数理解析研究所講究録
1158巻 2000年 110-116

MICROLOCAL ANALYSIS OF REGULAR SINGULARITIES IN THE WEAK SENSE

KEISUKE UCHIKOSHI (打越敬祐)

National Defense Academy (防衛大学校)
e-mail: uchikosh@cc.nda.ac.jp

Abstract. We study pseudodifferential operators with regular singularities in the weak sense, microlocally. If the characteristic variety is real, then we can study the structure of the solutions. We also discuss about the non-local operators which describe the solutions.

1 序論

確定特異点の概念を偏微分作用素の場合に拡張する議論は二つある．それは柏原，大島両氏による強い意味の確定特異点 ([4] を参照) と Baouendi，Goulaouic 両氏による弱い意味の確定特異点 ([2] を参照) である．いずれの場合も

$$P(x,y,\partial_x\partial_y)=x^2\partial_x^2+a(x,y)\partial_y^2+xb(x,y)\partial_x+c(x,y)\partial_y+d(x,y) \tag{1}$$

というような作用素を考える．ここで $a(x,y)$ が x^2，$c(x,y)$ が x で割り切れるとき P を強い意味の確定特異点形偏微分作用素という．一方 $a(x,y),c(x,y)$ が x で割り切れるとき Pを弱い意味の確定特異点形偏微分作用素という．それぞれの場合についてこれをいろいろな関数空間に作用させるとどうなるかが研究されている．しかしここでは $x=y=\eta=0,\ \xi=\sqrt{-1}$という点での超局所解析を考える．ただし (ξ,η) は (x,y) の双対変数である．これについて柏原，大島両氏は強い意味の確定特異点形偏微分作用素が $x^2\partial_x^2$ と同等になることを証明している．弱い意味の確定特異点形偏微分作用素について同じようなことがいえるか，というのがわれわれのテーマである．

このような試みはかつて少しはなされていて，その際無限階の作用素が必要になることが知られている(この問題について，田原氏の数多い論文のうちここでは[6]だけを引用する)．しかしそれよりもっと大切な問題点があるのでそれを指摘しておく．Pの特性多様体を V_Pとすると強い意味の確定特異点形偏微分作用素の場合は $x=y=\eta=0,\ \xi=\sqrt{-1}$の近くでは

$$V_P=\{x^2(\xi^2+x^{-2}a(x,y)\eta^2)=0\}=\{x=0\}$$

となり超局所的に複雑な構造はない．一方弱い意味の確定特異点形偏微分作用素の場合は

$$V_P=\{x(x+x^{-1}a(x,y)\eta^2\xi^{-2})\xi^2=0\}=\{x=0\}\cup\{x+x^{-1}a(x,y)\eta^2\xi^{-2}=0\}$$

となるので特異性の伝播について複雑な現象が起こる．つまり特異点の問題に関しても複数の特性多様体に沿って特異性が伝播する．またこのとき関数 $a(x,y)$ (の実軸上での値) が実か複素かによってさらに困難な事情が発生する．

なおここで考えているのは $x=y=\eta=0,\ \xi=\sqrt{-1}$という点での超局所解析であるから，今述べたことは従来の双曲フックス形方程式の理論とは違う．例えば

$$P(x,y,\partial_x\partial_y)=x^2\partial_x^2-x^2\partial_y^2+d(x,y)$$

として，これを$\sqrt{-1}S^*\mathbf{R}^2$全体で考えるのが双曲フックス形方程式である．このとき

$$V_P=\{x^2(\xi^2-\eta^2)=0\}=\{x=0\}\cup\{\xi=\eta\}\cup\{\xi=-\eta\}$$

である．田原氏らはこのような観点で解の特異性の伝播を調べている．しかし本稿では上述の点で超局所的に考えるから，この場合なら $V_P=\{x=0\}$ である．

2 強い意味の確定特異点形擬微分作用素と弱い意味の確定特異点形擬微分作用素

以下一般的な状況で解説する．$x=(x',x_n)\in\mathbf{R}^n$としてその双対変数を$\xi$ とする．$x=0,\ \xi=(0,\cdots,0,\sqrt{-1})\in\sqrt{-1}\mathbf{R}^n$によって定まる点を x^*とする．$\mathcal{E}_{x^*}$を x^*で定義されたマイクロ微分作用素の芽の全体とする．$\mathcal{E}_{x^*}$ の元 a は $a=\sum_{\alpha\in\mathbf{Z}_{n-1}\times\mathbf{Z}}a_\alpha(x)D^\alpha$という形にかける．そして

