巻を公理的に与えてはどうなのか。そして, 現在は取り扱わない習慣になっているものの, もっと厳格な学習を始めるのである。

……

私は, 貧富の如何にかかわらず誰もが物理的の科学を学ぶこと, 従って数学を学ぶことが, わが国にとって極めて重要であると考えている。それは, 単にそれによって与えられる知識だけではなく, 科学的に考える習慣を作り, 国民一人一人に考える力をつけ, 最大の幸福を生み, 国家にあらゆる種類の最大の力をつけるからである。

このように, Perry は産業革命後の社会に生きる市民にとって役に立つ数学を学ばせるべき

ことを強く主張したのである。Perry の主張は急進的なものであったが、アメリカの Eriakim Hastings Moore は、翌 1902 年に American Mathematical Society の会長を退任するに当たっての講演 "On the Foundation of Mathematics" (Science 7(March, 1903), pp.401-416; Bull. Amer. Math. Soc., 9(1902/3), pp.402-424)において、Perry の主張を支持し、しかし "Evolution, not Revolution" で改革を行うべきことを述べ、また、ドイツの Felix Klein は、"Funktionsbegriff in geometrischer Form" (幾何的形式における函数概念) を中心において学校数学を統合的に組み立てるべきことを主張した。このようにして、今世紀初頭に、欧米諸国において数学教育改造の運動が起こったのである。

このような数学教育改造の動きは、間もなくわが国に伝えられたが、当時の小学校の国定教科書や、中学校の教授要目への影響はほとんど見られない。(上記明治 44 年改正の教授要目参照)。しかし、Klein の考え方に沿った形で書かれた教科書

Behrendsen und Götting: Lehrbuch der Mathematik nach modernen Grundsätze (1908)

は、大正 4 年 (1915) に「新主義数学」(上, 下) という題で翻訳され、文部省から出版されている。これは、文部省がその方向での教授要目の改正を考えていたとも考えられる。大正 7 年 (1918) には「大学令」「高等学校令」等が制定されて高等教育が拡充され、これによって私立大学が認められ、また、中学校第四学年修了で高等学校高等科 (略して単に高等学校ということが多い) 入学資格が認められるようになったのである。同年には中等教育研究会主催の全国師範学校中学校高等女学校数学科教員協議会が開催された。この協議会における文部省よりの諮問は「師範学校中学校及高等女学校ノ目的ヨリ観テ其ノ数学教授上改善ヲ要スベキ点及之ガ方案如何」であるが、協議題 (全 7 項目) の中には

1. 国民ノ数学的思想ヲ一層発展増進スル為ニ特ニ改善施設ヲ要スル事項如何。
2. 師範学校中学校及高等女学校ノ数学科ニ於テ函数及ぐらふニ関スル事項ヲ教授スル時期及程度如何。
3. 師範学校中学校及高等女学校ノ幾何教授ニテ幾何学入門ヲ課シ其他此教授ニ於テ実験実測ヲ加味スル方案如何。
4. 師範学校中学校及高等女学校ノ数学科ニ於テ各分科ノ連絡上特ニ注意スベキ諸点如何。

などがある。この協議会における動議がもととなって、翌大正 8 年 (1919) には現在の日本数学教育学会の前身である日本中等教育数学会が設立された。上記の協議会の議題にも見られるように、この頃には中学校における「グラフ教授」が数学教育界の話題となるが、函数やグラフは教授要目には示されず、グラフの取り扱いは不十分であった。

大正 13 年 (1924) に小倉金之助は「数学教育の根本問題」を、佐藤良一郎は「初等数学教育の根本的考察」を著して、ともに函数概念を中心として学校数学を構成すべきこと、特に、中学校における函数の概念の指導の最終段階として、中学校に微分と積分の考えを導入すべきことを主張した。ついで佐藤は昭和 4 年に「数学教育各論」を著し、この中で著者自身の東京高等師範学校附属中学校における授業にもとづいて、当時の教授要目のもとで実行可能な指導案を提示したのである。

