

円柱に及ぼす波力の実験的研究

樋 口 明 生

EXPERIMENTAL STUDY OF FORCES EXERTED BY WAVES ON A CIRCULAR CYLINDER

by Haruo HIGUCHI

Synopsis : A series of experiments was made in a wave channel for the forces exerted by deep water waves on a submerged circular cylinder, and both coefficients of drag and mass were obtained.

The circular cylinder was submerged sometimes half and sometimes completely. The forces and coefficients were calculated from the moments about the bottom of the cylinder.

The theoretical moment-time relation calculated with the coefficients empirically obtained was compared with the measured values.

1. 緒 言

風浪中に全没または半没する物体のうける力については、現在全く未知の状態である。この問題を解明するための第一段階として、実験水槽中の深海波によつて、円柱がうける力について二、三の実験を行つた。一般に、波動中にある物体は二つの力をうける。一つは drag force であり、他の一つは inertia force である。drag force は、流体の密度、流れに垂直な平面への物体の射影面積、および流速の2乗に比例し、inertia force は、仮想質量によるものを含んでいるが、流体の密度、物体の体積、および物体と流れの相対加速度に比例する。仮想質量とは、流体中にある物体が加速度をもつ場合、あたかもそれが排除した流体の体積、したがつてその質量が増加したような現象を示すが、その増加した質量を意味する。物体が定常流中にある場合には、そのうける力は前者 (drag force) のみで支配されるが、流体が加速度をもつ非定常流の場合には後者 (inertia force) がしばしば卓越してくる。この二つの力の大きさの割合は、波の特性、物体の大きさ、水深などによつて定まる。

今回の実験においては、これらの二つの力の係数を定め、風浪中の場合の研究の一助とする。

2. 実験装置および経過

実験は、宇治川水理実験所内の風洞付水槽で行つた。図-1 に示すように、水槽本体は鉄骨フレーム両側面ガラス張り、上面透明プラスチック張り、長さ 21.6 m、巾 0.75 m、高さ 1.06 m、水深 0.5 m である。この一端には特別に設計された気圧式波起し装置が附属している。これは 図-1 および 写真-1 に示すように、3 馬力のループローワーで一定方向に空気を送り、十字形の回転弁によつて空気の回路を円滑に切り替え、空気室内の空気を交互に加圧減圧して水面を上下させ、水槽内に波を起す装置である。1/2 馬力の無段変速機付電動機で回転弁の回転数を変え、起す波の周期を 0.45 ~ 4.5 sec の範囲で、連続的に変えることができる。波高は、バイパス弁の開閉でループローワーの効率を変えることにより、0 ~ 20 cm の間で任意に調節できる。こうして起した波は、水槽内に吊られたキャンパス製フィルターで整えられ、水槽のほぼ中央部にある計測点に達すると 写真-2 に示すように、ほとんど正弦波形となる。