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{E}}_{x^*}&=\{\sum_{\alpha_n<0}a_\alpha(x)D^\alpha\in\mathcal{E}_{x^*}\}\\ \mathcal{E}_{x^*}(i)&=\{a\in\mathcal{E}_{x^*};\ \mathrm{ord}\ a\le i\}\\ \bar{\mathcal{E}}_{x^*}(i)&=\mathcal{E}_{x^*}(i)\cap\bar{\mathcal{E}}_{x^*}\end{aligned}$$

とする．このうち$\bar{\mathcal{E}}_{x^*}$は本稿独自の記号であって，以下の議論で中心的役割を持つ．$P(x,D)\in\mathcal{E}_{x^*}(m)$ が弱い意味の確定特異点形擬微分作用素であるとは、

$$\text{(2)}\qquad\left\{\begin{aligned}&P(x,D)=(x_nD_n)^m+\sum_{0\le j\le m-1}P_j(x,D)(x_nD_n)^j,\\ &P_j(x,D)=\exists P'_j(x,D)+\exists P''_j(x,D),\\ &P'_j(x,D)\in\mathcal{E}_{x^*}(0),\\ &P''_j(x,D)\in\bar{\mathcal{E}}_{x^*}(m-j)\end{aligned}\right.$$

となることを意味する．なお $P''_0=\cdots=P''_{m-1}=0$ のとき $P(x,D)$ は強い意味の確定特異点形擬微分作用素である，という．

冒頭にあげた例 (1) について考えてみる．そこで用いた x,y,ξ,ηという文字は現在の記号では x_n,x_1,ξ_n,ξ_1となっている ((x,y) は x となっている)．そこでもし $b(x)$ が x_n^2, $c(x)$ が x_nで割り切れるとして，(1) の Pを現在の記号で書けば

$$\left\{\begin{aligned}P(x,D)&=x_n^2D_n^2+x_n^2\exists a'(x)D_1^2+x_nb(x)D_n+x_n\exists c'(x,y)D_1+d(x)\\ &=(1+a'(x)D_1^2D_n^{-2})(x_n^2D_n^2+P'_1x_nD_n+P'_0),\\ P'_1(x,D)&=(1+a'(x)D_1^2D_n^{-2})^{-1}(b(x)-1+c'(x)D_1D_n^{-1})\in\mathcal{E}_{x^*}(0),\\ P'_0(x,D)&=(1+a'(x)D_1^2D_n^{-2})^{-1}d(x)\in\mathcal{E}_{x^*}(0)\end{aligned}\right.$$

となるから，あらためて

$$P(x,D)=x_n^2D_n^2+P_1'x_nD_n+P_0'$$

とおけばこれは強い意味の確定特異点形擬微分作用素である．一方 $a(x),c(x)$ が x_n で割り切れるなら

$$(3)\quad \begin{cases} P(x,D) &= x_n^2D_n^2+x_n\exists a'(x)D_1^2+x_nb(x)D_n+x_n\exists c'(x,y)D_1+d(x)\\ &= x_n^2D_n^2+(P_1'+P_1'')x_nD_n+P_0',\\ P_1'(x,D) &= b(x)-1+c'(x)D_1D_n^{-1}\in\mathcal{E}_{x^*}(0),\\ P_1''(x,D) &= a'(x)D_1^2D_n^{-1}\in\bar{\mathcal{E}}_{x^*}(1),\\ P_0'(x,D) &= d(x)\in\mathcal{E}_{x^*}(0)\end{cases}$$

となるから，これは弱い意味の確定特異点形擬微分作用素である．

なお Baouendi-Goulaouic 両氏の弱い意味の確定特異点形「偏」微分作用素のもともとの定義は

$$\begin{cases} P(x,\partial)=(x_n\partial_n)^m+\sum\limits_{0\le j\le m-1}P_j(x,\partial)(x_n\partial_n)^j,\\ P_j(x,\partial)=\exists P_j'(x)+x_n\exists P_j''(x,\partial_{x'}),\\ \operatorname{ord}P_j''(x,\partial_{x'})\le m-j\end{cases}$$

というものである．弱い意味の確定特異点形偏微分作用素は弱い意味の確定特異点形擬微分作用素である．逆に弱い意味の確定特異点形擬微分作用素が偏微分作用素になっていればそれは弱い意味の確定特異点形偏微分作用素である．

