

## 一様乱流の coherent 微細構造

東工大工 宮内敏雄 (Toshio Miyauchi)

東工大工 店橋 護 (Mamoru Tanahashi)

### 1. はじめに

乱流の微細スケールにおける渦構造は乱流の間欠性と密接に関連しており，これらの解明は乱流理論や乱流モデルの発展に必要不可欠である．乱流の微細スケール構造に関する理論的研究は，多くの研究者によって行われてきている<sup>1-4)</sup>．近年，乱流の微細構造モデルは大規模な直接数値計算 (DNS) 結果を用いて検証されつつあり<sup>5-7)</sup>，tube 状の渦構造が一様乱流中に存在することが明らかにされている．しかし，乱流場から微細渦構造を抽出することは非常に困難なため，それらの詳細は未だ明らかにされていない．ここでは，一様等方性乱流<sup>8-11)</sup>と MHD 一様乱流<sup>12-13)</sup>の微細構造を明らかにする．

### 2. coherent 微細構造の抽出<sup>8,9)</sup>

乱流中の種々の渦構造を可視化し，それらを理解するために多くの手法が開発されている．このような渦構造を可視化する手法

が研究される理由は，渦度が流体の回転運動を示す物理量ではあるが，渦度自体が空間的な構造を示すものではないためである．例えば，平均せん断が存在する壁近傍の流れや自由せん断流では，大きな渦度が存在しても渦構造は存在しない場合がある．これは，複雑な乱流においても同様であり，高渦度領域として高い歪みを持つ sheet 状の領域と回転のみが存在する tube 状の領域が存在し，これらの領域は渦度のみの情報から区別することはできない．乱流の微細渦構造を詳細に検討する上で，過去に提案されている渦度を直接用いない可視化手法にも問題点がある．例えば，次のような速度勾配テンソルを考える．

$$A_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} + W_{ij} \quad (1)$$

ここで， $S_{ij}$  と  $W_{ij}$  は速度こう配テンソルの対称成分と非対称成分である．速度勾配テンソル  $A_{ij}$  の第二不変量  $Q$  は次のように表される．

$$Q = \frac{1}{2}(-S_{ij}S_{ij} + W_{ij}W_{ij}) \quad (2)$$

ここで，第二不変量は，局所的な流体の回転運動と歪み率の関係を示している．すなわち，第二不変量が正の値を示す場合歪み率に対して回転運動が大きく，逆に負の値を示す場合回転運動に対して歪み率が高い．過去の研究において注目されている乱流中の

高渦度領域は，多くの場合前者に対応している．図 1 は  $Re_\lambda=87.9$  の一様等方性乱流<sup>10)</sup>における第二不変量の等値面を示している．乱流場は多くの剛体回転領域から構成され，それらは tube 状の構造を有している．しかし，どのような物理量を用いた場合でも，結果は可視化あるいは構造を抽出するための物理量のしきい値に依存する．高渦度領域に注目した過去の微細構造に関する多くの研究の多くも<sup>5-7)</sup>，可視化によって得られた構造を検討の対象としている．

著者らは，結果がしきい値に依存することを回避するために，物理量のしきい値に依存しない方法を用いて乱流中の微細構造の抽出を行った<sup>8,9)</sup>．この方法では，旋回運動の中心を局所的な流れパターンから決定する．図 2 は一様等方性乱流から抽出した管状の微細渦の回転軸に対して垂直な二次元断面における平均周方向速度分布とエネルギー散逸を示している<sup>8)</sup>．乱流中の管状微細渦は中心で強い旋回運動を行っており，それらの周囲で比較的大きな乱流エネルギーの散逸を生じている．次章以降では，一様等方性乱流と MHD 一様乱流の DNS 結果から抽出した管状微細渦の統計的性質の詳細について検討する．

### 3. 一様等方性乱流中の coherent 微細構造<sup>10,11)</sup>

図 3 は  $Re_\lambda=87.9$  の一様等方性乱流から抽出された coherent 微細渦の平均周方向速度分布を示している<sup>11)</sup>．図に示されている分