昭和6年(1931)に20年ぶりに中学校教授要目が改正された。数学の改正要目は「本要目ハ算術・代数・幾何・三角法ノ區別ヲナサズ単ニ教授内容ヲ列挙スルニ止メタリ而シテ其取扱ハ或ハ之ヲ分科シ或ハ之ヲ綜合スル等教授者ニ於テ任意工夫スベキモノトス」と述べられているように、きわめて簡単なものであったが、「注意」の中の一つに、

教授ノ際常ニ函数觀念ノ養成ニ留意スベシ

とあり、これによって「函数觀念」が中学校の数学に取り入れられたのである。しかし、実際の取り扱いは依然として不十分であった。なお、この改正により、教育課程、授業時間数に多少の自由度ができたが、第一、第二学年の数学の授業時間数は削減されたのである。

5. 数理思想の涵養と昭和17年の教授要目

他方、小学校の国定算術教科書は全面的に改められ、新しい教科書「尋常小学算術」は昭和10年度(1935)の一年生から使用された。教師用書には、「尋常小学算術は、児童の数理思想を開発し、日常生活を数理的に正しくするやうに指導することに主意を置いて編纂してある」と記されている。この教科書は、今世紀初頭以来の世界的な数学教育改造の動向をふまえ、また、児童の心理発展の段階に適合するようにも配慮して作られている。実験、測定、グラフの利用は積極的になされ、函数の概念に関するものはもとより、極限に関する内容も含まれている。

この間、時局は次第に緊迫の度を加え、昭和16年には小学校が「国民学校」と改められる。文部省は中等教育も抜本的に改めるべく作業を進めており、それは昭和18年の「中等学校令」となるのであるが、それを待たず、昭和17年(1942)に中学校および高等女学校の数学と理科の教授要目が全面的に改められた。これは当時のわが国をめぐる諸般の情勢から、科学教育を抜本的に改め、充実させる必要に迫られていたことによるものである。この要目改正は大改訂であって、科目の構成、内容、および指導の方法が全面的に改められ、授業時間数も増加したのである。中学校の数学では、主として数量を扱う第一類と、空間を主とする第二類の2系統に分けられた。数学の週当たりの授業時間数は第一学年から順に、4、4、5、4、4である。数学の目標とするところは「数理思想の涵養」であるが、多くの新しい教材が導入され、特に数学の応用面が強化された。解析幾何の初歩、円錐曲線、微積分の概念、確率・統計、計算図表等である。函数は全体を通しての中心的な概念であるが、教授要目では、単に函数と限らず「関係」概念の涵養に留意すべきことが述べられている。また、この改正では、従来のように生徒に数学的内容を教えるというのではなく、観察、測定、実験等の、生徒のさまざまな作業を通しての発見的学習が重視された。他方、伝統的な体系、特にユークリッド幾何からの脱却がはかられている。内容のあらまは次の通りである。

第一学年

第一類	第二類
統計的処理	測量、測定
文字ノ使用ト公式	図形ノ畫キ方

正数、負数		図形ノ合同
一次方程式		図形ノ対称ト回転
第二学年		
	第一類	第二類
整式		平行ト相似
分数式		直角三角形
平方ト平方根		円ト球
二次方程式		
第三学年		
	第一類	第二類
多項式		軌跡
不等式		円運動ト三角函数
対数		三角形ト三角函数
第四学年		
	第一類	第二類
箇數ノ処理		投影図及透視図
自然数ト級數		球面上ノ図形
系列ノ觀察處理		図形ノ切断
連続的變化ノ考察處理		
第五学年		
	第一類	第二類
函数ノ變化		円錐曲線
統計図表ノ考察		力ト運動ノ考察

この教授要目の趣旨について、文部省の「教授要目解説要項」では次のように述べている。

数学教育の実質的な内容である数、量、空間をありの儘に真摯なる態度で考察して見るとそれ等の中に統一せられた理法を見出すであらう。その理法を推究するに当って論理的な推理と形式的な演算を必要とする。推論と形式とは数、量、空間に関する理法を直観し会得する為に必要な欠くべからざる手段である。従って数学教育に於ては論理的思考や形式的演算を訓練しなければならないが、それは必ずしも目的ではなく、数、量、空間に関する理法を会得する為の手段であることを忘れてはならない。本要目の改正に当って論理偏重、形式偏重の弊を改めて実質即ち数、量、空間に就くことに重点を置いたのであるが、それは以上の理由に基づくのである。

.....

