

# 土石流に関する基礎的研究（第二報）

矢野勝正・大同淳之

## FUNDAMENTAL STUDY ON MUD-FLOW (II)

by Dr. Eng. Katsumasa YANO and Atsuyuki DAIDO

### Snopsis

In this paper, the velocity distribution and friction coefficient in sediment laden flow was discussed with reference to experimental results. There are two regimes in the sediment laden flow. One is the flow of low concentration, where turbulence regulates the flow, which are subject to the theory of turbulence flow. The other is the flow of high concentration, where instead of turbulence, viscosity governs the flow, which should be treated as the flow of non-Newtonian liquid. According to H. A. Einstein et al. and our experiments, experimental results was shown charactor of pseudoplastic liquid in case of concentration approximately 100g/liter mean diamater 0.16 mm, of Bingham liquid in case of concentration 300g/liter mean diamater 0.0088 mm.

### 1. は し が き

土砂をふくむ流れを取り扱う場合、含まれる粒子の性質、および濃度によつて、これらを処理する考え方を異にしなければならない。考え方を大別して、流れの状態を二つに分ける。一つは外力の大きさに対して、粒子が相対的に大きく、濃度が十分に大きくない場合で、この領域では流れを支配するものは流体の乱れであり、流体中に存在する粒子もまた乱れによつて拡散する。したがつて乱流の混合長理論が成立し、式中の二、三の係数に、粒子を含むことによる影響を加味することによりこれを処理しうる。通常、浮遊と呼ばれている粒子の輸送はこの領域である。

一方の領域は、与えられた外力に対して、粒子が相対的に細かい場合に生ずる現象であつて、粒子は粒子相互間の相互干渉によつて流体中に保持され、乱れによる拡散を必要としない。この領域では、乱れは消滅して、粒子相互間の摩擦または凝集などによる粘度の増加により、粘度の大きさが流れを支配する。したがつてこの領域では粒子と流体を別々に取り扱うことは不合理で、粒子と流体の混合物を一種の流体とみなして取り扱うべきである。

浮遊の状態で輸送されている場合でも、底近くに濃度の大きな、拡散の現象に支配されていないとみなすことのできる領域が生じるが、この領域も粘度の大きさによつて定まる領域とみなして処理しうると考えられる。

### 2. 低濃度の流れの流動特性

乱れの十分に発達した領域では、清澄な水流の流速は、外力と河床の粗さによつて定まり、乱れの十分に発達していない場合は、粘性による応力を考慮するとどまる。乱れの状態を表現する Karman's const.  $\kappa$  は常に一定であつて 0.4 である。したがつて清澄な水の流れでの抵抗法則についての研究は、境界面の粗

さをいかにして表現するかという点に終始してきた。

これに対して流れの中に土や砂などの粒子を含む場合は、流体の乱れに変化を生じる。すなわち、混合の度合を表現する  $\kappa$  の値が減少することは、Vanoni<sup>1)</sup>、Ismail<sup>2)</sup> によつて指摘され、またわれわれも観測してきたところである。したがつて、粒子を含む流れの流速をあらわすためには、清澄な水の場合とちがつて、土砂粒子を含むことによる乱れの変化と河床の粗さの変化をみななければならない。

流れの中に土砂粒子を含む場合、かなりの高濃度まで、清澄な水の流れと同じように流れの速度分布は周知の対数法則式が成立する。

$$\frac{u}{u_*} = A + \frac{1}{\kappa} \log \frac{z}{k_s} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $u$  : 流速,  $u_*$  : 摩擦速度,  $\kappa$  : Karman's const.  $A$  : 壁面の粗さを示す常数,  $z$  : 底からの高さ,  $k_s$  : 壁面の凹凸の高さを示す。これは粒子の沈降に起因する stress が、乱れによる Reynold's stress に比較して、省略しうるほど少ないことによる。これはすでに Einstein<sup>3)</sup>、志村氏<sup>4)</sup>によつて考察された。

いま一つ濃度が大きい場合の現象として、底附近の高濃度の層がある。この領域では速度分布は(1)式で表わされる対数法則からはずれて急な傾きを示すようになる。また、この領域での濃度分布もまた

$$\frac{c}{C_a} = \left\{ \frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right\}^{\frac{w_0}{\kappa u_*}} \dots\dots\dots(2)$$