布は約 10 万個の管状微細渦の平均周方向速度を平均したものである。図中のシンボルは Burgers 渦の周方向速度分布を示しており、一様等方性乱流中の coherent 微細渦の周方向速度分布が Burgers 渦によって非常に良く近似できることがわかる。図 4 は  $Re_\lambda$  が 37.1 から 87.9 の一様等方性乱流の DNS データから抽出した coherent 微細渦の平均周方向速度分布を示している。ここで、周方向速度と半径はそれぞれ二乗平均変動速度 ( $u_{rms}$ ) と Kolmogorov scale ( $\eta$ ) を用いて正規化されている。以下、\*を付した物理量はすべて  $\eta$  と二乗平均変動速度を用いて正規化されている。一様等方性乱流中の coherent 微細渦は  $\eta$  と  $u_{rms}$  を用いてスケーリングすることが可能であり、これらの平均周方向速度分布は Reynolds 数にほとんど依存しない。また、coherent 微細渦の平均直径は、 $\eta$  の約 10 倍である。すなわち、一様等方性乱流は、 $\eta$  の約 10 倍程度の非常に小さなスケール内に、 $u_{rms}$  程度の非常に大きな速度変化を伴う構造を含んでいる。

### 3. 2 coherent 微細渦の統計的性質

一様等方性乱流中の coherent 微細渦は平均的に Burgers 渦によって近似することが可能である<sup>9)</sup>が、個々の coherent 微細渦は必ずしも同一ではない。図 5 は、DNS データから抽出された coherent 微細渦の直径と中心における速度勾配テンソルの第二不変量との関係を示している。図 4 に示した平均的な速度分布と同

様に，個々の coherent 微細渦の特性も  $\eta$  と  $u_{rms}$  を用いてスケーリングでき，第二不変量と coherent 微細渦の直径の関係は  $Re_\lambda$  に依らずほぼ相似である<sup>10)</sup>．coherent 微細渦の直径は第二不変量が小さな場合には比較的分散が大きく， $\eta$  の数倍から数十倍までの構造が存在している． $Re_\lambda$  に依らず第二不変量の増加とともに  $\eta$  の 6~8 倍に漸近する．また，この漸近値が coherent 微細渦の直径の下限值とほぼ一致している．

図 6 は周方向最大速度と第二不変量の関係を示している．渦管の直径と同様に周方向最大速度も  $\eta$  と  $u_{rms}$  を用いてスケーリングすることができる．また，第二不変量が小さな領域では比較的分散が大きく，第二不変量の増加とともに周方向最大速度は  $u_{rms}$  の約 2 倍に漸近する．

ここで，Burgers 渦について考える<sup>10)</sup>．個々の coherent 微細渦が Burgers 渦によって近似できると仮定する．図 4~図 6 の結果から，それらの構造が  $\eta$  と  $u_{rms}$  を用いてスケーリングできるものとする．このような仮定の基で，Burgers 渦の直径及び周方向最大速度と中心での第二不変量の関係は次のようになる．

$$D^* = 2A^{*1/4} Q_c^{*-1/4} \quad (3)$$

$$\dot{u}_0^* = \frac{\Gamma^*}{2} A^{*-1/4} [1 - \exp(-s_m)] Q_c^{*1/4} \quad (4)$$

ここで，

$$A^* = \left[ \frac{1}{4\pi^2} (\Gamma^* Re_k) - 12 \right] \left( \frac{s_m}{Re_k} \right)^2 \quad (5)$$

である．上式中の  $\Gamma^*$  は  $\eta$  と  $u_{rms}$  を用いて無次元化された Burgers 渦の循環であり， $s_m$  は  $2s_m + 1 = \exp(s_m)$  を満足する値である．また， $Re_k$  は  $\eta$  と  $u_{rms}$  に基づく Reynolds 数である．図 5 と図 6 に示した実線は， $\Gamma^*$  が 25, 50 及び 160 の Burgers 渦の直径および周方向最大速度と第二不変量の関係を示している．ただし， $Re_k$  には DNS データから得られた値を用いている．一定の循環  $\Gamma$  を持つ Burgers 渦は中心における第二不変量の増加とともに直径が小さくなり，逆に周方向最大速度は増大する．その指数の絶対値はともに 1/4 である．図 5 と図 6 より，coherent 微細渦の特性は，異なる大きさの循環を持つ Burgers 渦によって予測できることがわかる．

