

Title	球クエット系の層流：乱流遷移と渦の挙動 (回転流の数理解)
Author(s)	中林, 功一
Citation	数理解析研究所講究録 (1999), 1075: 22-36
Issue Date	1999-01
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/62627">http://hdl.handle.net/2433/62627</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

## 球クエット系の層流 - 乱流遷移と渦の挙動

名工大 中林功一 (Koichi Nakabayashi)

### 1. はじめに

本報では、外球静止で内球のみ回転する2球間クエット流の層流 - 乱流遷移の特色とその遷移過程でみられる渦流の構造について述べる。この遷移過程は、内円筒回転の2円筒間クエット流と同様、準周期性の遷移を示すが、渦の挙動が大きく相違し、すきま比  $\beta$  ( $\beta = (R_2 - R_1)/R_1$ :  $R_1$  と  $R_2$  はそれぞれ内球及び外球の半径) に対する依存性がきわめて強い [1, 2]。  $\beta$  が小の場合における渦の挙動は、渦が赤道付近にのみ生じ、2円筒クエット流のテイラー渦に近い構造 (環状またはスパイラル状のテイラーゲルトラ型の渦, 以下TG渦という) を示すので、この場合の攪乱を2円筒タイプと呼ぶことにする。  $\beta$  が少し増すと、赤道付近のみでなく、極付近にも渦が生じる。この渦は横流れ不安定に対するもので、回転円板上の渦と似ているので、円板タイプの攪乱と呼

ぶことにする。図1はこの時の流れの模写図で  $\beta = 0.1 \sim 0.2$  の場合に対応しており、円筒タイプと円板タイプの攪乱が同時に発生している。さらに  $\beta$  が増せば、円筒タイプが発生しなくなり、 $\beta > 0.3$  では非軸対称の波動の攪乱が発生する [3, 4]。ここでは始めにテイラー不安定の臨界レイノルズ数と2円筒タイプの攪乱発生メカニズムについて述べ、次に渦の挙動、平均速度分布と渦構造の関係および変動速度の基本周波数と変動速度消滅のシナリオについて述べる。

## 2. 実験装置と方法

Fig. 2 に実験装置を示す。流れの可視化にアルミ粉法を用い、速度測定にはLDV、またはアルミ粉によるレーザー散乱光同時計測法を用いる。作動流体は水または50%グリセリン水溶液である [2, 11]。

## 3. テイラー不安定の臨界レイノルズ数とテイラー渦発生のメカニズム

Fig. 3 は赤道位置においてテイラー不安定が発生する臨界レイノルズ数  $R_c$  及び臨界テイラー数  $T_c = \beta^{3/2} R_c$  のそれぞれを  $\beta$  との関係において示したものである。ここでレイノルズ数  $R_c$  は  $R_c = R_1^2 \cdot 2\pi \hat{f}_0 / \nu$  で定義され、 $\hat{f}_0$  は内球

の回転周波数である。2球間クエット流の  $R_{crit}$  は  $R_{crit} = 41.3(1 + \beta)\beta^{-3/2}$  で与えられるが、Fig. 3 (a)で  $\beta > 0.1$  ではこの値が2円筒クエット流の場合の値 (Taylor(1923))より大きいことから赤道での遠心力型不安定性が  $\beta > 0.1$  では横流れのために安定化されることがわかる。しかし、Fig. 3 (b)によると、 $\beta < 0.08$ ではこの横流れの効果が逆に流れを不安定化させる方向に作用するものと考えられる。

Fig. 4は  $\beta = 0.14$ の赤道付近に生じる環状TG渦発生メカニズムを示す。この結果はMarcusら [5]のDNS結果と一致している。 $R_{crit}$ を少し増加させると環状TG渦の隣にスパイラルTGが発生する。Fig. 5はこの時の渦流の構造を示したもので、渦セル境界の流線の向きから内球表面上のsourceとsinkで表示している。Fig. 6は子午線断面で観察されるスパイラルTG渦の発生メカニズムを示したものである。内球表面の点Pから生長した渦セルが外球壁へと到達し、発達してゆくので、渦セルBとCは二次流中へと巻込まれてゆく。

#### 4. 層流 - 乱流遷移課程における渦の挙動

Fig. 7はすきま比  $\beta$  に対する各種の渦発生レイノルズ数  $R_{crit}$ を示した図である。図中には容器内回転円板 [RDC]

での渦発生のレイノルズ数も比較のため記入されている [ 6 ] .  
 テイラー不安定は  $\beta < 0.3$  でしか生じない. 2円筒タイプの  
 攪乱に発生する進行波動の発生の  $R_{crit}$  は  $\beta = 0.13$  付近から急  
 に増大している. また, 乱流の発生の  $R_{crit}$  は  $\beta$  の減少に対し  
 $\beta = 0.06 \sim 0.1$  付近で急に減少する. したがって,  $\beta$  が非常  
 に小の場合には2円筒タイプの攪乱のみが発生するのである.  
 一方,  $\beta \geq 0.14$  では円板タイプのかく乱の発生がみられる.  
 円板タイプの渦としてはせん断波動, リング渦, スチュワート  
 ト渦が観察される. これらの渦発生の  $R_{crit}$  は容器内回転円板  
 にみられる渦の  $R_{crit}$  と Egbers & Rath や Araki et al. [ 3,  
 4 ] の非軸対称かく乱の  $R_{crit}$  と同一の曲線上にある. 6節で  
 述べる速度変動消滅現象 (再層流化) が  $\beta = 0.14 \sim 0.17$  付近  
 で発生する.