数、量、空間の理法を会得する為には特に関係觀念の養成が必要である。関係觀念とは

対応、函数、相等、順序、大小、図形の関係、相関関係、運動等を含めた広い意味を有する。従来から数学教育の体系は函数を中心とすべきであり従って函数観念の養成が大いに強調せられた。而してこの考へ方は現在でも正しい。然しながら一方函数といふ語を非常に狭い意味に限って、解析的な式に表はされたもののみを函数と見て、図形の変化や量の変動等現れる所に現はれる函数関係を探り上げなかった傾きがある。本要旨に於て函数観念といふことを特に強調しなかったのは更に広い立場で関係観念を重視する意図からである。

空間の現象に於て、平面に関するものと立体に関するものとを融合せしめて、同種の性質は平面と立体とを同時に課して、二次元と三次元との関係を密にすると同時に空間に対する直観力を長期に亘って養ふことに力めた。それと同時に空間に関する理法を推究するに当って図形を静的に観察して論理的推論によってその性質を考察する方法と共に、図形を動的に観察して空間の運動、変換等を重視して空間直観を豊かにする方法を併せ用ふることにした。従って従来の中等幾何学のやうに公理論的方法の真似をすることを廃し、図形的基本性質は運動、変換等種々の面からの考察によってその性質を十分に会得せしめることに力め、推論による証明はそれ等の基本的性質を利用して未知の性質を導き出すときに効果的に使用することにした。

.....

数、量、空間に関する理法を会得すると同時にその応用を図り事象の数理的処理に習熟せしめることが必要である。これには他学科特に理科との連繫を顧慮すべきである。この点を顧慮して従来中等数学に於て取扱って居なかつた項目又は従来軽視されてゐた項目を特に要目の中に新しく採り入れたものがある。即ち統計、測量、測定に関するもの投影図及び透視図、力と運動等がその主なるものである。尤もこれ等の応用方面に於てもそれに使用せられる数理の訓練を十分に課さねばならぬことは勿論であつて、むしろ数理とその応用とが渾然一体となつて、訓練され、これだけが数理で、これだけがその応用であるというような区別があつてはならない。これでこそ始めて生徒の数理的の働きが錬成される。

(pp.117-119)

幾何については「解説要項」では次のように述べている。

中等教育に於ける従来の幾何の行き方は恰も論理的体系を衒つた如き観を呈したのであるが、本要目に於ては眞実に生徒の心理状態に即応することに力め、図形に対する直観力を重視し、論理的体系を必ずしも踏まぬことにした。

.....

図形的基本性質に就いては生徒は極めて単純に何等の疑問をも抱かずに、これを素直に受け容れるものであり又さうなるやうに指導すべきであつて、分かり切つた事柄に対して論証と称して不必要な理屈をこね廻すやうに思はせる事は極力避くべきである。然しそ

これらの基本的性質を理解した上に於て論証によって始めて見出される図形の性質に対しては十分精密に証明を行って、論理的訓練をなすと同時に論証が図形の性質の推究に如何に重要であるかをここで十分に知らしむべきである。(pp.120-121)

微積分に関しては「解説要項」では次のように述べている。

近年中等数学教育に微分積分を採り入れようとする論が行はれてゐるが、もしも微分積分を無反省に中等教育に導入するときは、この方面に於て中等教育が極端な形式主義に走る危険が十分にある。中等教育に採り入れらるべきは所謂微分積分の名の下に呼ばれる技術ではなくて、極限の観念を主流とする考察と処理の方法である。(p.119)

