

## 粉粒体の物理

### —粉粒体によるマクロな摩擦—

九州工業大学工学部 那須野悟 (Satoru Nasuno)<sup>1</sup>

#### 1. はじめに

複雑流体という言葉から、多くの方がまず思い浮かべるのは、液晶や高分子 [1] といった、流体の構成要素自体がすでにある程度複雑な構造や相互作用を有しているような流動性の物質ではないだろうか。一方、本稿で扱う「粉粒体」とは、砂粒などのマクロな粒子の集団のことを指し、構成粒子それ自体がとりたてて複雑な構造をしているわけではない（例えば、以下で述べるように、単純な球形であっても構わない）。また、これら粉体粒子間の相互作用も、いたって簡単で、互いに接し合っているときにのみ斥力を及ぼし合うだけである<sup>2</sup>。そのような、液晶や高分子とは比べるべくもない単純な構造と相互作用をしているにもかかわらず、粉粒体はまさに複雑流体と呼ぶにふさわしい様々な摩訶不思議な振る舞いをするのが近年明らかになってきた [2, 3, 4, 5]。

---

<sup>1</sup>Electronic address: nasuno@ele.kyutech.ac.jp

<sup>2</sup>粒子の帯電による電磁気力は、ここでは考えないことにする。

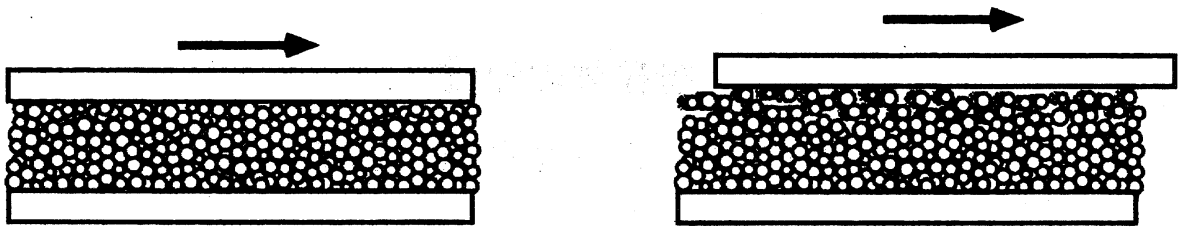


図 1: 剪断応力による粉粒体の流動化

とりわけ、雪崩や火砕流の発生のように、それまで「固体」のようにじっとしていた粉粒体の集団が、ほんのちょっとした条件の変化で、突然、「流体」のように流れだす流動化現象は、粉粒体が示す最も劇的で不思議な現象のひとつであり、最近の粉粒体研究の中心的課題として多くの物理学者の関心を集めている。本稿では、通常の実験で行われているように粉粒体を傾けたり揺すったり [2, 5] して流動化させるのではなく、図 1 のように粉粒体を 2 枚の板の間に挟んで剪断応力を加えることによって生じる流動化現象に焦点を当て、最近我々が行った実験の結果 [6] を紹介する。この問題は、粉粒体の流動化という観点から興味深いばかりではなく、マクロな摩擦の発生機構や地震現象<sup>3</sup>とも密接に関連しており、物理学、工学、地球物理などの諸分野の境界領域に位置する新しい題材

<sup>3</sup>地震は断層に沿った滑りによって生じるが、断層の間にはしばしば「グージ (gouge)」と呼ばれる岩石が粉碎され粒状になったものの層が存在していることが知られている。

を提供してくれる。

## 2. 実験方法

我々が実験に用いた装置は、図1をほとんどそのまま実現したものである [6]。2枚の板の間の粉粒体層は、直径が70~110 $\mu\text{m}$ の間に分布したガラス球から構成されており、厚さは2mmである。実験では、粉粒体層の下の板は固定しておき、上の板を一定速度  $V$  で移動する板バネ（バネ定数  $k$ ）で押すことで剪断応力を加えている。このように板バネを用いて駆動系全体の弾性を広範囲にわたって変化・制御することにより、後述するような様々な流動化現象を定量的に調べることがはじめて可能となる。上の板の位置  $x$  は、バネの変位  $\delta x$  を変位センサーによって測ることで、0.1 $\mu\text{m}$ の精度で知ることができるようになっている ( $x = Vt - \delta x$ )。また、上下の板の表面は、粉粒体層との間で空すべりが生じてしまわないように粗く仕上げている。粉粒体層に加える垂直荷重は、上の板の質量  $m$  で制御しているが、粉体粒子の「破壊」による粉体物性の変化が生じてしまわないよう十分小さくしている。

