数理解析研究所講究録
1130巻 2000年 229-244

綴術算經の異本と成立の順序

東京理科大学理学部　　小松彦三郎

1. 綴術算經の異本

建部賢弘の著書「綴術算經」は和算書の中でも最も有名なものの一つである。円周率を小数点以下40桁計算し、更に、一般の弧長を計算しようとして、我が国で初めて冪級数を発見した経緯が述べられている。写本でしか伝わらなかった和算書には誤字脱落が多く意味のとれないものも少なくないが、幸いこの本には、由緒正しい次の二書が伝世しており、この点も問題がない。

第一は、建部から将軍吉宗に献上された自筆本と信じられているもので、幕府崩壊後、浅草文庫、次いで内閣文庫に移され、現在は国立公文書館に納められている。序文の最後に、享保七歳次壬寅孟春七日（1722年1月7日）の日付がある。以後、内閣本とよぶ。所々異体字が用いられているが誤記はないようである。

第二はもともと吉宗の出身地である紀伊徳川家の図書であったものが、徳川家の図書を集めた南葵文庫に移り、関東震災後、東大図書館の復興のため寄付された。日付は享保七年歳次壬寅徐月上弦日（1722年2月8日?）とある。東大本と呼ぶことにする。右筆が清書したようで、ごく僅かな誤記があるだけである。

国書総目録 [0] には18冊の綴術算經の写本が記載されているが、殆どが東大本の系統のものである。日本哲学全書の中に収録された「綴術」の原本となった九大物理学科所蔵本を含めて、各行毎に同じというものも少なくない。東大本またはその元となった本が筆写されたのであろう。後で詳しく論ずるが、二本はかなり違っている。表題も東大本の系統のものは「綴術」または「不休綴術」または「不休建部先生綴術」となっている。不休というのは建部の号である。

和算書を読むときの苦労は、文章が分からないことであるが、この本はこの点でも問題がない。設問と解答の部分では漢文で書かれている所もあるが、残りは仮名交じり文で、しかも多くの漢字に振り仮名が付けられている。最も読みやすい和算書といってよいであろう。そのため、内容のおもしろさとあいまって、非常に多くの研究が発表されている。古くは、林鶴一と三上義夫による、冪級数を誰が発見したかについての論争となった研究が有名である。これ以後の和算研究者は誰もがこの本について何かを書いているといっても過言ではない。この会の出席者に限っても、杉浦光夫 [1, 2]、村田全 [3]、森本光生 [4]、小川束 [5, 6] などがある。

それで全てが明らかにされているかというと、全然そうでないところがこの本の不思議なところである。まず、ひと月の間に、似ているといっても違った本が二冊書かれた理由が分からない。表題の綴術が何を意味するか一致した解釈はない。冪級数発見についても、三上は一度ならず、建部賢弘は中国にいた宣教師が得た結果を知っていてあたかも自分の発見のように書いた疑いをぬぐいきれないというのであるが、いくら他に証拠があるといっても、この本を読んでこのような結論をだす人はその人の方がよほどひねくれているように思われてならない。

ところが、最初に和田秀男 [7] が指摘したように、建部賢弘も正直ではないのである。建部は円周率を小数点以下40桁正しく計算した結果を書いているが、この本に書かれている方法で計算したのでは37桁までしか正しく計算できない。これについて和田自身が一つの解釈を与え、後に森本 [4] と小川 [5] がこれとは違った解釈を与えた。（小川はこの３月、日本数学会年会での特別講演でこれが定説となっているように話したが、後に述べる理由によって私は賛成できない。）更に、冪級数展開の係数も、後で示すように建部のいう方法では全部を求めることはできないのである。

このように、綴術算經は謎の多い本であるが、この３月私は偶然これらの謎を解く鍵となるかもしれない第三の異本を発見したのでその報告をしたい。場所は東北大学付属図書館である。東北大学には綴術算經の写本が７冊収蔵されているが、この本は狩野亨吉旧蔵書の二本のうちの一本であ

る。以後狩野本と呼ぶ。この本の日付は享保七年歳次壬寅徐月上弦日となっており、東大本と同じである。内容も東大本に近いが、二本のどれよりも簡略である。一方、筆跡は内閣本に似ている。内閣本はかなり癖のある字で書かれている。狩野本の始めの部分は一見したところこれと同じである。しかし、後半になって字が乱れてくると違ってくるため始めは同筆とまでは思わなかったのであるが、読み始めたところでは和算書に多い誤字が見つからなかったこともあって、建部自筆の草稿ではないかと興奮して、東大史料編纂所に鑑定してもらった。馬場章助教授による鑑定は、残念ながら、別筆ということであった。写筆するとき字全体をまねても、糸偏、烈火などは写筆者の癖が出るのだそうである。

2. 大成算經と綴術算經

私が東北大学図書館を訪ねた主な目的は、林鶴一に伝わったはずの関流正伝の大成算經を見るためであった。

大成算經は関孝和、建部賢明および建部賢弘が1683年頃から1710年頃までかかって書いたとされる２０巻の大著である。この頃の数学を細大漏らさずに書いた重要な著作であるが、江戸時代から現在まで殆んど誰も読んだ人がいないというのが私のもっている印象である。例えば、５次の行列式の展開を関は間違え、松永良弼が訂正したといわれているが、この本の巻十七には既に正しい展開式が与えられている。また、平山諦、下平和夫らが編者である関孝和全集 [8] では、四捨五入より詳しい切り捨て、切り上げである微強、微弱の意味があらためて論じられているが、大成算經をみると巻一に入る前の所で明確に定義されている。

そのため、私は歳をとったらこの本を読むことを仕事にすると公言していたのであるが、60歳を過ぎてもなかなか実行できなかった。ところが、１年前に東京理科大学の大学院に理数教育専攻ができて、私も担当することになった。新しい学習指導要領で「総合的な学習の時間」という自由研究を含む教科ができるのに対応し研究経験をもった教師を養成しようというのが設立目的である。その第一期生で私についた３人のうちの２人と大成算經を読み始めた。東大中央図書館にある本のコピーをテキストに選んだのであるが、この本は誤記が多く、解釈するより正しい字を推定するためにかかる時間の方がずっと多いというありさまであった。そのため、まずこれよりはましな本のコピーを集め校本を作ることにしたのであるが、未だに底本となるべき本を見付けられないでいる。東北大中央図書館には以前の訪問で、蔵書目録カードにある狩野文庫と岡本文庫のそれぞれ一本を調べ、狩野文庫のものは東大のものより良い本であることを知り、猪狩惺教授のご助力でコピーも取らせて頂いた。

ところが、国書総目録によれば東北大学にはこの他に、林文庫と関算後伝の２本があることになっていたので、今回の訪問となったわけである。図書館員の全面的な協力で分かったことは、狩野文庫にもう一本、藤原集書にももう一本合計四本ある。これが全てで、林文庫の中に大成算經はない。関算後伝あるいは関算前伝は、実際にそういうものがあるのではなく、平山諦がカードの上で作った幻の集書である。

これから判断すると、林鶴一が関流を嗣いだとき大成算經は伝書の中に入っていなかったと思われる。松永良弼が嗣いだときも入っていなかったのではないだろうか。新しく見た二本は、残念ながら、東大本と同程度であった。

綴術算經と大成算經は一体の書物と考えるべきである。綴術算經には陰に陽に大成算經からの多くの引用がある。始めに述べたように、綴術算經に書かれている新しい結果は、円周率を小数点以下40桁計算したこと及び一般の弧長の式を与えたことであるが、前者は大成算經巻十二で行った24桁の計算（計算法としては30桁まで正しい）を精度を上げて繰り返したものであるし、後者も冪級数発見以外は大成算經巻十二に述べられていることと大体同じである。これらの計算の多くは「載于圓率故今畧此」の形で大成算經巻十二形率の中の圓率の引用ですませている。