の直線分布からはなれ、傾斜は急になり、濃度は一様にならうとする傾向を示す。ここに  $c$  : 濃度,  $C_a$  : 基準点  $a$  の濃度,  $h$  : 水深,  $z$  : 底よりの高さ,  $w_0$  : 粒子の沈降速度である。これらの典型的な一例を Einstein & Chien の測定した結果によつて Fig. 1 に示す。底附近で流速が一様にならうとする傾向は掃流型式で粒子が輸送されている場合にみられ、岩垣博士の測定ではその領域はほぼ  $2d$  ( $d$  は粒径) にすぎなかつたが、著者の実験によれば、水深の0.15倍程度まで達する例が測定された。この領域は速度のおそいところであり、平均流速を取り扱うときは、これらの層を無視しても差し支えないといえるが、土砂の輸送量を対象とするときは、濃度が高いために無視することはできない。

この領域での現象は、高濃度でしかも境界面近くの現象であるために、測定が困難で、現象を十分に明らかにすることはむづかしい。したがつてここでは巨視的にみて、土砂粒子と流体の均一な混合体とみた方が、土砂輸送量を規定するために適切ではないかと考える。

(1) 流動特性

以上の考え方にしたがつて、一断面での流れを混合長理論の成立する領域(上層)と、非ニュートン流体としてあらわされる領域(下層)とに分けて考えることにする。

上層の流れについては、乱れによる応力が支配的であると考えて、(1)式が成立するとし、両層の境界の高さを二次元的に  $\alpha k_s$  として、その高さにおける流速を  $u_0$  とすると、

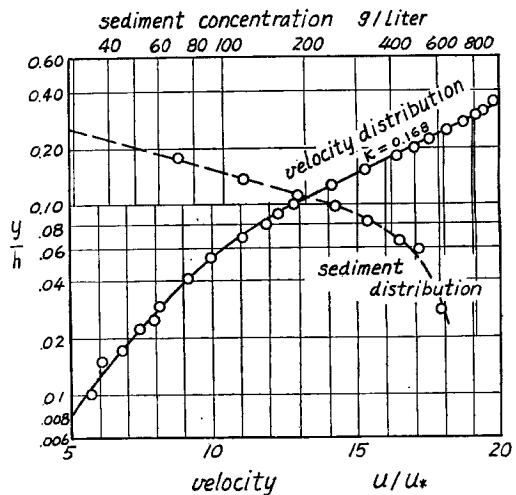


Fig. 1 Typical velocity or sediment distribution in high concentration near the bed

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_0}{u_*} + \frac{1}{\kappa} \log \frac{z}{\alpha k_s} \dots\dots\dots(3)$$

が成立する。上層の土砂輸送量については、 $\alpha k_s$  の高さでの濃度  $C_a$  に用いると、(2) 式により求まる。 $\alpha k_s$  については後述する。

下層の流れについては、層流の場合、微粒子を含む流れの観測結果では、容積濃度が  $c < 0.02$  ではニュートン流体、 $c = 0.05$  では擬塑性流体、 $c > 0.15$  ではビンガム流体としての流動特性を示すことが報告されている<sup>6)</sup>。土砂の粒子でもこれらの関係が成立するとして、ここでは擬塑性体として取り扱う。擬塑性流体では、ずり速度と応力の関係は次式で表わされる。

$$-\frac{du}{dy'} = \frac{\tau^n}{\mu_{psu}} \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 $du/dy'$  はずり速度、 $\tau$  はせん断力、 $n$  は構造粘度指数と呼ばれ、流体の種類で定まる定数、 $\mu_{psu}$  は擬塑性粘度と呼ばれ、ニュートン流体の粘度に相当し、 $[\mu_{psu}] = [kg^n/m^n \cdot s^{2n-1}]$  なる次元を有する。

(4) 式がわれわれが取り扱う現象に成立するか否か確かめる必要がある。 $F$  を外力、 $\dot{u}$  を変位とすると(4)式の関係は、

$$\dot{u} = kzF^n \dots\dots\dots(5)$$

であるから、

$$\log \dot{u} = \log kz + n \log F \dots\dots\dots(6)$$

が成立する。両対数グラフに実測の流速  $u$  と外力  $F$  を描点して、両者の関係が直線であれば(4)式は成立し、ある  $F$  に対する  $\dot{u}$  の値から  $k$  の値も定まる。

Fig. 3 は Fig. 1 の結果を外力  $F$  を  $\tau$  で表わして、実測の流速  $u$  に対して描点したもので、対数法則の成立する範囲では直線関係を有しないが、対数法則の成立しない下層の部分には直線関係を示し、(4)式が下層の現象に対して適用できることを示している。