#### 4. MHD 一様乱流の coherent 微細構造<sup>12,14)</sup>

MHD 乱流では Lorentz 力の作用により，乱流場が非等方化することが知られている．図 7 は，一様等方性乱流と一様磁場  $B$  を印可した MHD 一様乱流における第二不変量の等値面 ( $Q^* = 0.03$ ) を示している．個々の coherent 微細渦は強い指向性を有しているが，一様等方性乱流では空間的にランダムに分布しており，これが一様性と等方性の統計的性質を生み出している．これに対して，MHD 一様乱流では，coherent 微細渦の分布は完全にランダムではなく，平均磁場ベクトル方向に偏った構造が見られる．ただし，MHD 一

様乱流においても  $\eta$  と  $u_{rms}$  によるスケーリング則は成り立っており，平均周方向速度分布は一様等方性乱流や乱流混合層などの他の乱流場と非常に良く一致している．このことは，coherent 微細渦が乱流変動強度と乱流エネルギー散逸の双方に直接関連することを示している．

MHD 一様乱流の非等方化は，coherent 微細渦の見地から説明することができる．図 8 は MHD 一様乱流から抽出した coherent 微細渦の回転軸と平均磁場ベクトル  $\mathbf{B}$  の確率密度関数を示している<sup>13)</sup>．MHD 一様乱流では平均磁場ベクトル  $\mathbf{B}$  に平行な回転軸を持つ coherent 微細渦の存在確率が高いことがわかる．これが図 16 に示した非等方的な第二不変量の分布と対応している．しかし，二つの乱流場の非等方化機構は異なっている．

MHD 一様乱流では Lorentz 力が coherent 微細渦に直接作用する．例えば，図 17 は coherent 微細渦に作用する Lorentz 力の周方向平均分布を示している<sup>13,14)</sup>．coherent 微細渦の周方向速度分布に対して，Lorentz 力は逆向きに作用しており，coherent 微細渦の剛体的な回転運動を妨げる方向に作用する．また，平均磁場に対して垂直な回転軸を持つ coherent 微細渦ほど大きな Lorentz 力が作用する傾向にある．

## 5. まとめ

本論文では，一様等方性乱流と MHD 一様乱流の DNS データか

ら抽出された coherent 微細構造の特性を明らかにした. coherent 微細構造は Kolmogorov scale と二乗平均変動速度によってスケールリングすることが可能であり, その平均周方向速度分布は Burgers 渦で近似することができる. それらの平均直径は Kolmogorov scale の約 10 倍であり, 周方向速度の最大値は二乗平均変動速度とほぼ一致する. また, 乱流場の非等方性は coherent 微細渦の空間的な分布によって決定される.

#### 参考文献

- 1) A. A. Townsend, Proc. R. Soc. Lond. A208 (1951), 534-542.
- 2) H. Tennekes, Phys. Fluids 11 (1968), 669-761.
- 3) T. S. Lundgren, Phys. Fluids 25 (1982), 2193-2203.
- 4) D. I. Pullin & P. G. Saffman, Phys. Fluids A5 (1993), 126-145.
- 5) Z. -S. She, E. Jackson & S. A. Orszag, Nature 344 (1990), 226-228.
- 6) A. Vincent & M. Meneguzzi, J. Fluid Mech. 225 (1991), 1-20.
- 7) J. Jimenez, A. A. Wray, P. G. Saffman & R. S. Rogallo, J. Fluid Mech. 255 (1993), 65-90.
- 8) M. Tanahashi, T. Miyauchi, & T. Yoshida, Transport Phenomena in Thermal-Fluids Engineering, 2, pp.1256-1261, Pacific Centre of Thermal-Fluids Engineering, 1996.



- 9) M. Tanahashi, T. Miyauchi & J. Ikeda, Simulation and Identification of Organized Structures in Flows, pp.131--140, Kluwer Academic Publishers, in press.
- 10) M. Tanahashi, T. Miyauchi, & J. Ikeda, Proc. 11th Symposium on Turbulent Shear Flows, 1 (1997), 4-17-4-22.
- 11) M. Tanahashi, S. Iwase, J. Ikeda & T. Miyauchi, preparing.
- 12) 宮内敏雄, 店橋護, 辻本隆宏, 日本機械学会第 74 期通常総会講演会講演論文集 I (1997), 48-49.
- 13) 辻本隆宏, 店橋護, 宮内敏雄, 第 11 回数値流体シンポジウム講演論文集(1997), 191-192.
- 14) M. Tanahashi, T. Tsujimoto & T. Miyauchi, preparing.