また、大成算經を知らなければ理解できないような字句も多い。「満極干盡」は大成算經巻四から来ているのであろう。兄賢明の業績として、「五斜の括術」を為したとあるが、これは、おそらく、５次の行列式を用いて代数方程式の未知数の消去を実行したことをいうのであろう。大成算經巻十七以降を探せば相当する個所を見付けられると思うがまだ行っていない。

大成算經２０巻は題名の示す通り百科事典のような本である。あらゆることが書いてあって、通読には適さない。これがあまり多くの読者を持たなかった理由であろう。賢弘もこれを意識して、大成算經のエッセンスを紹介しながら、数学の神髄、そのおもしろさを読者に知ってもらおうとして書いたのが綴術算經であったと思われる。

3. 大成算經の円周率と弧背術

本論に入る前に大成算經巻十二の中の円周率の計算と弧背術を紹介する。巻之十二は次のように始まる。

形率

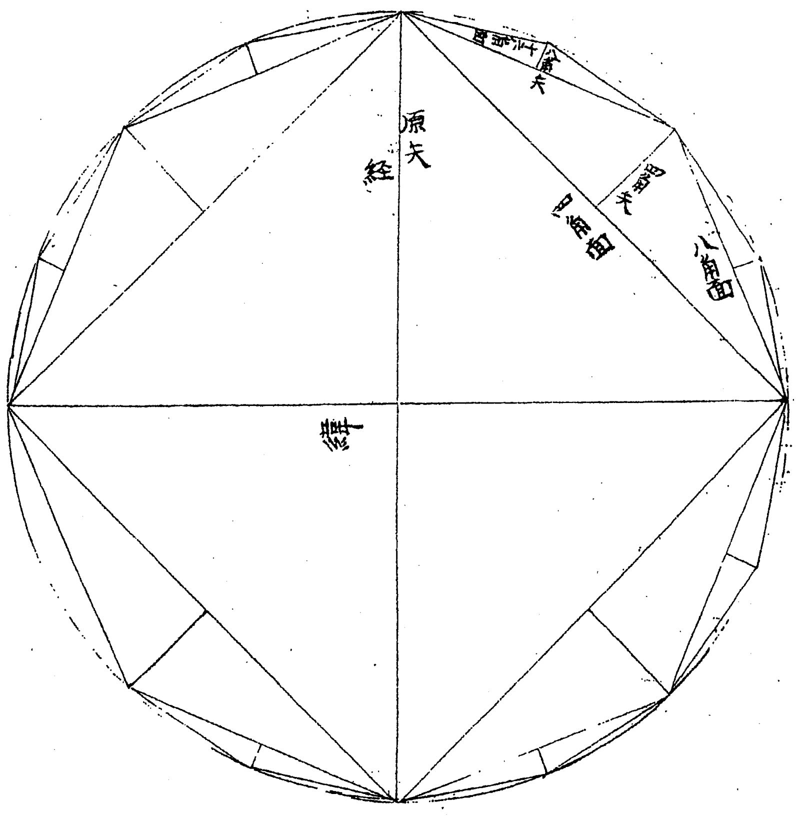
圓率第一 截周冪 定率 定周

圓者謂角之所極者也　・・・（中略）

截周冪

径一尺之圓以緯二線為原次界于経緯截作四角次作八角次作一十六角次作三十二角次第如此各依勾股術求截周冪也

解曰置径一尺自之乗線数冪四為原周冪　半径五寸為原矢乗径得四角面冪乗角数冪一十六為四角截周冪　以四角面冪減径冪一百寸餘開平方除之得凡開商末一位毎逢加減乗除自有以冪其増損雖微積之数次而遂至多故宜益尾位而開之矣以減径餘半之為四角矢乗径得八角面冪乗角数冪六十四為八角截周冪　以八角面冪減径冪餘開平方除之得数以減径餘半之為八角矢乗径得一十六角面冪乗角数冪二百五十六為一十六角截周冪逐如此至五百十二角也



$$原周冪 = {s_0}^2,$$
$$原矢 = a_0,$$
$$四角面冪 = {m_1}^2$$

等とすれば上の計算は次のようになる。

$${s_0}^2 = 10^2 \cdot 2^2.$$
$$a_0 = 5,$$
$$\cdots\cdots$$
$${m_{n+1}}^2 = a_n \cdot 10,$$
$${s_{n+1}}^2 = {m_{n+1}}^2 \cdot (2^{n+2})^2,$$
$$a_{n+1} = \frac{1}{2}\left\{10 - \sqrt{10^2 - {m_{n+1}}^2}\right\}.$$

この後、矢 a_n, 面冪 ${m_n}^2$, 周冪 ${s_n}^2$ の計算結果を表にしたものが原2角形から始まって512角形まで続くのであるが、これは省略する。矢 a_n から次の面冪 ${m_{n+1}}^2$ を計算するには10倍すればよいだけであるのに、たいていの本はどこかにまちがいがある。内容を全然理解しない人が写したためであろう。表の後に 右求截周冪九次而止若欲究多位者如前可求之 とある。綴術算經ではもう一段1024角形まで計算した。

これから後は、収束が遅い周冪 ${s_n}^2$ の収束を加速させる方法を述べる。関の括要算法巻貞 [8] では一度だけ加速させたが、ここでは少し違う加速法を何度も繰り返す。

定周

各置所求截周冪逐減前件截周冪為諸件一遍差依増約術求一遍約法除一遍諸差得数各加毎件截周冪得諸件一遍約周冪・・・

$$一差 = \Delta {s_n}^2 = {s_n}^2 - {s_{n-1}}^2,$$
$$\Delta {s_n}^2 / \Delta {s_{n+1}}^2 \to 4,$$
$$一遍約周冪 = s_n^{(1)} = (4{s_n}^2 - {s_{n-1}}^2)/3;$$
$$二差 = \Delta s_n^{(1)} = s_n^{(1)} - s_{n-1}^{(1)},$$
$$\Delta s_n^{(1)} / \Delta s_{n+1}^{(1)} \to 16,$$
$$二遍約周冪 = s_n^{(2)} = (16 s_n^{(1)} - s_{n-1}^{(1)})/15;$$

etc. etc. こうして8回の加速の後

$$s_8^{(8)} = 986.96044\ 01089\ 35861\ 88344\ 90999\ 8747弱$$
$$s^2 = 986.96044\ 01089\ 35861\ 88344\ 91微弱$$
$$s = 31.4159\ 26535\ 89793\ 23846\ 2643強$$

を得て、大成算經での定周とした。これは十分の一すると小数点以下24桁の数となる。$s_8^{(8)}$ のまま平方根をとれば30桁まで正しい円周率が得られていた。この加速法については和田 [7] 及び森本 [4] に詳しく説明されている。

次に円周率の近似分数を連分数の方法で計算する。綴術算經によればこの方法は賢明によって発見されたという。

定率

置定周依零約術得毎等強弱率択位寡而数密者為周径定率也

$$\pi = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{292 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cdots}}}}}}}}}}}.$$

こうして次の近似分数が求められた。

$$\frac{22}{7} = 3.14285\ 71428\ 57142\ 85714\ 2857\text{強}$$
$$\frac{335}{106} = 3.14150\ 94339\ 62264\ 15094\ 3396\text{強}$$
$$\frac{355}{113} = 3.14159\ 29203\ 53982\ 30088\ 4956\text{弱}$$
$$\frac{103993}{33102} = 3.14159\ 26530\ 11902\ 60407\ 2261\text{強}$$
$$\frac{104348}{33215} = 3.14159\ 26539\ 21421\ 04470\ 8716\text{微弱}$$
$$\frac{208341}{66317} = 3.14159\ 26534\ 67436\ 70552\ 0445\text{弱}$$
$$\frac{312689}{99532} = 3.14159\ 26536\ 18936\ 62339\ 75\text{微強}$$
$$\frac{833719}{265381} = 3.14159\ 26535\ 81077\ 77120\ 4419\text{強}$$
$$\frac{1146408}{364913} = 3.14159\ 26535\ 91403\ 97848\ 2541\text{強}$$
$$\frac{4272943}{1360120} = 3.14159\ 26535\ 89389\ 17154\ 3687\text{強}$$
$$\frac{5419351}{1725033} = 3.14159\ 26535\ 89815\ 38324\ 1944\text{弱}.$$