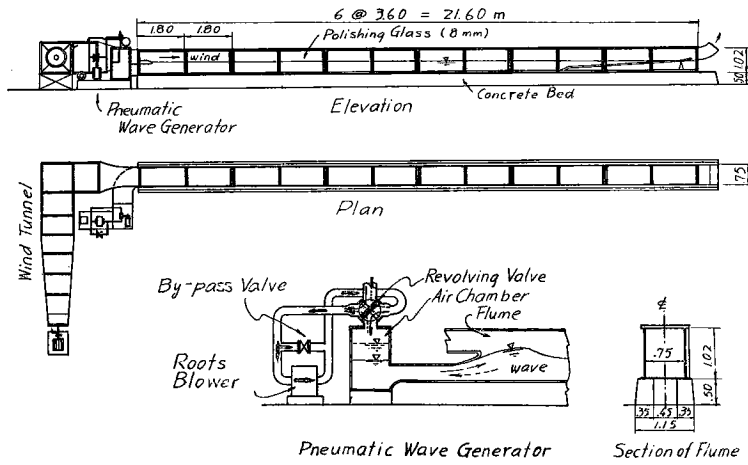


Fig. 1 Wind flume and pneumatic wave generator

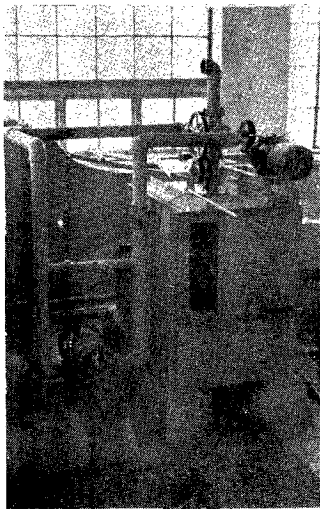


Photo. 1 Pneumatic wave generator

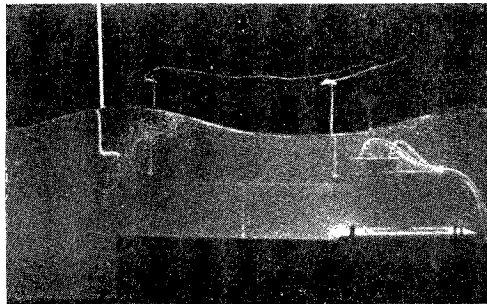


Photo. 2 Wave profile; $T=0.743$ sec,
 $H=7.0$ cm, $L=90.6$ cm

水槽の中央部に、図-2 に示すように、円柱をモーメント計 (Strain Gage) に取り付け、基部のモーメントをインク書きオツシログラフで記録した。使用したガルバノメーターの固有振動数は 30 サイクルである。実験に使用した円柱は、直径 1.58 cm、長さ 13.0 cm の真ちゆう製中空筒で、見かけの比重は 2.0 である。これを、円柱の上端が静水面上 7.9 cm, 2.1 cm, および水面下 3.6 cm にある 3 段階において実験を行つた。

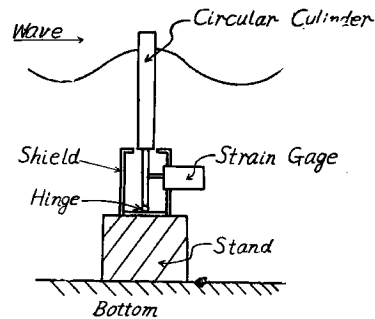


Fig. 2 Sketch of apparatus

円柱の前方 10 cm, 真横 10 cm, およびその前方 50 cm の所に合計 3 本の電気抵抗式水位計をおき (写真-3), モーメントの記録と同時にオツシログラフで記録し, 波の周期, 波高, 波形, 波長 (波速 C より L ,

= CT による)などを求めた。

波動中の水の粒子の軌道の大きさは、写真撮影により求めた。ベンゼン、トリクロールエチレンを堅練ペイントで着色して比重が水と等しくなるように調合し、これを直径1.5~2mmの粒滴として水中に懸濁させ、これに上方からスリットを通して光をあて、横から撮影した(写真-4)。写真中の白い輪が水の軌道を代表するものである。

今回の実験に使用した波の特性は表-1に示す。

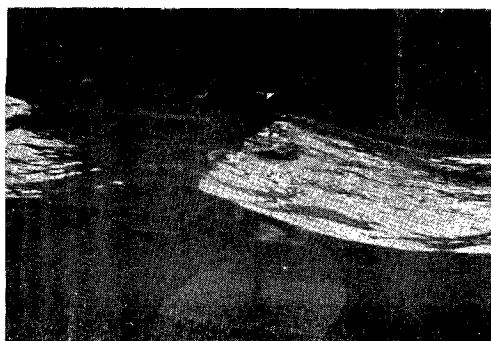


Photo. 3 Three wave meters and circular cylinder

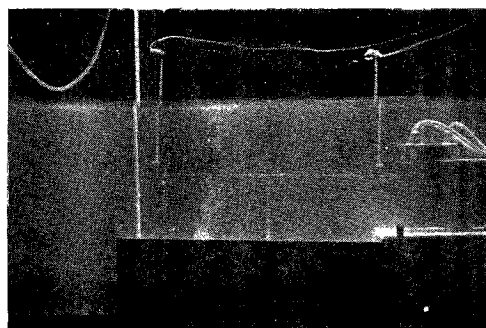


Photo. 4 Orbital motion of water particles; $T=0.738$ sec, $H=1.4$ cm, $L=87.7$ cm (White circles show the orbits of water particles.)

