発電用原子炉の設置と耐震性の問題

(制震系原子炉に関する若干の考察)

小 堀 鐸 二・南 井 良 一 郎

A PROPOSAL AND CONSIDERATION OF ASEISMIC METHOD FOR NUCLEAR POWER STATION

by Takuji KOBORI and Ryoichiro MINAI

Synopsis

An aseismic method for a British type nuclear power station proposed by one of the authors was reported in the previous paper. The authors have believed that it would be very difficult to design earthquake resistant reactors of this type with complete safety, without this aseismic method which transmits the action of a destructive earthquake motion as little as possible. In this paper, the theoretical investigation on this method is still more developed and the following proposal for installation of various types of nuclear power stations is written. That is to say, the nuclear power station is to be located in rock of a peninsula. Major advantages to be gained by this reactor installation may be listed as follows.

1) The nuclear reactor located in rock is invulnerable to earthquake shocks and is not subject to disturbing surface phenomena such as typhoons, floods, etc.

2) The reactor can be located in a comparatively densely populated area.

3) Effective containment in case of an accident can be obtained in rock excavation.

§ ま え が き

わが国における原子力の平和的な開発の一環として，発電用原子炉の設置の方針が原子力委員会において採り上げられ，コールダーホール型原子炉がその発電用第1号炉として脚光を浴びるに到つたのは，すでに4年程も前のことである。以来，コールダーホール改良型原子炉の安全性に関し，わが国の諸方面にさまざまな論議を呼び起し，また英本国の基本的態度の変遷にともない，幾多の迂余曲折を経て，昨年末にようやく政府許可の段階に到達してきている。

エネルギー規模の大きな発電用原子炉と，その関連の諸施設の安全性の確保は，公衆を放射能の危害から守る上で重要であることはいうまでもない。とくに世界有数の地震国であるわが国に設置する場合，地震対策の上でぬかりがあつてはならないという特殊性が発電炉の設置に対する技術的な困難を倍加せしめているといつてもよいであろう。

筆者の一人はこの年報第1号に，コールダーホール型原子炉の耐震化について，いわゆる制震方式の採用に関する試案を示したが[1]，その後，現在に至る2カ年間，安全性の直接の対象として論議の的となつたコールダーホール改良型発電炉[6]とは別に，将来輸入によらないでわが国独自の黒鉛炉をつくる場合の基本的な問題や，あるいは BWR 及び PWR などの形式のもの[2]に対する一般的な発電炉の耐震化の問題に関係してきている。したがつて以下の叙述は第1報以来，引続き関心を抱いてきた発電炉とその耐震性に関する見

解，及び制震方式による場合の黒鉛炉の動力学的解析などについてその一端を示したものである。

原子力発電に関する限り，昨今の世界の状勢は技術的な開発が停頓状態に陥り，ひと頃に較べると一種の反省期に入つたとか，曲り角にきているとかいわれている。わが国のような，とかく資源に恵まれない国柄にあつては，その技術的な困難の壁を突き破り，将来において原子力発電を経済ベースにのせてゆこうとする努力を必要とすると思われるが，地震対策という固有の解決すべき大きな問題を抱えながら，独自の技術的な開発に力を注ぐことなしに，今後も輸入炉促進一辺倒の方針を押し進めようとするならば，それはかえつて技術的な後進性を改善するものとはなり得ないであろう。すべての科学技術の問題がそうであるように，原子力の発電利用に関しても，広い視角に立つた基本的な方針の樹立が望まれる。

1．発電用原子炉の耐震化に対する問題点

§1.1　設置（とくに立地条件）に対する一つの提案

人口稠密な上に，狭溢な国土しかもたないわが国においては，発電炉の設置に当つて立地条件が最も重要な問題点ということができる。次にその主要な条件を列挙してみると，

a．敷地周辺の人口密度が低いこと。

b．地震及び津波歴が少ないこと。

c．地盤が強固なこと（地震動に対して安定であるばかりでなく，山津波，地辷りなどの発生もなく，原子炉構造物の基盤として適格であること）。

d．台風による高潮，洪水の恐れがないこと。

e．気象条件が安定していること。

f．良質のボイラー用水が豊富に得られるとともに，多量の復水器冷却水が容易に得られること。

g．需用地になるべく近く，送電に便利なこと。

h．輸送に便利なこと。

i．敷地及びその周辺の上空に航空機事故の発生の危険がないこと。

などが挙げられる。ところがこのような諸条件が互いに矛盾することなくみたされるような敷地を平坦な地域に見出すことは，わが国の場合極めて困難であるというほかはない。例えばf.についていえば，放射性汚染水の処理などの問題が附随してくるので，敷地が海岸線に沿うことが一つの前提として考えられねばならなくなるが，これと他の諸条件との適合性を見出すことの困難，あるいはa.とg.及びh.との相反する条件を適合させることの難しさなどが直ちに浮び上るであろう。

このように考えてくると，巨大な遮蔽コンテーナーを設けてもなお，g.あるいはh.の要件を犠牲にすることなく，適地の選定を行なうことができなくなつてしまうのである。

筆者はこれらの困難を克服し，発電炉の安全性を確得し得る手段として“**発電用原子炉を海岸線に沿つた半島の山腹の中に収めてしまうこと**”を提案する。この提案には次のような利点がともなう。

1) 人口過密な地域への近接が可能となる。

2) 狭溢な国土の貴重な平地を占拠しないですむ。

3) 地震に対しては地盤を深く掘り下げたと同様の効果が期待できる。

4) したがつて地盤の強固性は必然的にともなつてくる。

5) 台風，高潮，洪水の危害の心配はない。

6) 各種用水が豊富に得られる適地の選択が容易であり，恒温恒湿である。

7) 送電や輸送の利便に障害がない。

8) 巧まずして巨大なコンテーナーを設けたと同様の結果となり，explosion resistance が極めて高いものとなる。

9) このコンテーナーの内側は技術的にはいわゆるトンネルの内部と同様なコンクリートによる処理で足り

る。

10）この場合コンクリートのシエルは圧力場を形成するから，引張強度の値の低いコンクリートに有利となり，leakage の防止も容易となる。

11）不測の事故によりたとえ炉を放棄せざるを得ない事態に直面しても，山腹の中に埋め込むことが可能であるから，平坦地で同様の事故が生じたときに較べれば，公衆の危害を防ぐことができるばかりでなく，広大な平地を長年月にわたつて，廃地とするようなことも起り得ない。

12）航空機事故などの懸念は全く解消し去る。

以上の中，地震対策を容易にし得ることがこの提案の最大の眼目である。炉に作用する地震動は，その地質構造の相違から，地上設置の場合に比すれば，一般的に非常に小さく，かつその周期も短かいことを期待し得るので，既往の報告に試みた制震系原子炉の実現を容易なものとする。また固定方式による場合も，その耐震安全性の確保がたやすい。

地震動といういまだに充分な解明の域に達していない自然の脅威が存在し，一方において厳しい安全性を要求する原子炉を設置しようとするのであるから，耐震安全性の立場からは，地震の大きな加速度をできるだけ，原子炉の枢要部に伝達せしめない方策をとるのでなければ，現在の段階では万全とはいい難いであろう。既往の制震方式の提案はその一つの試みであるが，上述の提案もその目的とするところは全く同じである。もちろん，断層の発生などの懸念のない半島を選ばねばならないし，矢張り地震歴のすくない場所に越したことはない。その他にも技術的に解決を要する問題もなくはないであろう。また幾分，建設費が嵩むことも避けられないであろうが，これは安全性を図るためには必然的に附随してくることであり，上に述べた利点と耐震策の軽減とによつて充分償われる性質のものであろう。

ノルエー，スエーデンなどにおいて，近年岩盤中に原子炉を建設する事例が見出されるし[3),4)]，またアメリカにおいても地下原子炉の有効性に注目し始めているのである[5)]。わが国のように，起伏多く，河川がそれに沿い，平地が少ない狭溢な国土では，このような起伏を進んで利用し，安全性を確保しようとする独自の立場が必要と考える。

§ 1.2　黒鉛炉の耐震性と制震化

PWR あるいは BWR 型の動力炉は黒鉛炉に較べると，その炉心部の耐震化ないしは制震化に関する限り比較的問題が少ない。したがつて動力炉の耐震性の焦点は黒鉛炉の炉心部に向けられることとなる。黒鉛の炉心部は，黒鉛ブロックの組成如何にかかわらず，その性質上大地震による障害を受け易く，ひとたび障害が起れば，全く手のつけられない厄介な事態に直面しなければならないからである。