二次元の場合を考えると、二断面間の釣合いから、 $y'$  を水面よりの深さ、 $h$  を水深とすると、

$$\frac{y'}{h} = \frac{\tau}{\tau_0}, \quad \tau_0 = \rho ghI \dots\dots\dots(7)$$

が成立する。(7) の関係を(4)に代入して、積分すれば、下層内の流速分布は、

$$u_{psu} = \frac{h\tau_0^n}{(n+1)\mu_{psu}} \left\{ 1 - \left( \frac{y'}{h} \right)^{n+1} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

となり、底より  $\alpha k_s$  の高さでの流速を  $u_0$ 、その点の水面からの深さを  $y_0'$  とすると、

$$u_0 = \frac{h\tau_0^n}{(n+1)\mu_{psu}} \left\{ 1 - \left( \frac{y_0'}{h} \right)^{n+1} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

となる。

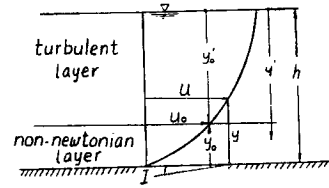


Fig. 2 Notation

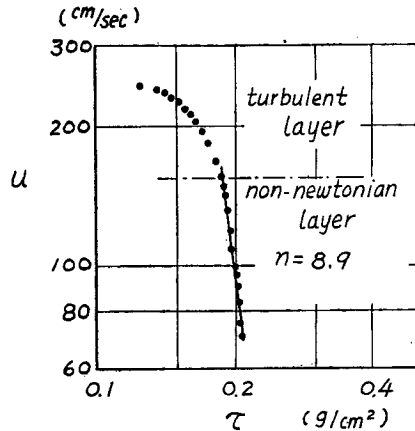


Fig. 3 Velocity distribution

したがって水路全断面の平均流速は、(3)と(6)から、 $\alpha k_s$ の値を $y_0$ とすると

$$\begin{aligned}
 u_m &= \frac{1}{h} \left\{ \int_{y_0'}^h u_{psu} \cdot dy' + \int_{y_0}^h u \cdot dz \right\} \\
 &= \frac{\tau_0^n h}{(n+1)\mu_{psu}} \left\{ 1 - \eta - \frac{1}{n+2} (1 - \eta^{n+2}) \right\} + \eta \left\{ \frac{u_0}{u_*} + \frac{1}{\kappa} \log \frac{h - y_0}{\alpha k_s} - \frac{1}{\kappa} \right\} \\
 &= u_m(psu) + u_m(tur) \dots\dots\dots(10)
 \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned}
 u_m(psu) &= (1 - \eta) \frac{\tau_0^n h}{(n+1)\mu_{psu}} \left\{ 1 - \frac{1}{n+2} \frac{(1 - \eta^{n+2})}{(1 - \eta)} \right\} \\
 u_m(tur) &= \eta \left( \frac{u_0}{u_*} + \frac{1}{\kappa} \log \frac{h - y_0}{\alpha k_s} - \frac{1}{\kappa} \right) \\
 \eta &= \frac{y_0'}{h}
 \end{aligned}$$

となり、底近くの高濃度の層を無視するときは  $\eta=1, \alpha=1$  で

$$\frac{u_m}{u_*} = A - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \log \frac{z}{k_s} \dots\dots\dots(11)$$

である。

流れの摩擦抵抗法則は

$$I_e = \frac{f}{R} \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(12)$$

であらわされる。しかしながら非ニュートン流体では、平均流速  $u_m$  が等しくても、構造粘度指数  $n$  によつて、摩擦損失が異なる。ことに上述のような二つの層でそれぞれエネルギー消費の割合がちがう場合、二つの層の占める割合によつて、平均流速は等しくても、摩擦損失が異なり、平均流速によつて一義的にきまらなくなる。したがってここでは(12)式を拡張して、

$$I_e = \frac{\lambda_*}{h} \frac{U^2}{2g} \dots\dots\dots(13)$$

とし、 $U^2$ で次式を用いることにする。

$$\begin{aligned}
 U^2 &= \frac{1}{h} \int_0^h u^2 dy = \frac{1}{h} \left\{ \int_{y_0'}^h u^2(psu) \cdot dy' + \int_{y_0}^h u^2(tur) dz \right\} \\
 &= \frac{\tau_0^{2n} h^2}{(n+1)^2 \mu_{psu}^2} \left\{ 1 - \eta - \frac{2}{n+2} (1 - \eta^{n+2}) + \frac{1}{2n+3} (1 - \eta^{2n+3}) \right\} \\
 &\quad + \left\{ \eta \left( \frac{u_0}{u_*} \right)^2 + 2 \frac{u_0}{u_*} \frac{\eta}{\kappa} \log \frac{h - y_0}{\alpha k_s} - 2 \frac{u_0}{u_*} \frac{\eta}{\kappa} + \frac{2}{\kappa} \eta \log \frac{h - y_0}{\alpha k_s} - \frac{2}{\kappa} \eta \right\} \dots\dots\dots(14)
 \end{aligned}$$

