

「スーサ出土の数学粘土板文書について」

河合塾文理 室井和男 (Kazuo MUROI)

§ 1. スーサ数学文書

- (1) 1933年フランス学術調査隊がイラン西部にあった古代王国エラムの首都スーサで26枚の数学粘土板文書を発見。1961年にその全体がE. M. BruinsとM. Ruttenによって*Textes mathématiques de Suse*として公刊された。
- (2) 粘土板は古バビロニア時代の末期、紀元前16世紀の初め頃のものと考えられている。すべてアッカド語で書かれている。
- (3) 術語と数学的内容に独特のものがあ、バビロニア数学の全体像の解明にきわめて重要な文書である。
- (4) 問題点は、BruinsとRuttenの翻字、翻訳と数学的解説に信頼が置けないこと。再編集の必要あり。

§ 2. スーサ数学文書No. 12 (連立4次方程式)

$$\left(\frac{X}{y} + \frac{Y}{x}\right)(x+y)^2 = 1; 30, 16, 40$$

$$2xy + (x-y)^2 + \frac{X}{y} + \frac{Y}{x} = 2; 31, 40$$

に対して $X=x^2+y^2$, $Y=(x+y)^2/xy$ と置き換えをし、最終的な答 $x=0;30$ $y=0;20$ を得ている。詳しくは、K. Muroi, Reexamination of the Susa Mathematical Text No. 12: A System of Quartic Equations, *SCIAMVS*, vol. 2, 2001年3月刊行予定、を参照。

§ 3. スーサ数学文書No. 26

未解説。術語が他のスーサ数学文書と異なる。断片で解説は容易ではない。台形の土地を兄弟で二等分する問題あり。表側第二欄に現われる文字群、KA. LUM. RI. NAの解釈が鍵となる。

CT 4, Plate 22, b, *transliteration and translation*

Obverse

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> 1. é-gar_s dal-ba-na 2. ša Na-ka-rum dumu Ib-ni-^aMar-tu 3. ū Ru-ut-tum munus ^aUtu 4. dumu-munus Sig-^aİš-ḫar-ra | <p>The party wall,
that of <i>Nakarum</i>, the son of
<i>Ibni-^aAmurru</i>,
and <i>Ruttum</i>, "a woman of <i>Šamaš</i>",
the daughter of <i>Ipqu-Išḫara</i>.</p> |
|--|---|

<p>5. ^mRu-ut-tum munus ^dUtu i-ip-pé-eš</p> <p>6. gu-šu-ri-šu-nu mi-it-ḫa-ri-iš</p> <p>7. ú-um-ma-du</p> <p>8. a-ḫu-um a-na a-ḫi-im</p> <p>9. ú-ul i-ra-ga-am</p> <p>Reverse</p> <p>10. mu ^dUtu ^dAmar-Utu</p> <p>11. ù Ḫa-am-mu-ra-bi lugal-e</p> <p>12. in-pād-dè-eš</p>	<p>Ruttum, "a woman of Šamaš", builds (it).</p> <p>They equally lean their timbers (against the wall).</p> <p>The one must not sue the other (concerning the wall).</p> <p>By the names of <i>Samaš</i>, <i>Marduk</i>, <i>Ḫammurabi</i>, the king, they have sworn.</p>
<p>13. igi A-bu-um-wa-qar ra-bi-a-nu-um</p> <p>14. igi Pu-ḫu-um igi Kur-ku-du-um</p> <p>15. igi Ta-ri-bu-um igi Ip-qú-ša</p> <p>16. igi Mu-na-nu-um dub-sar</p>	<p>The witness, <i>Abum-waqar</i>, a mayor.</p> <p>The witness, <i>Pūḫum</i>. The witness, <i>Kurkudum</i>.</p> <p>The witness, <i>Tarībum</i>. The witness, <i>Ipquša</i>.</p> <p>The witness, <i>Munanūm</i>, a scribe.</p>
<p>17. mu erín Èš-nun-na^{kⁱ}</p> <p>Edge</p> <p>18. ^{sⁱ}tukul ba-sig</p>	<p>In the year when the soldiers of <i>Ešnunna</i> have been smitten with the (king's) weapon.</p>