Table 1 Summary of test conditions

Case	Wave			Steepness δ	Maximum particle velocity u -cm/sec	Reynolds number R_e
	Period T -sec	Height H -cm	Length L -cm			
15-5	0.730	3.50	80.2	0.0437	15.07	2215
15-4	0.733	2.24	79.7	0.0281	9.60	1410
15-3	0.730	1.37	81.1	0.0169	5.90	868
15-2	0.728	0.85	84.6	0.0100	3.66	538
15-1	0.730	0.64	84.8	0.0075	2.76	405
9-5	0.737	3.31	83.2	0.0398	14.10	2037
9-4	0.736	2.46	83.6	0.0294	10.50	1530
9-3	0.735	1.39	85.5	0.0163	5.95	858
9-2	0.732	0.79	83.5	0.0095	3.41	492
9-1	0.734	0.56	83.5	0.0067	2.40	346
3-5	0.732	3.74	83.1	0.0450	15.91	1743
3-4	0.735	2.53	82.0	0.0309	10.83	1182
3-3	0.732	1.42	81.3	0.0175	6.09	662
3-2	0.732	0.863	80.4	0.0107	3.71	403
3-1	0.733	0.578	81.2	0.0071	2.48	270

Note: Elevations of top of cylinder from still water level in Cases 15-5~1, 9-5~1, and 3-5~1 are +7.9, +2.1 and -3.6 cm respectively.

3 実験結果と考察

上述の方法で波による水の粒子運動の軌道の直径を求めた結果は 図-3 に示す。深海波の場合軌道の大きさは次式で表わされる。

$$\frac{2a}{H} = \frac{2b}{H} = e^{-\frac{2\pi z}{L}} \dots\dots\dots(1)$$

- ここに a : 軌道の水平方向の半径,
- b : 軌道の鉛直方向の半径,
- H : 波高, L : 波長,
- z : 静水面からの深さ

を表わす。図中の直線は (1) 式を表わす。これによつて、今回の実験に使用した波の範囲($L=80\sim 90\text{cm}$)では、軌道の大きさの深さによる減衰状態に関しては深海波とみなしてよいことが確認された。実際、水槽の水深 50.3 cm は半波長より少し深い。

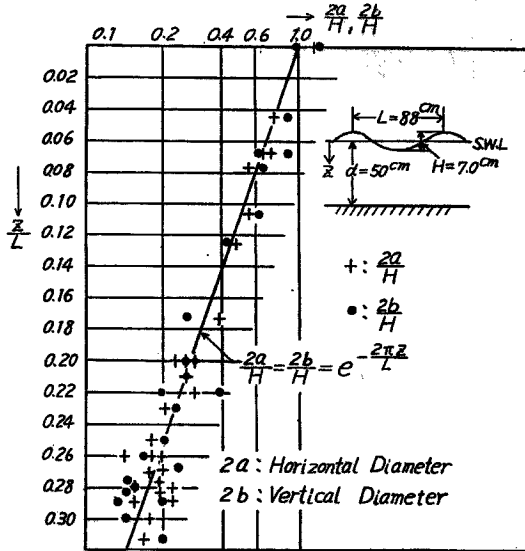


Fig. 3 Relation of orbital diameter with depth, empirical and theoretical

ここに

$$dF(z) = \pm \frac{1}{2} \rho C_D D |u|^2 dz + \rho C_M \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} dz \dots\dots\dots(3)$$

である。ただし

- l, l_0, d_0 : 図-4 に示されている。
- M : 基部モーメント, ρ : 流体の密度,
- C_D : 抵抗係数, D : 円柱の直径,
- u : 水の粒子運動の水平速度,
- C_M : 仮想質量の係数,
- 第1項の複号は u と同符号