3 主要結果

強い意味の確定特異点形擬微分作用素について，次のことが知られている ([4])．

定理 1. (柏原-大島) $P(x,D))\in\mathcal{E}_{x^*}(m)$ が強い意味の確定特異点形擬微分作用素であれば次の系列は完全である:

$$0\longrightarrow\mathcal{B}^m_{\mathbf{R}^{n-1},0}\xrightarrow{Q}\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}\xrightarrow{P}\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}.$$

ただしここで $\mathcal{B}^m_{\mathbf{R}^{n-1},0}$は $\mathcal{B}_{\mathbf{R}^{n-1},0}$ の元を m 個ならべたベクトルの集合を表わし，Q は ある $Q_1(x,D),\cdots,Q_m(x,D)\in\mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*}$(*holomorphic microlocal operator*) によって

$$\mathcal{B}^m_{\mathbf{R}^{n-1},0}\ni(f_1(x'),\cdots,f_m(x'))\mapsto\sum_{1\le j\le m}Q_j(x,D)(\mathrm{sp}(f_j(x')\delta(x_n))\in\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}$$

と表わされる写像である (*holomorphic microlocal operator* については[1,5] を参照)．

この定理の意味を考えるためにもっともやさしい例として $P=x_n^mD_n^m$を考える．まず Pは全射である．実際 $Pu=f$を満たす u を一つ求めるには，$f(x)$ の定義関数 $F(x)$ を考えて $x_n^{-m}F(x)$ が定めるマイクロ関数を考え，簡単のためそれを $x_n^{-m}f(x)$ と書いて，$u=D_n^{-m}(x_n^{-m}f(x))$ とすればよい．次に$\mathrm{Ker}_{\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}}P$を求める．$v=D_n^mu$ とすれば

$$\begin{aligned} Pu=0 &\iff x_n^mv=0\\ &\iff v=\sum_{1\le j\le m}\mathrm{sp}(\exists f_j(x')\delta^{(j-1)}(x_n))\\ &\iff u=\sum_{1\le j\le m}D_n^{-m+j-1}\,\mathrm{sp}(\exists f_j(x')\delta(x_n))\end{aligned}$$

となるので上の完全系列が得られる．なおここで $f_j \in \mathcal{C}^m_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$ ではなくて $f_j \in \mathcal{B}^m_{\mathbf{R}^{n-1},0}$ であることに注意してほしい $(x^{*\prime} = (0;0,\cdots,0,\sqrt{-1}) \in \sqrt{-1}T\mathbf{R}^{n-1}$ とする$)$．

本稿の目的は弱い意味の確定特異点形擬微分作用素に対してこのような結果を証明する事である．そのためふたつの条件が必要になる．まず弱い意味の確定特異点形擬微分作用素 (2) に対し，その決定多項式 $I_P(\lambda)$ を

$$I_P(\lambda) = \lambda^m + \sum_{0\le j\le m-1} \sigma_0(P'_j)(x^*)\lambda^j$$

により定め，$I_P(\lambda) = 0$ の根を $\lambda = \lambda_1,\cdots,\lambda_m$ とする．なお，$A \in \mathcal{E}_{x^*}(i)$ に対してその主表象を $\sigma_i(A)(x,\xi)$，その完全表象を $\sigma(A)(x,\xi)$ または $A(x,\xi)$ と書く．決定多項式の定義は P が強い意味の確定特異点形擬微分作用素であれば[4] において定義されたものと同じであるし，P が確定特異点形常微分作用素であれば古典的定義と同じである．そして

条件 1　　$i \ne j \Longrightarrow \lambda_i - \lambda_j \notin \mathbf{Z}$

と仮定する．

注意．条件 1 は確定特異点形常微分作用素の古典的理論をはじめ，[4] などでも用いられる条件である．それらの場合と同じくわれわれの場合でも，おそらく条件 1 をはずすことは可能であろう．しかしそうすると計算が複雑になるはずなのでこのように仮定しておく．

次に作用素 $P(x,D)$ の主表象について，次の条件を仮定する:

条件 2　　$(x',\xi) \in \mathbf{R}^{n-1} \times \sqrt{-1}\mathbf{R}^n,\ \sigma_m(P)(x,\xi) = 0 \Longrightarrow x_n \in \mathbf{R}.$