Fig. 8 に円板タイプの渦の挙動としてリング渦の運動を示  
 す. 北極を中心にして  $R_1 \sim R_3$  の3個のリング状の渦が生  
 じている. リング渦には4つの進行波が乗っており, 内球の  
 回転方向  $\omega_0$  の方向に伝播している. そして  $90^\circ$  回転すると  
 子午線方向へ1波長だけ (北極へ向かって1ピッチ) 進む.

## 5. 速度成分と渦構造の関係

赤道位置におけるすきま内の平均速度分布を Fig. 9 に示す.

この分布は  $R_0$  によって大きく変化しているが、これは  $R_0$  による渦セルの子午線方向  $\theta$  への移動が原因である。その様子を Fig. 10 (a)と(b) に示す。

## 6. 準周期性の遷移と速度変動消滅のシナリオ [ 1 1 ]

Fig. 11に  $\beta = 0.14$  の場合の回転方向速度の変動  $v_\phi$  を  $\theta = 90^\circ$  について示す。変動速度の消滅が  $R^* = 6.8$  において生じるが、変動消滅後  $R^*$  の増大により再び変動が現れる。

Fig. 12に変動速度の rms 値を示す。  $R^* = 6.5 \sim 10$  において rms 値がほぼ零になっている。 Fig. 13にパワースペクトルを示す。線スペクトル、共鳴干渉、ブロード成分の出現があり乱流へと遷移する。 Fig. 14は相関次元  $d$  とかく乱の基本周波数の  $R^*$  に対する変化、および速度変動の消滅にいたるシナリオを示す。  $1.0 < R^* < 1.74$  でアトラクタは固定点 (s, 定常状態) で、これは定常な環状 T G 渦に対応している。  $R^* = 1.20$  で最初のホップ分岐 ( $f_{s1}$ ) の後、  $1.20 < R^* < 1.74$  でアトラクタはリミットサイクル (P, 変動は周期的) となる。  $R^* = 1.74$  で2番目のホップ分岐 ( $f_{w1}$  が生じる) が起こり準周期状態 (Q P<sub>2</sub>) となる。  $R^* = 1.95$  付近で生じる第3番目のホップ分岐により基本周波数  $f_{s2}$  は  $f_{s3}$  へと変化し、  $d = 5$  へ増大しカオス (C) になる。  $R^* = 6.0$  付近の分岐でカオ

スが基本周波数  $f_{s3}$  の周期運動へと変化する。  $R^* = 6.50$  で  $d \doteq 0$  となり、アトラクタは固定点  $S$  となる。その後、  $R^* = 10.02$  でせん断波動  $f_{H1}$  の発生によりアトラクタはリミットサイクルとなり  $d \doteq 1$  となる。  $R^* = 10.79$  で進行波動  $f_{w3}$  が加わり、一気に  $d \doteq 5$  まで増大する。

## 7. おわりに

球ジェット系の層流 - 乱流遷移は2円筒系と比較して、圧倒的に複雑で未知な問題が多く含まれている。さらなる研究が必要である。

## 文献

- [1] Nakabayashi, K., J. Fluid Mech. 132, 209-230 (1983).
- [2] Nakabayashi, K. & Tsuchida Y., J. Fluid Mech. 194, 101-132 (1988).
- [3] Egbers, C. & Rath, H. J., Acta Mechanica 111, 125-140 (1995).
- [4] Araki K. et al., Phys. Fluids 9(4), 11197-1199 (1997)
- [5] Marcus P. S. & Tuckerman L. S., J. Fluid Mech. 185, 1-65 (1987)

- [6] Itoh, M., Trans. Japan Soc. Mech. Engrs. (in Japanese) 55, 3305.
- [7] Buehler, K., Acta Mechanica, 81, 3-38 (1990).
- [8] Buehler K. & Zierep, J., Advances in Turbulence, Proc. First European Turbulence Conference Lyon, France, July 1-4, 1986, pp 16-26
- [9] Yavorskaya, I. M. et al., Rep. No. 595, Space Research Institute of the Academy of Science, USSR (1980).
- [10] Taylor, G. I., Phil. Trans. R. Soc. Lond. A223, (1923) 289.
- [11] 中林 功一・ほか2名, 日本機械学会論文集(B) 63巻615号, 3499-3504 (1997-11).
- [12] Nakabayashi, k., Trans. Japan Soc. Mech. Engrs 42, 1839-1848 (1976).
- [13] Nakabayashi, K. et al., Bull. Japan Soc. Mech. Engrs 24, 1787, (1981).



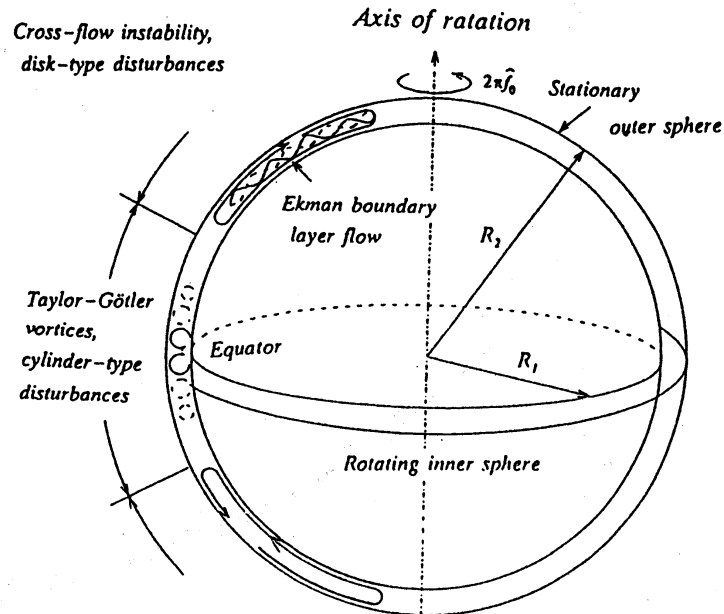


Fig. 1 Schematic of typical vortex flow structure of SCF for  $\beta=0.1\sim 0.2$