何れの方法によるも根柢にある考へ方を徹底させるやう特に注意すべきである。これが為には早く公式化して、その適用練習を課するやうであつてはならない。個々の問題を解くに当つては、なるべくその根柢から出発して解決し、その間に自然演算の公式が出来上るやうに扱ふべきである。内容がしっかり把握出来ない中に形式化し、それによって多くの問題が解けるやうになつたとしても、それで根柢をなす考へ方が了解出来るものと即断してはならない。(p.141)

このようにして昭和 17 年の教授要目改正によって中学校に微積分の考えが導入されたのである。

この要目に準拠して編集され、昭和 19 年に発行された中学校第四学年の「数学第一類」の教科書は三つの章から成るが、はじめの二つの章が微積分関連の内容である。「1. 系列ノ考察」では、複雑な形の図形の面積や体積を求めるにはどうすればよいかということから区分求積法を導入し、ついで数列、数列の極限を扱い、「2. 連続的变化」では、まず、列車が駅を出発してからの時間と距離との関係を表すグラフから速さを求める方法を考えさせ、次に、時間と速さの関係を表すグラフから進行距離を求める方法を考えさせる。ついで導関数と原始関数の概念を導入し、簡単な関数の微分、積分を扱っている。(近年、アメリカの一部で、コンピュータを活用して、これに類似した方法でハイスクールで微分と積分の概念を導入することがなされている)。この教科書は、生徒自身が種々の操作活動や考察を行い、それらの活動を通して生徒に数理を見いださせるという趣旨から、問題集のようなスタイルで作られている。教科書には極限や微積分に関する体系的な、まとまった記述はない。

以上述べたように、昭和 17 年の数学教授要目改正は大幅なものであり、単に内容のみならず、方法も旧来のものと大きく変わっている。ところがこの要目改正は準備不十分のまま早急に実施されたのである。すなわち、要目の改正は昭和 17 年 3 月であり、要目は改正されても昭和 17 年度には新要目による教科書は間に合わず、旧要目の教科書を使用しながら新要目に

沿った授業をするという、変則的でしかもはなはだ不徹底な方法が採られたのである。実際には同年度には大部分の学校で旧要目に従った形での授業が行われたのである。新要目による教科書は翌昭和 18 年に第三学年までのものが発行され、第四、五学年用のものは昭和 19 年 7 月になってようやく発行された。この教科書は形式的には検定教科書であるが、1 種類しか発行されなかったのも、実質的には国定教科書である。しかもこの教科書は、上に微積分について述べたように、生徒自身が作業し、考えることによって数理を発見させるという趣旨で、問題集のような形式で編纂されており、定理や公式の中には、その部分が空欄になっていて、生徒自身が考察によって得られた結果を書き込むようになっているところもある。問題解決や発見的方法などを重視したこのアイデアは、応用面の重視とともに、これからの数学教育を考えていく上で参考になる点はあるが、「読んだだけではわからない教科書」になっており、当時の諸般の状況を考えてみると、そのときの教科書としては不相当であったといわざるを得ない。また、要目や教科書も短期間の間に作成されたもので、十分練られていない点がある。何と云っても、準備不十分のまま実施されたことは失敗であった。小倉・鍋島 [15] には次のように述べられている：

このような教科書を使用して成功させるには、少なくとも教師の教養がもっと向上して特にその視野を拡大した上に、専門にも詳しく通じなければならぬし、数学実験室のようなものも備え、また生徒の参考書と研究資料も集めなければならない。そういうような前提があつてこそ、あの教科書は初めて使うことができるのだと考えられる。あれは当然、平和時代の教科書であるべきであつた。

それを文部官僚は何らの準備をも与えることなく、突然、太平洋戦争の禍中において、この教科書の使用を命令したわけである。

………

それは無謀であり完全な失敗に終わったのである。(pp.412 - 413)