## 3. 実験結果

### 3-1. スティック-スリップ運動

図2は、板バネの反り  $\delta x$  の時間変化の典型的な例を示して

いる。比較的ゆっくりとした速度で剪断応力を加えている場合には、上の板はスティック（静止）とスリップ（滑り）を交互に繰り返す（図 2 (a)）。スティック状態では、板は静止しており、バネの反りは、時間とともに線形に増大していく。剪断応力がある閾値に到達すると、粉粒体層はもはや加えられている剪断応力を支えきれなくなり流動化し、板は突然滑りだす。（実際、スリップの間は粉体粒子が確かに流動しているのが上の板を透して顕微鏡で見ることができる。）その後、板は急速に加速し、バネの反りは小さくなっていく。そして、剪断応力がある程度小さくなると、粉粒体層は突然固化し再びスティック状態となる。

観測されたスティック-スリップ運動は、図 2 (a) のように驚くほど周期的なものと図 2 (d) のように非周期で不規則なもの 2 種類があった。不規則運動は、非常に強いバネを用いて非常にゆっくりと押した場合にのみ観測されたのに対して、周期的運動は非常に広いパラメータ領域にわたって観測することができた。図 2 (d) の運動は不規則ではあるが、よく見ると小さなスリップの後には大きなスリップが起こり、逆に大きなスリップの後には小さなスリップが起こる傾向があることがわかる。この隣り合うスリップ間の相関を調べるために、 $n$  回目のスリップ距離  $L_n$  を横軸に、 $n+1$  回目のスリッ

