

# 風洞水槽による風波の研究 (I)

—表面境界層流について—

国 司 秀 明

## STUDIES ON WIND WAVES WITH USE OF WIND FLUME (I)

—On the Shearing Flow in the Subsurface Boundary  
Layer Caused by Wind Stress—

by Hideaki KUNISHI

**Synopsis :** As the first step of the investigation of the wave generation by wind, it was studied experimentally that the development of the wind-driven currents under comparatively weak winds. This is the first report of the results.

It was found that the current profile was just controlled by the molecular friction. Hence we can call the region of this flow the subsurface boundary layer. The shearing stresses on water surface were almost in agreement with those calculated from wind profile.

The volume transport in the subsurface boundary layer becomes nearly constant some time later, and then the sharp current profile turns into much more flat one with large scale eddies. It is understood that the current system, drift currents with slope currents, reaches the steady state. It was shown that this comparatively distinguished transition to the steady state occurred when  $\tau_0 l^2 = \text{constant}$ .

In some cases of relatively strong wind in experiments, the slight deviation of viscosity from molecular one was observed before the steady state was reached. This change seemed to occur when the Reynolds number of subsurface boundary layer flow reached about 420. In these cases, the times when the steady state was reached were late a little and were ruled by  $\tau_0 l^2 = \text{another constant}$ . The change of this constant was comparable to that of the viscosity.

In one case, it was clearly seen that the above slight change of viscosity was accompanied with the waviness of stream lines, though their amplitudes were very small. But the sudden growth of surface undulations occurred after a while. These are very interesting problems. I will try to clear them continuously.

### 1. 序

1947年 Sverdrup と Munk<sup>1)</sup> によつて古典的ないわゆる保存波の概念が打破られ、統計的な概念を用いて新しい立場から風浪の発達が論じられて以来、数多くの研究によつて複雑な風波の実態もようやくわれわれの前にその姿を明らかにしてきた。米国における最近の研究はより合理的な統計的立場に立ちつつあるように思われる<sup>2), 3)</sup>。しかしなお疑問とすべき点も決して少なくなく、風波の発生に関してはとくにその感が深い。たとえば風波発生の最小風速として、古く Jeffreys<sup>4)</sup> は 1.1m, Neumann<sup>5)</sup> は 0.7m としている。われわれの風洞水槽による実験によると、それは意外に大きく約 2.4 m である。もつとも波が起つている

かどうかの判定には技術的に大きな困難を伴い、あいまいな点も多いので、にわかには断定することはさし控えなくてはならないが、不一致はかなり大きいというほかはない。とくに Jeffreys の与えた値が観測値であることを考えると、そこには何らかの根本的な問題が横たわっているように思われる。

実験によると風波の発生に先立つて、ごく表面近くの水中に、かなりの速さのうすい流れ—表面境界層流—が起つており、波はこれに重畳して現われてくる。波の発生には何らかの形でこの流れの存在を考慮しなければならぬと思われるが、その流れの状態によつて波の発生の状況が異なるという積極的な実験もあり、このような流れが波の発生に非常に大きな役割を果しているように思われる。

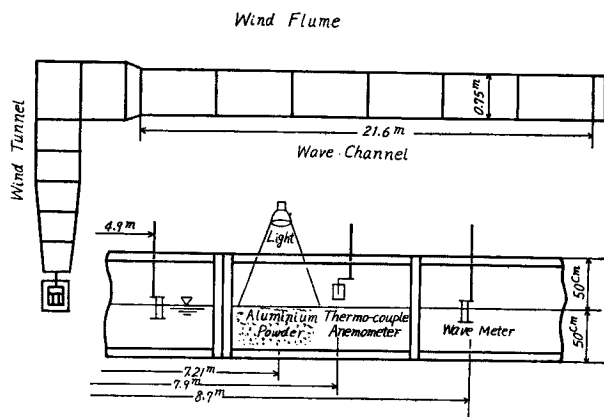


Fig. 1 Dimensions of wind flume and locations of observations

この論文はその流れの性質を明らかにするために行つた実験の結果についての最初の報告である。使用した実験水槽は、防災研究所宇治川水理実験所に設けられた風洞水槽<sup>6)</sup>である。実験は境界層流の速度の垂直分布と水面上の風速の垂直分布との測定からなるが、その測定位置を水槽の規模の概要とともに 図-1 に示した。