この後大成算經巻十二は弧率第二に進む。対象となるのは円を直線で切り取ってできる弓形の図形である。直線の部分を弦といい、弦の二等分垂線の弓形の部分を矢という。弓形は弦の長さと、矢の長さで決まる。これらを知って、背、即ち円弧の部分の長さを求める公式を導くことが主な問題である。

古代の数学は帝国の成立と同時にできた。異民族を含む広大な領地の住民から公平に徴税するためには、農地を測量しその面積を正確に求める必要があった。ユークリッドを読む人は、二つの図形が等しいとは面積が等しいことであるのに気付く。幾何学が完全に純粋数学になったこの頃でもなおメソポタミアあるいはエジプトの土地測量学のなごりを止めているのである。古代中国の数学を集大成した九章算術の最初の章は方田と名付けられ、種々の図形の面積を計算することに当てられている。この中に弓形の面積を計算する公式がある。

$$\frac{1}{2}\text{矢}(\text{弦}+\text{矢})$$

がその公式であるが、これは大ざっぱな近似式に過ぎない。半円に近いところでは10%以内の誤差に納まっているが、平らになるともっと悪くなる。この面積を正しく求めることは、大げさに言うならば、古代の数学最後の大問題であった。我が国では、塵劫記の遺題にこの公式を必要とするものがあったことから、多くの数学者が研究するようになった。弦と矢から背が求められれば、面積は簡単に分かる。そのため弧背を求めることに問題がしぼられる。これがやがて円理となるのである。

大成算經の弧背術は本質的には関の括要算法巻貞 [8] にあるものと同じである。直径が１尺の円を考え、矢が１寸、２寸、３寸、４寸、４.５寸の場合に弧背冪、即ち弧背の自乗を円周率を計算したのと同じ方法で計算する。そして、一般の矢に対する弧背冪をそれらの補間式によって表わすのである。関は括要算法巻元 [8] で多項式補間の一般論である招差法を作っているから、単純に６次の多項式で近似すればよいと思うが、そうはしないで、７次の多項式を５次の多項式で割った有理近似を用いている。後で示すように弧背冪を矢で冪級数展開したものは正項ばかりからなり、低い次数の多項式では精度の高い近似ができないためであろう。大成算經ではそれが５次の多項式を３次の多項式で割ったものになっている。どちらも矢が小さいとき導関数も近似するように選んでいる。そうしなければ、絶対誤差は小さくても相対誤差が大きくなることがあるからである。

矢を独立変数に選ぶかぎり、弧背自身は正則函数にならない。したがって、弧背冪を考えるほうが自然である。括要算法では円周率の計算でも弧背の計算でも周長及び弧背そのものが使われているが、大成算經と綴術算經では周冪及び弧背冪が使われている。綴術算經ではこうして毎回平方根をとる労を節約することができるのだといっているが、それだけが理由でないことに注意する。円周率40桁の計算には周長を使ったという小川の説 [5] ににわかに賛成できない理由はここにある。

4. 綴術算經の弧背術

東大本の綴術算經第十一章探弧数は次のように始まる。

弧背ノ質ヲ探ルニ半圓ニ近キ者ハ真數伏レ邉ニ近キ者ハ真數顕ル　是半圓ニ近キハ緯ニ属テ其規急ニ邉ニ近キハ經ニ属テ其規舒ナル所以ナリ　故ニ矢ノ極テ微ナルヲ以テ其数ヲ探テ術ヲ索ヘシ

(中略)

矢一忽ノ弧ヲ截テ二斜ト造シ次ニ截テ四斜ト造シ次ニ截テ八斜ト造シ如此截斜ノ数ヲ倍シテ各截半背冪ヲ求メ累遍増約ノ術ニ依テ定半背冪一糸〇〇〇〇〇〇三三三三三三五一一一一一二二五三九六九〇六六六六七二八二三四七七六九四七九五九五八七五強ヲ得ル碎約スルノ法圓周冪ヲ求ルニ同シ　但シ背ノ截數六十四斜ニ到ル截半背冪ヲ求テ増約ノ術ニ依テ真數ヲ究ル事五十許位ヲ得ルナリ其數畧之

(後略)

建部は次のようにしてこれが

$$
\begin{aligned}
&0.0000010000\,0033333351\,1111225396\,9066667282\,3477694795\,95875\\
&=(10^{-6})+\frac{2}{3}\frac{(10^{-6})^2}{2}+\frac{2\cdot 4}{3\cdot 5}\frac{(10^{-6})^3}{3}+\frac{2\cdot 4\cdot 6}{3\cdot 5\cdot 7}\frac{(10^{-6})^4}{4}+\frac{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}{3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}\frac{(10^{-6})^5}{5}+\cdots
\end{aligned}
$$

と無限級数に展開できることを知った。

まず、第一項 10^{-6} を引いて 10^{12} を掛けたものを連分数に展開する。

$$
\begin{aligned}
t_1 &= (t-10^{-6})\times 10^{12}\\
&= 0.333335111111225396906666728234776947959587 5\\
&= \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{624998.93\cdots}}}.
\end{aligned}
$$

これより、第二項は $\frac{1}{3}\times 10^{-12}$ であることを知り、以下同様に続ける。

$$
\begin{aligned}
t_2 &= (t_1-1/3)\times 10^{6}\\
&= 0.177777892063573333394901443614626254 2\\
&= \cfrac{1}{5+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4320.36\cdots}}}}}}},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
t_3 &= (t_2-8/45)\times 10^{6}\\
&= 0.114285795555617123665836848476 42\\
&= \cfrac{1}{8+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{10043.89\cdots}}}}},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
t_4 &= (t_3 - 4/35) \times 10^6 \\
&= 0.081269902837951551134190 71 \\
&= \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{6.36\cdots}}}}}}}.
\end{aligned}
$$

ここまではうまく行くのであるが、この次から問題が生ずる。

$$
\begin{aligned}
t_5 &= (t_4 - 128/1575) \times 10^6 \\
&= 0.06156811028129292087 \\
&= \cfrac{1}{16 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4.00\cdots}}}}}}}
\end{aligned}
$$

これから作った近似分数はこれまでの計算で予測されるものと違ってくる。

$$
\cfrac{1}{16 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}}}} = \frac{607}{9859} \neq \frac{128}{2079}.
$$

もう一つ手前でやめた

$$\cfrac{1}{16+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+1}}}}}=\frac{128}{2079}.$$

しかし、次は同じようにして救うことはできない。

$$\begin{aligned} t_6 &= (t_5 - 128/2079)\times 10^6 \\ &= 0.04871323135281 \\ &= \cfrac{1}{20+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{3.00\cdots}}}}}, \end{aligned}$$

$$\cfrac{1}{20+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{3}}}}}=\frac{53}{1088}\neq\frac{1024}{21021}.$$

ところが、東大本では15項、内閣本でも10項も計算した結果が書いてある。はじめに得た半背冪は55桁しかなく、この計算では毎回少なくとも6桁ずつ落ちてゆくのであるから8つ以上の項は計算できるはずがないのにである。(もっとも、建部はこれらの係数を、一つ前の係数にどんな分数を掛ければ得られるかという立場に立って計算しているのでもう少し先まで求められる。小川 [6] にその計算が載っている。しかし、いずれ行きづまるのは明らかである。)

5. 狩野本綴術算經の弧背術

初めに述べたように狩野本と東大本の間で大きな違いはない。しかし、そのわずかな違いがこの疑問を解いてくれるように思われるので、弧背術に限って簡単に紹介する。詳しくは大学院生岩下啓史君の修士論文に発表されるはずである。