図-4 に示すような場合、円柱の基部の周りのモーメントは次のように表わされる。ただし、図中円柱は d_0 以深は波動から保護されているものとする。

$$M = \int_{d_0-l}^{d_0} (l_0 + d_0 - z) dF(z) \dots\dots\dots(2)$$

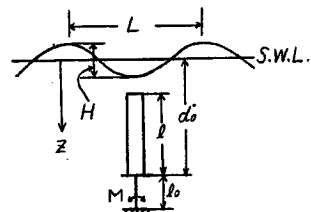


Fig. 4 Notations

である。(3)式は円柱の単位長さのうける力を表わし、第1項は drag force を、第2項は inertia force をそれぞれ表わしている。前述のように、この実験に使用した波は深海波として扱える。深海波の粒子速度および加速度を表わす式は、それぞれ次のようである。

$$u = \frac{\pi H}{T} e^{-\frac{2\pi z}{L}} \sin \theta \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} e^{-\frac{2\pi z}{L}} \cos \theta \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 T : 波の周期、 $\theta = (2\pi/T)t$ とする。(3)、(4)および(5)式を使つて(2)式を積分すれば、

$$M = \pm M_D \sin^2 \theta + M_M \cos \theta \dots\dots\dots (6)$$

ただし、

$$M_D = \frac{1}{2} \rho C_D D \left(\frac{\pi H}{T} \right)^2 e^{-\frac{4\pi(d_0-l)}{L}} \cdot \frac{L}{4\pi} \left[l - \left(\frac{L}{4\pi} - l_0 \right) \left(1 - e^{-\frac{4\pi l}{L}} \right) \right] \dots\dots\dots (7)$$

$$M_M = \rho C_M \frac{\pi D^2}{4} \frac{2\pi^2 H}{T^2} e^{-\frac{2\pi(d_0-l)}{L}} \cdot \frac{L}{2\pi} \left[l - \left(\frac{L}{2\pi} - l_0 \right) \left(1 - e^{-\frac{2\pi l}{L}} \right) \right] \dots\dots\dots (8)$$

を得る。円柱の上端が静水面上にある場合は、(7)、(8)式中 $l = d_0$ とおけばよい。 M_D 、 M_M はそれぞれ drag force および inertia force による最大モーメントを表わしている。これらは l すなわち θ を含まないから(6)式において、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ がそれぞれ0の所を選べば、記録(モーメント~時間曲線)から M_D 、 M_M を分離することができる。すなわち、粒子の角位置が θ にある場合の記録の読みを $M(\theta)$ とすれば、

$$M_D = \frac{1}{2} \left[M\left(\frac{\pi}{2}\right) - M\left(\frac{3\pi}{2}\right) \right] \dots\dots\dots (9)$$

$$M_M = \frac{1}{2} [M(0) - M(\pi)] \dots\dots\dots (10)$$

で表わされる。この M_D 、 M_M をそれぞれ(7)、(8)式に代入し、 C_D 、 C_M について解けば、それぞれの係数の値を求めることができる。

記録から(9)、(10)式の M_D 、 M_M を求めて粒子速度との関係を示したのが 図-5 である。直線は後に得た C_D 、 C_M を使つて計算した値である。今回の実験に使用した波は周期 T がほぼ一定であるから、 M_M の勾配は1になっている。

次に M が極値をとる θ を求めるために、(6)式を微分しこれを0とおいて求めた θ の値を θ_{\max} とすれば(この式は $0 \leq \theta \leq \pi$ と $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ とでは、符号が異なるだけであるから簡単のために $0 \leq \theta \leq \pi$ のみを考える)

$$\theta_{\max} = 0, \pi \text{ および } \theta_{\max} = \cos^{-1} \frac{M_M}{2M_D} \quad \left(\text{ただし } 0 \leq \frac{M_M}{M_D} \leq 2 \right) \dots\dots\dots (11)$$

を得る。一方、波は $\zeta = (H/2) \sin \theta$ (ζ : 水面の上り) を仮定しているから、最大値は $\pi/2$ の所にあり、 $\theta_{\max} - \pi/2 = \beta$ が波の最大値(波頂)とモーメントの最大値との角位置の差、すなわち時間差を表わす。こ