## 2. 風速の垂直分布

境界層流の流速分布の測定に先立つて、水面に働く剪断応力  $\tau_0$  を推定するために、さまざまな風速について水面上の風速の垂直分布を測定し、滑面に対する流速分布の対数法則とよばれている著名な関係式

$$(A) \quad W/w_* = 5.75 \log \eta + 5.5 \quad \dots \dots \dots (2.1)$$

を用いて整理した。ここに  $W$  は風速、 $w_* = \sqrt{\tau_0/\rho'}$  ( $\rho'$ : 空気の密度) は摩擦速度とよばれ水面近くの代表的な速さをあらわす。 $\eta$  は  $\eta = w_* y/\nu'$  ( $y$  は水面からの高さ、 $\nu'$  は空気の動粘性係数) で定義される無次元の長さである。

測定値から円管あるいは平板のような固定壁について認められてきた式(2.1)を用いて剪断応力を推定することの妥当性は、必ずしも直ちに明らかなことではない。水面は固定壁ではないし、両側及び上面の壁からの影響も考えなければならぬ。しかし水の移動はそう大きなものではないし、表面の剪断応力が問題である限り、とくに両側壁の近くでなければ他壁の存在を考慮しなくともよいと考えられるいくつかの根拠がある。それは一般によく知られているように、等流速面は壁に平行する傾向があり、各壁は自己の支配領域を流路内に分割してもつような傾向があると解釈されるからである。もしこれらの推論が正しければ、風路内の風速分布は平板の上の乱れた流れに類似したものとなる。平板の場合には、表面に働く剪断応力は場所的に一様でないことが知られているが(われわれの実験でも、静止から出発する場合に、波は決して水槽全体に一緒に起るのでなく、吹送距離の短い風上側から起つてくるという事実は、恐らくそのような事情にもとづくものであろう)、あまり平板の端に近くなければ、任意の場所の板面に働く剪断応力とすぐその上の風速の垂直分布とは、ほぼ式(2.1)の関係にあることが知られているのである<sup>7)</sup>。

このような立場から、測定は 図-1 に示したような境界層流を測定した位置の近くで、風路巾の中央部について静水面上 2mm から 30cm にいたる間の十数点で行つた。使用した計器はとくに自作した熱電対風速計<sup>8)</sup>、記録計は電子管自動平衡式の 10 mV 直流電位差計である。高さの精度を保つために、全体を垂直微

動装置に取付けられた風速計の前後には、あらかじめ測定部との関係位置を正確に定めた2本の針を設け、ポイントゲージとした。測定に先立つて風路内に注入した煙の移動により注意深く検定を行った結果、予熱電流400 mAにおいて公式

$$1/E = 0.093 + 0.255\sqrt{W} \dots\dots\dots(2.2)$$

を得た。ここに  $E$  mV は風速  $W$  m/sec における熱起電力である。写真-1に装置の全体を示してある。

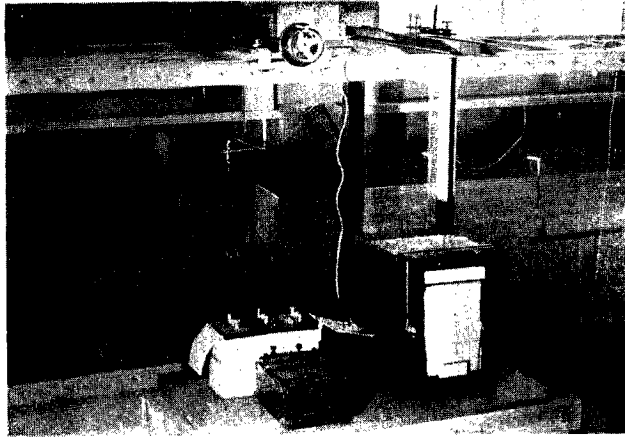


Photo. 1 Apparatus of wind observations

このようにして測定した資料は、まず各風速の資料ごとに片対数紙上に整理し、式(2.1)により水面に近い方に重点をおいて水面に働く剪断応力を推定した。図-2はそのようにして定められた剪断応力を用い、更に整理し直したものである。図中の直線(A)は式(2.1)を表わす。図に+で示した点を除けば、測定値はほぼこの直線に一致しているといえよう。 $\eta$ の小さなところでこの直線からかなり離れてくるが、それはいわゆる層流底層を表わしているものと考えられる。表面にごく近い粘性の卓越した層流底層では、図中に(C)で示した他の理論式