(10)の関係を用いると

$$U^2 = u_m(psu)^2 \cdot F_1(a) + u_m(tur)^2 F_2(a) \dots\dots\dots(15)$$

ここに、

$$F_1(a) = 1 + \frac{1}{2n+3} \frac{(1 - \eta^{2n+3})}{1 - \eta - \frac{1}{n+2} (1 - \eta^{n+2})}$$

$$F_2(a) = \frac{\left( \frac{u_0}{u_*} \right)^2 + 2 \frac{u_0}{u_*} \frac{1}{\kappa} \log \frac{h - y_0}{\alpha k_s} - 2 \frac{u_0}{u_*} \frac{1}{\kappa} + \frac{2}{\kappa} \log \frac{h - y_0}{\alpha k_s} - \frac{2}{\kappa}}{\eta \left\{ \frac{u_0}{u_*} + \frac{1}{\kappa} \log \frac{h - y_0}{\alpha k_s} - \frac{1}{\kappa} \right\}^2}$$

となる。したがって (12) 式は

$$I_e = \frac{\lambda_*}{h} \frac{1}{2g} \{u_m^2(psu) \cdot F_1(a) + u_m^2(tur) F_2(a)\} \dots\dots\dots(16)$$

$$\lambda_* = \frac{2gI_e h}{u_m^2(psu) \cdot F_1(a) + u_m^2(tur) F_2(a)} \dots\dots\dots(17)$$

となり、Reynolds 数として、 $\mu$  に (4) 式の関係を全断面に拡張して、断面平均の  $\bar{u}$  を用いることにより、

$$R_e = \frac{\rho u_m h}{\mu} \dots\dots\dots(18)$$

を用いて、清澄な水の流れと同様に

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_*}} = 4.07 \log_{10} (R_e \sqrt{\lambda_*}) + 1.509 \dots\dots\dots(19)$$

によつて乱流の場合の抵抗法則を表わすことができるものとする。

つきに以上の諸式の計算に必要な Karman's const.  $\kappa$ 、高濃度層の厚さ  $\alpha k_s$ 、構造粘度指数  $n$  および擬塑性粘度  $\mu_{psu}$  についてのべる。

(ii) Karman's const.  $\kappa$  の値

式中の Karman's const.  $\kappa$  の値は、浮遊砂の濃度の増加にしたがつて、減少することが知られている。これについては Einstein & Chien<sup>4)</sup>、椿博士<sup>8)</sup>、志村氏<sup>9)</sup>などによつて解析されている。これらはいずれも適当なパラメーターを用いてうまく  $\kappa$  の値を関係づけている。Fig. 4 は Einstein & Chien の表示法で、土砂を浮遊させるための仕事  $p_s = \gamma_s - \gamma / \gamma_s \cdot c w d$  ( $\gamma$ : 水の比重,  $\gamma_s$ : 砂粒子の比重,  $c$ : 土砂平均濃度,  $d$ : 水深,  $w$ : 砂粒の沈降速度) と、摩擦抵抗にうち勝つために重力のなす仕事  $p_f = \gamma \bar{u} s$  ( $\bar{u}$ : 平均流速,  $s$ : 勾配) との比  $p_s/p_f = (1 - \frac{\gamma}{\gamma_s}) \frac{c w}{\gamma \bar{u} s}$  をもつて  $\kappa$  と関係づけたもので、平均濃度  $c$  の代りに水路底の濃度を採用すると、さらに点のちらばりが少なくなることは Vanoni が指摘している。

Fig. 5 は、我々の実験の結果を志村氏の解析にしたがつて示したものである。河床の粗度の高さ  $a$  は  $d_{50} = 0.0088 \text{ mm}$  のときは  $11.6\nu/u_*$  の値を、 $d_{50} = 0.16 \text{ mm}$  のときは底にはりつけた砂の相当粗度  $k_s = 0.22 \text{ mm}$  を用いた。沈降速度は  $d = 0.0088 \text{ mm}$  のときは、実測の沈降速度分布の 50% に相当する値を、 $d = 0.16 \text{ mm}$  の粒径のときは、計算