輸入第1号炉であるコールダーホール改良型原子炉の耐震性が絶えず問題とされるもこの点にある[7)]。その炉心部の黒鉛ブロックに中性子束の照射による収縮が生ずるという新しい事実がもたらされたのは昨年6月のことである。それまではウイグナー効果は専ら黒鉛に膨脹の役目を与えるとし，また更に高温（pressure vessel 内で 400°C～200°C）による膨脹が，それに累加されるという膨脹の面のみを問題とし，その前提条件によつて耐震対策（固定方式）が進められていたのである。耐震化のための種々な実験や，それに基づく検討が2年に近い歳月を費して続けられた後に，黒鉛パイル内に関する限り，事態は全く反対の前提条件の前に立たされることになつたのである。すなわち，黒鉛パイルを締めつけて一体化し固定するという行き方が，膨脹に抗して締めつけるという意味合いにおいて評価されていたにもかかわらず，黒鉛パイルは初期に温度とウイグナー効果で膨脹するが，年月とともに収縮の量は初期の膨脹量を遙かに上廻ることになつたのである。

その後，黒鉛ブロックを六角柱として蜂の巣状にパイルを構成しようとする英国案が本設計に採用されることになつたが，次に指摘するような問題点について，なお検討の要があると思われる。

このパイル構成は膨脹収縮を考慮に入れた上で，いわば歯車のように黒鉛ブロックの噛み合せを行ない，パイル自体の一体性を意図しているが，このことは地震の際，慣性力による黒鉛パイルの変形を黒鉛の耐力によつてのみ，防ごうとする結果になつているといえる。固定方式を採つた場合に **“黒鉛パイルの一体化は**

ある限度内に留める必要がある" とは筆者が一昨年の報告でも指摘したことであるが[1]，それは黒鉛の強度が普通のコンクリートの強度と大差のないものであり，brittle な性質をもつているからである。黒鉛パイルがこのようなブロックの構成で充分に強度的に耐震性が得られるのであるならば，パイルを包む補強シエル構造は無用でなければならない。

補強構造が補助的な意味で必要と考えることにした場合には，黒鉛パイルと補強構造とが相互に協力し合う体制になつている必要がある。黒鉛ブロックの単位は個々独立に膨脹収縮し，その量はパイル全体の形に影響を与えないといわれているが，パイル内部では，場所により温度に高低があるし，中性子束の照射量も違う。つまりブロックは場所により膨脹と収縮の度合いを異にするばかりでなく，**時間的にも**変動するものであることに注意を向ける必要がある。**パイル内部のある部分では収縮を始めているが，他の部分では膨脹している**という事態が当然起り得るはずである。このようなアンバランスに対してもなお，パイル内部の幾何学的な均一性が失われないと考えてよいものかどうか。ある個所がリンクされれば，それにともなつてパイルの変形が生ずることを予期することは，安全側にあるといい得るだろうか。このようなときに，補強構造との協力もまた，そこなわれる恐れがある。ことにブロックの嚙み合せによるパイルの一体性に依存して，補強構造とパイルとの連繋は安易な状態になつていると思われるので，両者の協力性に欠陥がでてくる恐れが多分にあると考えられる。更に補強構造の熱による膨脹が決してパイルにプラスしないことを考えあわせると，むしろこのような形での補強シエル構造はない方がよいと考えられる。

ところがパイルのブロック構成は平面的には工夫が凝らされているが，立面的にはそれが見られない。ブロックの上下の継ぎ目にはタイルが瘦され，簡単な組積みに留つている。したがつてパイルの各層の水平剪断力は補強構造の ductility に委ねられているように思われるが，前記のように，それが充分に果されるか否か問題であろう。

次に key と key way をその六つの側面にもつブロックを組積みする困難も軽視するわけにはゆかない。diagrid の撓みのために clearance を tangential 方向にも始めから作つておかないと組積みすることができなくなるだろう。そのためにガタのあるパイルになる公算が大きい。これは温度や放射線照射による上下方向の膨脹や収縮によりさらに促がされる可能性が考えられるし，一方局部的な応力集中がともなつて生ずると思われるので，このような状況下で地震の大きな加速度に対し，果して安全たり得るか否か，大いに検討を要する事柄であろう。

また更に，燃料要素の破損は最も炉の安全性に対し，直接的な危険を招く要因となるものであるが，この点についての地震対策は充分であろうか。例えば燃料要素の取替え中に激震を受けたような場合に対する検討などについても緊急措置を講じて置かねばならないであろう。

以上，概略述べたような問題点の中には，あるいはすでに取り上げられて検討がなされているものもあるかも知れない。しかしそれらはいづれも複雑な力学的機構のものであるから，どちらかといえば解析困難な要素を多分に含むということができる。耐震安全性は設計震度を大きく採りさえすれば，得られるものとは限らない。とくに炉心部では，黒鉛の強度を上げたり，膨脹や収縮をとめたりすることは，現在の段階ではできないようである。

従つて筆者の一人がこの問題に関係した当初に提案したように炉心部にはできるだけ地震の大きな加速度が働かない制震方式をとるか，あるいは前節で指適したような設置のやり方を選ぶのでなければ，耐震安全問題に不安を拭い去ることが困難といわねばならないであろう。炉心部以外の構造部分やパイプやダクトの類は工学的な基礎研究が何らかの形ですでになされているし，またその部分について実験研究をすることは充分でき得る性質のものであるけれども，炉心部の黒鉛ブロックの組積構造については，現実に高温と放射線照射の状況下において実験を行なうことはできないし，またこれらに関する既往の基礎研究もなされてはいない。制震方式はダクトやパイプ類の処理に困難がともなうことになるが，現実の状況のもとでの炉心部の解析や実験の困難に較べれば，解決の途が充分あり得ることであつて，要はそれを強力な組織のもとに実行に移そうとするか，しないかの問題ということができよう。

2. 制震系原子炉の過渡応答に関する解析的な考察

§ 2.1 諸仮定及び記号

既往の報告[1]において，制震方式の採用が黒鉛パイルを絶対空間に固定することにはなり得ないという意味から黒鉛パイルの微小振動に関して若干の解析的な考察を加えたが，ここでは制震系原子炉の枢要部すなわち，黒鉛パイル， diagrid 及び pressure vessel, 並びに非線型バネ支持構造の全体にわたる系について，解析的な拡張を試みる。黒鉛パイルで形成される炉心部が high pass filter 系として弾性剪断振動を行なうと考える立場は既往の報告[1]と同様であり，従つてその剪断剛性分布は黒鉛ブロックの組積の性状及び若干の補強によつて与えられる。また重力の作用による復元力特性がこれに附加される。diagrid と pressure vessel は炉心部応答に対しては剛体として影響すると考える。low pass filter 系である制震支持構造は非線型バネ系を構成するが，それについては poly-linear type として取り扱われる。とくにここで重要なものは横方向変位に対して与えられるバネ系であり制震設計は主としてここに重点が置かれる。減衰力としては poly-linear 系の履歴による減衰の他に，炉心部にそれぞれ外部及内部減衰分布，支持バネ部に粘性減衰を考慮して解を導く。地動は水平及上下方向を考えるが地動の上下方向成分の影響についてはすでに触れたところであつて，水平方向の地動がとくに重要なものと考える。

記　号

上部構造（炉心部）……ρ；密度， $A(x)$；質量分布， $S(x)$；剪断剛性分布， $D_i(x)$；内部減衰分布， $D_e(x)$；外部減衰分布， H；高さ，

下部構造（支持部）…… M；質量， I；重心に関する回転慣性， K_H；水平方向支持バネ係数, C_H；同粘性減衰係数， K_V；鉛直方向支持バネ係数， C_V；同粘性減衰係数， L_H；同高さ， L_G；水平支持点からの重心高さ， L_V；鉛直方向支持バネ等価支点間距離， $K_R=L_V^2K_V/2$； 回転支持バネ係数， $C_R=L_V^2C_V/2$；同粘性減衰係数，

その他…… t；時間， $P(x)$；上部構造軸方向力分布， $G(x)=S(x)-P(x)$；等価剪断剛性分布， Q_H；地動水平方向成分， Q_V；地動上下方向成分。

座 標 系

固定座標系……上部構造 $0(X, Y, \Theta)$， 下部構造 $0(X_s, Y_s, \Theta_s)$，

ただし $\Theta=\Theta_s$ で時計廻り正，原点は任意点。

運動座標系……上部構造 $y=Y-Y_s-\Theta_s(X-X_s)$， $x=X-X_s$, $\theta=\Theta$,

下部構造 $y_s=Y_s-Q_H$， $x_s=X_s-Q_V$, $\theta_s=\Theta_s$,

ただし $\theta=\theta_s$.