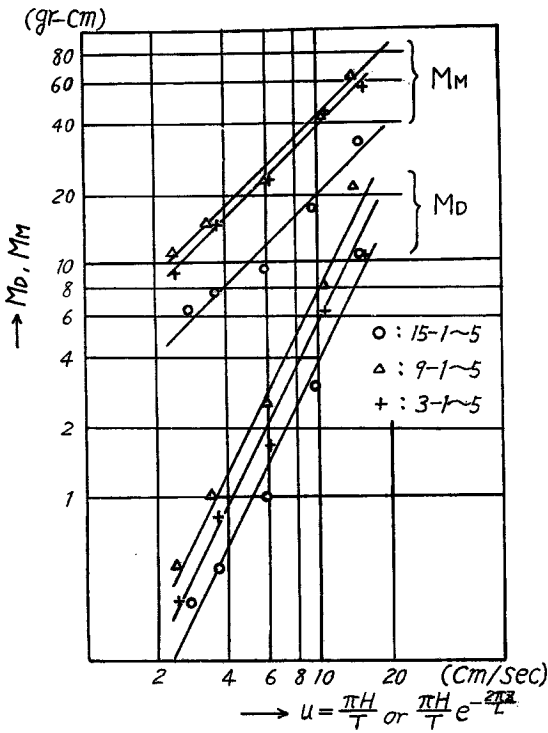


Fig. 5 Relation between moment and particle velocity, empirical

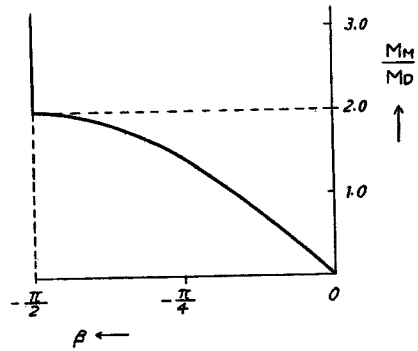


Fig. 6 Advance of maximum moment, theoretical

の関係を図示すれば 図-6 のようになる。 β の負号はモーメントの山が先行していることを表す。この図を見ると、 M_M/M_D が 0 の場合はモーメントが最大になる時刻と波頂が通過する時刻は一致しているが、現実にはそれはあり得ないからモーメントが最大になる時刻は常に波頂よりも先に現われることがわかる。 M_M/M_D が大きくなるにつれてモーメントの山は次第に早く現われ、これが 2 に達すると位相の進みは $\pi/2$ になり、2 よりも大きくなつても、もはやそれ以上進ま

ぬことがわかる。これは非常に興味あることである。図-7 に M_M/M_D が 1 および 2 の場合を示す。これをもう少し詳しくしらべてみよう。(11)式に(7)、(8)式を代入して整理すると

$$\theta_{\max} = \cos^{-1} \frac{2\pi C_M e \cdot \frac{2\pi(d_0-l)}{L} \left\{ \frac{l}{L} - \left(\frac{1}{2\pi} - \frac{l_0}{L} \right) \left(1 - e^{-\frac{2\pi l}{L}} \right) \right\}}{2\pi C_D e \cdot \frac{D}{H} \left\{ \frac{l}{L} - \left(\frac{1}{4\pi} - \frac{l_0}{L} \right) \left(1 - e^{-\frac{4\pi l}{L}} \right) \right\}} \dots\dots\dots(12)$$

となり、波高に比べて円柱の直径が大きくなれば ($D/H \rightarrow$ 大) θ_{\max} は 0 に近づき、すなわち β は $\pi/2$ に近づくことがわかる。また円柱が深い所にあれば (d_0 が大きくなれば) β が $\pi/2$ に近づくことがわかる。

実験中 Case 9-4 について β を求めてみる。記録から β を読み取ると 85.2° を得た。この場合 $M_M/M_D > 2$ であり、理論的には 90° になるはずであるが、記録におけるモーメントの山が比較的平らであることなどの理由によりこの程度の不一致は許されるであろう。短い時間差の測定は現在の方法では比較的困難であり、位相差から M_M/M_D を求める方法には、高い精度を要求することはできない。

次に円柱の上端が静水面より $H/2$ 以下にある場合に、水面の上下を考慮にいれて、近似的に

$$u = \frac{\pi H}{T} e^{-\frac{2\pi(x+\zeta)}{L}} \sin \theta \dots\dots\dots(13)$$