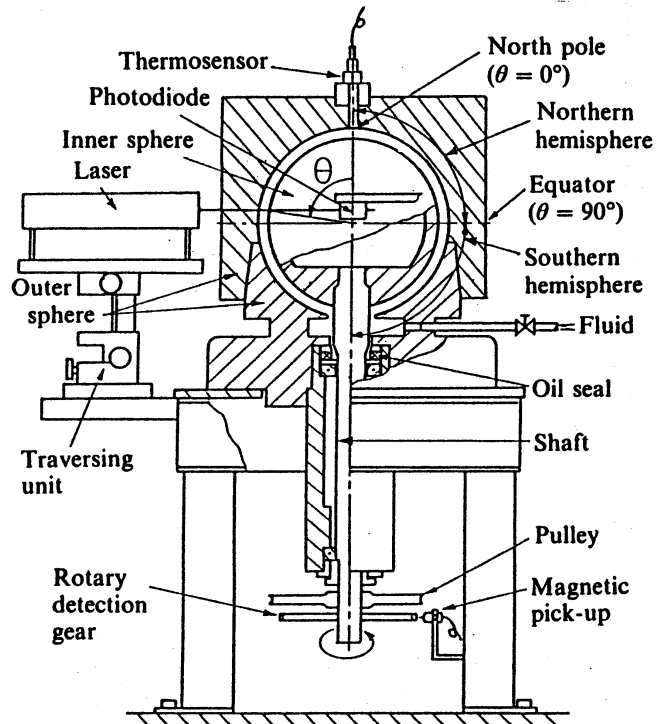


Figure 2. Experimental apparatus for the simultaneous spectral and flow-visualization measurements by measuring the intensity of laser light scattered by the aluminium flakes used in flow visualization.