§ 2.2 基 礎 微 分 系

poly-linear 系の各分枝における基礎微分系を基本系として求める。上部構造各部の軸方向，軸直角方向，曲げ方向各断面力と，それに対応する減衰力の和はそれぞれ下式で示される。

$$P(x,t)=\rho\int_x^H A(x)\left(g+\frac{d^2X}{dt^2}\right)dx,$$

$$Q(x,t)=\left\{S(x)-P(x,t)+D_i(x)\frac{\partial}{\partial t}\right\}\frac{\partial y}{\partial x},$$

$$M(x,t)=-\int_x^H Q(x,t)\,dx.$$

運動座標系で示される基礎微分系は $g \gg d^2X_s/dt^2 = (d^2/dt^2)(x_s + Q_V)$ と仮定して d^2X_s/dt^2 の項を無視すれば，線型微分系となりかつ x_s は独立となる。これを無次元化して次の原空間における基礎微分系を得る。

上部構造

$$pL(\eta,\eta_s,\theta_s) = \left[\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\left\{g(\xi) + \gamma_t d_t(\xi)\frac{\partial}{\partial\tau}\right\}\frac{\partial}{\partial\xi}\right]\right.$$
$$\left.-\left\{a(\xi)\frac{\partial^2}{\partial\tau^2} + \gamma_e d_e(\xi)\frac{\partial}{\partial\tau}\right\}\right]\eta$$
$$-\left[a(\xi)\frac{d^2}{d\tau^2} + \gamma_e d_e(\xi)\frac{d}{d\tau}\right][\eta_s + \xi\theta_s] = f(\xi,\tau), \tag{2·2·1}$$

$$pW_1(\eta) = \left|\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right|_1 = 0,\quad pW_2(\eta) = |\eta|_0 = 0.$$

下部構造

$$L_H(\eta,\eta_s,\theta_s) = \left\{m_H\frac{d^2}{d\tau^2} + c_H\frac{d}{d\tau} + \kappa_H\right\}\eta_s + m_H l_G\frac{d^2}{d\tau^2}\theta_s$$
$$-\left|\left\{g(\xi) + \gamma_t d_t(\xi)\frac{\partial}{\partial\tau}\right\}\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right|_0 = f_H(\tau),$$
$$L_R(\eta,\eta_s,\theta_s) = \left\{m_R\frac{d^2}{d\tau^2} + c_R\frac{d}{d\tau} + \kappa_R\right\}\theta_s - l_G\left\{c_H\frac{d}{d\tau} + \kappa_H\right\}\eta_s \tag{2·2·2}$$
$$-\int_0^1\left\{g(\xi) + \gamma_t d_t(\xi)\frac{\partial}{\partial\tau}\right\}\frac{\partial\eta}{\partial\xi}d\xi = 0,$$
$$L_V(\xi_s) = \left\{m_V\frac{d^2}{d\tau^2} + c_V\frac{d}{d\tau} + \kappa_V\right\}\xi_s = f_V(\tau),$$

ただし，

$$G(x) = S(x) - \rho g\int_x^H A(x)dx = G_0\bar{g}(x),\quad A(x) = A_0\bar{a}(x),$$
$$D_t(x) = D_{t0}\bar{d}_t(x),\quad D_e(x) = D_{e0}\bar{d}_e(x),$$
$$\eta = \frac{y}{H},\quad \xi = \frac{x}{H},\quad \eta_s = \frac{y_s}{H},\quad \xi_s = \frac{x_s}{H},\quad \tau = (1/H)\sqrt{\frac{G_0}{\rho A_0}}\cdot t,$$
$$g(\xi) = \bar{g}(\xi H),\quad a(\xi) = \bar{a}(\xi H),\quad d_t(\xi) = \bar{d}_t(\xi H),\quad d_e(\xi) = \bar{d}_e(\xi H),$$
$$\gamma_t = \frac{D_{t0}}{H\sqrt{\rho A_0 G_0}},\quad \gamma_e = \frac{D_{e0}H}{\sqrt{\rho A_0 G_0}},\quad \kappa_H = \frac{K_H\cdot H}{G_0} - \frac{\left\{M + \rho A_0 H\int_0^1 a(\xi)d\xi\right\}gH}{G_0 L_H},$$
$$c_H = \frac{C_H}{\sqrt{\rho A_0 G_0}},\quad \kappa_R = \frac{K_R}{G_0 H},\quad c_R = \frac{C_R}{H^2\sqrt{\rho A_0 G_0}},\quad \kappa_V = \frac{K_V H}{G_0},$$
$$c_V = \frac{C_V}{\sqrt{\rho A_0 G_0}},\quad m_H = \frac{M}{\rho A_0 H},\quad m_R = \frac{I}{\rho A_0 H^3}, \tag{2·2·3}$$
$$m_V = \frac{M + \rho A_0 H\int_0^1 a(\xi)d\xi}{\rho A_0 H},\quad l_G = \frac{L_G}{H},$$

$$f(\xi,\tau)=\left\{a(\xi)\frac{d^2}{d\tau^2}+\gamma_e d_e(\xi)\frac{d}{d\tau}\right\}\frac{Q_H}{H},$$

$$f_H(\tau)=-m_H\frac{d^2}{d\tau^2}\frac{Q_H}{H},\ f_V(\tau)=-m_V\frac{d^2}{d\tau^2}\frac{Q_V}{H}. \tag{2·2·4}$$

上式中 $L_V(\xi_s)=f_V(\tau)$ は独立で問題はないが，他は聯成系をなし一般に変数分離型でない。ここでは Laplace transformation を仲介として解く。(2·2·1) (2·2·2) (2·2·4) から次式を得る。

$$U_H=\frac{\begin{vmatrix}\{g(0)+s\gamma_i d_i(0)\}\left|\dfrac{d\phi}{d\xi}\right|_0+\overline{F}_H(s) & s^2m_H\, l_G\\ \int_0^1\{g(\xi)+s\gamma_i d_i(\xi)\}\dfrac{d\phi}{d\xi}\cdot d\xi+\overline{F}_R(s) & s^2m_R+sc_R+\kappa_R\end{vmatrix}}{\varDelta_s(s)},$$

$$U_R=\frac{\begin{vmatrix}s^2m_H+sc_H+\kappa_H & \{g(0)+s\gamma_i d_i(0)\}\left|\dfrac{d\phi}{d\xi}\right|_0+\overline{F}_H(s)\\ -l_G\{sc_H+\kappa_H\} & \int_0^1\{g(\xi)+s\gamma_i d_i(\xi)\}\dfrac{d\phi}{d\xi}\cdot d\xi+\overline{F}_R(s)\end{vmatrix}}{\varDelta_s(s)}, \tag{2·2·5}$$

$$\varDelta_s(s)=\begin{vmatrix}s^2m_H+sc_H+\kappa_H & s^2m_H l_G\\ -l_G\{sc_H+\kappa_H\} & s^2m_R+sc_R+\kappa_R\end{vmatrix},$$

ただし，$\phi\subset\eta$, $U_H\subset\eta_s$, $U_R\subset\theta_s$. さらに

$$L(\phi)=\left[\frac{d}{d\xi}\left[\{g(\xi)+s\gamma_i d_i(\xi)\}\frac{d}{d\xi}\right]-\{s^2a(\xi)+s\gamma_e d_e(\xi)\}\right]\phi$$

$$-\{s^2a(\xi)+s\gamma_e d_e(\xi)\}q_1(\xi,s)\{g(0)+s\gamma_i d_i(0)\}\left|\frac{d\phi}{d\xi}\right|_0$$

$$-\{s^2a(\xi)+s\gamma_e d_e(\xi)\}q_2(\xi,s)\int_0^1\{g(\xi)+s\gamma_i d_i(\xi)\}\frac{d\phi}{d\xi}d\xi=\overline{F}(\xi,s), \tag{2·2·6}$$

$$W_1(\phi)=\left|\frac{d\phi}{d\xi}\right|_1=0,\qquad W_2(\phi)=|\phi|_0=0,$$

ただし，
$$q_1(\xi,s)=\frac{1}{\varDelta_s(s)}[s^2m_R+sc_R+\kappa_R+\xi l_G\{sc_H+\kappa_H\}],$$

$$q_2(\xi,s)=\frac{1}{\varDelta_s(s)}[-s^2m_H l_G+\xi\{s^2m_H+sc_H+\kappa_H\}],$$

$$\overline{F}(\xi,s)=F(\xi,s)-a(\xi)\{sm(\xi)+n(\xi)\}-\gamma_e d_e(\xi)m(\xi)-a(\xi)\{sM_H+N_H\}$$
$$-\gamma_e d_e(\xi)M_H-a(\xi)\cdot\xi\{sM_R+N_R\}-\gamma_e d_e(\xi)\cdot\xi\cdot M_R$$
$$+\{s^2a(\xi)+s\gamma_e d_e(\xi)\}[\overline{F}_H(s)\{s^2m_R+sc_R+\kappa_R\}-\overline{F}_R(s)s^2m_H l_G]/\varDelta_s(s)$$
$$+\{s^2a(\xi)+s\gamma_e d_e(\xi)\}\xi[\overline{F}_H(s)l_G\{sc_H+\kappa_H\}+\overline{F}_R(s)\{s^2m_H+sc_H+\kappa_H\}]/\varDelta_s(s),$$

$$\overline{F}_H(s)=F_H(s)+m_H\{sM_H+N_H\}+c_H M_H+m_H l_G\{sM_R+N_R\}-\gamma_i d_i(0)m'(0), \tag{2·2·7}$$

$$\overline{F}_R(s)=m_R\{sM_R+N_R\}+c_RM_R-l_G\cdot c_HM_H-\gamma_t\int_0^1 d_t(\xi)m'(\xi)d\xi\ ,$$

ここで， $F(\xi,s)\subset f(\xi,\tau)$， $F_H(s)\subset f_H(\tau)$.