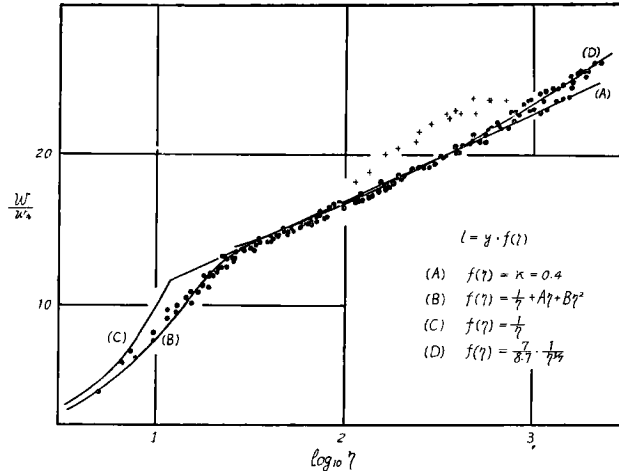


Fig. 2 Results of wind observations

$$(C) \quad W/w_* = \eta \dots\dots\dots(2.3)$$

が成立すると考えられ、 $\eta=40$ の付近から測定値は直線(A)を離れたし、 $\eta=8$ の付近から曲線(C)につてくるといわれている<sup>9)</sup>。われわれの測定値もよくその傾向を示している。図中の曲線(B)は層流底層近くの適当な仮定による近似式

$$(B) \quad W/w_* = \int_0^\eta \frac{d\eta}{1 + A\eta^2 + B\eta^3} \dots\dots\dots(2.4)$$

を示したものである<sup>10)</sup>。

同じ図-2に(D)で示した曲線は流速分布の冪法則とよばれるもう一つの表現法

$$(D) \quad W/w_* = A\eta^n \dots\dots\dots(2.5)$$

の指数及び係数として、最も普通な値  $n=1/7$ ,  $A=8.7$  を用いたものである<sup>11)</sup>。測定値との一致は、全体的

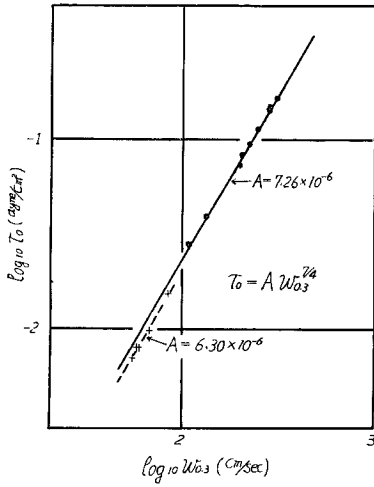


Fig. 3 Shearing stresses acted on water surface with respect to wind velocities at 30cm high above water surface

大きな場合にもいづらか同様な傾向があり、あるいはこの風洞の特性かとも考えられるが、はつきりしない。しかし全くでたらめではないようで、前同様に 30 cm の高さの風速を剪断応力に対してとつてみると、図-3に同じく+で示したように系統的なずれを示し、係数の 7.26 を 6.30 に代えればほぼ同じ勾配の一直線上にのるようである。

こうしてともかくも大体  $W_{0.3} > 0.9 \text{ m}$  では式 (2.6)、 $W_{0.3} < 0.9 \text{ m}$  では係数を  $6.30 \times 10^{-6}$  に代えるということにすれば、静水面上 30 cm の高さの風速は、少なくとも水面に働く剪断応力を推定しようという意味で、風路状態の代表風速とすることができる。剪断応力の推定誤差は大体 3% の程度であろう。こうして次いで行われた境界層流の測定にあたっては、もつばらこの代表風速を測定して風路状態の示標とした。