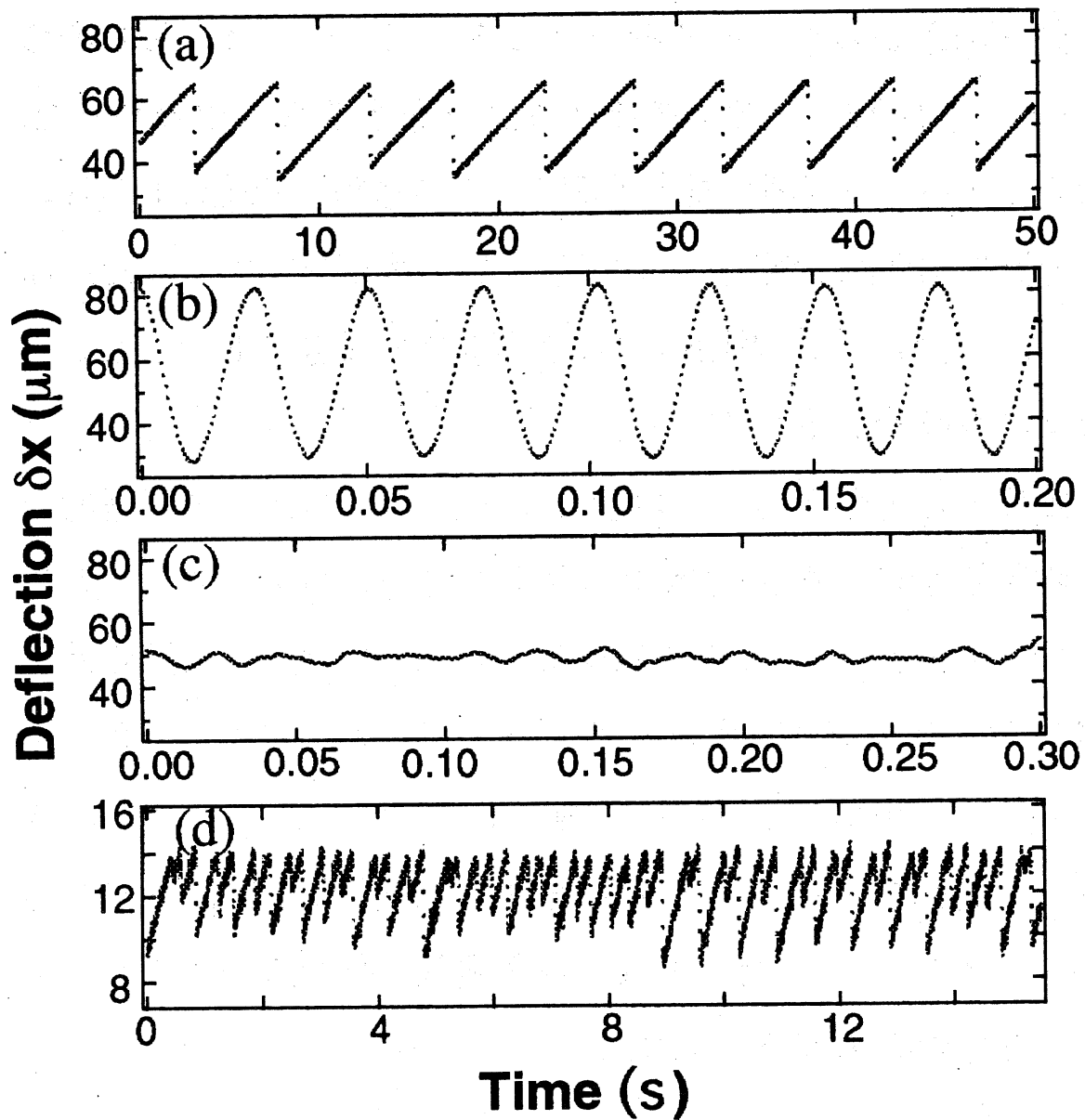


図 2: 粉粒体層にバネを介して剪断応力を加えたときの、バネの変位の時間変化. (a) スティック-スリップ ( $V=5.67 \mu\text{m/s}$ ), (b) 慣性効果が支配的な振動 ( $V=5.67 \text{ mm/s}$ ), (c) 定常的滑り ( $V=11.33 \text{ mm/s}$ ). 以上いずれも  $k=1077 \text{ N/m}$ ,  $m=1.09 \times 10^{-2} \text{ kg}$ . (d) 不規則なスティック-スリップ ( $V=11.33 \mu\text{m/s}$ ,  $k=3636 \text{ N/m}$ ,  $m=1.09 \times 10^{-2} \text{ kg}$ ).

距離  $L_{n+1}$  を縦軸にプロットしたいわゆるリターン・マップを図 2 (d) からつくってみたところ、ばらつきはあるもののデータ点は傾き  $-1$  の線のまわりに分布することがわかった。このことは、不規則に見える図 2 (d) の運動の背後にある種の決定論的規則性が存在していることを示している。また、傾き  $-1$  は、ちょうど周期倍化の臨界点での傾きにあたるという事実は興味深いものがある。

周期・非周期どちらの場合にもスティック-スリップ運動の平均周期  $T$  は、剪断速度  $V$  に対して  $T = A/V$  のように変化した (図 3 (a))。この比例係数  $A (= VT)$  は、1 周期の間にバネの固定端が移動する距離であり、それはまた、1 回の平均スリップ距離  $\langle L \rangle$  にほぼ等しい。つまり、スティック-スリップ運動の平均スリップ距離は、 $V$  に依らずほぼ一定である (図 3 (b))。また、 $A$  は、バネ定数  $k$  を大きくすると、小さくなることも図 3 から判る。

### 3-2. なめらかな振動と定常的滑り運動

剪断速度  $V$  を増していくと、あるところからスティック-スリップ運動の運動様式が図 2 (b) のような滑らかな運動へと変化しはじめる。この運動様式の変化に伴って、 $V$  に対する平均周期  $T$  の減少は次第に緩やかとなり、一定値  $T_0$  に漸近しはじめる (図 3 (a))。また、バネの振動振幅は、もはや一定