$m(\xi)$, $n(\xi)$; M_H, N_H ; M_R, N_R はそれぞれ η, η_s, θ_s の変位及び速度の初期条件である。$m'(\xi)$ は $m(\xi)$ の ξ に関する微分を示す。

(2・2・6) の特徴は，方程式中に境界に関する演算子及び定積分を含むことである。この場合には非斉次系の解は簡単な通常の Green 関数積分表示として得られず，次式のように modify されねばならない。

$$\phi(\xi)=-\int_0^1 G(\xi,\zeta\,;s)\chi(\zeta,s)d\zeta, \tag{2・2・8}$$

$$\chi(\xi,s)=\int_0^\xi\{B(\xi,s)L(0,\zeta\,;s)+C(\xi,s)Q(\zeta,s)\}\chi(\zeta,s)d\zeta$$

$$+\int_\xi^1 C(\xi,s)\{Q(\zeta,s)-Q(1,s)\}\chi(\zeta,s)d\zeta=\overline{F}(\xi,s), \tag{2・2・9}$$

$$L(\xi,\zeta;s)=\begin{vmatrix}\phi_1(\zeta) & \phi_2(\zeta)\\ \phi_1'(\xi) & \phi_2'(\xi)\end{vmatrix}\{g(\zeta)\varDelta w(\zeta,s)\}^{-1},\quad \varDelta w(\zeta,s)=\begin{vmatrix}\phi_1'(\zeta) & \phi_2'(\zeta)\\ \phi_1(\zeta) & \phi_2(\zeta)\end{vmatrix}, \tag{2・2・10}$$

$$Q(\zeta;s)=\int_0^\zeta\{g(\xi)+s\gamma_t d_t(\xi)\}L(\xi,\zeta\,;s)d\xi,$$

ここに，　$B(\xi,s)$, $C(\xi,s)$ はそれぞれ $|d\phi/d\xi|_0$,

$\int_0^1\{g(\xi)+s\gamma_t d_t(\xi)\}(d\phi/d\xi)d\xi$ の係数を示し，また ϕ_1, ϕ_2 は $L(\phi)=0$ の独立な二解である。

したがって，

i)	$B(\xi,s)=C(\xi,s)=0$	$\chi(\xi,s)=\overline{F}(\xi,s)$
ii)	$B(\xi,s)\neq 0,\ C(\xi,s)=0$	second kind Volterra
	$B(\xi,s)=0,\ C(\xi,s)\neq 0$	type integral equation
		$\chi(\xi,s)$ は解き得る。
iii)	$B(\xi,s)\neq 0,\ C(\xi,s)\neq 0$	$\chi(\xi,s)$ は一般に解き得ない。

(2・2・6) は iii) に相当するから一般には非斉次解は Green 関数積分表示で表わせない。

§ 2.3　変換基礎微分系の簡略化と写像空間における解

制震系として水平方向バネで low pass filterを形成することが重要であり，これに比して鉛直方向支持バネ係数は pile, diagrid, pressure vessel の重量が大なることから必然的に水平方向バネ係数に比して大ならざるを得ない。すなわち $K_R\gg K_H$ が仮定できる。従って $\kappa_V\to\infty$，すなわち $\kappa_R\to\infty$ と仮定でき，(2・2・5)，(2・2・6)，(2・2・7) はそれぞれ次のようになる。

$$U_H=\frac{\overline{F}_H(s)+\{g(0)+s\gamma_t d_t(0)\}\left|\dfrac{d\phi}{d\xi}\right|_0}{s^2m_H+sc_H+\kappa_H},\quad U_R=0, \tag{2・3・1}$$

$$L(\phi)=\left[\frac{d}{d\xi}\left[\left\{g(\xi)+s\gamma_t d_t(\xi)\frac{d}{d\xi}\right]-\{s^2a(\xi)+s\gamma_e d_e(\xi)\}\right\}\right]\phi$$

$$-\{s^2a(\xi)+\gamma_e d_e(\xi)\}\frac{\{g(0)+s\gamma_t d_t(0)\}\left|\dfrac{d\phi}{d\xi}\right|_0}{s^2m_H+sc_H+\kappa_H}=\overline{F}(\xi,s), \tag{2・3・2}$$

$$W_1(\phi)=\left|\frac{d\phi}{d\xi}\right|_1=0,\ \ W_2(\phi)=|\phi|_0=0,$$

$$\bar{F}(\xi,s)=F(\xi,s)-a(\xi)\{sm(\xi)+n(\xi)\}-\gamma_e d_e(\xi)m(\xi)-a(\xi)\{sM_H+N_H\}$$

$$-\gamma_e d_e(\xi)M_H+\frac{\{s^2a(\xi)+s\gamma_e d_e(\xi)\}\bar{F}_H(s)}{s^2m_H+sc_H+\kappa_H}, \tag{2·3·3}$$

$$\bar{F}_H(s)=F_H(s)+m_H\{sM_H+N_H\}+c_HM_H-\gamma_t d_t(0)m'(0).$$

ここで，

$$\psi=\phi+\frac{\{g(0)+s\gamma_t d_t(0)\}\left|\dfrac{d\phi}{d\xi}\right|_0}{s^2m_H+sc_H+\kappa_H} \tag{2·3·4}$$

で変換すれば，方程式中の境界に関する演算子もなくなり，次の変換基礎微分系が得られる。

$$L(\psi)=\Big(\frac{d}{d\xi}\Big[\{g(\xi)+s\gamma_t d_t(\xi)\}\frac{d}{d\xi}\Big]-\{s^2a(\xi)+s\gamma_e d_e(\xi)\}\Big]\psi=\bar{F}(\xi,s)\Big), \tag{2·3·5}$$

$$W_1(\psi)=\left|\frac{d\psi}{d\xi}\right|_1=0,\ \ W_2(\psi)=\frac{\{g(0)+s\gamma_t d_t(0)\}}{s^2m_H+sc_H+\kappa_H}\left|\frac{d\psi}{d\xi}\right|_0-|\psi|_0=0.$$

解の誘導に必要な Green 関数は次のようになる。

i) $G(\xi,\zeta;s)$; $L(G)=0,\ W_i(G)=0,\quad i=1,2$

$$\lim_{\varepsilon\to0}\{|G_\xi(\xi,\zeta;s)|_{\zeta+\varepsilon}-|G_\xi(\xi,\zeta;s)|_{\zeta-\varepsilon}\}=-\frac{1}{g(\zeta)+s\gamma_t d_t(\zeta)}$$

ii) $G_i(\xi;s)$; $L(G_i)=0,\ W_j(G_i)=-\delta_{ij},\ i=1,2,\ j=1,2$

$L(\psi)=0$ の独立な二解をそれぞれ $\psi_1,\ \psi_2$ とすれば，

$$G(\xi,\zeta;s)=\frac{N(\xi,\zeta;s)}{\{g(\zeta)+s\gamma_t d_t(\zeta)\}\Delta_w(\zeta,s)\Delta_c(s)}=\frac{N(\xi,\zeta;s)}{\{g(0)+s\gamma_t d_t(0)\}\Delta_w(0,s)\Delta_c(s)},$$

$$N(\xi,\zeta;s)=\begin{vmatrix}\psi_1(\xi)&\psi_2(\xi)\\W_1(\psi_1)&W_1(\psi_2)\end{vmatrix}\begin{vmatrix}W_2(\psi_1)&W_2(\psi_2)\\\psi_1(\varphi)&\psi_2(\varphi)\end{vmatrix}\ \xi>\zeta,$$