狩野本では、まず、通常の和算書の書き方同様、章の初めに漢文の設問と解答があり、任意に与えられた矢に対して、円周率と同様にして半背冪が計算できるという解法が続く。東大本ではこの部分が省略されている。その後、4節冒頭で引用した部分があり、続いて、「(真術である冪級数展開)ヲ半圓ニ近キ者ニ及ホサントスルハ其術多乗ニシテ布算甚難シ（中略）乗数不多自然ノ法ニ従テ遠近均ク精數ヲ得ルノ假術ヲ設テ常法トス」と大成算經に似た有理式近似に戻る本書の立場を述べている。

この部分も東大本にはない。これらの省略で読者は迷わず冪級数展開に入っていける。内閣本も同様である。この点からみて、狩野本が東大本あるいは内閣本より先に書かれたことは間違いない。

数学的に見て一番大きい違いは矢1忽に対する半背冪を

0.0000010000 0033333351 1111225396 9066667282 3477694795
9587535726 7148043103 832926弱

と76桁も計算していることである。(狩野本では末尾が 1926弱 となっている。この程度の誤記は他にもある。) これに合わせて連分数による展開係数の計算も68桁の精度で行っている。このようにしても後の方の係数が決められないという事情は変わりがないが、推量した係数が正しいかどうかの判定はできる。他方、建部はもうすこし先の所で矢1塵、即ち直径の 10^{-10} 倍に対する半背冪を90桁(初めの1までの10桁を含めるなら100桁)計算したといっている。これを使えば、10番目位までの係数はあいまいさなしに計算できる。

15番までの係数を決定した後、狩野本では

右本術ニ依テ逐差ヲ累テ半背冪ヲ求ルニ砕抹スル事ヲ不用シテ眞數ヲ得ル事掌ヲ指カ如シ是乃弧背自然ノ數ヲ尽ス者ナリ

と書かれている。他の本でこの後半が無くなっているのは残念である。

綴術算經にある計算を算木またはそろばんで実行するには大変な手間がかかる。そのため、綴術算經についてのこれまでの研究では、本に書かれてある計算が建部が行った計算の全てであるという前提で議論されている。しかし、上の例で見るようにこれは事実でない。それではなぜ建部は折角行った高い精度の計算を隠すようなことをしたのであろうか。これは次節で紹介する彼の哲学と関係するようである。

建部にとって、数学は設問に答える数を計算することである。普通には、一般的な原則である法に基づき、求める数を計算するアルゴリズム、即ち術をたて、それによって答の数を計算する。この方法を建部は經術と呼んでいる。当時の法としては、比例、ピタゴラスの定理、簡単な図形の面積あるいは体積の公式、簡単な級数の総和法および補間多項式の公式程度しかない。術としては四則と十進数を係数とする代数方程式の数値解法があるだけである。

この状態で逆三角函数の特殊値を計算する問題を解くことは容易ではない。大成算經で、与えられた矢に対して手間さえ惜しまなければいくらでも詳しい精度で計算する実行可能なアルゴリズムと十進 4–5 桁程度の精度の一般公式は得られたが、建部はそれらに満足せず、恆に正しい値を与える一般的なアルゴリズムを得ようとした。方法としては、いろいろな矢に対して、大成算經の方法で求めた正しい値から帰納しようとした。建部のいう緯術である。そして、緯術が經術に勝ることを示すには、得られたアルゴリズムがこれまでのアルゴリズムより勝れているばかりでなく、これを導く道程も(実際より)簡単であることを示す必要があると考えたのではないだろうか。結果的には矢1忽に対するたった一つの値から求める公式が得られたことになっているが、これも実際はそうではなかったであろう。

6. 三本の比較

数学的な内容の比較は学生の研究課題であるので以上にとどめ、これ以後それ以外の内容を比較する。この本を書いた目的は、数学そのものより数学研究の心構えを伝えることにあったようであるから、これも数学的な内容に劣らず重要である。3段に並べた文の第一段は東大本、第二段は狩野本、第三段は内閣本の相当する部分である。序についで三本の章建ての対応を示す。内閣本の目録は特異であるのでそのままを掲げる。東大本には目録がない。その後に、二ヶ所の感想文とあとがきをのせる。

不休建部先生綴術（東大本）
綴術算經（狩野本）
綴術算經（内閣本）

綴術ハ綴リテ　術理ヲ探會スル者也凡ソ　物數一件ニシ
綴術ハ綴テ　術理ヲ探會スル者也凡ソ　物数一件ニシ
綴術ハ綴テ探索テ術理ヲ會シ得ル者也凡　探索ノ方理ニ據ル者有リ又數ニ據ル者有リ探ル事一件ニシ

テ術理ヲ不會ハ二件ニシテ探ル二件ニシテ不會ハ三件ニシテ探ル若シ術理深ク潜伏ストモ探ル事ヲ數
テ術理ヲ不會ハ二件ニシテ探ル二件ニシテ不會ハ三件ニシテ探ル若シ術理深ク潜伏ストモ探ル事ヲ数
テ術理ヲ不會ハ二件ニシテ探ル二件ニシテ不會ハ三件ニシテ探ル若　術理深ク潛伏ストモ探ル事ヲ數

般ニスルトキハ熟スル期到テ竟ニ不探會トイフ事ナシ然ルニ其潜伏スル者ト雖モ一旦ニシテ即チ探得
般ニスルトキハ熟スル期到テ竟ニ不探會ト云フ事ナシ然ルニ其潜伏スル者ト雖モ一旦ニシテ即　探得
般ニスル時ハ　熟スル期到テ竟ニ不探會ト云　事ナシ然ルニ其潛伏スル者ト雖　一旦ニシテ即　探リ

ル事有リ又簡易ナル者ト雖モ數般ニシテ徐ク探得事有リ蓋人質ノ　稟受ニ敏アリ魯アリ共ニ
ル事有リ又簡易ナル者ト雖モ數般ニシテ徐探得事有リ　蓋人質ノ　稟受ニ敏アリ魯アリ共ニ
得ル有リ又簡易ナル者ト雖　數般ニシテ徐探リ得ル有リ蓋人質純粋ナル者有事無シ稟ニ敏魯有テ共ニ

皆常ナル事不能是ヲ以テ時トシテ屈伸有テ伸ルトキハ通シ屈ルトキハ滞ル故ニ會スルニ遅速澀利ノ異
皆常ナル事不能是ヲ以テ時トシテ屈伸有テ伸　トキハ通シ屈トキハ　滞ル故ニ會スルニ遅速澁利ノ異
皆常ナル事不能以是　時トシテ屈伸有テ伸　トキハ通シ屈ルトキハ滞ル故ニ會ルニ　遅速澀利ノ異

ヲ為セリ其探索スルノ法ハ大率截抹削片シテ數ヲ求メ満極干盡ノ際ニ於テ或ハ増長シ或ハ損消シ類數
ヲ爲リ　其探索スルノ法ハ大率截抹削片シテ数ヲ求メ満極于盡ノ際ニ於テ或　増長シ或　損消シ
ヲ爲ス耳

ヲ設為シテ是ニ比量シ其消息ノ機ニ尋テ自然ニ據有　事ヲ探得其據ニ就テ千變萬化ニシテ法術ヲ成ナ
其消息ノ機ニ尋テ自然ニ據有ル事ヲ會シ其據ニ就テ千變萬化ニシテ法術ヲ探成

リ然トモ亦據ヲ不俟忽然トシテ會スル事有リ凡ソ據ヲ得ニモアレ不得ニモアレ徹シ會スルノ處ハ思議
然ルニ亦其據無キ所ニ於テ不測忽然トシテ探會スル事有ル者

スヘカラス其玄妙敢テ説解スヘキ所ニ非ス夫算ハ法則ヲ立テ術理ヲ究メ員數ヲ量ルヲ以テ事トス其事
微妙ニシテ敢テ説解スヘキ所ニ非ス夫算ハ法則ヲ立　術理ヲ究　員数ヲ量　ヲ以テ事トス其事
夫算ハ法則ヲ立　術理ヲ究　員數ヲ計　ヲ以テ事トス其事