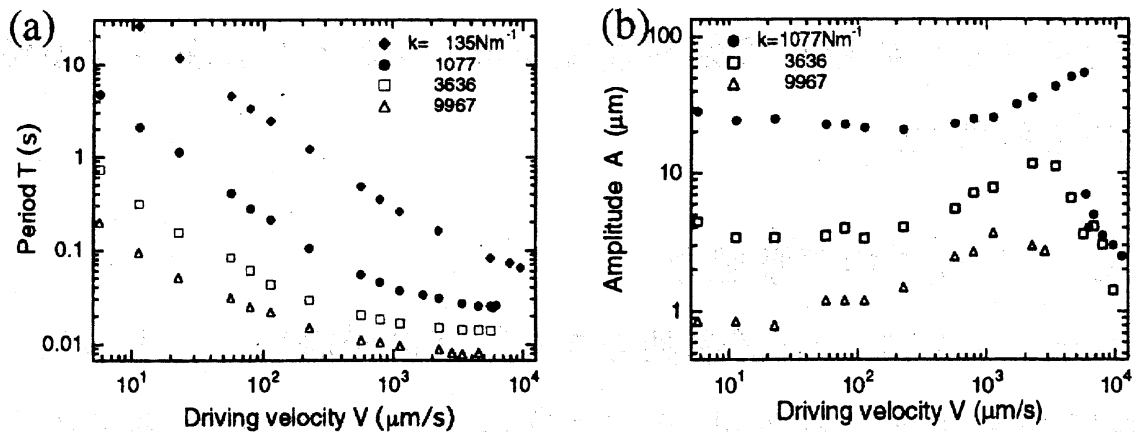


図 3: (a) スティック-スリップ運動の平均周期  $T$  の駆動速度  $V$  に対する変化. (b) バネの変位の peak-to-peak 値の平均値の  $V$  に対する変化. (いずれも  $k=1077\text{N/m}$ ).

ではなくなり,  $V$  とともに増加するようになる (図 3 (b)). 漸近周期  $T_0$  の大きさは, 板の重さ  $m$  とバネ定数  $k$  から求められる調和振動子の周期  $2\pi\sqrt{m/k}$  と同じオーダーであることから, この運動様式では慣性効果が支配的であることがわかる.

さらに  $V$  を増していくと, ある臨界速度  $V_c$  で, 粉粒体層上部が定常的流動状態へと転移し, 上の板は定常的すべり運動を行うようになる (図 2 (c)). この転移に際して, バネの変位の peak-to-peak 値の平均値 (この量は, スティック-スリップ運動では  $\langle L \rangle$ , 定常的すべり運動では, バネの平均変位のまわりの揺らぎの大きさを与える) は, 柔らかなバネに対しては, 突然, 不連続に減少する. 一方, 堅いバネに対して

は、連続的に変化する。また、図3 (b) からわかるように、定常的すべりへの転移の臨界速度  $V_c$  は、 $k$  とともに減少する傾向が見られた。

### 3-3. スリップ中の摩擦力

スティック-スリップ運動のスリップの距離は、バネの強さ  $k$  を固定すると、剪断速度  $V$  に依らず、ほぼ一定であることはさきほど述べたが、さらに、スリップ中の運動も、 $V$  に依らずほぼ一定であることが明らかとなった (図4 (a))。上の板に水平方向に働いている力は、板をすべらそうとするバネからの力  $F_s = k\delta x$  と、それを妨げようとする粉粒体層からの摩擦力  $F$  だけであるから、上の板の水平方向への運動は、

$$m\ddot{x} = k\delta x - F \quad (1)$$

となる。この式を用いて実験データから、各瞬間における粉粒体層からの摩擦力  $F$  を計算することができる。図4 (b) は、各瞬間における粉粒体層からの摩擦力  $F$  を上板の瞬間すべり速度  $\dot{x}$  の関数としてプロットした例である。ただし、図では摩擦力は垂直荷重  $mg$  でスケールしてある。a の位置では板は静止している。剪断応力が増していくと、摩擦力は縦軸に沿って上昇していく。そして、最大静止摩擦に相当する b の位置で、板が突然すべり始め、摩擦力は減少していく。b と c の