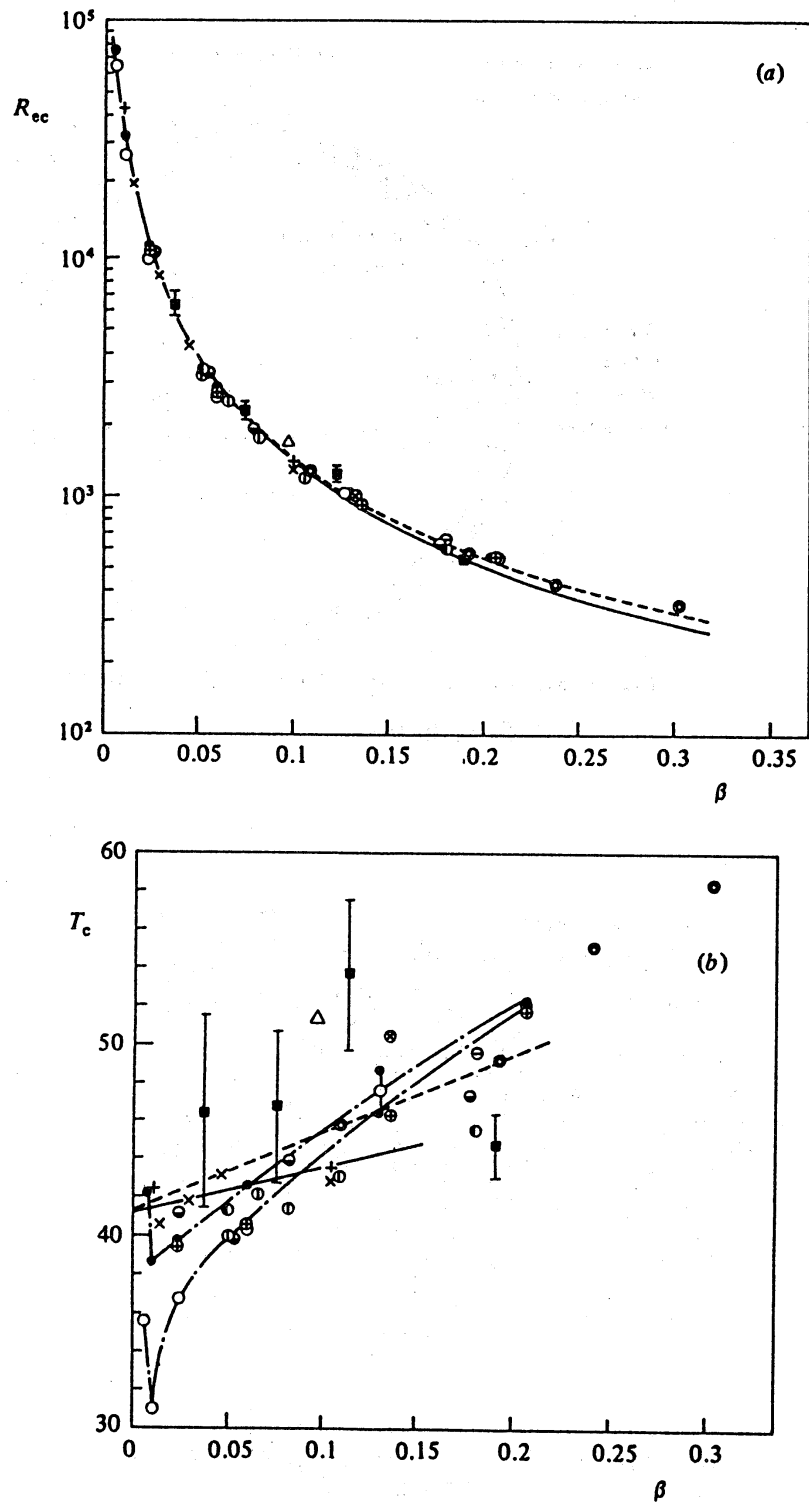


Figure 3. (a) Critical Reynolds number  $R_{cc}$  as a function of ratio  $\beta$  of clearance to inner-sphere radius. (b) Critical Taylor number  $T_c$  as a function of  $\beta$ . Flow visualization:  $\oplus$ , present data;  $\circ$ , NAKABAYASHI (1978);  $\ominus$ , Wimmer (1976);  $\odot$ , Sawatzki & Zierep (1970);  $\otimes$ , Yavorskaya *et al.* (1980). Torque measurements:  $\blacksquare$ , Khlebutin (1968);  $\triangle$ , Yakushin (1970);  $\otimes$ , Munson & Menguturk (1975);  $\bullet$ , Sawatzki & Zierep (1970);  $\ominus$ , Wimmer (1976);  $\bullet$ , Nakabayashi (1978); ----, Yavorskaya *et al.* (1980); ---, Nakabayashi (1978). Torque measurements for two concentric rotating cylinders: +, Vohr (1968);  $\times$ , Nakabayashi *et al.* (1972), —, Taylor (1923).

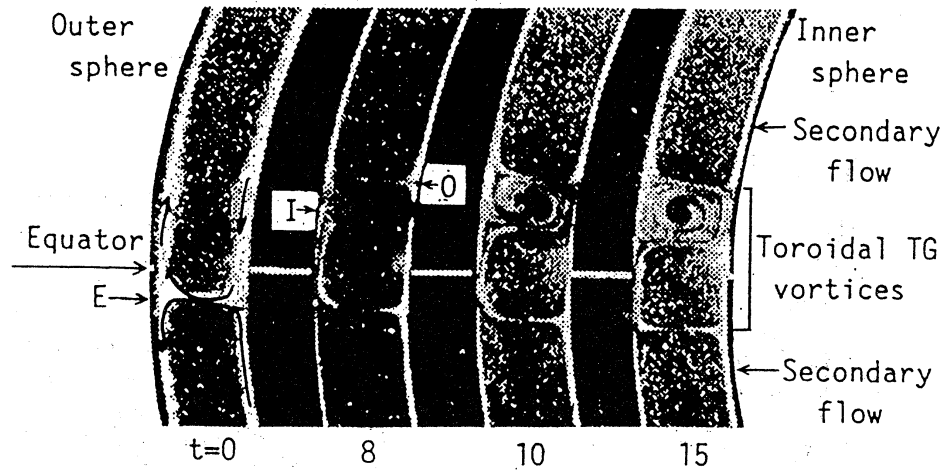


Figure 4. *Graphic representation of the occurrence of toroidal TG vortices ( $\beta=0.14, R^*=1$ ).  $t$ ; dimensionless time, non-dimensionalized by  $2\pi\hat{f}_0$ .*

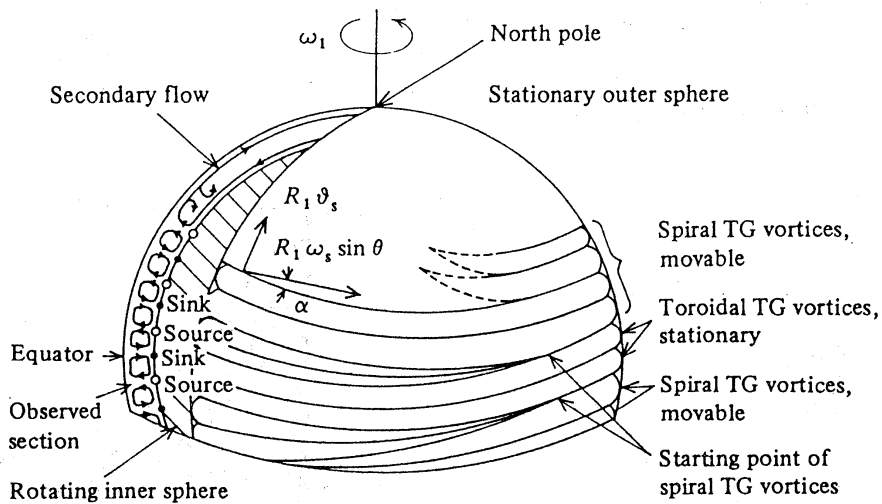


Figure 5. Schematic of II TS flow regime; toroidal and spiral Taylor-Görtler vortices and secondary flow.

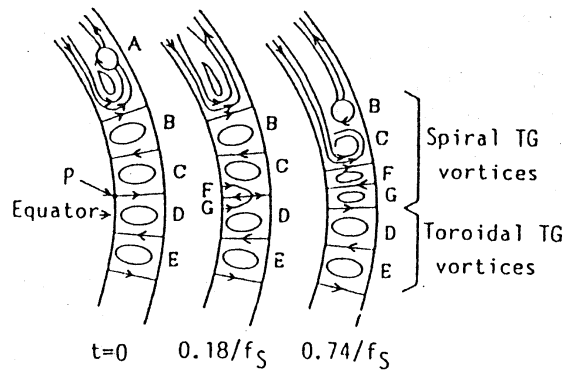


Figure 6. Schematic of the occurrence of spiral TG vortices ( $\beta=0.14, R^*=1.2$ ).