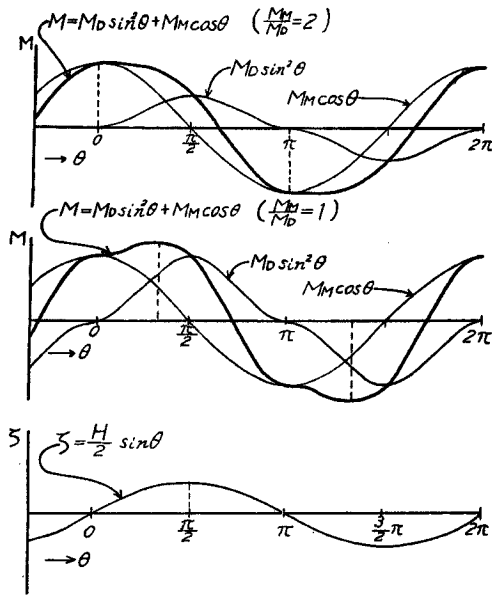


Fig. 7 Moment-time history and wave profile, theoretical

とおくと,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} e^{-\frac{2\pi x}{L}} e^{-\pi \delta \sin \theta} \times \cos \theta (1 - \pi \delta \sin \theta) \dots \dots \dots (14)$$

となる。 $\delta = H/L$ は波形勾配を表わす。これを使ってモーメントを求めると、(6)式に対応するものとして

$$M = \pm M_D e^{-2\pi \delta \sin \theta} \sin^2 \theta + M_M e^{-\pi \delta \sin \theta} \cos \theta (1 - \pi \delta \sin \theta) \dots (15)$$

を得る。この M_D, M_M は(7), (8)式で表わされるものである。これは(6)式において第1項に $e^{-2\pi \delta \sin \theta}$, 第2項に $e^{-\pi \delta \sin \theta} (1 - \pi \delta \sin \theta)$ なる補正項を乗じたものと見なすことができる。(15)式から前と同様に(9), (10)式に対応するものを導くと,

$$M_D = \frac{1}{2 \cosh 2\pi \delta} [M(\frac{\pi}{2}) - M(\frac{3\pi}{2})] \dots \dots \dots (16)$$

$$M_M = \frac{1}{2} [M(0) - M(\pi)]$$

を得る。今回使用した波は、最大で $\delta = 0.045$ であるから $\cosh 2\pi \delta = 1.04$ となり、 M_D 値は実際よりも約4%大きく判断される。これは 図-5 中の丸印の大きさの程度であるから図には書き込まなかつた。 M_M に関しては、水面の上下動の影響は及んでこない。なおこの場合には、前記の位相差は簡単に求められない。

次に円柱の上端が静水面上 $H/2$ 以上にある場合の式を導く。この場合にはモーメントの腕の長さが時間的に変化するわけである。

$$M = \int_{-\zeta}^{d_0} (l_0 + d_0 - z) dF(z) \dots \dots \dots (17)$$

(3), (13), (14) 式を使って上式を積分すれば

$$M = \pm M'_D \sin^2 \theta + M'_M \cos \theta (1 - \pi \delta \sin \theta) \dots \dots \dots (18)$$

$$M'_D = \frac{1}{2} \rho C_D D \left(\frac{\pi H}{T}\right)^2 \frac{L}{4\pi} \left[d_0 + \zeta - \left(\frac{L}{4\pi} - l_0\right) \left(1 - e^{-\frac{4\pi(d_0 + \zeta)}{L}}\right) \right] \dots \dots \dots (19)$$

$$M'_M = \rho C_M \frac{\pi D^2}{4} \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{L}{2\pi} \left[d_0 + \zeta - \left(\frac{L}{2\pi} - l_0\right) \left(1 - e^{-\frac{2\pi(d_0 + \zeta)}{L}}\right) \right] \dots \dots \dots (20)$$

を得る。(19), (20)式は、(7), (8)式において $l = d_0$ とおき、改めて d_0 の代りに $d_0 + \zeta$ を代入したものに等しい。前と同様に

$$\frac{1}{2} \left[M \frac{\pi}{2} - M \left(\frac{3\pi}{2} \right) \right] = \frac{1}{2} \rho C_D D \left(\frac{\pi H}{T} \right)^2 \frac{L}{4\pi} \left(d_0 - \left(\frac{L}{4\pi} - l_0 \right) \left(1 - e^{-\frac{4\pi d_0}{L}} \cosh 2\pi \delta \right) \right) \dots \dots \dots (21)$$

$$\frac{1}{2} [M(0) - M(\pi)] = M'_M(\theta=0) = M_M$$

となる。この場合には、(21)式の右辺を M_D と見なしているわけであるから、これは実際よりも小さく見積ることになる。この差は δ だけではきまらないが、 $d_0 = 5.1 \text{ cm}$ で $\delta = 0.0437$ のときには約 1% であり事実上無視してよい。この場合も簡単に β を求めることはできない。