### 3. 表面境界層流

表面近くのうすい吹送流流速の垂直分布の測定は表-1に示した6種の代表風速について行われた。測定はおもにアルミニウム粉末の移動の写真計測によることとし、各風速について適当な時間間隔で写真撮影を行い、流れの発達状況をとらえた。アルミニウムの粉末は少量のアルコール中に分散させた後、更に適当量の水に分散させ、水槽全体に投入した。水の表面に浮く少量のかたまりは注意深く除去された。投入した量は数十gの程度であつて、これが水の密度や粘性、表面の性質などを大きく変えるとは考えられないであろう。水槽上面の透明壁(メタアクリル製)を通し、ほぼ水路巾の中央に巾約5cm、長さ約1mの光を投入し光源とした。流れは数cmといううすい層に限られるので、長焦点レンズを用い距離約0.6mの接写を行った。使用カメラはアサヒフレックス、使用レンズはタクマー83mm及び135mmである。用いた2種のシャッタースピードはブラウン管オシロスコープを用いて検定した結果、それぞれ1/1.915秒及び1/4.160秒であつた。長焦点レンズによる接写のため焦点深度は極度に浅く、焦点面にあるアルミニウム粉末を区別することは容易で、位置の前後による測定誤差を考慮する必要はなかつた。

風が吹き始めると、初め静止していた水は表面近くのごくうすい層から動き始め、次第にその速さと深さを増していく。写真-2にかなり発達した後の状態を示す測定写真の一例を示したが、なお流れの深さは2cmの程度にししか及んでいない。このような強いシアアをもつた流れは恐らく最初表面に集積された渦度

な中だるみの傾向など、むしろ直線(A)よりも良好である。  
今試みに静水面上 30 cm の風速の測定値を水面に働く剪断応力に対して両対数紙上にするしてみると、図-3にみられるように式(2.5)から計算した直線

$$\tau_0 = 7.26 \times 10^{-6} W_{0.3}^{2/3} \dots \dots (2.6)$$

上によくのつている。ここに  $W_{0.3}$  は静水面上 0.3 m の風速の意味であり、係数  $7.26 \times 10^{-6}$  は測定時の気温  $20^\circ\text{C}$  に対応する  $\rho' = 1.20 \times 10^{-3}$ 、 $\nu' = 0.151$  を用いて計算された値である。式(2.5)の指数及び係数として  $1/7$  及び  $8.7$  をとつたことはいまでもない。

このように  $n = 1/7$  という値で非常に一致の得られた理由は、実験範囲の Reynolds 数が、風路を円管とみて風路巾を特性的な長さにとつた場合大体  $2.5 \times 10^4 \sim 1.5 \times 10^5$  の程度であり、平板として測定点までの距離をとつた場合は大体その10倍位の程度にとどまることにあるのであろう<sup>12)</sup>。

図-2に+で示した点は風速が比較的小さな場合の水面から遠い方の測定値であつて、理論値よりも著しく大きな値を示しているが、その理由は明らかでない。風速のもつと大きな