Susa Mathematical Text No. 26

Transliteration

Obverse I

1. šâ ... [... ...] ... [...]
 2. 2, 10 sag a[n-na] ugu 30 s[ag ki-ta ...]
 3. igi 3, 45 uš(!) du₈-ma 16 [... ...]
 4. 26, 40 a-rá 2 53, 20 a-n[a]
 5. ta-ta-a-ar 2, 10 sag an-n[a kú-kú-ma 4, 41, 40]
 6. 4 i-na 4, 41, 40 kud-ma [41, 40]
-
7. šumma (BAD) 50 dal murub₄ 34^{sic} (or 30 nindan) sag an^{sic}-na^{sic} 40 (or ḪI) [...
...]
-
8. 50 dal murub₄ ugu 30 sag ki-<ta> mi-nam [dirig 20 dirig]
 9. 1, 20 a-rá 20 26, 40 a-rá 2 5[3, 20]

10. *ta-ta-a-ar* 50 dal murub₄ kú-[kú-*ma* 41, 40]

11. *íb-si_s-bi ka-bi-is* [1, 4(?)]

12. *sag-ki-gu₄ (!)* 35 sa[g an-<na>] 5 [s]ag k[i-ta]

13. 2 šeš-meš *mi-it-ḡa-ri-iš* I[i-zu-zu]

14. 35 a-rá 35 20, 25 [5 a-rá 5 25 a-na]

15. [20, 25 ṣ] *í(!)-ib(!)-ma(!)* [20, 50 bar] 10, 25 [íb-si_s-bi 25]

... ..

Obverse II

1. [... ..] 3[6(?) ...]

2. 1, 4[0 sag an-na ... 20 sag] ki-ta 1 uš [... ..]

3. *i-na* I[i-bi u]š 1 kùš 6 šu-si é(!)-[gar_s dal-<ba>-na *e-pu-uš*]

4. *íb-tag₄ a-na* 2 šeš-meš [i-di-in]

5. 1, 40 sag an-na ugu 20 sag ki-ta *m*[i-nam dirig 1, 20 dirig]

6. 1, [20] a-na 6 é-gar_s(!) dal-<ba>-na íl 8 *he*-[pé-*ma* 4]

7. [ta]-*ta-a-ar* 1, 40 sag an-na kú-[kú-*ma* 2, 46, 40]

8. [2]0 sag ki-ta kú-kú-*ma* 6, [40 a-na 2, 46, 40 ṣí-*ib-ma*]

9. 2, 53, 20 bar 2, 53, 20-da í[b-si_s-bi *ka-bi-is* 1, 12]

10. 1, 12 a-na é(!)-gar_s(!) dal-<ba>-na a-na sag [šu-ku-un]

11. *ta-ta-a-ar* 1, 40 sag an-<na> ugu [20 sag ki-ta]

12. 1, 20 dirig 1, 20 a-rá 8 bar 8 [4 4]

13. *i-na* 1, 12 kud-*ma* 1, 8 1, 8 ù [20 ul-gar-*ma* 1, 28]

14. bar-zu 1, 12 a-na 6 é-gar_s(!) dal-<ba>-[na íl 7, 12]

15. 7, 12 ki ša é(!)-gar_s(!) dal-<ba>-na [... ..]

16. 52, 48 bar-zu 26, 2[4... ..]

17. 1, 40 ù 1, 16 [ul-gar-*ma* 2, 56]

Translation

Obverse I

1. that of ... [... ..] ... [...].

2. 2, 10, the upper width, over 30, the [lower width, ...].

3. Make the reciprocal of 3, 45, the length, and (the result is) 0;0, 16 [... ..].

4. 2 times 26, 40 is 53, 20. To [... ..].

5. You start again (literally: you return). [Square] 2, 10, the upper width, [and (the result is) 4, 41, 40].

6. Subtract 4, 0, 0 from 4, 41, 40, and [(the result is) 41, 40 ...].

7. If the middle dividing line is 50, (and) the upper^{sic} width is 34^{sic}, ... [...
...].

8. How much 50, the middle dividing line, [exceeds] 30, the lower width ?
[It exceeds (30) by 20].

9. 20 times 1,20 is 26,40. 2 times (26,40) is 5[3,20].

