

【242】

氏名	上田 皖亮 うえだ よしすけ
学位の種類	工学博士
学位記番号	工博第89号
学位授与の日付	昭和40年6月22日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	工学研究科電気工学専攻
学位論文題目	SOME PROBLEMS IN THE THEORY OF NONLINEAR OSCILLATIONS (非線形振動理論における若干の問題)
論文調査委員	(主査) 教授 林 千博 教授 林 重憲 教授 近藤文治

論文内容の要旨

この論文は非線形の物理系に発生する振動現象の理論的研究に関するものであって、本篇5章および付録2章よりなっている。

第1章では非線形要素として可飽和インダクタンスを含む直列共振回路に振幅の大きな正弦波電圧を印加した場合に発生する高調波振動を取扱っている。この種の回路に発生する分数調波振動についてはかなり研究が行なわれているが、高調波振動については現象そのものの複雑さおよび理論的解析の困難さのために研究が遅れていることを指摘している。系の動作を記述する基礎方程式は Duffing 型の非線形微分方程式となる。この方程式の周期解としてまず奇数次調波成分のみを考慮して、harmonic balance 法を用いて振幅特性を求めている。このような周期解は外力振幅のある範囲で不安定となり、不安定振動として偶数次の高調波成分が自励することを示している。つづいて偶数次の高調波成分を伴った周期振動の振幅特性およびその安定性を論じている。またこのような偶数次の成分が現われる外力の振幅のある範囲内で、不安定振動として分数調波成分が自励しうることも指摘している。上記の解析に対しアナログ計算機を用いて解析した結果を述べ、理論的考察の結果と一致することを示している。さらにデジタル計算機を用いて Duffing の方程式の周期解を数値的に詳細に解析し、上記の理論的考察結果と比較している。

第2章では可飽和インダクタンスを含む並列共振回路における高調波振動の発生模様を論じている。この回路に対する基礎方程式は減衰項および非線形復原項を付加した Mathieu の方程式となることを示し、前章と同様な方法で周期解とその振幅特性および安定性を論じ、数値例を挙げて説明し、最後に実験結果を引用している。

第3章においては自励振動系に周期的外力を加えた場合に発生する概周期振動について詳細な解析結果を述べている。このような系を記述する微分方程式は Van der Pol の方程式に周期的外力を表わす項を付加した nonautonomous な方程式となる。まず周期的外力を受ける自励振動系に起る周波数引込現象(同期化現象)について述べ、つぎにこのような引込現象を発生させる外力の領域を外力の振幅および周

波数を座標軸にとった平面上に数値例をあげて示している。また外力がこのような領域外にある場合には、概周期振動が発生することを述べている。この種の振動は定常状態においても振動の振幅および位相が周期的に緩慢に変化し、その変化の周期と外力の周期との比が一般に無理数となるため、結局非周期的な振動となる。外力を引込領域外に与えた場合に発生する振動に対しては harmonic balance 法および定数変化法を用いて nonautonomous な方程式を autonomous な系に変換し、位相面解析法を用いて考究している。位相面上の特異点は周期振動に対応し、リミットサイクルは概周期振動を表わす。数値例をあげて実際にリミットサイクルを求め、これより振動波形をも計算している。また外力を引込領域境界線を越して変化させた場合の移行について論じている。さらに外力を引込領域境界線上に与えた場合に位相面上に現われる高次の特異点についても詳細に解析している。以上では概周期振動を autonomous な系に変換し考察して来たが、その結果を検討するため、nonautonomous な系をデジタル計算機を用いて解析している。すなわち概周期振動に対して mapping 法を適用すれば、動作点は定常状態においても動きつづけ閉じた invariant 曲線を描く。このような曲線を実際に求め、前に得たリミットサイクルと比較検討している。

第4章では非線形復原項を有する自励振動系に周期的外力を加えた場合に発生する振動現象の研究結果を述べている。まず離調度すなわち外力および自励振動周波数の差があまり大きくも、小さくもない中間の値を取る場合には、同一の系においても引込まれた周期振動と概周期振動が共存しうることを述べ、これらの周期振動および概周期振動に対応する安定な特異点およびリミットサイクルが共に存在するような位相面図を求めている。そして外力を引込領域境界線を越して変化させた場合に起る各種振動間の移行を位相面上の特異点およびリミットサイクルの変化と対応させて考察している。またアナログ計算機による解析結果を述べ理論的考察の結果とよく一致することを示している。

第5章は非線形復原力をもつ Rayleigh の方程式で表わされる自励振動系に周期的外力を加えた場合に発生する振動の振幅および位相を決定する autonomous な方程式について考察している。この系に対する位相面図のうち3つの特異点と2つのリミットサイクルを持つような場合を数値例で示し、さらにこの状態より外力を変化させた場合の特異点およびリミットサイクルの変化について詳細に考察している。

付録の2章は本篇の補遺である。

論文審査の結果の要旨

著者の取扱った研究対象を大別すると、(1) 非線形復原力を持つ振動系に周期的外力を加えた場合に発生する高調波振動と、(2) 自励振動系に周期的外力を加えた場合に発生する調和振動、分数調波振動および概周期振動よりなっている。前者の非線形復原力を持つ振動系は Duffing の方程式で表わされ、後者の自励振動系は Van der Pol あるいは Rayleigh の方程式に強制項を付加した方程式で表わされる。これらの系に発生する振動現象は非常に複雑多岐であり、特殊の場合を除くと殆んど纏った研究が行なわれていなかったため、著者の研究はこの点で未知の分野を開拓したものと考えられる。

まず著者の取扱った高調波振動(第1章、第2章参照)に対してはその安定問題を吟味するに当たって、変分方程式として周期関数を係数に持つ Hill の微分方程式を導き、その解の特性指数から安定判別を行

なった結果、非常に一般的な安定条件式を誘導し得ただけでなく、種々の高調波振動および分数調波振動の発生を予測することが可能になった。その結果従来断片的に知られていた鉄共振現象、中性点反転現象等の工学的諸問題を統一的に解明することが出来た。

次に自励振動系（第3章より第5章まで）に対する著者の研究は位相面解析法を用いてその周期解と非周期解（この場合には概周期解となる）の関連を明らかにしたことがその主な成果と考えられる。即ち周期振動を位相面上の特異点で表わし、概周期振動をリミットサイクルで対応させ、系の種々のパラメタの変化に従って、これらの特異点とリミットサイクルの発生、消失およびその間の移行の模様を論じたものである。その結果は単に理論的興味に止らず、実際に工学的な分野で遭遇する諸問題、例えば発振回路における同期化現象、周波数分割の現象等を明確に説明することに成功した。

以上を要するに本研究は非線形振動理論における代表的な諸問題に対して、著者の独自の研究手段により、その解明を与えたものであって、学術的にも工学的にも寄与するところが多く、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認められる。