$$N(\xi,\zeta;s)=\begin{vmatrix}\psi_1(\xi)&\psi_2(\xi)\\W_2(\psi_1)&W_2(\psi_2)\end{vmatrix}\begin{vmatrix}W_1(\psi_1)&W_1(\psi_2)\\\psi_1(\zeta)&\psi_2(\zeta)\end{vmatrix}\ \xi>\zeta, \tag{2·3·6}$$

$$\Delta_w(\varphi,s)=\begin{vmatrix}\psi_1'(\zeta)&\psi_2'(\zeta)\\\psi_1(\zeta)&\psi_2(\zeta)\end{vmatrix},\ \ \Delta_c(s)=\begin{vmatrix}W_1(\psi_1)&W_1(\psi_2)\\W_2(\psi_1)&W_2(\psi_2)\end{vmatrix},$$

$$G_i(\xi;s)=\frac{(-1)^i}{\Delta_c(s)}\begin{vmatrix}\psi_1(\xi)&\psi_2(\xi)\\W_{i-(-1)^i}(\psi_1)&W_{i-(-1)^i}(\psi_2)\end{vmatrix} \tag{2·3·7}$$

$$=(-1)^iG_{\zeta(j)}(\xi,2-i;s)|\{g(\zeta)+s\gamma_t d_t(\zeta)\}\Delta_w(\zeta;s)|_{2-i}\begin{vmatrix}W_i(\psi_1)&W_i(\psi_2)\\|\psi_1^{(j)}|_{2-i}&|\psi_2^{(j)}|_{2-i}\end{vmatrix}^{-1}.$$

$$i=1,2,\quad j=0,1,2$$

また，$G(\xi,\zeta;s)$ と $G_2(\xi;s)$ の間には，次式が成立する。

$$1=\int_0^1\{s^2a(\zeta)+s\gamma_e d_e(\zeta)\}G(\xi,\zeta;s)d\zeta+G_2(\xi;s).$$

(2・3・7) で $i=2,\ j=0$ とおけば，

$$G_2(\xi\,;\,s)=G(\xi,\,0\,;\,s)\frac{\{g(0)+s\gamma_t d_t(0)\}\Delta_w(0,\,s)}{\begin{vmatrix} W_2(\phi_1) & W_2(\phi_2) \\ |\phi_1|_0 & |\phi_2|_0 \end{vmatrix}}$$

$$=G(\xi,\,0;s)\{s^2m_H+sc_H+\kappa_H\}. \tag{2・3・8}$$

したがつて，次式が得られる。

$$\frac{1}{s^2m_H+sc_H+\kappa_H}\int_0^1\{s^2a(\zeta)+s\gamma_e d_e(\zeta)\}G(\xi,\,\zeta\,;\,s)d\zeta$$

$$=\frac{1}{s^2m_H+sc_H+\kappa_H}-G(\xi,\,0\,;\,s). \tag{2・3・9}$$

写像空間における解は (2.3.1) ～ (2.3.6) から，

$$\psi=\int_0^1 G(\xi,\,\zeta\,;\,s)\overline{F}(\zeta\,;\,s)d\zeta,\quad \phi=\psi-\psi_0,$$

$$U_H=\frac{\overline{F}_H(s)}{s^2m_H+sc_H+\kappa_H}+\psi_0 \tag{2・3・10}$$

で示されるが，(2.3.9) を用いて $\overline{F}\ (\zeta\,;\,s)$ を書き直して，$G(\xi,\,\zeta\,;\,s)$，$G(\xi,\,0\,;\,s)$を用いて表現することもできる。

§ 2.4 原空間に於ける一般解

原空間における一般解は $G(\xi,\zeta\,;\,s)$，$\overline{F}(\zeta\,;\,s)$ の逆変換が存在するならば，次のように書ける。

$$\gamma=-\int_0^1[g(\xi,\,\zeta\,;\,\tau)*F(\zeta,\,\tau)]d\zeta,\quad \eta=\gamma-\gamma_0$$

$$\eta_s=\left[F_H(\tau)*L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2m_H+sc_H+\kappa_H}\right\}\right]+\gamma_0, \tag{2・4・1}$$

ただし，$\psi\subset\gamma$，$\overline{F}(\zeta\,;\,s)\subset\mathfrak{f}(\zeta,\,\tau)$，$\overline{F}_H(s)\subset\mathfrak{f}_H(\tau)$，$G(\xi,\,\zeta s)\subset g(\xi,\,\zeta\,;\,\tau)$．

ここで $\mathfrak{f}(\varphi;\tau)$，$\mathfrak{f}_H(\tau)$，$L^{-1}\{(s^2m_H+sc_H+\kappa_H)^{-1}\}$ は簡単に求められるから，結局問題は $g(\xi,\zeta;\tau)$ を見出すことに帰する。

$$g(\xi,\zeta;\tau)=\lim_{\beta\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\beta}^{\gamma+i\beta}G(\xi,\,\zeta\,;\,s)e^{s\tau}ds,$$

$$=\sum_\nu R_\nu\{G(\xi,\,\zeta\,;\,s)e^{s\tau}\}-\sum_b\oint_{C_b}G(\xi,\,\zeta\,;\,s)e^{s\tau}ds \tag{2・4・2}$$

ただし，$\{s_\nu\}$ は $G(\xi,\,\zeta:s)$ の極，$R_\nu\{G(\xi,\,\zeta\,;\,s)e^{s\tau}\}$ は s_ν における留数，

$\{s_b\}$ は $G(\xi,\,\zeta:s)$ の分岐点，c_b はその点を含む切断。

分岐点の影響は，分岐点が $\psi_1,\,\psi_2$ の argnment で生じかつ位数が 2，有限個であること，$\lim_{s\to s_b}G(\xi,\varphi:s_b)\neq\infty$ かつ $\psi_1,\,\psi_2$ の一方が偶関数，他方が奇関数であると仮定すれば零となる。従つて (2.4.2)の第二項は落ちる。極 $\{s_\nu\}$ は ψ_1,ψ_2 の独立性と analytic なことから $\Delta_0(s)$ の零点に一致し，$\{s_\nu\}$ はいわゆる固有値列である。

先づ最初に，s_ν が $\Delta_c(s)$ の一位の零点の場合を論ずる。

i) $\Delta_c(s_\nu)=0,\ \Delta_c'(s_\nu)\neq 0$

$$R_\nu\{G(\xi,\zeta;s)e^{s\tau}\}=e^{s_\nu\tau}R(\xi,\zeta;s_\nu),$$

$R(\xi,\zeta;s_\nu)$ は $G(\xi,\zeta;s)$ の留数，

$$R(\xi,\zeta;s_\nu)=I(s_\nu)\phi_\nu{}^c(\xi)\phi_\nu{}^c(\zeta),$$

$$I(s_\nu)=-\frac{c(s_\nu)}{\{g(0)+s_\nu\gamma_t d_t(0)\}\Delta_w(0,s)\Delta_c'(s)}, \tag{2·4·3}$$

$$c(s_\nu)=\frac{W_2(\phi_1 s_\nu)}{W_1(\phi_1,s_\nu)}=\frac{W_2(\phi_2,s_\nu)}{W_1(\phi_2,s_\nu)},\ \Delta_c'(s_\nu)=\left|\frac{d\Delta_c(s)}{ds}\right|_{s_\nu},$$

$$\phi_\nu{}^c(\xi)=\begin{vmatrix}\phi_1(\xi) & \phi_2(\xi)\\ W_1(\phi_1) & W_1(\phi_2)\end{vmatrix}_{s_\nu}=\frac{1}{c(s_\nu)}\begin{vmatrix}\phi_1(\xi) & \phi_2(\xi)\\ W_2(\phi_1) & W_2(\phi_2)\end{vmatrix}_{s_\nu}. \tag{2·4·4}$$

(2.4.4) は $\{s_\nu\}$ に対応するいわゆる固有函数である。γ_t, γ_e, $g(\xi)$, $a(\xi)$, $\gamma_t(\xi)$, $\gamma_e(\xi)$ は実数であるから $\{s_\nu\}$, $\{\phi_\nu{}^c\}$ はそれぞれ $(s_\nu,\ \bar{s}_\nu)$, $(\phi_\nu{}^c,\ \bar{\phi}_\nu{}^c)$ なる共軛な組を含む。従つて ν は一組として考えればよい。

$$g(\xi,\zeta;\tau)=\sum_\nu\{e^{s_\nu\tau}R(\xi,\zeta;s_\nu)+e^{\bar{s}_\nu\tau}R(\xi,\zeta;\bar{s}_\nu)\}$$

$$=2\sum_\nu[R\{e^{s_\nu\tau}\}R\{R(\xi,\zeta;s_\nu)\}-I\{e^{s_\nu\tau}\}I\{R(\xi,\zeta;s_\nu)\}]$$