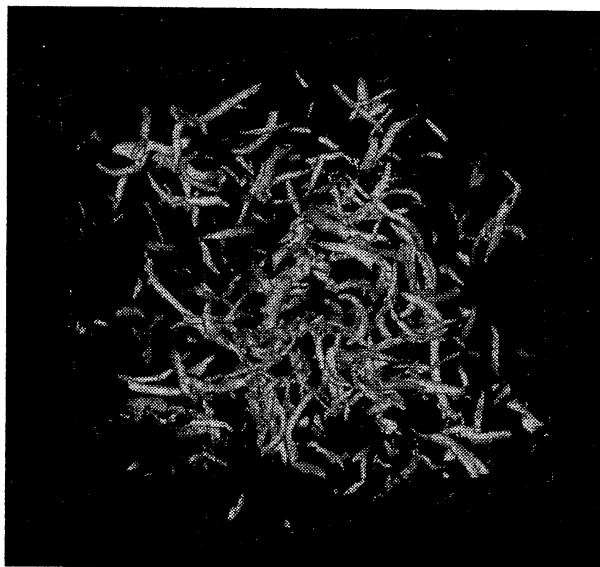


図 1 一様等方性乱流における第二不変量の等値( $Q^*=0.03$ )

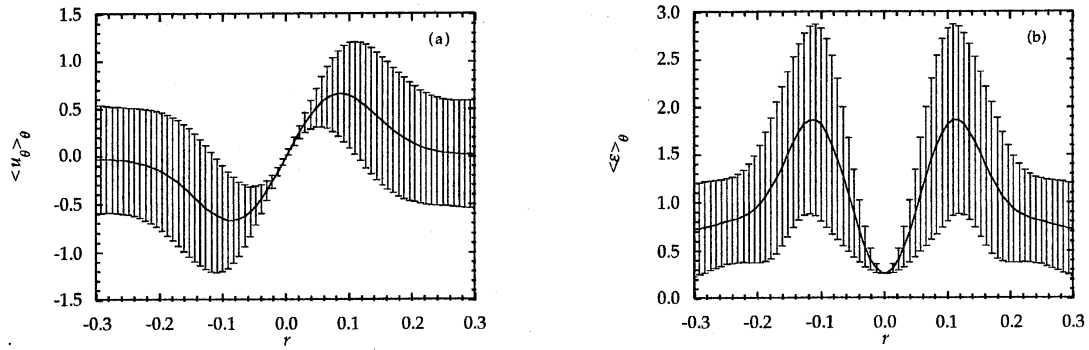


図2 一様等方性乱流における典型的な管状微細渦の平均周方向速度分布(a)とエネルギー散逸(b)