タルヤ理ヲ察ニシテ術ヲ施シ術ニ依テ數ヲ得ル者ハ順ニシテ經術ナリ數ニ從テ術ヲ探リ術ニ憑テ理ヲ
タル也理ヲ察シテ　術ヲ施シ術ニ依テ数ヲ得ル者ハ順ニシテ經術ナリ數ニ従テ術ヲ探リ術ニ憑テ理ヲ
タル也理ヲ察シテ　術ヲ施シ術ニ依テ數ヲ得ル者ハ順也　數ニ従テ術ヲ課リ術ニ憑テ理ヲ

索ル者ハ逆ニシテ緯術ナリ其順逆皆綴術ニ貫セリ故ニ探テ法則ヲ可立探テ術理ヲ可察探テ員數ヲ可量
索ル者ハ逆ニシテ緯術ナリ其順逆皆綴術ニ貫セリ故ニ探テ法則ヲ可立探テ術理ヲ可察探テ員數ヲ可量
索ル者ハ逆也　其順逆皆綴術ニ貫セリ故ニ探テ法則ヲ可立探テ術理ヲ可察探テ員数ヲ可計

仍テ　十二條　ノ術例ヲ舉テ探索ノ大意ヲ述ヘ綴術ノ證トス
仍テ　一十條　ノ術例ヲ舉ケ探索ノ大意ヲ述　綴術ノ證トス
仍テ法術數ノ三等ヲ立テ數理ノ據ヲ別チ一十二條ノ術例ヲ舉テ探索ノ大意ヲ述　綴術ノ證トス且吾生

隋史ヲ按スルニ祖冲之所著之
隋史ヲ按スルニ祖冲之所著之
得質分ノ偏駁ハ自然ニシテ實ニ不可變事ヲ説テ此書ヲ爲レル所以ヲ著ス隋史ヲ按スルニ祖冲之所著之

書名為綴術學官莫能究其深奥是故廢而不理ト云ヘリ近歳吾適ニ彼綴ノ一字ヲ観テ豁然トシテ其旨ヲ會
書名為綴術学官莫能究其深奥是故廢而不理ト云ヘリ近歳吾適ニ彼綴ノ一字ヲ觀テ豁然トシテ其旨ヲ會
書名爲綴術學官莫能究其深奥是故廢而不理ト云リ　吾適ニ彼綴ノ一字ヲ採用ニ到テ

シ得タリ　嗚呼冲之ハ絶代ノ　達人乎宜ナル哉　其玄妙ノ真理學テ識ヘカラスカテ得ヘカラサル耳
シ得タリ　嗚呼冲之ハ絶代ノ　達人乎宜ナル哉　其玄妙ノ眞理学テ識ヘカラスカテ得ヘカラサル事
熟思ニ冲之ハ是上古ノ達人ト謂ヘシ　蓋其玄妙ノ眞實ハ聽テ不可識思テ不可得者乎

學者自己ノ本質ヲ識盡テ後智ヲ役シ神ヲ究シテ幽トシテ徹悟スヘシト云爾
學者自己ノ本質ヲ識盡テ後智ヲ役シ神ヲ究シテ幽トシテ徹悟スヘシト云爾

于時享保七年歳次壬寅徐月上弦日武陽江城陋士　不休誌
于時享保七年歳次壬寅徐月上弦日武陽江城陋士　不休誌
享保七　歳次壬寅孟春　七日武陽江城陋耆士不休書

目録

探因乗法則　第一	探帰除法則　第二	探重互換術理　第三
	探因乗歸除之法　第一	探重互換　第二
探乗除法　第一	探乗除法　第一	探織工重互換術　第五
探開平方數　第四	探立元法則　第五	探薬種為方術　第六
探開平方之數　第三	探立元之術理　第四	探薬種爲方之術　第五
探開平方數　第十	探立元法　第二	
就探四角朶術探會累裁招差法　第七	探求球面積術　第八	探算脱法　第九
因探四角朶之術探會累裁招差之法第六	探求球面積　第七	探算脱　第八
探招差法　第四	探求球面積術　第八	探算脱術　第七
探圓數　第十	探弧數　第十一	探碎抹術理　第十二
探圓數　第九	探弧數　第十	
探圓數　第十一	探弧數　第十二	探碎抹數　第九

内閣本独自の章　　探約分法　第三　　探直堡求極積術　第六
内閣本の目録
探法則　四條
　乗除　據理探法　第一　立元　據理探法　第二　約分　據數探法　第三　招差　據數探法　第四
探術理　四條
　織工　據理探術　第五　直堡　據理探術　第六　算脱　據數探術　第七　球面　據數探術　第八
探員數　四條
　碎抹　據理探數　第九　開方　據理探數　第十　圓數　據數探數　第十一　弧數　據數探數　第十二
自質説　一條

探求球面積術　第八　の中間
探求球面積術　第七　の末尾
探求球面積術　第八　の末尾

關氏　萬法ヲ理會スルハ形ヲ見テ蹊條ヲ立ルヲ以テ原要トセリ是ハ此探ル事ヲ不為シテ首ヨリ真法ヲ
關氏
關氏曰萬法ヲ理會スルハ形ヲ見　道條ヲ立　ヲ以テ原要トス　是ハ此探　事ヲ不爲シテ首ヨリ眞術ヲ

會スルノ奥旨ナリ以是其球心ヲ錐ノ尖ト見球半徑ヲ錐高ト見球積　ヲ錐積ト見テ積ニ錐法三ヲ乗シ錐
　　　　　　　　球心ヲ錐ノ尖ト見　球積ヲ錐積ト見球半徑ヲ錐高ト見テ積ニ錐法三ヲ乗シ錐
會スルノ奥旨也ト

高ヲ以テ除キ錐面ノ積ヲ得ルヲ便チ球面ノ積トス　乃　　其球ノ形ヲ察シテ中心ヲ極トシ錐形ト見造
高ヲ以テ除キ錐面積ヲ得ル者　即　球面ノ積ナル事ヲ探會セリ
　　　　　　　　　　　　　　　　乃後ノ術球ノ形ヲ察シテ中心ヲ極トシ錐形ニ見造

ハ　形ヲ見蹊條ヲ立ル所以ナリ是探ル事ヲ不用直ニ真法ヲ理會スル事最奇捷タリ故ニ前法ヲ　以テ下
　　　　　　　　　　　　　是直ニ眞法ヲ會スル事最奇ナリ　　故ニ前法ヲ　以テ下
ハ即形ヲ見道條ヲ立ルニシテ　探ル事無ク　直ニ眞術ヲ理會スル也　　故ニ始ノ術ヲ以テ下

等ナリトセリ吾元来質ノ魯ナルヨリ観ルニ總テ　　直ニ真法ヲ　會セントスレハ此題ノ如キ速ニ
等ナリトセリ吾質ノ元来魯ナルヨリ觀ルニ總テ　　直ニ真法ヲ探會セントスレハ或ハ　　速ニ
等ナリト爲リ吾元来質ノ魯ナルヨリ觀ルニ總テ理ニ據テ直ニ眞法ヲ　會セントスレハ此術ノ如キ速ニ

會シ　得ヘキニ逢トキハ最容易ナリト雖モ或ハ　會シ難キニ到テハ必得ヘカラス大率邉ヨリ徐ク探テ
探　　得ヘキニ逢トキハ　容易ナリト雖モ如シ探會シ難キニ到テハ必得ベカラス大率辺ヨリ徐ク探テ
理ノ察シ易キニ逢トキハ最容易ナリト雖　　或理ノ據無ニ逢時ハ必得ヘカラス　是ノ如キハ純數ヲ

據有ル事ヲ會シ其據ニ就テ全キヲ探リ得テ後却テ真法ヲ成ス者即綴術ノ本旨ナリ以此強テ下等ナリト
據有ル事ヲ會シ其據ニ就テ全キヲ探得テ後　却テ其法ヲ成ス者即綴術ノ本旨ナリ以此　下等ナリト
以テ探リ　探テ據有ル事ヲ會シ其據ニ就テ　眞法ヲ成得ル者也　　以此強ニ下等ナリト