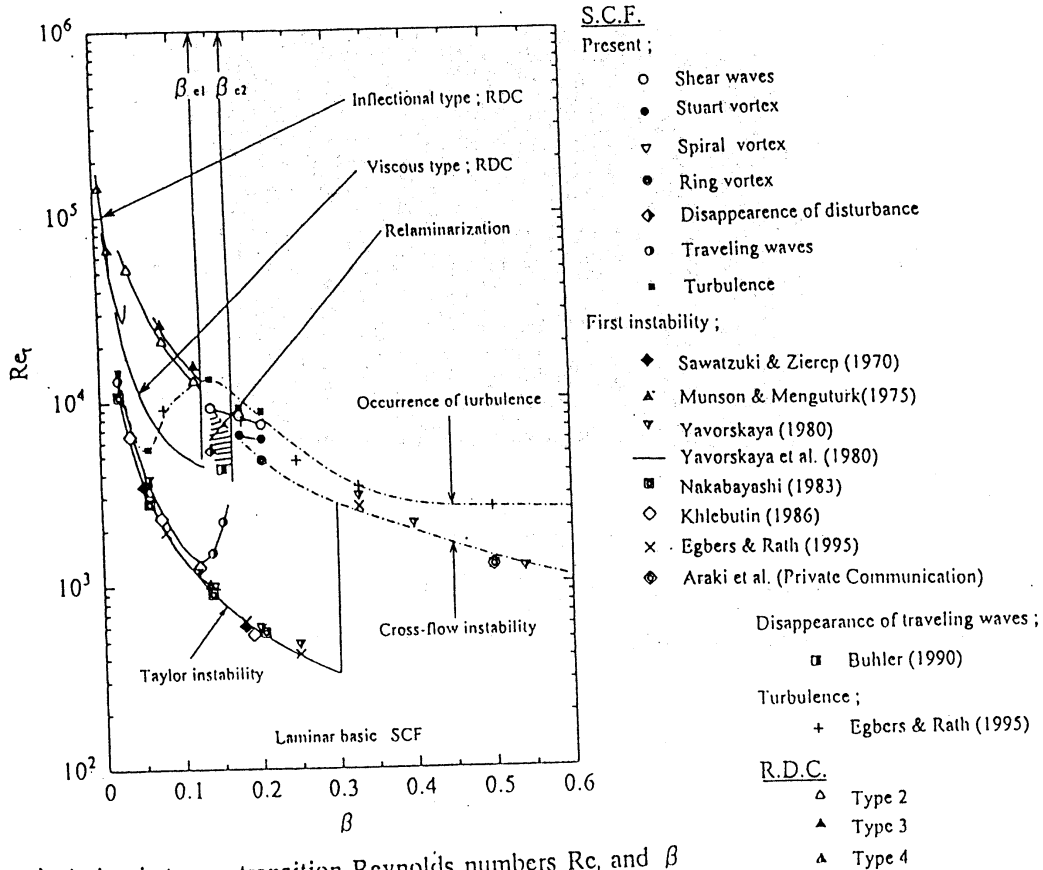


Figure 7. Relation between transition Reynolds numbers  $Re_t$  and  $\beta$

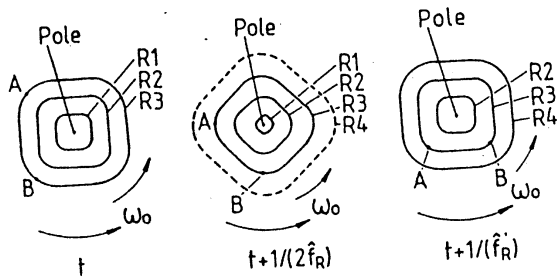


Figure 8. Movement of ring vortices.  $t$  stands for the time.  $f_R$  is the fundamental frequency of the ring vortices. R1, R2, R3 and R4 indicate four different ring vortices, respectively. A and B are two fixed points in R3 vortex.  $\omega_0$  is the rotation speed of the inner sphere.

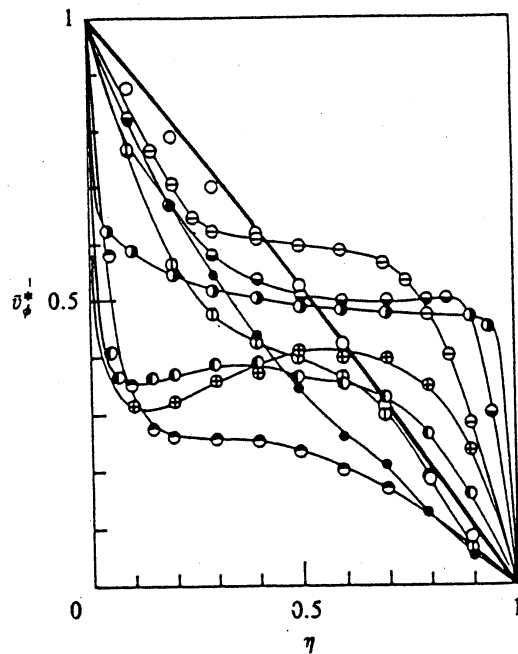


Figure 9. Distributions in the clearance of the mean azimuthal velocity component at the equator:  $\circ$ ,  $R^*=0.941$ ;  $\bullet$ ,  $R^*=1.05$ ;  $\oplus$ ,  $R^*=1.20$ ;  $\ominus$ ,  $R^*=1.81$ ;  $\omin�$ ,  $R^*=5.09$ ;  $\omin�$ ,  $R^*=6.52$ ;  $\oplus$ ,  $R^*=15.1$ ;  $\bullet$ ,  $R^*=19.6$ ;  $\bullet$ ,  $R^*=57.3$ . The heavy solid line shows the theoretical distribution at  $R^*=0.941$  for the laminar basic flow calculated by Nakabayashi (1976) and Nakabayashi et al. (1981).