図-5 において $M_D \propto (\pi H/T)^2$, $M_M \propto (\pi H/T)$ が確かめられ、前記の考察で (7), (8) 式を使用することの妥当性が認められた。そこでこれらの式を C_D, C_M に関して解くと

$$C_D = \frac{M_D}{\frac{1}{2} \rho D \left(\frac{\pi H}{T} \right)^2 e^{-\frac{4\pi(d_0-l)}{L}} \cdot \frac{L}{4\pi} \left[l - \left(\frac{L}{4\pi} - l_0 \right) \left(1 - e^{-\frac{4\pi l}{L}} \right) \right]} \dots \dots \dots (22)$$

$$C_M = \frac{M_M}{\rho \frac{\pi D^2 2\pi^2 H}{4 T^2} e^{-\frac{2\pi(d_0-l)}{L}} \cdot \frac{L}{2\pi} \left[l - \left(\frac{L}{2\pi} - l_0 \right) \left(1 - e^{-\frac{2\pi l}{L}} \right) \right]} \dots \dots \dots (23)$$

となる。実験より求めた M_D, M_M を使って上式より C_D, C_M を求めた。定常流中の円柱の抵抗係数はレイノルズ数 R_0 に関係するから、非定常流の場合も C_D を R_0 について表現するのがわかりやすいだろう。実験中 drag force に最も大きい影響を与えるのは水の粒子と円柱との相対速度の最大値であるから、この値を必要なレイノルズ数の速度因子の代表とする。これは、円柱が全没している場合には平均位置が円柱の上端と同一水平面内にある粒子の最大水平速度であり

$$u_{\max} = \frac{\pi H}{T} e^{-\frac{2\pi(d_0-l)}{L}} \dots \dots \dots (24)$$

で表わされ、円柱の上端が静水面上に出ている場合には表面の粒子のそれであり、次のように表わされる。

$$u_{\max} = \frac{\pi H}{T} \dots \dots \dots (25)$$

特性長としては円柱の直径を採用するのが妥当である。このような量で表わされるレイノルズ数

$$R_0 = \frac{D u_{\max}}{\nu} \dots \dots \dots (26)$$

ν : 動粘性係数

を採用し、これと C_D, C_M との関係を示したのが 図-8, 図-9 である。図中に Morison¹⁾ らの実験値をも同時に記した。図-8 中の実線は定常流の場合の実験値である (Relf, 1914)。今回の実験に使用した円柱は

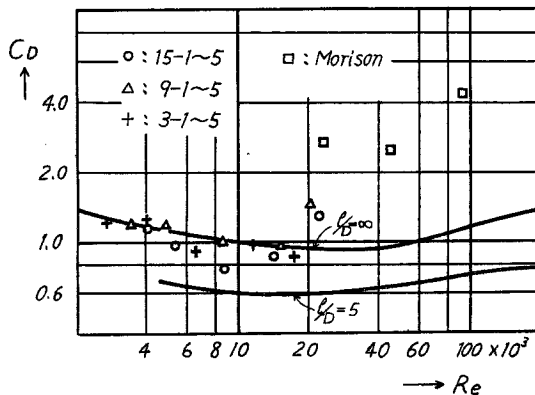


Fig. 8 Relation of coefficient of drag with Reynolds number

$l/D = 3.2 \sim 8.2$ であり、 C_D は一般に定常流中の場合よりも大きい値を示している。波動中の C_D に関しては O'Brien, Morison²⁾ の球に関する実験や、浜田氏³⁾ の正方形ブロックに関する実験において述べられており、前者においてはレイノルズ数 2×10^3 あたりで定常流中の3.7倍、後者においては、レイノルズ数 $(1 \sim 4) \times 10^4$ において1.3倍となっている。筆者の結果は深海波における抵抗係数であり、浅海波の場合に求められた上記の値と直ちには比較できないかも知れないが、同じ傾向をもつように思われる。