ただし，

$$R\{\mathrm{R}(\xi,\zeta;s_\nu)\}=R\{I(s_\nu)\}[R\{\phi_\nu{}^c(\xi)\}R\{\phi_\nu{}^c(\zeta)\}-I\{\phi_\nu{}^c(\xi)\}I\{\phi_\nu{}^c(\zeta)\}]$$
$$-I\{I(s_\nu)\}[R\{\phi_\nu{}^c(\xi)\}I\{\phi_\nu{}^c(\zeta)\}+I\{\phi_\nu{}^c(\xi)\}\{R\phi_\nu{}^c(\zeta)\}],$$

$$I\{\mathrm{R}(\xi,\zeta;s_\nu)\}=R\{I(s_\nu)\}[R\{\phi_\nu{}^c(\xi)\}I\{\phi_\nu{}^c(\zeta)\}+I\{\phi_\nu{}^c(\xi)\}R\{\phi_\nu{}^c(\zeta)\}]$$
$$+I\{I(s_\nu)\}[R\{\phi_\nu{}^c(\xi)\}R\{\phi_\nu{}^c(\zeta)\}-I\{\phi_\nu{}^c(\xi)\}I\{\phi_\nu{}^c(\zeta)\}], \tag{2·4·5}$$

ここに R, I は実部，虚部を示す。

したがつて $g(\xi,\zeta;\tau)$ は実関数として得られた。

次に s_ν が $\Delta_c(s)$ の $(n_\nu+1)$ 位の零点となるときを取り扱う。

ii) $\Delta_c{}^{(j)}(s_\nu)=0,\ j=0\sim n,\ \Delta_c{}^{(n_\nu+2)}(s_\nu)\neq 0$

$$g(\xi,\zeta;s_\nu)=\sum_\nu\Big[e^{s_\nu\tau}\sum_{j=0}^{n_\nu}\frac{\tau^j}{(n_\nu-j)!j!}\Big\{(s-s_\nu)^{n_\nu+1}G(\xi,\zeta;s)\Big\}_{s_\nu}^{(n_\nu-j)}$$
$$+e^{\bar{s}_\nu\tau}\sum_{j=0}^{n_\nu}\frac{\tau^j}{(n_\nu-j)!j!}\{(s-\bar{s}_\nu)^{n_\nu+1}G(\xi,\zeta;s)\}_{\bar{s}_\nu}^{(n_\nu-j)}\Big]$$
$$=2\sum_\nu\sum_{j=0}^{n_\nu}\frac{\tau^j}{(n_\nu-j)!j!}\Big[R\{e^{s_\nu\tau}\}R\{(s-s_\nu)^{n_\nu+1}G(\xi,\zeta;s)\}_{s_\nu}^{(n_\nu-j)}$$
$$-I\{e^{s_\nu\tau}\}I\{(s-s_\nu)^{n_\nu+1}G(\xi,\zeta;s)\}_{s_\nu}^{(n_\nu-j)}\Big]. \tag{2·4·6}$$

したがつて (2.4.1) に代入して i), ii) いずれの場合にも原空間における実の convolution type の一

般解が求められる。ここで s_ν が高々 $(n+1)$ 位の零点ならば，逆変換には高々 τ^n の項を含み，また s_ν が同時に $\overline{F}(\xi,s)$ の $(m+1)$ 位の極ならば，高々 τ^{n+m+1} の項を含む。前者は n 位の自励系に相当するものであり後者は $(n+m+1)$ 位の共振現象にあたる。しかしながら自励系の存在には疑問もあると思われるので，この問題はさらに検討を加えられねばならない。

このようにして一応原空間における poly-linear 系の任意分技における一般解が $L(\phi)=0$ の独立な二解 ϕ_1, ϕ_2, が見出されるとき，(2.4.1)，(2.4.3)～(2.4.5) または (2.4.1), (2.3.6), (2.4.6) を用いて，複素固有関数展開型として求めることができる。$\overline{f}(\zeta;\tau)$, $\overline{f}_H(\tau)$ には初期条件の項が含まれている。全領域における過渡応答は上に得られた任意分枝における解を接続すること[8] によつて得られる。

§ 2.5 固有値，固有関数の Modified Orthogonality

固有値列 $\{s_\nu\}$ が $\Delta_0(s_\nu)=0$ により，これに対応する固有関数列 $\{\phi_\nu{}^c\}$ が (2.4.4) で複素平面で定義され，それぞれ共軛な組の存在が指摘されたが，ここではこれらにつきさらに考察を加える。

i) 固有値，共軛な固有値 s_ν, $\bar{s}_\nu$ は次式で示されることが容易に導ける。

$$s_\nu,\bar{s}_\nu=-\frac{1}{2}\left(\frac{D}{A}\right)\pm i\sqrt{\frac{G}{A}-\frac{1}{4}\left(\frac{D}{A}\right)^2}, \tag{2·5·1}$$

ただし，

$$D=\gamma_i\int_0^1 d_i(\xi)|\phi_\nu{}^{c\prime}|^2d\xi+\gamma_e\int_0^1 d_e(\xi)|\phi_\nu{}^c|^2d\xi+c_H|\phi_\nu(0)|^2\geqq 0,$$

$$A=\int_0^1 a(\xi)|\phi_\nu{}^c|^2d\xi+m_H|\phi_\nu(0)|^2>0,$$

$$G=\int_0^1 g(\xi)|\phi_\nu{}^{c\prime}|^2d\xi+\kappa_H|\phi_\nu(0)|^2>0.$$

$$\boldsymbol{D}=D^2-4AG \tag{2·5·2}$$

で定義すれば固有値の性質は次のようになる。

$D\neq 0$　(減衰の存在)　$R(s_\nu,\bar{s}_\nu)<0$

　$\boldsymbol{D}<0$　共軛複素固有値……減衰周期性応答

　$\boldsymbol{D}=0$　負実固有値　一……減衰非周期性応答

　$\boldsymbol{D}>0$　負実固有値　二……減衰非周期性応答

$D=0$　(減衰なし)　$R(s_\nu,\bar{s}_\nu)=0$

　$\boldsymbol{D}<0$　共軛純虚固有値……非減衰周期性応答

ここに D/A, G/A, は固有関数に任意定数を乗じても不変な実数でその大きさの順序は自然数列 ν と一対一対応が可能である。ここでは ν は，正の実数 G/A の小さい順に対応せしめる。

ii) 固有関数の Modified Orthogonality, 複素パラメーター s, を (2.3.5) で示されるように，方程式及び境界条件に含む場合，R. V. Churchill,[9] W. F. Bauer[10] にならつて Modified Orthogonality を導く。

$$(\phi_i{}^c,\ \phi_j{}^c)=(s_i{}^2-s_j{}^2)[\phi_i{}^c,\ \phi_j{}^c]=0, \tag{2·5·3}$$

$$[\phi_i{}^c,\phi_j{}^c]=\int_0^1 a(\xi)\phi_i{}^c\phi_j{}^c d\xi+m_H\phi_i{}^c(0)\phi_j{}^c(0)$$
$$+\frac{1}{s_i+s_j}\left[\gamma_i\int_0^1 d_i(\xi)\phi_i{}^{c\prime}\phi_j{}^{c\prime}d\xi+\gamma_e\int_0^1 d_e(\xi)\phi_i{}^c\phi_j{}^c d\xi+c_H\phi_i{}^c(0)\phi_j{}^c(0)\right]. \tag{2·5·4}$$

$(s_i{}^2-s_j{}^2)\neq 0$ ならば，

$$[\phi_i^c, \phi_j^c]=0. \tag{2·5·5}$$

（25·5·）で定義される Modified Orthogonality は，減衰項が存在すると，一般に i, i いずれに関しても非線型となり，線型演算子 $F[1, \phi_\nu^c]=[F, \phi_\nu^c]$ を定義することができず，従つて形式的な関数展開演算子が簡単に予想できない。この場合の関数展開は一般解の初期値問題から得られる。また normalized eigenfunction system は普通の場合にたとえば次のように導ける。

$$[\phi_\nu^c, \phi_\nu^c]=\int_0^1 a(\xi)\phi_\nu^{c2}d\xi+m_H\phi_\nu^c(0)^2+\frac{1}{2s_\nu}\Big[\gamma_i\int_0^1 d_i(\xi)\phi_\nu^{c\prime 2}d\xi+\gamma_e\int_0^1 d_e(\xi)\phi_\nu^{c2}d\xi$$

$$+c_H\phi_\nu^c(0)^2\Big]\neq 0 \tag{2·5·6}$$

から

$$[{}_n\phi_i^c, {}_n\phi_j^c]=\delta_{ij} \tag{2·5·7}$$

によつて normalized system を定義する。
したがつて任意の固有関数列 $\{\phi_\nu^c\}$ から次式で求められる。

$$\{{}_n\phi_\nu^c\}=\{\phi_\nu^c[\phi_\nu^c, \phi_\nu^c]^{-\frac{1}{2}}\}. \tag{2·5·8}$$