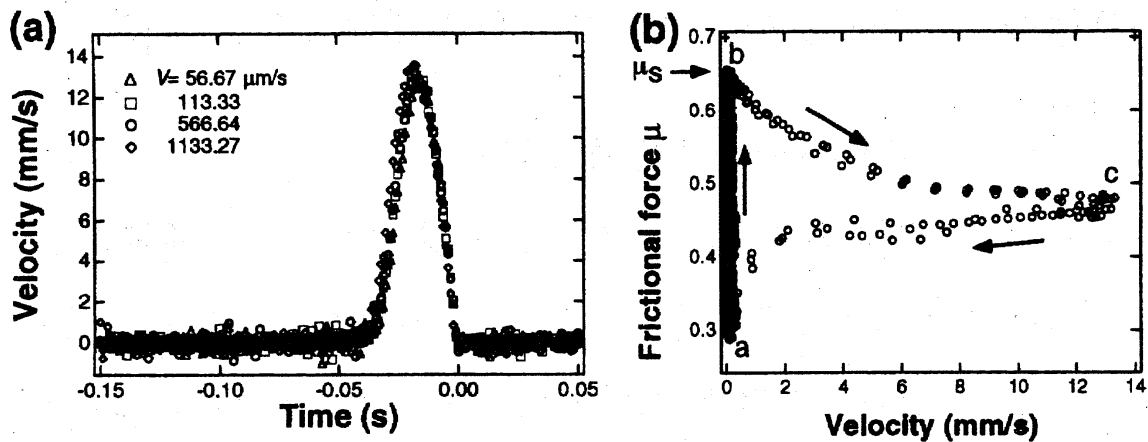


図 4: (a) 様々な駆動速度  $V$  におけるスリップ中の上の板の滑り速度  $\dot{x}$  の時間変化. (b) 瞬間摩擦力  $\mu (= F/mg)$  を瞬間滑り速度  $\dot{x}$  の関数としてプロットした例 ( $V = 113 \mu\text{m/s}$ ). (いずれも  $k = 135 \text{N/m}$ ,  $m = 1.09 \times 10^{-2} \text{kg}$ ).

間では板は加速していく. そして, 速度は  $c$  で最大値に達し, 摩擦力はある小さな値に到達する.  $c$  から  $a$  にかけては, 板は減速運動をして, 最後に再び停止する. この間, 摩擦力はほぼ一定である.

このようにスリップ中の摩擦力  $F$  は, すべりの速度とともに変化するが, その値はすべり速度  $\dot{x}$  に対して一意には決まらない. このことは, 摩擦力  $F$  の現象論的記述にはすべりの速度  $\dot{x}$  だけでは不足で, さらに別の変数 (とその発展方程式) の導入が必要であることを示唆している. 上の板に対する摩擦力の主要な原因となっているのは, もちろんその下にある粉

体粒子集団の振る舞いであるから，導入すべき新たな変数は，粉粒体層の状態を記述するものでなくてはならない [7].

### 3-4. スリップ中の粉粒体の振る舞い

スリップの間の粉粒体の流れをよく観察すると，通常の「流体」の運動とはかなり異なっていることがわかる．たとえば，スリップ中の粉粒体層内での流れは上の板との境界近傍領域（粒子の数倍からせいぜい十倍程度の厚みを持つ）だけに局在しており，それより下の領域は相変わらず固体状態のままである．このような「すべり線」と呼ばれる境界線の発生は，砂山のなだれなど粉粒体の流動に際して普遍的に見られる現象であるが，Navier-Stokes 方程式によって記述される通常の流体運動ではこのような境界線は存在しない．

### 3-5. スティック中の粉粒体の振る舞い

上の実験において，粉粒体層はスティック中は外から加えられた応力に抗して「固体」のように振る舞うことを見た．しかし，この固体状態は，通常の固体のように構成粒子間の引力によって集合したものではない．粒子間の静止摩擦力と外力（重力を含む）による圧迫とによって互いに身動きがとれない状態に置かれ，固まったようになっているだけなのである．このため，粉粒体では，結晶のようにきれいに並んだエ