次に同様に C_M をレイノルズ数について図示したものが 図-9 である。Stelson および Mavis⁴⁾ によれば、円柱が流体内で加速度をうける場合 $l/D = \infty$ のときは $C_M = 2.0$ となるべきことが示されている。筆者の実験では、これよりやや大きい平均値2.08を得た。いくらか右下りの傾向が見られるが、まずレイノルズ数とは無関係であろうと思われる。

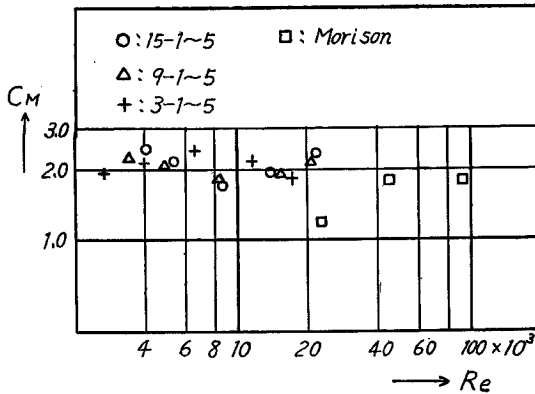


Fig. 9 Relation of coefficient of mass with Reynolds number

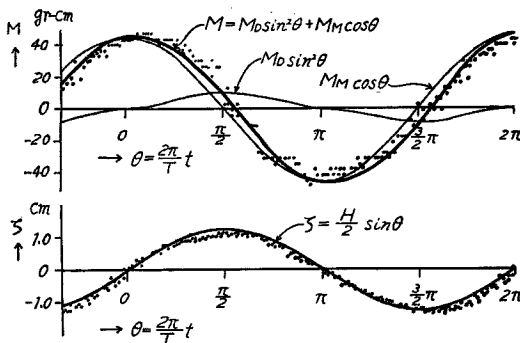


Fig. 10 Moment-time history and wave profile, empirical and theoretical

こうして求めた C_D, C_M の妥当性を検討するために、以上で得た C_D, C_M を使い、(6), (7), (8) 式によりモーメント～時間曲線を計算し、これと実測値と比較した一例 (Case 9-4) を 図-10 に示す。同時に、円柱の真横における水位記録と、仮定された水位曲線とを示す。実測値は連続した10個の波の値である。

(18), (19), (20) 式を使つて同様に計算したが、図が見にくくなるので掲載しなかつた。これは前者とほとんど同じ形をしているが、 $0 < \theta < \pi$ でやや下側に、 $\pi < \theta < 2\pi$ でやや上側に現われる。この差は大体図中の理論曲線の太さの程度である。図-10 中のモーメントは、波形の一致程度と比較してかなりよく一致しているといえる。モーメントの実測値の全振幅が計算値と一致しないのは、この例に使用した場合 (Case 9-4) には、 $C_D = 0.973, C_M = 1.92$ を得たにもかかわらず全体の平均値を使つて計算したためであり、この程度一致すれば良好である。

4. 結 語

以上、水槽内の実験で求めたモーメントを使つて円柱のうける力の解析に必要な二つの係数を求め、レイノルズ数 $270 \sim 2220$ の間で $C_D = 1.05, C_M = 2.08$ を得た。

この二つの係数を使つて、この範囲の波によつて円柱がうける力を計算できることを検討した。これを更に発展させれば、風浪中の問題に関しても論ぜられることと確信する。

最後に、この研究において終始適切なる御指導を賜つた速水頌一郎教授、国司秀明氏、および実験に協力して頂いた谷泰雄氏に深い謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) J. R. Morison, J. W. Johnson and M. P. O'Brien : Experimental Studies of Forces on Piles, Proc. 4th Conference on Coastal Engineering, Oct. 1953, pp. 340~370.
- 2) M. P. O'Brien and J. R. Morison : The Forces Exerted by Waves on Objects, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 33, No. 1, Feb. 1952, pp. 32~38.
- 3) 浜田徳一, 光易恒, 長谷直樹 : 構造物に作用する波力, 海岸工学講演会講演集, 昭.31.11, pp. 67~83.
- 4) T. E. Stelson and F. T. Mavis : Virtual Mass and Acceleration in Fluids, Proc. Amer. Soc. Civil Engineers, Apr. 1955, pp. 670-1~9.