氏　　名　玉置卓（たまき すぐる）
学位(専攻分野)　博　士（情報学）
学位記番号　情博第213号
学位授与の日付　平成18年3月23日
学位授与の要件　学位規則第4条第1項該当
研究科・専攻　情報学研究科通信情報システム専攻
学位論文題目　Improved Algorithms for CNF Satisfiability Problems
（和積形論理式の充足可能性問題に対するアルゴリズムの改良）

論文調査委員　（主査）教授 岩間一雄　教授 湯淺太一　教授 小野寺秀俊

論文内容の要旨

和積形論理式の充足可能性問題（SAT）とは，与えられた和積形論理式の全ての節を充足する変数割当てが存在するかどうかを決定する問題である。計算の複雑さの理論は言うまでもなく，人工知能，論理設計やスケジューリング等の様々な分野で現れる問題で，NP完全問題の中でも最も活発に研究が行われている問題の一つである。特にn変数論理式に対するc^n（$c<2$）時間アルゴリズムのcの値をできるだけ小さくすることは理論上のみならず実用的インパクトも大きいと言われている。本論文では主に節の長さを3以下に限定した3SATに対して，いくつかの新アルゴリズムとその解析を与えている。

第1章，第2章では研究の背景及び結果の概要，およびSATアルゴリズムに関する基本的概念が述べられている。SATの計算複雑さ研究の現状を踏まえ，アルゴリズム的観点からの研究の重要性が指摘され，その研究の意義について議論されている。さらにそれぞれの章で示される結果の意義が分かりやすくまとめられている。また第3章以降の結果を知るために必要な知識についても簡潔に述べられている。

第3章では論理式の充足解の情報（充足解の中の0と1の個数に偏り）を利用したSchoeningの局所探索アルゴリズムの改良が与えられている。具体的には0と1の個数をパラメータに取り，各パラメータ値に対してこのアルゴリズムを最適化している。改良の効果は0と1の個数に大きな偏りのある実用上の例題に対して特に有効であり，計算機実験でもそのことが確かめられている。

第4章では一般の3SATに対する最も高速なアルゴリズムの設計と解析が与えられている。充足解の個数が少ない論理式にはPPSZのアルゴリズム，多い論理式にはSchoeningのアルゴリズムが高速であると予想し，論理式の充足解の個数に関連した組み合わせ的構造を用いて2つのアルゴリズムを解析を与えている。パラメータ値の範囲に応じて2種類のアルゴリズムを使い分けることで最も高速なアルゴリズムを得ている。またSchoeningのアルゴリズムの3SATの場合に対する計算時間の改良も与えられている。Schoeningのアルゴリズムでは初期値を一様にランダムに発生させて局所探索を行なう。本章では，論理式の独立項集合を利用してより良い初期値を発生させるという先行研究の結果を拡張し，独立項対の集合を考えることでさらに良い初期値を発生させる方法を示している。

第5章では第4章で示されたアルゴリズムのさらなる改良について議論している。PPSZのアルゴリズムは，ある割合の変数に対して正しい充足割り当てを行なうと，準指数時間でその割り当てを充足解に拡張できるという性質を持つ。第4章の結果においては，ある割合の変数に対する割り当てを行なう部分を完全にランダムに行なっていたが，その代わりに局所探索アルゴリズムを用いることで成功確率が高くなることが期待できる。本研究ではある仮定の下でUnique3SAT，及び一般の3SATに対する最も高速なアルゴリズムを与えた。

最後に第6章では，以上の結果をまとめ，さらに今後の方針が与えられている。

論文審査の結果の要旨

和積形論理式の充足可能性問題に対する高速アルゴリズムの研究はここ20年間で非常に進歩してきたが，かなり成熟してきていることも事実である。従って，さらなる高速化の要求にもかかわらず，近年は大きな改良を与えることが難しくなってきている。本論文では，先行研究では見過ごされてきた論理式の様々な性質に着目して，既存のアルゴリズムの改良に成功している。本論文の結果について特筆すべき点は以下の通りである。

1．論理式の充足解の中の0と1の個数を考慮することにより，従来は同じ最悪計算時間保証しか与えることのできなかった論理式のクラスに対し，0と1の偏りに応じた自然な計算時間の改良を与えている。

2．論理式の充足解の個数に着目し，個数の多少に応じて2つのアルゴリズムを使い分ければ一般の 3SAT の最悪計算時間が改良されるという直観を，ある組み合わせ的構造を利用することで厳密に解析し証明を与えている。

3．論理式の独立項対の集合という概念を導入することで，局所探索アルゴリズムが良い初期値を高い確率で選択できる方法を与え，計算時間の改良を行なっている。

4．現在最速の 3SAT アルゴリズムを改良するための方針として，PPSZ アルゴリズムの成功確率を増加させるために Schoening のアルゴリズムを用いる方法を提案し，実際に計算時間が改良されるための十分条件を考察している。

本論文の結果のひとつである，充足解の０と１の個数の偏りを利用した改良については，実用上の例題によく現れる性質にもかかわらず，それを明示的に利用したアルゴリズムがなかったという点で斬新である。3SAT に対する最も高速なアルゴリズムを与えた結果については，毎年のように改良結果が更新されている激しい研究競争の中での結果であり，非常にインパクトが大きい。また本研究の結果は，計算時間の改良の大きさのみならず，その解析手法についても評価しうる。一般的に，アルゴリズムの改良には多くの場合分けを伴なうことが多く，証明の正しさを検証することが困難な場合が多い。本研究では論理式の自然な性質に着目することで，見通しのよい解析を与えている。

以上，本研究は和積形論理式の充足可能性問題に対するアルゴリズムの設計と解析に関して学術上意義深い結果を導いている。よって，本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。

また，平成18年２月20日に実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。