10. You start again (literally: you return). Squ[are] 50, the middle dividing
line, [and (the result is) 41,40].

11. Its square root is paced off. [It is 1,4(?)].

12. A trapezoid. 35 is the [upper] wid[th]. 5 is the lo[wer wi]ldth.

13. Two brothers ought to [divide (it)] equally.

14. 35 times 35 is 20,25. [5 times 5 is 25].

15. Add [(25) to 20,25], and [(the result is) 20,50. Halve (it)]. 10,25.
[Its square root is 25].

... ..

Obverse II.

1. [... ..] 0;3[6(?) ...]

2. 1;4[0 is the upper width. ... 0;20 is] the lower [width]. 1 is the length.
[... ..].

3. In the mi[ddle of the len]gth [I built a party] wa[ll], (whose thickness
is) 1 kùš 6 šu-si (= 0;6 nindan).

4. [Give] the remainder (of the trapezoid) to two brothers (equally).

5. How [much] 1;40, the upper width, [exceeds] 0;20, the lower width ? [It
exceeds (0;20) by 1;20].

6. Multiply 1;[20] by 0;6 (that of) the party wall, (and the result is) 0;8.
Br[ea]k (it in two), and (the result is) 0;4].

7. [You] start again (literally: you return). Squ[are] 1;40, the upper width,
[and (the result is) 2;46,40].

8. Square 0;20, the lower width, and (the result is) 0;6, [40. Add (it) to
2;46,40 and (the result is)]

9. 2;53,20. With half of 2;53,20, [its] squ[are] root is paced off. It is
1;12].

10. [Put down] 1;12 for the party wall, for the width (of it).

- 11, 12. You start again (literally: you return). 1;40, the upper width, exceeds [0;20, the lower width] by 1;20. 1;20 times 0;6 is 0;8. Half of 0;8 [is 0;4].
13. Subtract [0;4] from 1;12, and (the result is) 1;8. [Add] 1;8 and [0;20 together and (the result is) 1;28].
14. A half. [Multiply] 1;12 by 0;6, the party wa[11, (and the result is) 0;7, 12].
15. 0;7, 12 is the area of the party wall. [... ...].
16. 0;52, 48. Half (of it) is 0;26, 2[4... ...].
17. [Add] 1;40 and 1;16 [together, and (the result is) 2;56.].

数学的解説

第1問：表第一欄、1~6行。

数学的内容は不明。次の計算が確認できるだけである。

$$\overline{3, 45} = 0;0, 16 \quad 26, 40 \cdot 2 = 53, 20$$

$$2, 10^2 = 4, 41, 40 \quad 4, 41, 40 - 4, 0, 0 = 41, 40.$$

第2問：表第一欄、7~11行。

テキストの計算は次の通り。

$$50 - 3 = 20 \quad \langle 50 + 30 = 1, 20 \rangle$$

$$1, 20 \cdot 20 = 26, 40 \quad 26, 40 \cdot 2 = 53, 20$$

$$50^2 = 41, 40.$$

ここには何らかの計算ミスがあり、書記が計算しようとした内容は次のように推定できる。第1図参照。

$$(d - b)(d + b) = d^2 - b^2 = 26, 40$$

$$d^2 = 41, 40$$

$$\therefore a^2 = 2d^2 - b^2 = 1, 8, 20$$

$$\therefore a = \sqrt{1, 8, 20} \doteq 1, 4.$$

第3問：表第一欄、12~15行。

台形の面積を2等分する分割線の長さを公式にしたがって $\sqrt{(35^2 + 5^2)}/2 = 25$ と求めている。第2図参照。

第4問：表第二欄、1~17行。

台形の土地に境界壁をつくり、残った土地を2人の兄弟が2等分する問題である。今までに確認されていなかったタイプの問題であり、問題作成の過程も推測できる重要な問題である。