(3) の場合について条件 1,2 は次のようになる．まず

$$\begin{aligned} I_P(\lambda) &= \lambda^2 + \sigma_0(P'_1)(x^*)\lambda + \sigma_0(P'_0)(x^*)\lambda \\ &= \lambda^2 + (b(0)-1)\lambda + d(0) \\ &= (\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2) \end{aligned}$$

であるから条件 1 は $\sqrt{(b(0)-1)^2 - 4d(0)} \notin \mathbf{Z}$ という事である．また $\sigma_2(P) = x_n(x_n + a(x)\xi_1^2\xi_n^{-2})\xi_n^2$ であるから条件 2 は $a(x)$ が実関数であることにほかならない．これはマイクロ双曲性の一種であり，この条件をはずすとどうなるのか、現時点ではわからない．なお先にも述べたとおり条件 2 の意味する「双曲性」というのは双曲フックス形方程式とは別の問題である．

以上の準備の下でわれわれの主定理は次のようになる．

定理 **2.** $P(x,D)) \in \mathcal{E}_{x^*}(m)$ が弱い意味の確定特異点形擬微分作用素で，条件 1 と条件 2 が成立すれば，次の系列は完全である:

$$0 \longrightarrow \mathcal{B}^m_{\mathbf{R}^{n-1},0} \xrightarrow{Q} \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*} \xrightarrow{P} \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}.$$

なお写像 Q については後述する．

定理 2 の証明について説明する．弱い意味の確定特異点形擬微分作用素 Pに対してマイクロ関数 u と fが $Pu=f$を満たしていたとする．$\vec{u},\vec{f}\in\mathcal{C}^m_{\mathbf{R}^n,x^*}$ を

$$\vec{u}=\begin{pmatrix} u \\ x_nD_nu \\ \vdots \\ (x_nD_n)^{m-1}u \end{pmatrix},\quad \vec{f}=\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ f \end{pmatrix}$$

とし，$L(x,D)\in\mathcal{E}^{m\times m}_{x^*}(=\mathcal{E}_{x^*}$の元を成分とする $m\times m$ 行列の全体) を

$$L(x,D)=x_nD_nI_m+\begin{pmatrix} 0 & -1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \ddots & \\ \mathbf{0} & & 0 & -1 \\ P_0(x,D) & P_1(x,D) & \cdots & P_{m-1}(x,D) \end{pmatrix}$$

と定めれば $L\vec{u}=\vec{f}$となる．逆に P,fからこのように定めた L と$\vec{f}$ に対して$\vec{u}\in\mathcal{C}^m_{\mathbf{R}^n,x^*}$ が $L\vec{u}=\vec{f}$ を満たしていれば$\vec{u}$の第 1 成分 u は $Pu=f$を満たす．したがって $L\vec{u}=\vec{f}$ を解けばよい．なおワイヤルシュトラスの割算定理により $P_j=P_j(x',D)$ としてよく，したがって $L(x,D)=x_nD_nI_m+\exists L'(x',D)$ となる．Pが強い意味の確定特異点形擬微分作用素のとき次のことが知られている:

定理 **3.** (柏原-大島) $P(x,D))\in\mathcal{E}_{x^*}(m)$ が強い意味の確定特異点形擬微分作用素であれば $\exists A(x',D)$, $\exists B(x',D)\in(\mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*})^{m\times m}$が存在して

$$AB=BA=I_m,\ LA=Ax_nD_nI_m$$

となる ($\mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*}$は x^*における *holomorphic microlocal operator* の芽の全体).

この定理によれば

$$\begin{aligned} &L\vec{u}=\vec{f}\iff x_nD_nB\vec{u}=B\vec{f} \\ &\iff \vec{u}=AD_n^{-1}x_n^{-1}B\vec{f}+A\,\mathrm{sp}(Y(x_n)\vec{g}(x'))\ (\vec{g}(x')\in\mathcal{B}^m_{\mathbf{R}^{n-1},0}\text{は任意}) \end{aligned}$$