また、この要目、従つてこの要目による教科書では、数学的内容を明確な形でまとめたり、古代以来長い間に築き上げられてきた数学の体系を示すことを意識的に排除している。これは、「解説要項」に述べられているように、論理偏重、形式偏重の弊を改めて實質に就くことに重点をおいたことによるものであるが、当時の日本において、旧来の体制や価値観を打破して新体制、新秩序を作ること、すべては皇国の道に則ることが強調されていたことを反映したものと考えられる。しかし、数学の場合、これが適当であつたかどうかは問題である。筆者は既成の数学の体系を排除したことは不相当であると考え。それは旧体制であるとか西欧思想であるといつて排斥されるべきものでは決してないのである。数学教育において、単に既成の知識を与えるだけでなく、問題解決や発見的方法を重視することは重要であるが、やはりどこかで整理され、体系化された数学を示すべきであつたと考える。仮にこの教科書を平和時の教科書として見ても、すべての内容をこの教科書にあるような作業重視の発見的方法で取り扱

うことにすれば、時間もかかる上に、できることに限界もある。また、体系化された数学を学ばせること自身にも意義がある。従って、発見的方法と体系化された数学の両方を学ばせるのが適当であると考えるのである。

この教授要目は今世紀初頭以来の「数学教育改造運動」と、昭和 15 年からのわが国における数学教育再構成研究会の研究成果とをふまえ、加えて当時の社会の要請に応えたものである。しかし、十分な準備のないままの急激な大改訂に加えて戦争のため、この要目に沿った形での授業は完全には実施されることなく、終わってしまうのである。

6. 戦後の高校数学

戦後の新しい教育制度のもとで、昭和 23 年度 (1948) 発足の新制度の高等学校においては、選択制ではあるが、ユークリッド幾何とともに微積分が本格的に学ばれることになった。上述のように、昭和 17 年改正の教授要目で中学校に微積分の考えが導入されたわけであるが、戦時中のため、この教授要目に沿った形での授業は満足には行われなかったもので、実質的には、中等教育への微積分の導入はこの時以来と考えてよいであろう。新制度の高等学校用の数学の教科書として昭和 22 年 (1947) に発行された「解析編(II)」では、在来の教科書に近いような形で、初等微積分が本格的に取り扱われた。指数関数、対数関数、三角関数、逆三角関数まで扱われ、収束性にはあまり触れないで、マクローリン級数まで扱われている。「幾何編(II)」ではベクトルを利用して平面および空間の解析幾何が開示されている。しかし、このとき発行された数学の教科書は内容・分量も多く、程度も高かったため、すぐに内容の一部が削減され、たとえば逆三角関数などは扱わないことになった。

学習指導要領は昭和 26 年に改訂されるが、高等学校だけは続いて昭和 31 年に再び改められる。その後、学習指導要領は約 10 年程度で改訂され、今日に至っている。

昭和 31 年の改訂以来、高校では微積分を 2 段階に分けて学習することになった。次の昭和 35 年公示の改訂以来、第 1 段階は簡単な有理整関数の微積分である。その結果、多数の生徒が高校の数学で微積分に接することになる。それは微積分の普及になり、数学教育の改善や、科学・技術の発展に寄与するところは大きい。しかし、たとえば多項式の微分や積分は、極限の概念なしに形式的に行うことができるため、微積分がその意味を忘れて単なる計算技術になってしまったきらいもある。(Calculus だからそれでよいといってしまうとそれまでであるし、簡単な「技術」だから普及した一面はあるが)。

7. 数学教育の現代化

欧米では、第 2 次大戦後間もなく、新しい時代に対応すべく、数学や理科の教育の改善が図られた。特に、1957 年のソ連の Sputnik 1 号の打ち上げの成功は、アメリカにとっては大変なショックであり、科学・技術の振興と、それを支える数学・理科教育の充実が急務とされたのである。そして、数学教育改善のためのいろいろなプロジェクトが作られ、新しい試みがなされたのである。他方、ヨーロッパでは、1959 年にフランスで開催された O.E.E.C. のセ