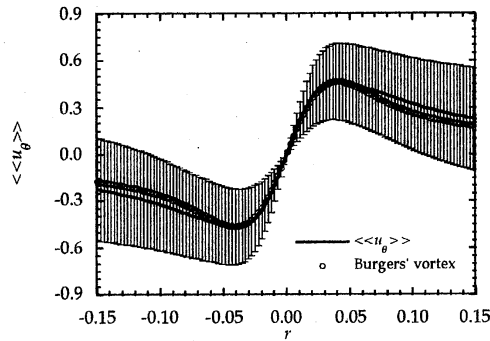


図3  $Re_\lambda=87.9$ の一様等方性乱流における coherent 微細渦の平均周方向速度分布

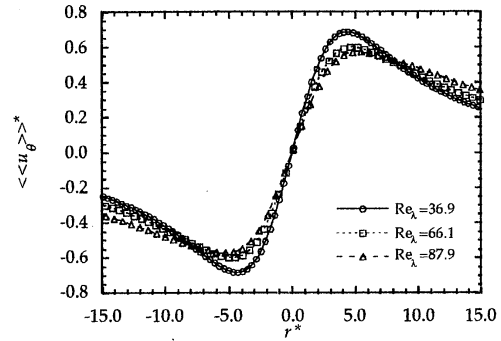


図4 一様等方性乱流中の coherent 微細渦の平均周方向速度分布

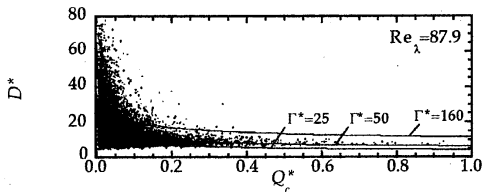


図5 coherent 微細渦の直径と中心での第二不変量の関係

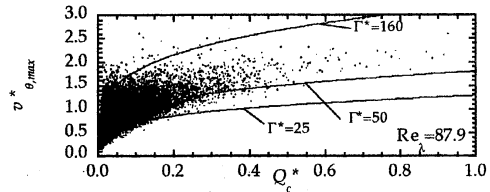


図6 coherent 微細渦の周方向最大速度と中心での第二不変量の関係

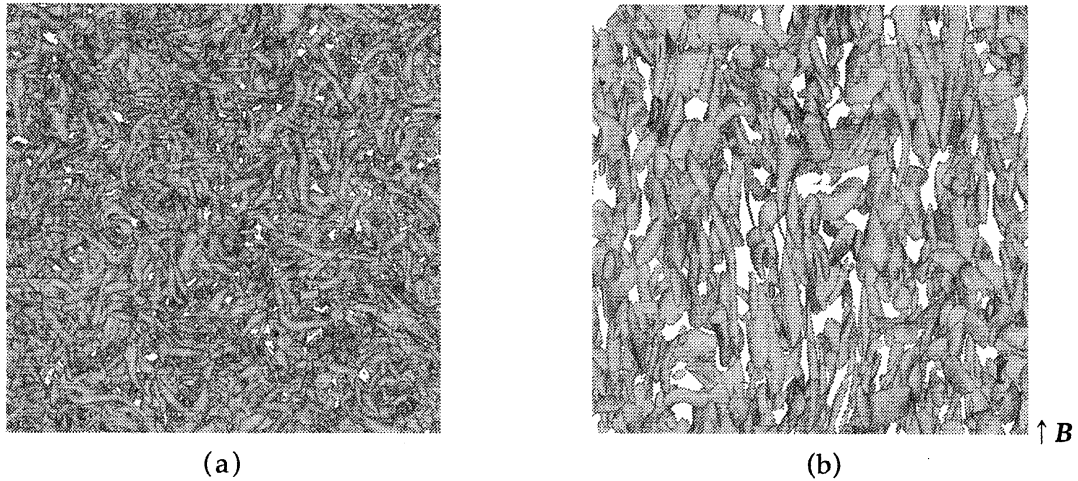


図7 一様等方性乱流(a)と MHD 一様乱流(b)における第二不変量の等値面 ( $Q^*=0.03$ )

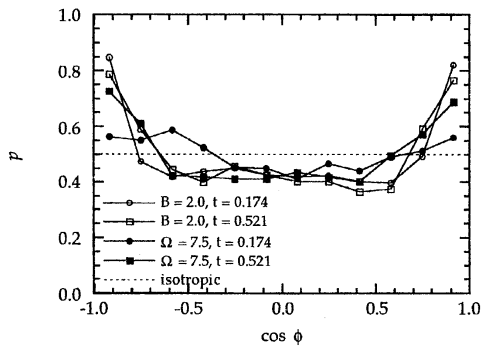


図8 MHD 一様乱流の coherent 微細渦の回転軸と平均磁場ベクトルとのなす角の確率密度関数

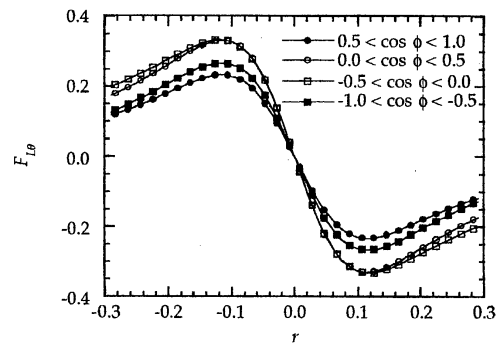


図9 coherent 微細渦に作用する Lorentz 力の周方向成分