となる．ここで $x_n^{-1}B\vec{f}$は先と同じ意味である．

Aを求めるには例えば $m=1$ として $L=x_nD_n+\alpha(\alpha\in\mathbf{C})$ なら $A=D_n^{-\alpha},B=D_n^{\alpha}$ とすればよい．弱い意味の確定特異点形擬微分作用素ならどうだろうか．$L=x_nD_n+\alpha D_1^2D_n^{-1}$ としてみる ($\alpha\in\mathbf{C}$)．形式的には $A=\exp(\alpha D_1^2D_n^{-1}),B=\exp(-\alpha D_1^2D_n^{-1})$ とすればよいが，もしこれが条件 2 を満たすなら ($\alpha\in\mathbf{R}$ なら)$A,B:\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}\longrightarrow\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}$ という作用素を適切に意味付けできるのである．なお強い意味の確定特異点形擬微分作用素の場合 A,Bは超局所作用素の一種である．それはマイクロ関数の台を増やさない．しかし弱い意味の確定特異点形擬微分作用素の場合 A,Bは非局所作用素である．以下このような考え方の概略を述べる．

可逆な作用素 A が $LA=Ax_nD_nI_m$となればよいので

$$\xi_n\partial_{\xi_n}\sigma(A)\sim\sum_{\alpha'\in\mathbf{Z}_+^{n-1}}\frac{1}{\alpha'!}\partial_{\xi'}^{\alpha'}\sigma(L')\partial_{x'}^{\alpha'}\sigma(A)$$

を解く．[4] によれば強い意味の確定特異点形擬微分作用素の場合，劣指数形関数$\sigma(A)$が見つかりこれが超局所作用素を定める．一方弱い意味の確定特異点形擬微分作用素の場合，指数形関数$\sigma(A)$ が見つかることは従来から知られていた (ただし必ずしも本稿の枠組みできちんと調べられていたわけではない．例えば[6] を参照)．結果だけを述べれば以下のようになる (漸近展開の意味については説明を省く)．

補題 1． Pが弱い意味の確定特異点形擬微分作用素で条件 1 を満たしているとする (条件 2 は不要)．$0 < r \ll 1$ として

$$\Omega = \{(x,\xi) \in \sqrt{1}T\mathbf{R}^n;\ |x| < r,\ |\xi'| < r\,\mathrm{Im}\,\xi_n,\ |\mathrm{Re}\,\xi_n| < r\,\mathrm{Im}\,\xi_n\}$$

とする．Ω上で正則な関数の列 $A_0(x',\xi), A_1(x',\xi),\cdots$ と列 $B_0(x',\xi), B_1(x',\xi),\cdots$ があって以下の条件を満たす．

(i) $|A_i|,\ |B_i| \le \exists C^{i+1}i!|\xi_n|^{C-i}\exp(|\xi'|^{(m+1)/m}|\xi_n|^{-1/m})$ *on* Ω ,

(ii) $\sum_i \xi_n\partial_{\xi_n}A_i \sim \sum_{i',\alpha'}\dfrac{1}{\alpha'!}\partial_{\xi'}^{\alpha'}\sigma(L')\partial_{x'}^{\alpha'}A_{i'}$,

(iii) $\sum_i \xi_n\partial_{\xi_n}B_i \sim -\sum_{i',\alpha'}\dfrac{1}{\alpha'!}\partial_{\xi'}^{\alpha'}B_{i'}\partial_{x'}^{\alpha'}\sigma(L')$,

(iv) $\sum_{i',i'',\alpha'}\dfrac{1}{\alpha'!}\partial_{\xi'}^{\alpha'}A_{i'}\partial_{x'}^{\alpha'}B_{i''} \sim \sum_{i',i'',\alpha'}\dfrac{1}{\alpha'!}\partial_{\xi'}^{\alpha'}B_{i'}\partial_{x'}^{\alpha'}A_{i''} \sim I_m$.

ここで$\sum A_i(x',\xi)$ に対応する核関数$\hat{A}(x,y)$ を次のように定める:

$$\hat{A}(x,y) = \sum\int e^{(x-y)\cdot\xi}A_i(x',\xi)d\xi.$$

積分領域の取り方について説明を省くが，とにかくこのようにして得られた$\hat{A}(x,y)$ は$\exists r' > 0$ に対して

$$U = \{(x,y); |(x,y)| < r',\ \mathrm{Im}(x_n - y_n) > {r'}^{-1}|(x',\mathrm{Im}(x'-y'))|\}$$

という領域で正則になるということしか直接にはわからない．Uは実軸の周りの楔形領域ではないからこれでは積分作用素 $A(x,D) : \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*} \longrightarrow \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}$を定義できない．しかし[3] の解析接続の論法を用いることによって，$\exists r' > 0$ に対して$\hat{A}(x,y)$ を次の領域に延長できる:

$$U' = \{(x,y); |(x,y)| < r',\ \mathrm{Im}(x_n - y_n) > {r''}^{-1}|\mathrm{Im}(x',y')|\}.$$