ミナーにおいて、Jean Dieudonné は "New Thinking in School Mathematics" という表題で講演を行った ([13]参照)。この講演において、Dieudonné はまず近年における科学・技術の進歩と数学の発展に伴い、ユークリッドから脱却して数学教育をもっと新しいものにすべきであると主張する。そして、「自分が心に抱いている全体のプログラムをもし一つのスローガンに要約するならば、それは "Euclid must go!" ということになるであろう」と述べ、ついでユークリッドに代わるものとして

- a) 2次, 3次の行列と行列式
- b) (1変数関数の) 初等微積分
- c) 関数のグラフ, および媒介変数表示された曲線の作図 (導関数を用いて)
- d) 複素数の初等的性質
- e) 極座標

をあげ、これらはどれも、その教え方が生徒の知的発達に適合すれば、古典的幾何以上に抽象的、あるいは深い考察を含まないが、勿論いくつかの大きな問題がある。その主な一つは、これらの素材をいかに均衡のとれたカリキュラムに組織し、教授法を工夫するかであるという。ついで、自分が基本的と信ずる二つの指導原理として、第一に、数学の理論を実りある方法で公理的に展開できるのは、実験、あるいは半実験的なものを十分長く行うことによって、生徒がそれに相当する素材にある程度慣れた後であるということ、第二に、論理的に推論を行う際には、いつでも絶対に正直でなければならない、すなわち、ギャップを隠したり、論点に欠陥があったりしてはならないということの二つをあげ、不正直なのは証明を全く与えないのより悪いであると述べ、一つの例として、14才以前は公理化することを企てず、14才から公理化することを企てる教育課程を提示したのであるが、そこで示されたものは、たとえば幾何についてはベクトル (および、2次元, 3次元のベクトル空間の公理) を前面に出して展開するといった、ブルバキズムの色彩を強く出したもの、後に New Math と呼ばれる教育課程である。

このようなことが契機となって、数学教育の近代化あるいは現代化 (modernization) ということが多くの国々で叫ばれるようになり、1960年代から70年代へかけて、その方向で、特にブルバキのアイデアに則った、New Math と呼ばれるものに、教育課程が改められていったのである。

しかし、現代化に対しては、当初から批判もあった。たとえば、すでに1962年には、Lars Ahlfors をはじめとして45名の数学者が署名した、行き過ぎた現代化批判の覚書 "On the Mathematics Curriculum of the High School" (Math. Teacher 55, 191 - 194, Amer. Math. Monthly 69, 189 - 193) がある。しかし、それにもかかわらず、大勢としては、New Math に走っていったのである。

しかしながら、数学教育の現代化、特に New Math を中心とした現代化は実際には成功せず、1970年代になると、このような行き過ぎた現代化は是正されていく。1979年にUNESCOから発行された[19]の第2章には、「現代化」(Bourbaki的方向)に対する批判の要点として、

- (a) 集合論的思考形式の盲目的尊重

- (b) その応用も正当化されず，また具体的な場面での具体化もしばしば誤っているといふことのために非生産的な抽象化
- (c) やたらにむずかしい記号や術語を数多く用いたペダンチックな言語
- (d) 公理的方法の盲目的信仰
- (e) このクラスの実態では無用な物知りぶりとなっている厳密性の盲目的信仰
- (f) 数学的アイデアの源泉としての物理的实在の無視
- (g) 形式的代数のアルゴリズム的思考がもつ利点の方に走って，空間知覚にもとづく全視野的なビジョンの無視