エネルギー最小の状態が固体状態として実現されているわけではない。粒子がランダムに充填された様々な準安定な配置状態が固体状態として存在することが可能である。粉粒体はマクロな粒子の集まりであるため、熱運動は無視できるほど小さく、いったんひとつの準安定な配置状態に落ちつくとその状態は際限なく継続することとなる。ところが、実験において、上の板を透して粉粒体層内の粒子の運動を注意深く観測してみると、スティック中にも粒子のミクロな局所的再配置がランダムに各所で生じていることが明らかとなった。

一体どうしてこのような運動が可能なのだろうか？これに関しては、スティック中にも、外から加えられている剪断応力がゆっくりとではあるが増加し続けているという事実と粉粒体の固体状態の持つ特異な性質とによって説明することができる。先にも述べたように、粉粒体中では、粒子は通常はランダムに充填されているので、全ての粒子が近隣の粒子と均一に接し合っているわけではない。このため、粉粒体内部での応力分布は均質ではなく、力を伝搬することができる数珠状につながった粒子が形成するネットワーク部分に応力の集中が起こっていることが知られている [2, 8, 9]。外からの剪断応力が増大していくと、それらの応力のネットワークのうちの弱い部分が徐々に変形・崩壊してい

き、それらが上の板を透かして局所的再配置として観測されたと我々は考えている。また、スリップは、これらのネットワークのなだれの崩壊によって開始すると考えている。

このようなミクロな局所的再配置が粉粒体層内で繰り返す生じることで、層全体にもマクロな変化をもたらされると予想される。実際、我々はスティック中にも上の板が非常にゆっくりとした滑り（クリープ）運動をしていることを確認している。このクリープ運動は、粉粒体内の応力のきわだった不均質さを反映して、大きな揺らぎを示す。また、局所的再配置の発生頻度は、スリップの直前に劇的に増大することも明らかとなった。これは、スリップの前兆とでもいふべき現象であり大変興味深い [10]。また、スリップ後にも、しばらくの間、同様の微視的再配置が盛んに行われることもわかった。

#### 4. 議論とまとめ

上で見たようなスティック-スリップ運動は、粉粒体系に限らず2つの物体が相対的にゆっくりと滑り運動するときにはしばしば現れる普遍的な運動形態のひとつである。たとえば、2つの固体が直接接しながら滑る場合（乾燥摩擦）[12]や2つの固体間に数分子程度の厚さの潤滑剤の層がある場合（境界摩擦）[13]の滑り運動などでも見ることができる。また、我々の住む日本列島は世界的に地震の多い地域のひとつとして有

名であるが、それらの地震も、断層やプレート境界に沿った滑りによって生じる非常に大きなスケールでのスティック-スリップ運動のためであると考えられている [14].

これらのスティック-スリップ運動の発生機構とその振る舞いを理解するには、結局、摩擦力に対する理解が不可欠となるが、驚くべきことに摩擦力については未だに基本的なところすらきちんと理解できていないのである。たとえば、摩擦力の発生機構にしても、未だによくわかっておらず、それ故に、任意の2つの物質をもってきて、それらの間の摩擦力を正確に予測しなさいと言われても、一般にはかなり難しい。また、我々が Amontons-Coulomb の法則として知っている摩擦の3法則 [(1) 摩擦力は見かけの接触面積に依存せず, (2) 摩擦力は垂直抗力に比例し, (3) 動摩擦力は静止摩擦力より小さくて速度には依存しない, (つまり, 摩擦力を  $F$ , 垂直抗力を  $N$ , とすると,  $F = \mu N$  であり, 摩擦係数  $\mu$  は見かけの接触面積にも速度にも依らない)] は、あくまで適用限界が存在する近似的経験則に過ぎないのである。とくに、動摩擦に関する (3) には注意を要する。例えば、スティック-スリップ運動が観測されるような低速度領域では、一般には (3) は成り立たない [12]. また、通常、我々が動摩擦と呼んでいるのは、定常的滑り運動のときの摩擦のことであり、スティック-スリッ