U'は実軸の周りの楔形領域なので$\mathrm{sp}\,\hat{A}(x,y) \in \mathcal{C}_{\mathbf{R}^{2n},(x^*,-x^*)}$が定義できる．さらに$\hat{A}$の台について調べると $\exists r'' > 0$ に対して$\mathrm{supp}\,\hat{A}(= \hat{A}$の各成分の台の和集合$) \subset V_0(r'')$ となる．ただし

$$\begin{aligned}
V(r) =& \{(x,y;\xi,\eta)\infty \in \sqrt{-1}S\mathbf{R}^{2n};\ |(x,y)| < r,\ |(\xi',\xi+\eta)| < r\,\mathrm{Im}\,\xi_n\},\\
V_0(r) =& \{(x,y;\xi,\eta)\infty \in V(r); |x'-y'| \ \le\ r^{-1}(|\xi'|/|(\xi,\eta)|)^{1/m},\\
& \quad |x_n - y_n| \ \le\ r^{-1}(|\xi'|/|(\xi,\eta)|)^{(m+1)/m},\\
& \quad |\xi'+\eta'|/|(\xi,\eta)| \ \le\ (|\xi'|/|(\xi,\eta)|)^{1/m},\\
& \quad \xi_n + \eta_n = 0\}\}
\end{aligned}$$

とする．$\mathcal{F}_{x^*} = \varinjlim_{r>0}\Gamma_{V_0(r)}(V(r),\ \mathcal{C}_{\mathbf{R}^{2n}})$ とするとき次のことがわかる．

補題 **2.** (i) $\mathcal{F}_{x^*} \times \mathcal{F}_{x^*} \ni (a,b) \mapsto a * b(x,z) = \int a(x,y)b(y,z)dy \in \mathcal{F}_{x^*}$という演算が定義できて，これによって$\mathcal{F}_{x^*}$はsp$\,\delta(x-y)$ を単位元とする環になる．
(ii) $\mathcal{F}_{x^*} \times \mathcal{C}_{x^*} \ni (a,f) \mapsto a * f(x) = \int a(x,y)f(y)dy \in \mathcal{C}_{x^*}$という演算が定義できて，これによって$\mathcal{C}_{x^*}$は$\mathcal{F}_{x^*}$-左加群になる．

定理 **4.** $P(x,D) \in \mathcal{E}_{x^*}(m)$ が弱い意味の確定特異点形擬微分作用素で，条件 1 と条件 2 が成立すれば $\exists A$, $\exists B \in (\mathcal{F}_{x^*})^{m\times m}$ が存在して

$$AB = BA = I_m, \ LA = Ax_nD_nI_m$$

となる．

最後にここで定理 2 の中に出てきた作用素 Q について説明する．Pが弱い意味の確定特異点形擬微分作用素なら，Q はある $Q_1, \cdots, Q_m \in \mathcal{F}_{x^*}$によって

$$\mathcal{B}^m_{\mathbf{R}^{n-1},0} \ni (f_1(x'), \cdots, f_m(x')) \mapsto \sum_{1\le j\le m} Q_j(\mathrm{sp}(f_j(x')\delta(x_n)) \in \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}$$

と表わされる写像である．

References

[1] T. Aoki, *Symbols and formal symbols of pseudodifferential operators*, Advanced Studies in Pure Mathematics **4** (1984), 181–208.
[2] M.S. Baouendi and C. Goulaouic, *Cauchy problems with characteristic initial hypersurface*, Comm. Pure Appl. Math. **26** (1973), 455–475.
[3] M. Kashiwara and T. Kawai, *Microhyperbolic pseudodifferential operators I*, J. Math. Soc. Japan **27** (1975), 359–404.
[4] M. Kashiwara and T. Oshima, *Systems of differentail equations with regular singularities and their boundary value problems*, Ann. of Math. **106** (1977), 145–200.
[5] M. Sato, T. Kawai, and M. Kashiwara, *Microfunctions and pseudo-differential equations,*, Lecture Notes in Math., vol. 287, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1973.
[6] H. Tahara, *Fuchs* 双曲型方程式の超関数解の構造, 数理研講究録 **266** (1976), 142–175.

なおこの研究集会の山根英司，船越正太両氏の報告も参照してください．