一般解は（2·5·8）から容易に normalized eigen-function system 展開型に書き直すこともできる。

§ 2.6 減衰項をともなわない場合の解

制震系の設計に関して，上部構造の内部減衰，下部構造の粘性減衰が問題となるが，前者は high pass filter の形成を援けるが後者は制震効果を減ずる。また前者の存在は，相対変位の評価においては非安全側にあり，後者は設計対象として除外し得る。従つて制震系過渡応答はむしろ減衰項を無視した系で評価すべきと考えられる。このようなとき（2·3·5）は，次式となる。

$$L(\phi)=\Big[\frac{d}{d\xi}\Big\{g(\xi)\frac{d}{d\xi}\Big\}-s^2a(\xi)\Big]\phi=F(\xi, s),$$

$$W_1(\phi)=\left|\frac{d\phi}{d\xi}\right|_1=0,\quad W_2(\phi)=\frac{g(0)\left|\frac{d\phi}{d\xi}\right|_0}{s^2m_H+\kappa_H}-|\phi|_0=0 \tag{2·6·1}$$

2.5 の考察から，この系の固有値は共軛純虚数であり，対応する正規固有関数は実関数である。$s^2=-\omega^2$ で置換すれば，ω^2 に関しては正の固有値である。ここに $(s_\nu, \bar{s}_\nu)\sim(i\omega_\nu, -i\omega_\nu)$ の対応が成立し固有関数の共軛性から ${}_n\phi_\nu(\xi)=\overline{{}_n\phi_\nu}(\xi)$ である。また modified orthogonality は線型となる。

$$[{}_n\phi_i, {}_n\phi_j]=\int_0^1 a(\xi)\,{}_n\phi_i\,{}_n\phi_j d\xi+m_H\,{}_n\phi_i(0)\,{}_n\phi_j(0)=\delta_{ij}. \tag{2·6·2}$$

通常 $\Delta^{c\prime}(s_\nu)\neq 0$ が成立する。このとき Green 関数の留数は，固有関数を Green 関数極限積分表示し（2·6·2）を考慮すれば，次のようになる。

$$R(\xi, \zeta; s_\nu)=\frac{{}_n\phi_\nu(\xi)\,{}_n\phi_\nu(\zeta)}{2s_\nu}. \tag{2·6·3}$$

したがつて（2·4·5）から次式を得る。

$$g(\xi, \zeta; \tau)=\sum_\nu\frac{{}_n\phi_\nu(\xi)\,{}_n\phi_\nu(\zeta)}{\omega_\nu}\sin\omega_\nu\tau. \tag{2·6·4}$$

(2・6・1) における非斉次項とその逆変換は次のように求められる。

$$\bar{F}(\xi, s)=F(\xi, s)-a(\xi)\{sm(\xi)+n(\xi)\}-a(\xi)\{sM_H+N_H\}$$
$$+\frac{\bar{F}_H(s)s^2a(\xi)}{s^2m_H+\kappa_H}, \tag{2・6・5}$$
$$\bar{F}_H(s)=F_H(s)+m_H\{sM_H+N_H\},$$

ただし $F(\xi,s)=a(\xi)F(s),\quad F_H(s)=-m_HF(s),$

$$F(s)\subset(d^2/d\tau^2)Q/H=f(\tau),$$

$$\bar{f}(\zeta,\tau)=a(\zeta)\sqrt{\frac{\kappa_H}{m_H}}\left[f(\tau)*\sin\sqrt{\frac{\kappa_H}{m_H}}\tau\right]$$
$$-a(\zeta)\left[\left\{\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\right)+(1)\right\}m(\zeta)+E\cdot n(\zeta)\right] \tag{2・6・6}$$
$$-a(\zeta)\frac{\kappa_H}{m_H}\left[M_H\cos\sqrt{\frac{\kappa_H}{m_H}}\tau+\sqrt{\frac{m_H}{\kappa_H}}N_H\sin\sqrt{\frac{\kappa_H}{m_H}}\tau\right],$$
$$\bar{f}_H(\tau)=-m_Hf(\tau)+m_H\left[\left\{\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\right)+(1)\right\}M_H+E\cdot N_H\right]$$

ここに，$\{(\partial/\partial\tau)+(1)\}$ は convolution の相手の関数への演算子で (1) はその関数の $\tau=0$ における初期条件を示す。E は convolution の単位演算子である。

(2・6・6) を用いて原空間における解は，次のように書ける。

$$\gamma=-\sum_\nu\frac{{}_n\phi_\nu(\xi)}{\omega_\nu}\int_0^1{}_n\phi_\nu(\zeta)[\sin\omega_\nu\tau*\bar{f}(\zeta\tau)]d\zeta,$$
$$\eta=\gamma-\gamma_0, \tag{2・6・7}$$
$$\eta_s=\gamma_0+\frac{1}{\sqrt{m_H\kappa_H}}\left[\sin\sqrt{\frac{\kappa_H}{m_H}}\tau*\bar{f}_H(\tau)\right].$$

上式はまた (2・6・2) から定義される線型演算子

$$[F(\xi),{}_n\phi_\nu(\xi)]=\int_0^1a(\xi)F(\xi)_n\phi_\nu(\xi)d\xi+m_HF(0)_n\phi_\nu(0) \tag{2・6・8}$$

を含む形に書ける。すなわち，

$$\bar{F}(\xi, s)=a(\xi)F(s)-\frac{s^2m_H}{s^2m_H+\kappa_H}a(\xi)F(s)-a(\xi)\{sm(\xi)+n(\xi)\}$$
$$-a(\xi)\{sM_H+N_H\}+\frac{s^2m_H}{s^2m_H+\kappa_H}a(\xi)\{sM_H+N_H\}$$

と表現し，(2・3・8)，(2・3・9) から次式を得る。

$$\phi=-\int_0^1G(\xi,\zeta;s)[a(\zeta)F(s)-a(\zeta)\{sm(\zeta)+n(\zeta)\}-a(\zeta)\{sM_H+N_H\}]d\zeta$$
$$+\frac{m_HF(s)}{s^2m_H+\kappa_H}-m_HF(s)G(\xi,0;s)$$

$$-\frac{m_H\{sM_H+N_H\}}{s^2m_H+\kappa_H}+m_H\{sM_H+N_H\}G(\xi,0;s).$$

これを $m(0)=0$, $n(0)=0$ を考慮して逆変換すれば，

$$\gamma=-\sum_\nu\frac{{}_n\phi_\nu(\xi)}{\omega_\nu}[1,{}_n\phi_\nu(\zeta)][\sin\omega_\nu\tau*f(\tau)]$$

$$+\sum_\nu{}_n\phi_\nu(\xi)[\{m(\zeta)+M_H\},{}_n\phi_\nu(\zeta)]\cos\omega_\nu\tau$$

$$+\sum_\nu\frac{{}_n\phi_\nu(\xi)}{\omega_\nu}[\{n(\zeta)+N_H\},{}_n\phi_\nu(\zeta)]\sin\omega_\nu\tau$$

$$+\sqrt{\frac{m_H}{\kappa_H}}\left[\sin\sqrt{\frac{\kappa_H}{m_H}}\tau*f(\tau)\right]-M_H\cos\sqrt{\frac{\kappa_H}{m_H}}\tau-\sqrt{\frac{m_H}{\kappa_H}}N_H\sin\sqrt{\frac{\kappa_H}{m_H}}\tau,$$

$$\eta=-\sum_\nu\frac{\{{}_n\phi_\nu(\xi)-{}_n\phi_\nu(0)\}}{\omega_\nu}[1,{}_n\phi_\nu(\zeta)][\sin\omega_\nu\tau*f(\tau)]$$

$$+\sum_\nu\{{}_n\phi_\nu(\xi)-{}_n\phi_\nu(0)\}[\{m(\zeta)+M_H\},{}_n\phi_\nu(\zeta)]\cos\omega_\nu\tau$$

$$+\sum_\nu\frac{\{{}_n\phi_\nu(\xi)-{}_n\phi_\nu(0)\}}{\omega_\nu}[\{n(\zeta)+N_H\},{}_n\phi_\nu(\zeta)]\sin\omega_\nu\tau,$$

$$\eta_s=-\sum_\nu\frac{{}_n\phi_\nu(0)}{\omega_\nu}[1,{}_n\phi_\nu(\zeta)][\sin\omega_\nu\tau*f(\tau)]$$

$$+\sum_\nu{}_n\phi_\nu(0)[\{m(\zeta)+M_H\},{}_n\phi_\nu(\zeta)]\cos\omega_\nu\tau$$

$$+\sum_\nu\frac{{}_n\phi_\nu(0)}{\omega_\nu}[\{n(\zeta)+N_H\},{}_n\phi_\nu(\zeta)]\sin\omega_\nu\tau. \tag{2·6·9}$$