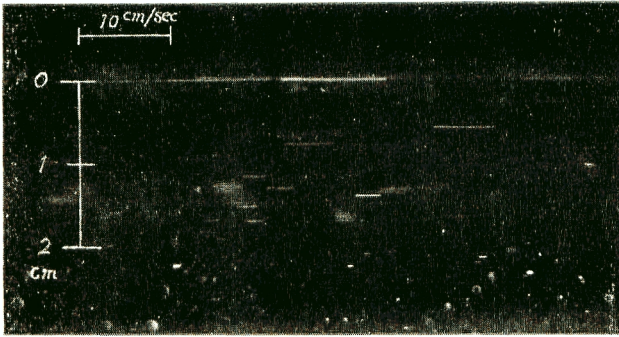


Photo. 2 A photograph of subsurface boundary layer flow

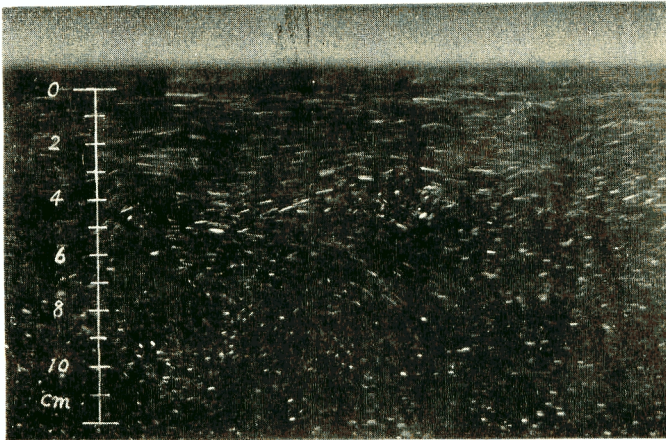


Photo. 3 A steady state of currents, large scale eddies occur

が水の分子粘性で拡散されていく過程に生じたものと想像され、その意味で表面近くの一つの境界層であると考えられるが、それを実証することがこの実験の一つの目的である。だがやがて写真-3に示したような流れの下方に大きな渦を伴つて非常に乱れた状態が現われてくる。この状態は後に示すように流れの定常状態とみられるようであり、この状態への移行はかなり顕著で、流れは突然大きく乱れ始め、急激に定常状態へ移るようである。図-4に比較的風速の小さい場合の測定結果の一部を示した。時間とともに流れが次第に発達してくる様子を明らかにみることができる。しかし240 secまで順調に発達してきた流れも、270 secには急に図に点線で示したような流速分布の質的变化が現われ、300 secには渦を伴つた大きな乱れをはつきり写真上に認めた。流れは定常状態へ移行したのである。

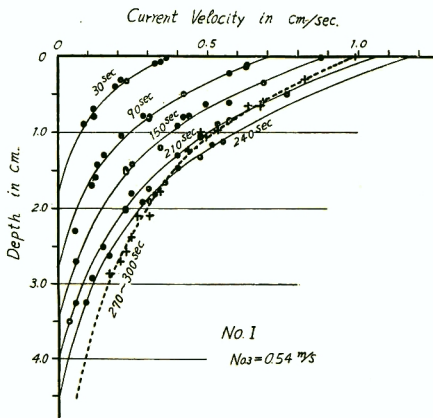


Fig. 4 Development of subsurface boundary layer for relatively weak winds

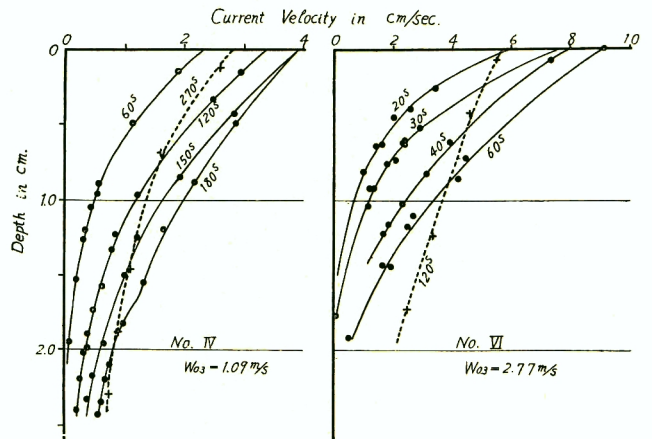


Fig. 5 Development of subsurface boundary layer for relatively strong winds

さて発達段階にある流れの状態は理論的には、 $y$  を静止水面から下方に正とり、方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \dots\dots\dots(3.1)$$

を初期及び境界条件

$$\left. \begin{aligned} t=0 & : U=0 \\ y=0 & : \nu \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\tau_0}{\rho} \\ y \rightarrow \infty & : \nu \frac{\partial U}{\partial y} \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.2)$$

の下に解いて得られるであろう。ここに  $U$  は流速、 $\rho$  は水の密度、 $\nu$  は水の動粘性係数である。もち論水槽は有限で、この流れがやがて水面勾配を形成し、傾斜流が加わってくることを考えなければならない。しかし傾斜流は水槽の深さ全体にほぼ一様に起つてくるものと考えられ、問題にする範囲ではそう大きくないと推定されるから、一応無視してもさしつかえあるまい。

式(3.1)、(3.2)の解は

$$\left. \begin{aligned} U/U_0 &= e^{-\xi^2} + \sqrt{\pi} \xi \{1 - \Phi(\xi)\} \\ U_0 &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\tau_0}{\rho} \sqrt{\frac{t}{\nu}}, \quad \xi = \frac{y}{2\sqrt{\nu t}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3)$$

で与えられる。 $U_0$  は表面流速を意味し、 $\Phi(\xi)$  は誤差積分

$$\Phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi e^{-x^2} dx \dots\dots\dots(3.4)$$

である。解(3.3)は測定値を  $y/\sqrt{t}$  に対する  $U/\sqrt{t}$  の形で整理すれば、動粘性係数  $\nu$  の大きさと表面の剪断応力の大きさ  $\tau_0$  とを同時に推定しうることを示している。