プのように速度が時間変化をするときの摩擦がこの定常滑りの摩擦と同じものであるという保証はなにもない。実際、本稿で述べた粉粒体層の摩擦では、スリップ中の摩擦は法則(3)のように単純なものではなく、摩擦の振る舞いを記述するには、すべり速度に加えて摩擦の原因である粉粒体層の状態を表す変数とその時間発展方程式の導入が必要であることを述べた。このことは、粉粒体以外のすべての滑り系に対しても同様に言えることで、摩擦現象を理解するには、結局、摩擦の発生機構を担う滑り面付近の物理現象に関する知見が不可欠とすることができる。

ところが、乾燥摩擦や境界摩擦といった通常の摩擦現象では、ミクロンサイズの真実接触部や分子レベルでの潤滑剤の振る舞いといった非常に微視的な物理要因が摩擦の発生に重要な役割を果たしており [11]、それらの振る舞いを直接見たり調べたりすることが非常に難しく、また、そのことがこれまで摩擦の研究の進展を阻んできた。一方、我々の粉粒体を用いた実験系では、マクロな摩擦の担い手は「巨大な」粉体粒子であるので、その振る舞いを容易に直接観察することができるという利点がある。このため、もしかしたら、剪断応力を加えた粉粒体層の振る舞いを調べることにより、これまで見えなかった摩擦現象の背後にある普遍的側面が見えてく

るかもしれないという期待を我々に抱かせてくれる。

ここに述べた粉体摩擦の実験は、J.Gollub 氏, A.Bak 氏, A.Kudrolli 氏との共同研究によるものである。また、本研究の一部は文部省科学研究費補助金 (No.09740317) の補助を受けている。

### 参考文献

- [1] 土井正男:日本物理学会誌 45, No.8 (1990) 549.
- [2] H. M. Jaeger, S. R. Nagel and R. P. Behringer: Phys. Today 49, No.4 (1996) 32; Rev. Mod. Phys. 68 (1996) 1259.
- [3] R. P. Behringer and J. T. Jenkins (eds.): *Powders & Grains 97*, Proceedings of the third international conference on powders & grains (A. A. Balkema, 1997).
- [4] 早川尚男, 西森拓, 佐々真一, 田口善弘:日本物理学会誌 49, No.1 (1994) 18.
- [5] 田口善弘: 砂時計の七不思議 (中央公論社, 1995).
- [6] S. Nasuno, A. Kudrolli and J. P. Gollub: Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 949; S. Nasuno, A. Kudrolli, A. Bak and J. P. Gollub: Phys. Rev. E. 58 (1998) 2161.
- [7] このような方向からの理論的アプローチが, 最近, 早川

によってなされている (プレプリント'98) .

- [8] C. -h. Liu, S. R. Nagel, D. A. Schecter, S. N. Copper-smith, S. Majumdar, O. Narayan and T. A. Witten: *Science* **269** (1995) 513.
- [9] B. Miller, C. O'Hern and R. P. Behringer: *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 3110.
- [10] この現象は, また, 地震の前兆現象との関連においても興味深い. L. M. Jones and P. Molnar: *J. Geophys. Res.* **84** (1979) 3596; B. E. Shaw, J. M. Carlson and J. S. Langer: *J. Geophys. Res.* **97** (1992) 479.
- [11] B. N. J. Persson: *Sliding Friction* (Springer,1998).
- [12] T. Baumberger, F. Heslot and B. Perrin: *Nature* **367** (1994) 544; F. Heslot, T. Baumberger, B. Perrin, B. Caroli and C. Caroli: *Phys. Rev. E* **49** (1994) 4973.
- [13] M. L. Gee, P. M. McGuiggan and J. N. Israelachvili: *J. Phys. Chem.* **93** (1990) 1895; H. Yoshizawa and J. Israelachvili: *ibid* **97** (1993) 11300.
- [14] C. H. Scholtz: *The Mechanics of Earthquakes and Faulting* (Cambridge Univ. Press, 1990).
- [15] P. A. Thompson and M. O. Robbins: *Science* **250** (1990) 792.