ここで，次の変換を行なう。

$$\tilde{\eta}=\eta+\eta_s,\ \tilde{m}(\zeta)=m(\zeta)+M_H,\ \tilde{n}(\zeta)=n(\zeta)+N_H \tag{2·6·10}$$

$$\tilde{\eta}=-\sum_\nu\frac{{}_n\phi_\nu(\xi)}{\omega_\nu}[1,{}_n\phi_\nu(\zeta)][\sin\omega_\nu\tau*f(\tau)]$$

$$+\sum_\nu{}_n\phi_\nu(\xi)[\tilde{m}(\zeta),{}_n\phi_\nu(\zeta)]\cos\omega_\nu\tau+\sum_\nu\frac{{}_n\phi_\nu(\xi)}{\omega_\nu}[\tilde{n}(\zeta),{}_n\phi_\nu(\zeta)]\sin\omega_\nu\tau \tag{2·6·11}$$

また $f(\tau)=0$, $\tilde{n}(\zeta)=0$, $\tau=0$ とすれば，

$$\tilde{m}(\zeta)=\sum_\nu{}_n\phi_\nu(\xi)[\tilde{m}(\zeta),{}_n\phi_\nu(\zeta)] \tag{2·6·12}$$

の関数展開式を得る。（2.6.11）は $\tilde{\eta}$ に関する微分系を最初に導いて置けば，（2.6.12）から形式的に直ちに得られる解である。しかしながら減衰を含む場合は，前述のように形式的な方法で解は得られないから§2.4 の方法を直接適用せねばならない。このことは（2.5.4）の非線型性すなわち微分系が変数分離型でないことに帰因せられる。

（2.6.9）または（2.6.11）は直接原空間の基礎微分系に代入すれば容易に検証される。一方（2.6.7）と（2.6.9）は同等である。（2.6.7）を原空間の基礎微分系に代入すれば，次式が成立せねばならない。

$$\sum_{\nu} {}_n\phi_\nu(\xi)\int_0^1 a(\zeta)\,{}_n\phi_\nu(\zeta)\,d\zeta=1;\quad 1\geqq\xi>0$$

$$\sum_{\nu} {}_n\phi_\nu(0)\int_0^1 a(\zeta)\,{}_n\phi_\nu(\zeta)d\zeta=0. \tag{2·6·13}$$

このことと (2.6.12) で得られる1の固有関数展開

$$1=\sum_{\nu} {}_n\phi_\nu(\xi)[1,\ {}_n\phi_\nu(\zeta)]=\sum_{\nu} {}_n\phi_\nu(\xi)\int_0^1 a(\zeta)\,{}_n\phi_\nu(\zeta)d\zeta+m_H\sum_{\nu} {}_n\phi_\nu(\xi)\,{}_n\phi_\nu(0)$$

から

$$A(\xi)=\sum_{\nu} {}_n\phi_\nu(\xi)\int_0^1 a(\zeta)\,{}_n\phi_\nu(\zeta)d\zeta=1,\quad B(\xi)=\sum_{\nu} {}_n\phi_\nu(\xi)\,{}_n\phi_\nu(0)=0,\ 1\geqq\xi>0$$

$$A(0)=\sum_{\nu} {}_n\phi_\nu(0)\int_0^1 a(\zeta)\,{}_n\phi_\nu(\zeta)d\zeta=0,\quad B(0)=\sum_{\nu} {}_n\phi_\nu(0)^2=1/m_H,\quad \xi=0$$

が成立せねばならないことを示す。従つて解の収束性の良否または速さは, $A(\xi)$, $B(\xi)$ の収束性の良否または速さで示されることがわかる。

解の収束性の問題については，今後検討を要するが，線型 modified orthogonality の成立するある種の二階微分系の場合に，関数の非直交固有関数展開の収束を R. V. Churchill[9] は〔0，1〕で，また W. F. Bauer[10] は別の方法で（0，1）で証明している。

§あとがき

この報告では発電用原子炉の設置に関する最も基本的な問題として，立地条件に言及し，動力炉は海岸線に近い山腹に収めることが耐震性を含めた安全性の見地から，わが国の場合最も適当と思われるとの提案を行なつた。そして動力炉として耐震上の問題の生じ易い黒鉛炉の場合につき，比較的等閑視され勝ちな問題を指摘した。このことは，すでに政府許可が下りて，近く建設が始められようとしているコールダーホール改良型発電炉の設置に対し，ただいたずらに否定的な見解を明かにしようとする意図に基づくものではなく，今後の建設施工の途上においてなお一層の慎重な配慮を要望する意味をもつものである。

また筆者の一人がかねてより提案している制震化方策について理論的な考察を拡張し，将来黒鉛炉の国産化を行なう場合についての基礎的な問題解決への一端を示した。この問題は輸入動力炉のような性急さを必要としないので，今後もなお，数値的なあるいは実験模型的な検討を続ける予定でいる。

工学の方法とは多分に tentative なものである。技術が現場に持込まれる以前に，基礎的な理論研究はもちろんのこと，それに類した実験的研究を経なければならないが，しかしそれは飽くまでも，模型的な類型的な段階にとどまるものである。現場で建設されるものは，その施工技術も含めて多様な因子が介在する結果，理論研究は申すに及ばず，実験研究もそれらを包含するものとはなり得ない。そこに traditional な経験的なものが多分に尊重されると同時に，一方においていわゆる安全率の存在を無視し得ないこととなる。

ところで原子炉，とくに大型動力炉となると，世界的にみて経験が浅く，またその技術面を支える工学の tentative な方法が行なわれにくい性質をもつている。まして地震対策の点については empirical な面が皆無のことであるから，余程の慎重さがない限り，常に一抹の不安がともなう性質のものであろう。筆者が制震方式を主張したり，設置条件について云々するのも，叙上の見地から地震の作用力をできるだけ減少せしめる方向をとるべきだと思うからである。

地震対策としていずれの方式を選ぶにしても，工学の常道としては，まず小型動力炉を建設し，次に大型炉へと移るのが順序と考えることに根本的な誤謬を指摘し得る人はないであろう。この場合，小型動力炉は

むしろ小地震の頻発する地域に設置し，その小地震に対して今までに種々の検討がなされた筈の万全の緊急停止装置の試験を行なうことも一つの行き方ではないかと思う。

参考文献

1) 小堀鐸二：コールダー・ホール型原子炉の耐震化について（制震支持構造に関する一つの試み），京都大学防災研究所年報，第1号，昭和32年12月，pp. 92〜105,
2) 原子力発電研究委員会：英国型原子力発電所の設計検討，昭和32年9月：加圧水型原子力発電所の設計検討，昭和32年9月：沸騰水型原子力発電所の設計検討，昭和33年10月.
3) L. Carlbom, H. von Ublisch : On the Design and Containment of Nuclear Power Stations Located in Rock, Proc. 2nd United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, 1958.
4) N. G. Aamodt ; Underground Location of a Nuclear Reactor, Proc. 2nd United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, 1958.
5) C. Beck : Engineering Study on Underground Construction of Nuclear Power Reactors, AECU-3779, 1958.
6) 武藤清：コールダーホール改良型発電炉の耐震設計について（I），日本原子力学会誌，Vol. 1, No. 7, 昭和34年，pp. 447〜455.
7) 大塚益比古：コールダーホール改良型原子炉をめぐる最近の問題，科学，Vol. 29, No. 11, 昭和34年11月，pp. 2〜6.
8) 棚橋諒・小堀鐸二・南井良一郎：建築架構下部組織の塑性降伏による非定常振動の解の展開（激震による構造物の非線型振動の研究2），日本建築学会論文報告集，第60号，昭和33年10月.
9) R. V. Churchill : Expansions in Series of Nonorthogonal Function, Bul. A. M. S. 48, 1942.
10) W. F. Bauer : Modified Strum-Liouville Systems, Quartarly Appl. Math., Vol. XI, 1953.