この方針に従って比較的風速の小さい実験Ⅰ～Ⅲの定常状態への移行が始まるまでの測定値を片対数紙上に整理したものが図-6の左方三つである。図中の実線は実験時の水温19.2°Cに対応する分子粘性  $\nu = 1.04 \times 10^{-2}$  を用いた理論曲線(3.3)である。一致はかなり良好であつて、明らかにこの流れは分子粘性に支配されていることがわかる。多少のばらつきは恐らく表面の剪断応力の大きさが厳密には一定でないためであろう。

一方表面の剪断応力は曲線が横軸と交わる点の読み  $U_0/\sqrt{t}$  から

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \rho \nu \frac{U_0}{\sqrt{t}} \dots\dots(3.5)$$

で推定することができる。しかし式(3.1)から直ちに得られる積分関係式

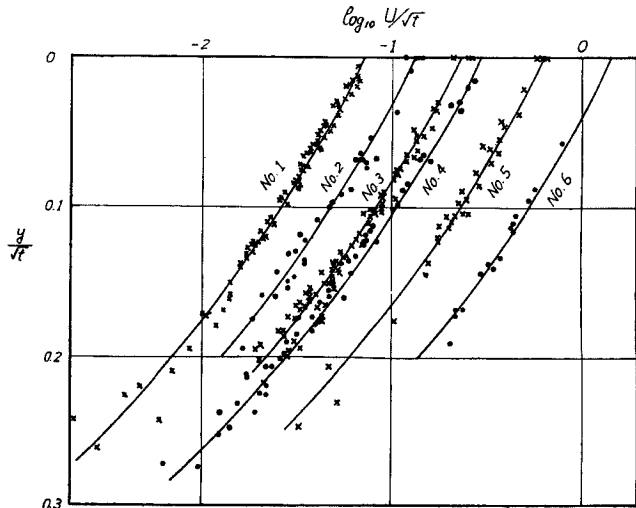


Fig. 6 Comparison of observations to theory of subsurface boundary layer

$$Q = \int_0^{\infty} U dy = \frac{1}{\rho} \int_0^t \tau_0 dt = \frac{\tau_0 t}{\rho} \dots\dots\dots(3.6)$$

により、各時刻の流量  $Q$  を図上に積分して求め、これを時刻  $t$  についてとれば、その勾配から  $\tau_0$  を推定することができる。

この方法により流量を求め、便宜上両対数紙上に整理したものが図-7である。下方の三つが今の風速の比較の小さい場合である。

Table 1 Shearing stresses evaluated from wind and water currents

Number of Experiments	I	II	III	IV	V	VI	
Wind Velocities $W_0$ m/sec	0.54	0.73	0.94	1.09	1.70	2.77	
$\tau_0$ dynes/cm <sup>2</sup> evaluated from	Winds	$6.77 \times 10^3$	$1.17 \times 10^2$	$2.06 \times 10^2$	$2.66 \times 10^2$	$5.80 \times 10^2$	$1.36 \times 10^1$
	Water Currents	$6.40 \times 10^3$	$1.18 \times 10^2$	$2.08 \times 10^2$	$2.61 \times 10^2$	$5.60 \times 10^2$	$1.27 \times 10^1$

各時刻の流量はほぼ45度の直線上にあり、大体  $\tau_0$  は一定とみなせる。しかし図にみられるように、ある時刻後は流量はもはや発達しない。この状態は既に述べてきた流速分布の質的变化、渦を伴って大きく乱れた状態に対応しているのであつて、流量の増えないことは明らかに定常状態を意味するものと思われる。ともあれ式 (3.5), (3.6) の両者による表面の剪断応力の推定値はほぼ一致しており、表-1に示したように風速から得られたものともだいたい一致している。

こうしてわれわれは問題の流れが、流れている上層の空気と静止している下層の水との間に形成された一つの境界層であることを確言することができる。われわれはこれを表面境界層となづけた。風の作用はまずこのような表面境界層をつくつて、水へそのエネルギーを供給する。

図-5にはもうすこし風速の大きな場合の測定結果の一部が示されている。流れが発達していつやがて定常状態へ移行する点は、図-4の場合と全く異なるが、発達段階の途中でやや異なる現象があらわれ、流速分布の形に変化を生じる。たとえば図-5の右図で30 secと40 secの流速分布を比較してみると、明らかに様子の異なつていことがわかる。表面流速の発達がにぶくなるかわり、流れはより深くまで及ぶようになる。同じ図-5の左図でも、その直後に流量の発達がとまつていて、ややあまいな点があるが、同様な流速分布の変化が180 secの流速分布に認められる。このような流速分布の遷移が起る前の状態は、図-6の右方の三つにみられるように明らかに分子粘性に支配されており、流速分布のこの遷移は恐らく粘性係数が分子粘性からはずれたことを意味するものであらう。