不爲蓋探ラサレハ會シ難キ事有ルハ是質ノ魯ナルニ依ルユヘ也　明達ナラハ不探トテモ何ンソ
不爲
不爲蓋探ラサレハ會シ難キ事有ルハ是質ノ偏駁ナルニ依ユヘ乎如純粋ナラハ數ト理ノ據ヲ別ツ事無ク

事々會シ難キ事有ンヤ　　然トモ　是ハ吾不臻處ナリ　　　　　　　　　　　　　　　　　　凡ソ員數ニ於

事事不探シテ直ニ會セン耳然レトモ是ハ吾質偏駁ナルユヘ脩シ盡テモ更ニ至ル事無處也凡　員數ニ於

ル術理ニ於ル法則ニ於ル皆　　元来自然ニ具レル者ナリ是ヲ會セルハ敢テ新ニ其道ヲ蹊タルニ非ス自

ル術理ニ於ル法則ニ於ル總テ咸元来自然ニ具レル者ナリ是ヲ會セルハ敢テ新ニ其道ヲ蹊タルニ非ス自

然ノ道ニ合會スルナリ然ルトキハ其探テ會スルトモ亦可ナラン歟曽テ意フニ關氏カ生知ナル事世ニ冠
曽テ意フニ關氏カ生知ナル事世ニ冠
然ノ道ニ合會スルナリ然ルトキハ其探テ會スルトモ亦可ナラン歟　熟意フニ關氏カ生知ナル事世ニ冠

タリ然モ常ニ謂ラク圓積ノ類甚難シ不可得者ト嗚呼是安行ニ住セル故乎吾ハ言フ圓積ノ類ト雖モ易シ
タリ然モ常ニ謂ラク圓積ノ類甚難シ不可得者ト嗚呼是安行ニ住セル故乎吾ハ言フ圓積ノ類ト雖モ易ク
タリ然モ常ニ謂ラク圓積ノ類甚難シ不可得者ト嗚呼是安行ニ住セル故乎吾ハ言フ圓積ノ類ト雖カヲ用

テ　必　得ル者ト即是苦行ニ止マルユヘナリ其關氏カ不可得ト謂フハ安行ニ住シテ安行ナルユヘ探ル
シテ必ス得ル者ト即是苦行ニ止マルユヘナリ其關氏カ不可得ト言フハ安行ニ住シテ安行ナルユヘ探ル
イテ必　得ル者ト即是苦行ニ止マルユヘナリ其關氏カ不可得ト謂ハ　安行ニ住シテ安行ナルユヘ探

事無シテ直ニ得ルヲ貴フニ依ル必シモ不得ニハ非サラン　　　　　　　　吾質ノ魯ナルユヘ安行ニ住シ
事無シテ直ニ得ルヲ貴フニ依ル　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　吾質魯ナルユヘ安行ニ住シ
事無シテ直ニ得ヲ意トスルニ依必シモ不得ニハ非シ或事ヲ不盡處歟吾生得ノ質魯ナルユヘ安行ニ住シ

テ安行ヲ得ルノ地ニ到ル事ナシ常ニ苦行ニ止テ　而モ泰ニ居ル道ヲ得タリ　　故ニ探索テ必ス得ルト
テ安行ヲ得ルノ地ニ到ル事ナシ常ニ苦行ニ住シテ除　泰ニ居ル道ヲ得タリ　　故ニ探索テ必ス得ルト
テ安行ヲ得ルノ地ニ至ル事無シ常ニ苦行ニ止テ　而モ泰ニ居ル道ヲ肯スル事有故ニ探索テ必　得ルト

為リ是ヲ以テ　　實ニ知ンヌ吾本質孝和ニ比スレハ減レル事十ニシテ一ナル事ヲ
為リ是ヲ以テ　　實ニ知ンヌ吾本質孝和ニ比スレハ減レル事十ニシテ一ナル事ヲ
爲リ是ヲ以テ省意フニ吾生得ノ本質孝和ニ比スレハ減ル　事十ニシテ一ナル事ヲ

探算脱法　第九　の末尾
探算脱之法　第八　の末尾
探算脱術　第七　の中

右算脱ノ法ハ兄賢明カ探會スル所ナリ賢明カ生知孝和ニ亞リ其稟受ノ氣情　虚弱ニシテ常ニ病日多シ
右算脱ノ法ハ兄賢明カ探會スル所ナリ賢明カ生知孝和ニ亞リ其稟受ノ氣情　虚弱ニシテ常ニ病日多シ
　算脱ノ術ハ兄賢明カ探會スル所ナリ賢明カ生知孝和ニ亞リ其稟受ノ氣情最怯弱ニシテ常ニ病日多カ

　曽テ五斜ノ括術ヲ為ント欲シテ甚繁雑セリ　假ヒ萬位ニ及フトモ一日ニ百位ヲ造サハ徐ク百日ニ
　曽テ五斜ノ括術ヲ為ント欲シテ甚繁雑セリ　假ヒ萬位ニ及フトモ一日ニ百位ヲ造サハ徐ク百日ニ
リシ曽　五斜ノ括術ヲ爲ント欲シテ甚繁雑セリタトヒ萬位ニ及フトモ　日ニ百位ヲ造ハ　徐　百日ニ

シテ畢テント言テ果シテ月餘ニシテ悉ク造セリ　賢明没シテ後吾彼成シ得タルヲ意テ始テ實ニ肯スル
シテ畢ラント言テ果シテ月餘ニシテ悉ク成セリ　賢明没シテ後吾彼成シ得タルヲ意テ始テ實ニ肯スル
シテ畢テント言テ果テ　月餘ニシテ悉成シ得タリ賢明没シテ後吾彼成　得タルヲ意テ始テ實ニ肯スル

事ヲ得タリ旬日ナラスシテ黄赤道立成ヲ　　造リテ中根丈右衛門ニ授ク于時五十有七歳也　亦徃歳
事ヲ得タリ旬日ナラスシテ黄赤道立成ノ原數ヲ造リテ中根上右衛門ニ授ク于時五十有七歳也　又徃歳
事ヲ得タリ旬日ナラスシテ黄赤道立成ノ元數ヲ求得テ中根上右衛門ニ授ク時ニ五十七歳ナリキ亦吾少

吾少ク壮ナリシ時宣明暦天正ノ氣朔轉交　ノ分數ヲ以テ積年ヲ求ル數ヲ造シ畢テ以為多位ニシテ甚為
吾少ク壯ナリシ時宣明暦天正ノ気朔轉交　ノ分数ヲ以テ積年ヲ求ル數ヲ造シ畢テ以為多位ニシテ甚難
カリシ時所問有テ宣明暦天正氣朔轉交四件ノ分數ヲ以テ積年ヲ求ル段數ヲ爲畢テ以爲多位ニシテ最難

難キ者ト今衰老スルニ及テ　精氣徐ク一半ヲ損シテ　　御テ許多ノ數ヲ造ル事　　　壮ナリシ時ニ
為キ者ト今衰老スルニ及ヒテ精氣徐ク一半ヲ損シテ　　御テ許多ト數ヲ造ル事　　　壯ナリシ時ニ
爲　者ト若今既ニ齢傾キ　　情氣徐一半ヲ損スルニ逮テ却テ許多ノ數ヲ求メカヲ用ル事壯ナリシ時ニ

倍セリ　　　　　　　　是即算法ノ我心ニ從フユヘ難シト不意也　凡ソ探法ニモアレ施術ニモアレ
倍セリ　　　　　　　　是乃算法我カ心ニ從フユヘ難シト不意如シ
倍セリ而ルニ難シト不爲ハ是算ノ實ニ我心ニ從ユヘナリ　　　　凡　求數ニモアレ施術ニモアレ