があげられている。

8. わが国の場合は

わが国においては，昭和 30 年代の前半から，数学教育の近代化，あるいは現代化ということがいわれるようになる。昭和 35 年（1960）公示，昭和 38 年度の入学者から実施の高等学校の学習指導要領には，控えめながら，こうした考えが見られる。このときの改訂では，基礎学力の向上と科学技術教育の充実が図られ，また，高校への進学率の上昇に伴い，数学 II の段階で内容・程度の異なる二つの科目 A, B が設けられた。微積分についていえば，高校教育の段階で初等微積分についてのひとつとおりの知識・技能と運用能力とが目標とされている。これは，科学技術の急速な進歩・発展に伴う社会（特に産業界）の要請に応えたものである。また，この改訂でベクトルが高校数学に導入され，さらに，不等式と領域，軌跡などに関連して「集合の考え」を指導することが望ましいとされ，記号 \cap , \cup , \cap を用いてもよいということになった。他方，高校におけるユークリッド幾何の総合的取り扱いが大幅に削減された。それとともに，論証の指導も次第に軽くなっていったのである。

次の，昭和 40 年代の改訂では，数学教育の現代化の考えが強くてくる。集合，写像，数学的構造といった概念を基礎において学校数学が組み立てられたのである。集合，要素という用語や，記号 $\{ \}$ ， \cap は小学校第 4 学年の学習指導要領に示されている。しかし，このような形式化，抽象化は成功したとはいえない。次の，昭和 50 年代の改訂では，行き過ぎた形式化，抽象化は排除され，それとともに，児童・生徒の負担が重すぎるということで，内容を「精選」（削減）し，基礎・基本に限ることになるのである。従って，現代数学の基本概念を学校数学に導入し，現代数学のアイデアを普及させようという企ては成功したとはいえない。しかも「精選」により数学の応用に関するものは削減され，基本に限るとはいいながら形式的なもの（あるいは，形骸的なもの）になったきらいもある。学校数学をもっと生徒が興味，関心を持つものにして，多くの生徒にしっかりと数学を学ばせ，数学とその考え方を普及させることが，これからの大きな課題である。

（本稿は 1998 年 5 月の数理解析研究所での研究集会で話した内容に多少手を加えたものである。）

文 献

- [1] J. K. Bidwell - R. G. Clason (eds.): *Readings in the History of Mathematics Education*, The National Council of the Teachers of Mathematics, Washington, D.C., 1970.
- [2] 遠藤利貞, 増修日本数学史, 恒星社厚生閣, 1960.
- [3] 藤沢利喜太郎, 算術条目及教授法, 1895.
- [4] 藤沢利喜太郎, 数学教授法講義, 1900.
- [5] 菊池大麓編, 初等幾何学教科書 (平面幾何学), 1888.
- [6] 菊池大麓編, 初等幾何学教科書 (立体幾何学), 1889.
- [7] 菊池大麓, 初等幾何学教科書随伴幾何学講義, 全2巻 大日本図書, 1897, 1906.
- [8] 松原元一, 日本数学教育史 I - IV, 風間書房, 1972 - 1977.
- [9] NCTM: *The First Yearbook*, The National Council of the Teachers of Mathematics, Washington, D.C., 1926, reprinted in 1995.
- [10] 日本放送協会編, 文部省中学校高等女学校数学及理科教授要目解説要項とその趣旨, 日本放送出版協会, 1942.
- [11] 「日本の数学100年史」編集委員会編, 日本の数学100年史, 上, 下, 岩波, 1983, 1984.
- [12] 日本数学教育学会編, 中学校数学教育史 上, 下, 新数社, 1987, 1988.
- [13] OEEC. *New Thinking in School Mathematics*, Paris, 1961.
- [14] 小倉金之助, 数学教育の根本問題, イデア書院, 1924. (「小倉金之助著作集4」勁草書房, 1973に1953年改版のものが所収).
- [15] 小倉金之助・鍋島信太郎, 現代数学教育史, 大日本図書, 1957.
- [16] 佐藤良一郎, 初等数学教育の根本的考察, 目黒書店, 1924.
- [17] 佐藤良一郎, 数学教育各論, 東洋図書, 1929.
- [18] 塩野直道, 数学教育論, 河出書房, 1947.
- [19] UNESCO: *New Trends in Mathematics Teaching IV* (Prepared by ICMI), Paris, 1979. (邦訳「世界の数学教育—その新しい動向」共立出版, 1980).