今試みに、排除厚とよばれる流れの厚さ

$$\delta^* = \int_0^{\infty} U/U_0 dy \dots\dots\dots(3.7)$$

と表面流速  $U_0$  をとつて、境界層流の Reynolds 数を定義すると、

$$R_0 = \frac{U_0 \delta^*}{\nu} = \frac{Q}{\nu} = \frac{\tau_0 t}{\rho \nu} \dots\dots\dots(3.8)$$

であり、上に述べてきた流速分布の遷移はほぼ一致して  $R_0=420$  ぐらいで起つている。この数値は Lin<sup>13)</sup>らの与えた層流の安定限界を想起させるものであり、実験VIだけで認められたに過ぎないが、この遷移に伴

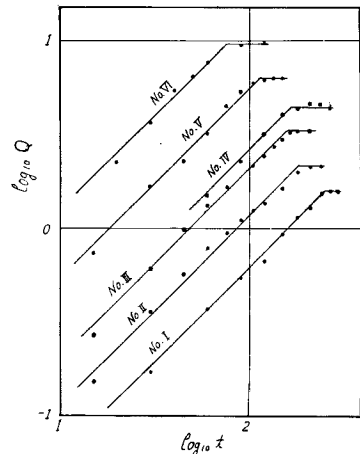


Fig. 7 Development of total flow in subsurface boundary layer flow

つて、はつきりと流線の波打ちが認められたことは興味深いことである、しかしその振巾が 0.1 mm 以下という非常に小さなものであることを別にしても、この流線の波打ちが直ちに風波の発生を意味するかどうかは明らかでない。写真-4に補助的に測定された水位の記録を示したが、明らかに風波と認められる波はずつと遅れて突然発達してきている。このような吹送距離(fetch)による振巾の増大も明らかに認められる波をこの風洞水槽で初めて見出した最小の風速が、先にふれた  $W_{0.3}=2.4\text{m/sec}$  であつて、このあたりの関係は更に実験を重ねて明らかにする考へである。

式(3.6)の関係は粘性係数の内容の如何に拘らず成立する式であるから、上に述べた遷移にこだわらず流量  $Q$  を図上に積分して求め、時刻  $t$  についてとると、図-7の上方三つにみられるように、いずれもほぼ45度の直線上のついている、粘性係数の遷移に無関係に表面の剪断応力は一定であるということができよう。またその値は表-1に示したように風速から得られたものとはほぼ一致している。

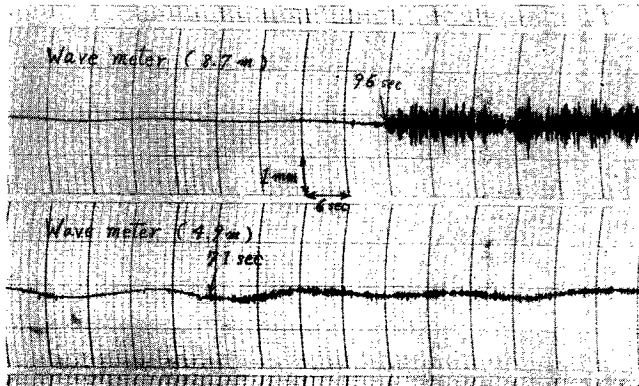


Photo. 4 Sudden growth of surface undulations

4. 結 び

図-8はまとめとして両対数紙の横軸に表面の剪断応力を、縦軸に時間をとつて、流れの状態変化を示した。図の比較的勾配のゆるい実線は、図-7の線が折れまがる時刻を結んだもので、このあたりから定常状態へ移ると考えられる。線は二つにわかれるようであるが、その勾配は両者ほぼ等しく、それぞれほぼ

$$\tau_0 t^2 = C_1, \quad \tau_0 t^2 = C_2 \dots \dots \dots (4.1)$$

で表わせるようである。二つの線の境目が図-3の二つの線の境目とはほぼ一致していることは興味深い、両者には何らかの関係があるのかもしれない。

勾配のきついもう一つの実線は、前に述べた  $R_e=420$  を示す線で、これがまた先の二つの直線の境目のあたりで交わつていることはとくに興味深く、図-5の表面近くの勾配から推定される粘性係数の変化は約 1.5 倍の程度であり、 $C_2/C_1$  の値も同じ程度であることは暗示に富んでいる。