5~6行目で、比例式より $x/2$ を次のように求めている。第3図参照。

$$x/0;6 = (1;40 - 0;20)/1$$

$$x = 1;20 \cdot 0;6 = 0;8 \quad \therefore x/2 = 0;4.$$

7~9行目で、公式より d を求めている。ただし、近似値は実際には計算していないと思

われる。

$$d = \sqrt{(1;40^2 + 0;20^2)/2} \doteq 1;12.$$

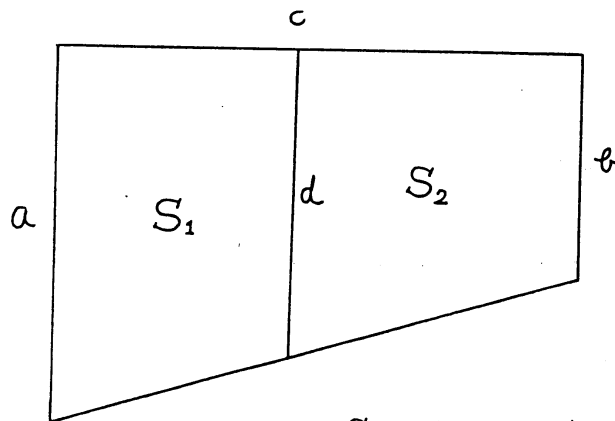
11~12行目は5~6行目の繰り返しで書記のミス。14~15行目で境界壁の底面積が計算されているが、この前後テキストに混乱がある。しかし、数値から

$$S_2 = (1/2) \cdot 1;28 \cdot 0;36 = 0;26, 24$$

$$S_1 = (1/2) \cdot 2;56 \cdot 0;18 = 0;26, 24$$

を計算していることは明らかである。

以上のように、第4問はdの値が近似値であるにもかかわらず正確に $S_1=S_2$ となるようにつくられている。これは、あらかじめ線分GJを10等分して10個の台形をつくり、左の3つの小台形が右の6つの小台形と同じ面積をもつことに着目し、左から4番目の台形を「境界壁」としたと思われる。そうすればdは1;12となり $S_1=S_2$ となっているわけである。



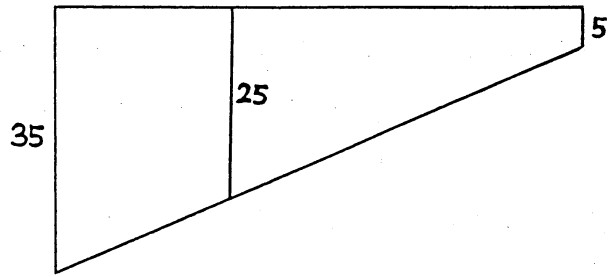
$$S_1 = S_2 \text{ ならば } d = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

a: sag an-na
 b: sag ki-ta
 c: us
 d: dal murub4

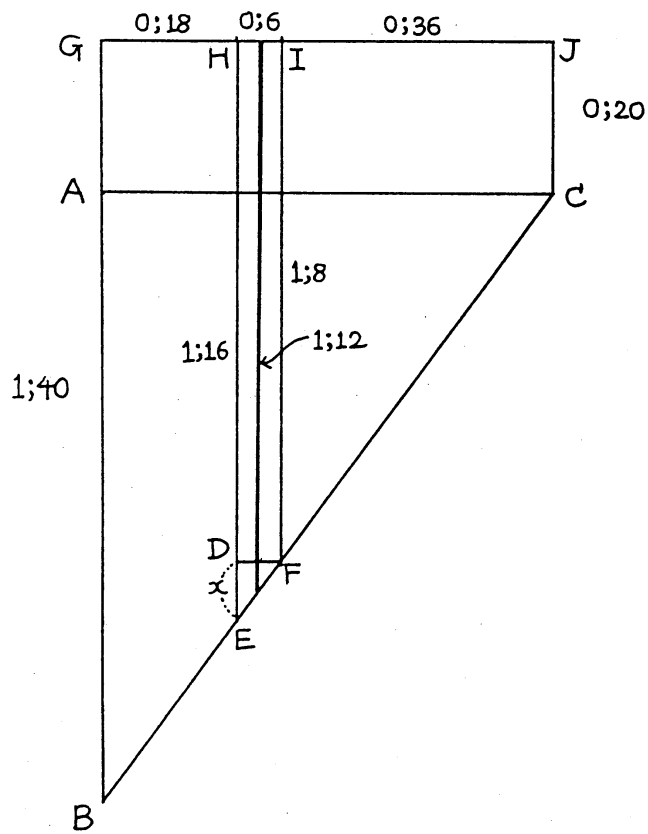
第2問では、

$$d=50, b=30$$

第1図



第2図



第3図