求數ニモアレ如シ一些モ難シト意フ事有ルハ實ニ心ニ不從ユヘ也　　　　　　其　心ニ從フト
　　　　　　　　　　　　　　　　　心ニ不從者ハ必難シト意フナリ　其我心ニ從フト
探法ニモアレ總テ一些モ難シト意事有ハ　　心ニ不從處有テ眞實ノ不至ニ依レリ其　心ニ從フト

不從トノ意ヲ實ニ識ル者ハ賢明一人乎夫　思慮ノ慧利ナルニ依ル事ナク亦氣精ノ壮盛ナルヲ用ル事無
不從トノ實意ヲ　識者ハ　賢明一人乎凡ソ思慮ノ慧利ナルニ依ル事ナク又氣精ノ壮盛ナルヲ用ル事ナ
不從トノ意ノ實ヲ識者ハ　賢明　　　乎夫思慮ノ慧利ナルニ依ル事無ク亦氣情ノ壯盛ナルヲ用ル事無

ク泰ニ居テ常ニ為テ不止者ハ即柔ヲ以テ剛堅ヲ砕キ寡ヲ以テ衆多ヲ量ルノカナリ學フ者實ニ得テ知ス
ク泰ニ居テ常ニ為テ不止者ハ即柔ニシテ甚堅キヲ砕キ寡ヲ以衆多ヲ量ルノカナリ學フ者實ニ得テ知ス
ク泰ニ居テ常ニ爲テ不止者ハ即柔ヲ以テ剛堅ヲ碎キ寡ヲ以テ衆多ヲ量ルノカナリ

ンハ敢テ綴術ノ本旨ヲ理會スヘカラス
ンハ敢テ綴術ノ本旨ヲ理會スヘカラス

探砕抹術理　第十二　の末尾
探弧數　第十　の末尾
自質説　一條

算　數ノ心ニ從フトキハ泰シ不從トキハ苦シム　　　　　　　　　　從フトハ　其事未會
算　數ノ心ニ從フトキハ泰シ不從トキハ苦シム　　　　　　　　　　從フトハ　其事未會
算ノ數ノ心ニ從フトキハ泰シ不從トキハ苦ム　所謂心ニ從フハ即質ニ從フナリ其從フ所以ハ其事未會

以前ニ必ス得ル事ヲ實ニ肯スルユヘ心ニ疑フ事無シテ泰ニ居ル泰ニ居ルユヘニ常ニ為テ不止常ニ為テ
以前ニ必ス得ル事ヲ実ニ肯スルユヘ心ニ疑フ事無シテ泰ニ居ル泰ニ居ルユヘニ常ニ為テ不止常ニ為テ
以前ニ必可得ヲ肯スル心有ルユヘ　　疑フ事無シテ泰ニ居ル泰ニ居ルユヘ　常ニ爲テ不止常ニ爲テ

不止ユヘ不成得トイフ事ナシ不從トハ其事未會以前ニ可得ヲモ不可得ヲモ料ル事無シテ疑フ疑フユヘ
不止ユヘ不成得ト云フ事ナシ不從トハ其事未會以前　可得ヲモ不可得ヲモ料事無シテ　疑フ疑フユヘ
不止ユヘ不成得ト云　事ナシ不從者ハ其事未會以前ニ可得ヲモ不可得ヲモ料ル事無シテ疑フ疑フユヘ

ニ苦ミ　屈ス苦ミ屈スルユヘニ成得ル事難シ吾算ヲ學テヨリ常ニ安行ヲ　　　　意テ算法ニ苦　ム事
ニ苦シミ屈ス苦ミ屈スルユヘニ成得ル事難シ吾算ヲ學テヨリ常ニ安行ヲ　　　　意テ算法ニ苦シム事
ニ苦ミ　屈ス苦ミ屈スルユヘ　成得　事難シ吾算ヲ學テヨリ常ニ安行ナラン事ヲ意テ算法ニ苦　ム事

久シ蓋是未自己ノ質ヲ　不盡ユヘナリ徐　六旬ニ及ントスル比自生レ得ル本質ノ魯　ナル事ヲ實ニ識
久シ蓋是未自己ノ質ヲ　不盡ユヘナリ徐ク六旬ニ及ントスル比自ヲ　　　本質ノ魯　ナル事ヲ　識
久シ蓋是未自己ノ質分ヲ不盡ユヘナリ徐六旬ニ及バントスル比自生レ得ル本質ノ偏駁ナル事ヲ實ニ識

得テ算法ノ心ニ從フ事ヲ會セリ　凡ソ算ヲ以テ己ニ從ヘテ自心ノ中ニ容ルトキハ知ト未知トノ分有ル
得テ算法ノ心ニ不從ト云フ事無事ヲ會セリ　故ニ此書ヲ造テ吾生得ノ質ヲ見ス耳
得テ算ノ數ノ質ニ從事ヲ肯セリ　嗚呼自己粹偏ノ本質ハ人人生レ得ル儘ニシテ學ヒ盡スト雖更ニ増長
スル事無ク又廢忘スト雖些モ損消スル事靡シ乃其偏質ヲハ思議スヘシ粹質ヲハ思議スヘカラス人人自此質分ヲ不盡ハ敢テ算ノ質ニ從フ眞實ヲ會スヘカラス然ルニ人皆質分ノ粹偏生得ノ自然タル事ヲ不曉學盡シテ後ハ咸通明ニシテカヲ用事無ト爲リ惑ヘル哉如此ハ純粹ノ質ハ學テ得ル者ト思ヘル也如何ソ學テ純粹ノ質ニ變成スル事有ンヤ蓋其質分ヲ盡シ道ニ體スルトモ生得ノ質ハ便生得ノ質ニシテ動ク事無ク變スル事無ク亦可惑事モ無ク還可明事モ無ク而モ毎ニ事ニ臨テハ難易ニ從テカヲ不用ト云事無耳亦嘗聞或某藝ヲ呑ト是ハ此本質ノ純粹ナル者ヲ謂フ歟熟思フニ藝ヲ以テ己ニ從ヘテ自心ノ中ニ容ルトキハ可議ト不可議トノ分有ユヘ其可議限ハ我ニ從フト雖不可議ニ到テ

ユヘ從フ者ハ我ニ從ヒ不從者ハ我ニ從フ事ナシ自己ヲ以テ聊モ忤フ事無ク咸ク算中ニ容ルトキハ自心

ハ我ニ不從事有リ吾ハ謂フ自己ヲ以テ些モ忤フ事無ク咸算ノ中エ入トキハ自心ト道ト混一ニシテ可議

ト道ト混一ニシテ知レル事モ我ニ從ヒ未知事モ我ニ從フナリ今吾算ノ心ニ從フ所以ヲ説事正ニ如此ト

ハ可議シテ我ニ從ヒ不可議ハ不可議シテ又我ニ從フ是乃道ニ體スルノ一端也矣夫算ノ道ヲ心ニ知テ言ニ説者ハ不實ナリ道ニ體シテ事ニ行フ者ハ眞實也此道ニ體スル眞實ハ敢テ不可思議者也而ルニ其思議スヘカラサル眞實ニ於テ自是ヲ修スルニ吾生得ノ質ニ随フ一个ノ則有事ヲ肯得タリ然レトモ吾道猶未熟故ニ不説之也其可言ヲ肯シテ後ニ言事有ン歟是即吾偏質也蓋純粹ノ質ニシテハ總テ一字トシテ可説事無シ何ヲカ説事有ン其説事有ルハ即是生得ノ偏質ヲ説者也凡生得粹偏厚薄ノ質人人齊者有事無シ以是吾算ノ質ニ從フ所以ヲ説事

イヘトモ必ス人モ亦心ニ從フ所以ハ如此トイフニ非ス故ニ如シ算ヲ學フ者此書ヲ覩テ徒ニ是トスル事
後来算法ヲ学フ者此書ヲ視テ徒ニ是トスル事
正ニ如此ト雖人モ亦質ニ從フ所以ハ是ノ如シト云ニ非ス故ニ如算ヲ學フ者此説ヲ聽テ徒ニ是トスル事