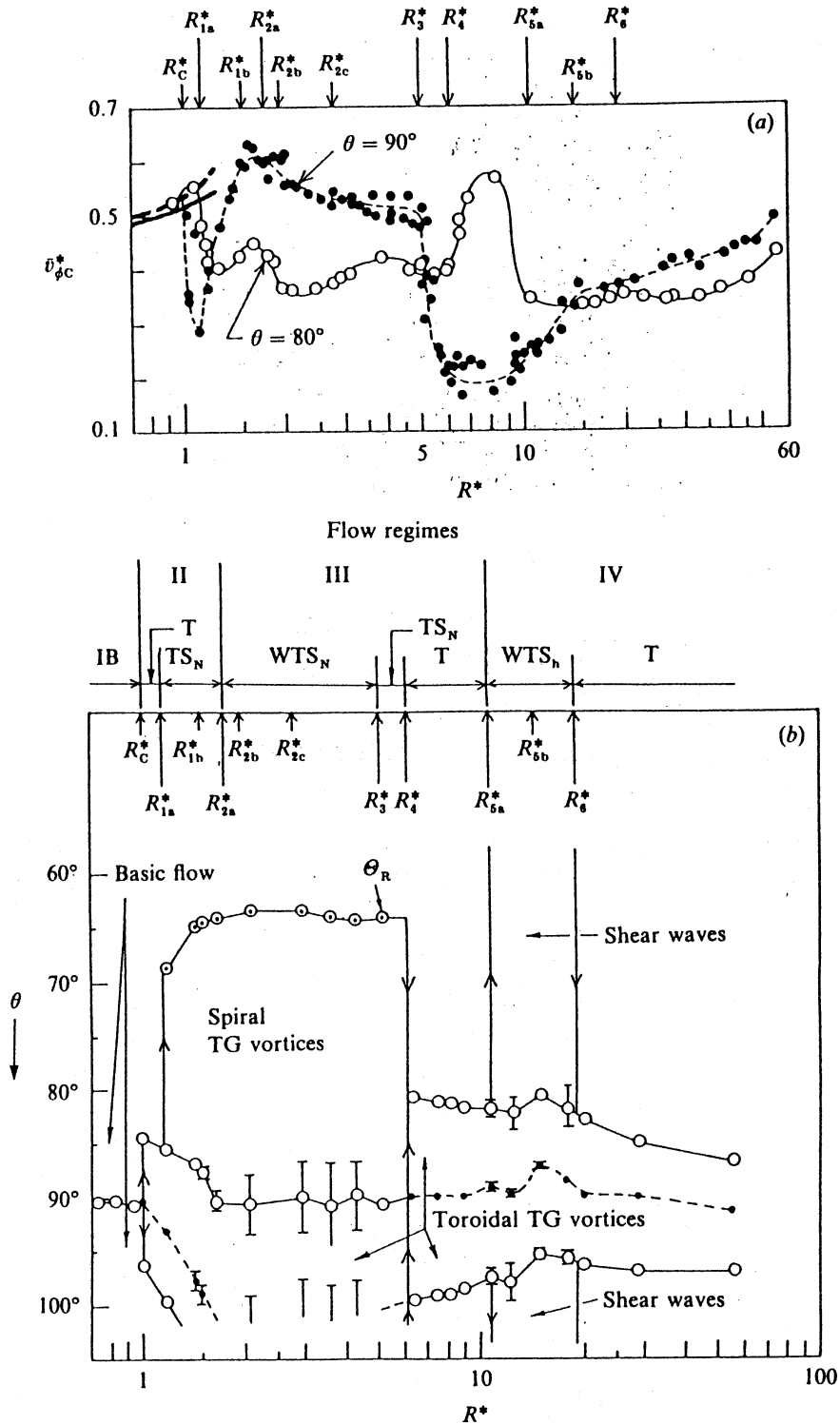


Figure 10. Reynolds-number dependences of the mean azimuthal velocity components in the centre of the clearance at the colatitudes  $\theta = 80^\circ$  and  $90^\circ$  and the meridian coordinate  $\theta$  of the sources (outflow-vortex boundaries) and/or sinks (inflow-vortex boundaries) of the toroidal cells observed on the inner sphere in a meridian cross-section of spherical annulus. (a) Reynolds-number dependences of the mean azimuthal velocity components in the centre of the clearance at  $\circ$ ,  $\theta = 80^\circ$  and  $\bullet$ ,  $\theta = 90^\circ$ . The heavy solid and broken lines show the theoretical dependences at  $\theta = 80^\circ$  and  $90^\circ$ , respectively, for the laminar basic flow calculated by Nakabayashi (1976) and Nakabayashi *et al.* (1981). (b) Reynolds-number dependences of the meridian coordinate  $\theta$  of the sources (outflow-vortex boundaries) and/or sinks (inflow-vortex boundaries) of the toroidal cells observed on the inner sphere in a meridian cross-section of spherical annulus:  $\circ$ , source;  $\bullet$ , sink. The error bar  $\bar{\delta}$  shows the amplitude of the oscillation. The data  $\theta_R$  indicated by  $\odot$  show the value of  $\theta$  at which the spiral TG vortices break.