しかし理解に苦しむ点もないわけではなく、 $R_e=420$  の線と定常状態への移行を示す線との今問題にした交わりが少し右へよりすぎている感じがする。図に×印で流れが確かにまだ発達しつつあると認められた最後の時間、+印で定常状態に特有な流速分布の現われた時間、また○印で渦を伴つた大きな乱れを写真上に初めてはつきり認めた時間を示したが、○印はいずれもかなりの遅れを示しており、このあたりの流量の積分評価には多少の不確実さを伴うことを考えれば、定常状態への移行を示す線はもうすこし時間の大きな側に移

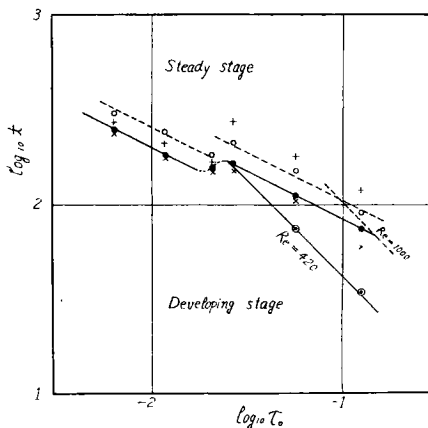


Fig. 8 Change in state of subsurface boundary layer flow



るのかもしれない。仮に図の○印をだいたい結んだ点線まで移つたとしても、 $C_2/C_1$  の比はほぼ同じで、今までに述べてきたことはすべて成立すること。ことに実験Ⅶにだけみられた風波の急激に発達し始める時刻は、写真-4 から推定すると流速測定位置でほぼ 86 sec であり、そのときの流れの Reynolds 数は約 1000 と推定される。そこで  $R_0=1000$  の線を同じく図に点線で示し、定常状態への移行を示す方の点線との交点を見ると、その剪断応力値はほぼ  $\tau_0=0.1$ 、風速にして約 2.4m/sec である。これはわれわれが別に得た風波発達の最小風速と一致し、風波の発生あるいは発達が境界層流の Reynolds 数に結びついていると想像される。しかしもし実線の方が正しいとすれば、一応その考えは捨てなければなるまい。これは非常に重要な点であるが、まだここに決定することはさし控えたい。更に実験を続けて問題を明らかにしていきたいと思う。

最後にこの研究にあたって終始御指導を賜わつた速水頌一郎教授ならびに実験に協力していただいた樋口明生、谷泰雄の二君に深く感謝の意を表したい。

### 参 考 文 献

- 1) H. U. Sverdrup and W. H. Munk : Wind, Sea and Swell ; Theory of Relations for Forecasting, H. O. Pub., No. 601, 1947.
- 2) M. S. Longuet-Higgins : On the Statistical Distribution of the Heights of Sea Waves, Vol. XI, No. 3, 1952, pp. 245~266.
- 3) W. J. Pierson, Jr., G. Neumann and R. W. James : Practical Methods for Observing and Forecasting Ocean Waves by Means of Wave Spectra and Statistics, H. O. Pub., No. 603, 1955.
- 4) H. Jeffreys : On the Formation of Water Waves by Wind, Proc. of Roy. Soc. A., Vol. 107, pp. 189~206.
- 5) G. Neumann : Die Entstehung der Wasser Wellen durch Wind, Deut. Hydro. Zeit. Bd. 2, Heft 5, 1949.
- 6) 宇治川水理実験所概要, 京都大学防災研究所創立5周年記念論文集, 昭. 31, pp. 284~285.
- 7) 谷一郎 : 流れ学, 1951, p. 146.
- 8) S. Kawata, Y. Ōmori and K. Nishimura : Characteristics of a Thermocouple Anemometer, Memo. of Fac. of Eng., Kyoto Univ., Vol. 14, No. 1, 1952, pp. 12~20.
- 9) 藤本武助 : 応用流体力学, 昭. 17, p. 413.
- 10) 谷一郎 : 乱流理論, 昭. 25, p. 63.
- 11) 前出 9) p. 409.
- 12) 前出 9) p. 410 及び p. 442.
- 13) 前出 10) pp. 21~22.