無レ亦空ク非トスル事無レ人々自己ノ生レ得ル所ヲ識盡シテ質ニ随テ算法ノ心ニ從フ所以ヲ説ヘキ也
无レ又空ク非トスル事無レ人人自己ノ生レ得ル所ヲ識盡シテ質ニ随テ算法ノ心ニ從フ所以ヲ説ヘキ也
無レ又空シク非トスル事無レ唯人人自己ノ生得ル質ヲ實ニ識得テ質ニ從テ算ノ數ノ眞實質ニ從フ所以
ヲ説ヘキ也

現在の数学研究に通じることが書かれていて身につまされると感じる人も多いだろう。探求球面積術の最後の部分を「自分は孝和に比べれば十分の一だ」と読む人が多いが、私は「十分の九」と読みたい。探算脱法の中に立成という言葉がでてくる。これは天文暦の中の数表のことである。中根丈(上)右衛門は吉宗の下で改暦に従事した中根元圭である。彼の進言で洋書解禁が行われた。建部賢弘より年長であるが、数学に関しては弟子であったようである。関孝和と建部賢弘が弧背冪の近似式を作るのに熱心であったのは立成作成のためと私は考えている。宣明暦の積年については今回藤井康生氏の講演があった。

さて、このように比較してみると三本は同じ所も多いが、それぞれ違う点も少なくない。内閣本とそれ以外では立場が違う。内閣本では法術數が主役であり、章建てもこの観点からたてられている。他方、狩野本と東大本では演繹である經術と帰納である緯術を総合した綴術が法術數にとって代わっている。建部は綴術について祖冲之の書名であること以外何も明確なことを言っていないが、狩野本と東大本の本文で繰り返し述べられている「是綴術ノ本旨ナリ」という文を素直に解釈するならこのように受け取らざるを得ない。他方、内閣本の中で綴術という言葉は書名と序以外には現れない。

一方では、内閣本と東大本の類似も目に付く。ここで引用した部分でもそれは明らかであるが、この他、巻末に中根元圭による付録が添えられているところも両本に共通する。この付録に対して内閣本には乙巳夏至十三日という序文より3年後の日付が付けられている。

7. 三本の成立順序

以上から私はこの三つの本は次のようにしてできたと考える。大成算經完成後も気になっていた弧背術が本文に書かれたような形にでき上がり、これを用いて作った新しい近似式で暦のための立成も関孝和に勝るものを作ることができた。建部はこれで数学は完成したと思ったのではないであろうか。永年師の天才に対して劣等感を抱き続けてきた建部は、この時点で始めて師を乗り越えることができたと確信し、魯(おろか)な自分に敏(さと)い師のできなかったことができた理由を本に書こうとした。一つは、一人の人間は常におろかであるわけはないので、できるものと確信し、絶えず努力することであり、もう一つは、正しい方法を身につけることである。

方法論を述べるため選んだ最初のキーワードは法術数であった。関は法から出発することしか考えなかったが、自分はそれ以外の道もあると考えて試み成功した。本の題材もこの考えにそって選んだ。享保7年正月に本文が完成し、書名を選ぶ時点になって始めて、祖冲之の綴術を書名にすることを思いつき、序文を書いた。こうしてできた本が内閣本の原形である。内閣本に近いが、同じではなかったと思われる。

書名が決まると、建部は綴術の方がより適切なキーワードであることに気づいた。そして、この観点から、題材を削り、読みやすくするため配列も変えて書き直したのが狩野本の元の本である。数学者向けにいくらかのデータを書き加えたが、本質的には削除だけの仕事であったため早く終わり、2月に完成することができた。これは中根元圭を含む親しい弟子達に回覧され、狩野本はその間に原本から直接筆写された。というのは、字の印象が似ているばかりでなく、数表の中の一を乙、三を参と書き、吾を小さく書くところまで同じであるからである。

それから3年間、元圭の付録が付けられるまで、二つの本は折々に改訂されて、現在の内閣本と東大本になった。東大本は右筆の手で清書され、それから幾つかのコピーが作られた。一方、内閣本の原本は建部の手許にあったが、改暦の相談相手であった元圭から、あるいは賢弘自身からこの本のことを聞いた吉宗に所望されて、賢弘自身が清書して献上した。内閣本の方が選ばれたのは、数学者でない吉宗のためにはこちらの方が適当と思ったからかもしれないし、あるいは単に東大本が手許になかったからかもしれない。

以上は全くの想像であるが、割合よく綴術算經の謎を説明しているのではないかと思う。なお、狩野本の出現により、賢弘がこの本に付けた書名が綴術算經であることは明らかになった。冪級数

発見は画期的なことであった。そのため、綴術は冪級数を意味するようになってゆくが、それはまた別の話である。

ところで、建部自身が冪級数の意義をどのように評価していたのか、綴術算經を読むだけでは必ずしもよく判らない。冪級数として理解していたかどうかも判らない。われわれは、関あるいは建部の仕事を現在の数学の記号に書き直して理解し、それが多項式近似、有理式近似、あるいは冪級数であるといっているのであるが、彼らが書いたとおりならば、与えられた変数の値に対し、弧背が根となる代数方程式の係数をどのようにして計算するかというアルゴリズムだけであって、多項式を表わす記号すらなかった。中国および日本の数学の伝統では代数方程式の未知数を表わす文字はなく、函数表現の中の変数と結び付けることはできなかったのである。

西洋でも函数の概念が生まれるのはグレゴリーやニュートンが冪級数展開を発見して以来のことであり、オイラーに至るまで函数とは冪級数に表わされるものであった。矢を変数とする弧背冪は収束半径１の冪級数に展開され、それを変数の値が２分の１までの範囲で使うのであるから、冪級数展開は決して能率の悪いものではない。10項もとれば 4–5 桁の精度で値が求まる。実用上もこれで十分であったはずである。日本人が作った数表は、関や建部の作った立成を含めて、むやみに桁数が多い。これは日本人の悪い癖というべきであろう。

いずれにせよ、関孝和から建部賢弘の時代まで、日本の数学は暦学と関わり、ほぼ函数概念を手に入れることができた。その後、この関係が途絶えてしまったのは残念である。吉宗がめざし、中根元圭、建部賢弘らが協力した改暦も実現しないで終わってしまった。

関の時代の改暦は貞享２年（1685）保井春海によってなされた。これは823年ぶりの、しかも日本人の手になる始めての改暦であった。関孝和は随分と協力したようであり、関全集 [8] の年表で追うことができる。ところで、この年表には春海が、渋川春海、安井算哲、保井春海という三つの名前で登場する。これが同一人物であることも史料編纂所の馬場氏に確認していただいた。なお、馬場氏によれば、春海の弟子の一人が「はるみ先生」と書いている史料があるそうである。

[0] 森末義彰–市古貞次–堤精二編纂、国書総目録、岩波、1963–1976.

[1] 杉浦光夫、和算家の思想について、東京大学教養学部教養学科紀要 8(1976), 35–64.

[2] 杉浦光夫、円理—和算家の解析学について、東京大学教養学部紀要・比較文化研究 20(1982), pp. 1–20.

[3] 村田全、建部賢弘の数学とその思想、数学セミナー、1982年8–12月.

[4] 森本光生、UBASICによる解析入門、日本評論社、1992.

[5] 小川束、円理の萌芽 — 建部賢弘の円周率計算 —、数理解析研究所講究録、1019(1997), 77–97.

[6] 小川束、近世日本数学における円理の萌芽とその特質、数式処理システムによる17, 18 世紀日本数学の再現を方法として、東京大学大学院総合文化研究科博士論文、1999.

[7] 和田秀男、高速乗算法と素数判定法、上智大学数学講究録 15、上智大学数学教室、1983.

[8] 平山諦－下平和夫－広瀬秀雄編、関孝和全集、大阪教育図書、1974.