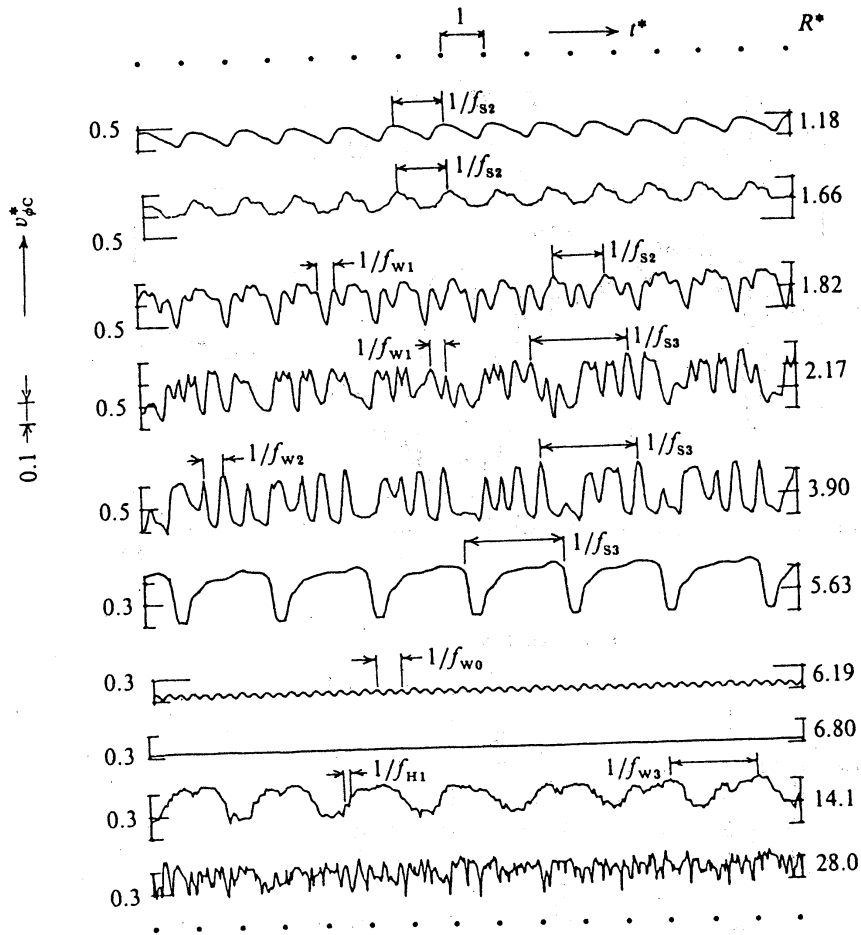


Figure 11. Temporal dependence and the fundamental periods of the azimuthal velocity components in the centre of the clearance at the colatitudes  $90^\circ$ .

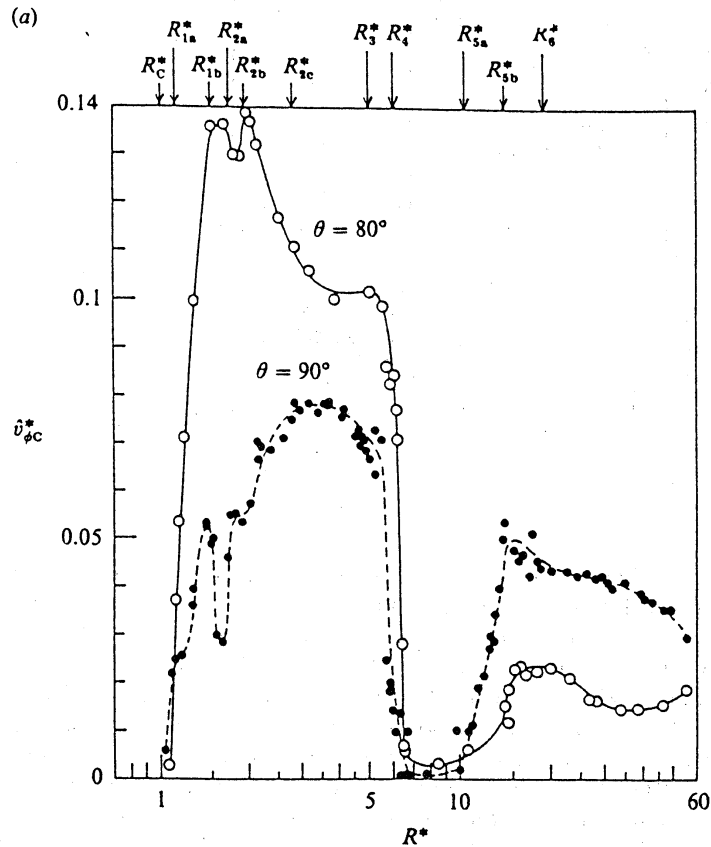


Figure 12. Relationship between the turbulence intensity of the fluctuating azimuthal velocity component and the Reynolds number. (a) Turbulence intensity in the centre of the clearance at colatitudes  $\theta = 80^\circ$  and  $90^\circ$ :  $\circ$ ,  $\theta = 80^\circ$ ;  $\bullet$ ,  $\theta = 90^\circ$ .

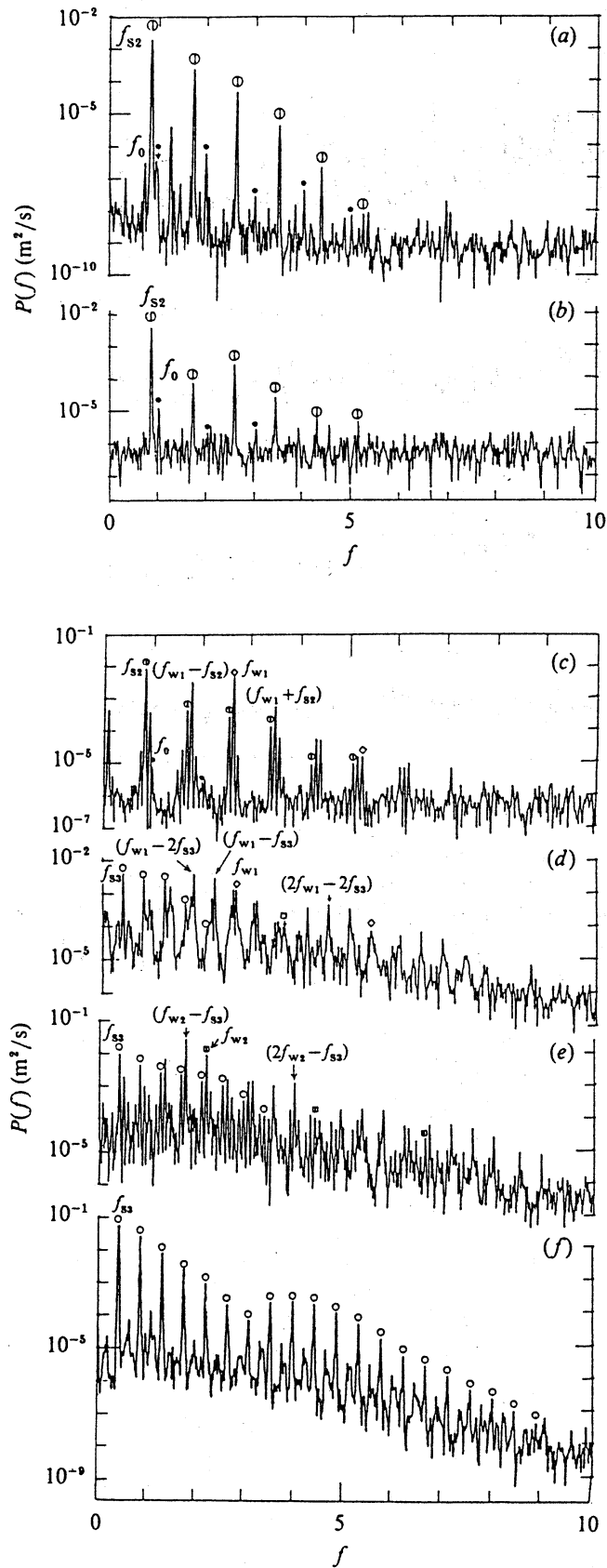


Figure 13. For caption see facing page.

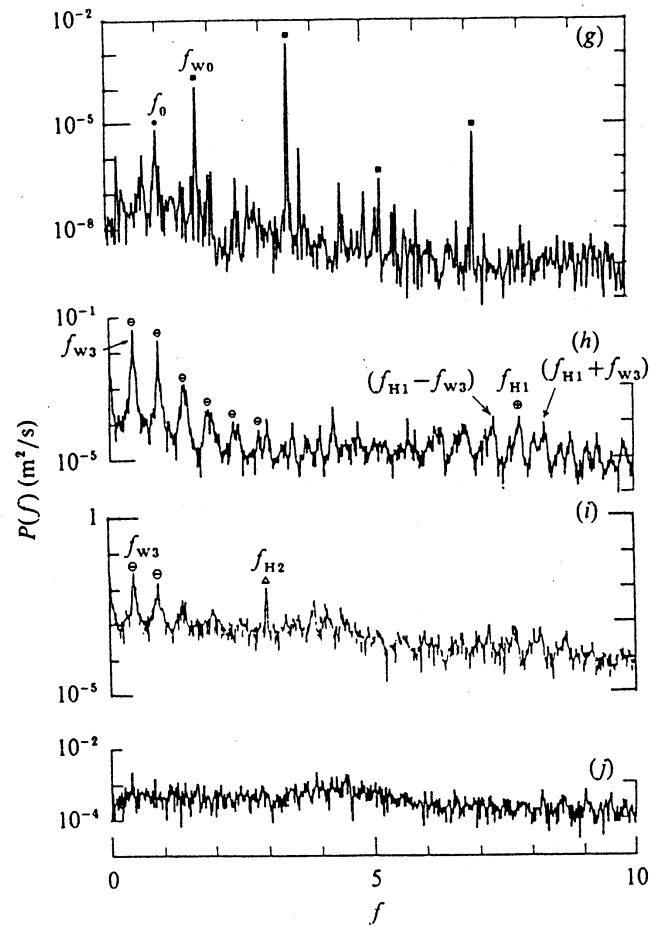


Figure 13. Power spectra of the velocity fluctuations in figure 7(b). The symbols  $\odot$ ,  $\circ$ ,  $\diamond$ ,  $\square$ ,  $\ominus$ ,  $\oplus$ ,  $\triangle$  and  $\blacksquare$  indicate the fundamental frequency components  $f_{s2}$ ,  $f_{s3}$ ,  $f_{w1}$ ,  $f_{w2}$ ,  $f_{w3}$ ,  $f_{H1}$ ,  $f_{H2}$  and  $f_{w0}$  (including their harmonics), respectively. The frequency components of  $f_0$  and its harmonics, indicated by  $\bullet$ , are the instrumental artifacts. (a)  $R^* = 1.18$ . (b)  $R^* = 1.66$ . (c)  $R^* = 1.82$ . (d)  $R^* = 2.17$ . (e)  $R^* = 3.90$ . (f)  $R^* = 5.63$ . (g)  $R^* = 6.19$ . (h)  $R^* = 14.1$ . (i)  $R^* = 15.9$ . (j)  $R^* = 28.0$ .

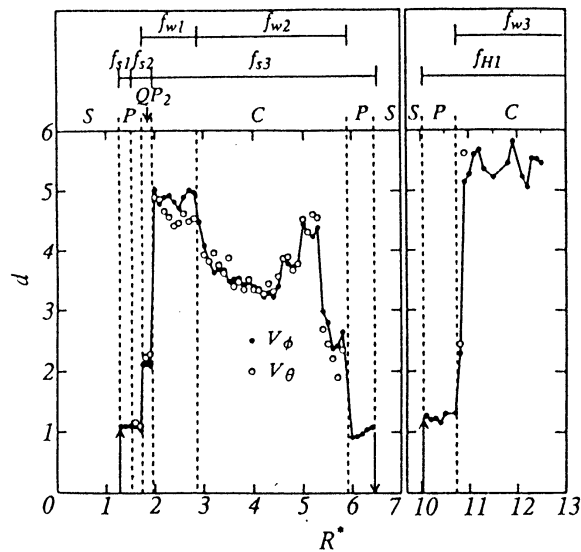


Figure 14. Evolution of correlation dimension and scenario of the transition