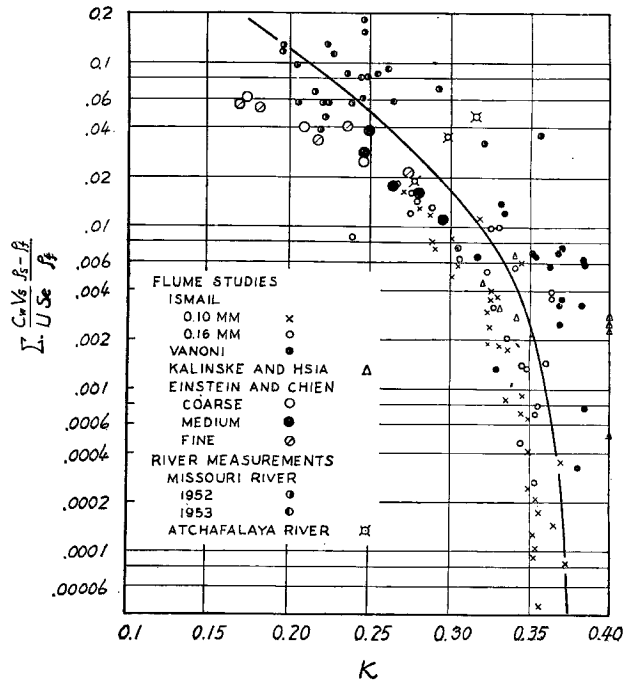


Fig. 4 Effect of suspended sediment on the Karman's const<sup>4)</sup>

0.0088 mm のときは、実測の沈降速度分布の 50% に相当する値を、 $d = 0.16 \text{ mm}$  の粒径のときは、計算

により求めた。

(iii)  $ak_s$  の値

$ak_s$  の値は乱れにより拡散の生ずる高さである。密度勾配あるときの乱流の安定性については、Richardson 数  $\textcircled{R}$  なるものによつて、乱流限界が定められることが知られている<sup>10)</sup>。すなわち

$$\textcircled{R} = \left( \frac{du}{dz} \right)^2 / \left( -\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \right) \dots\dots\dots(20)$$

で表わされ、 $\textcircled{R} > 1$  が運動量輸送理論の成立する範囲である。

流体の密度  $\rho$  は、砂および水の密度を  $\rho_s, \rho$  とすると

$$\rho = (\rho_s - \rho)c + \rho_0 \dots\dots\dots(21)$$

浮遊砂の連続式は

$$\kappa_0 \frac{dc}{dz} + v_0 c = 0 \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 $\kappa_0$  は乱流拡散係数、 $v_0$  は粒子の沈降速度である。両式から密度勾配は

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{-v_0 c (\rho_s - \rho)}{\kappa_0} \dots\dots\dots(23)$$

速度勾配は、

$$du/dz = u_* / \kappa z \dots\dots\dots(24)$$

を用いると  $\textcircled{R} > 1$  なる条件は、

$$\left( \frac{u_*}{\kappa z} \right)^2 > \frac{g v_0 c (\rho_s - \rho)}{\rho \kappa_0} \dots\dots\dots(25)$$

さらに、

$$\kappa_0 = u_* \kappa \rho \left( 1 - \frac{v_0}{h} \right) \dots\dots\dots(26)$$

を用いると、

$$\frac{\left( \frac{u_*}{\kappa z} \right) \cdot u_* \kappa z \left( 1 - \frac{v_0}{h} \right) \rho}{g v_0 (\rho_s - \rho)} > c \dots\dots\dots(27)$$

が乱流の起りうる条件である。 $\textcircled{R} = 1$  のときの濃度を  $C_0$  とし、そのときの  $y$  の高さを  $ak_s$  とすると、

$$\left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) C_0 = \frac{u_*^3}{g v_0 \kappa h} \left( \frac{h}{ak_s} - 1 \right) \dots\dots\dots(28)$$

となる。この関係は対数グラフで表示すれば Fig. 6 のようになる。

上では  $ak_s$  の高さを河床からとつたが、高濃度層がすでに大きく発生している場合にこれで十分であるかどうか問題がある。また  $\textcircled{R} > 1$  の条件に絶対の信頼をおくことができるかどうかにも問題がある。これは実験によつて検討されなければならない。

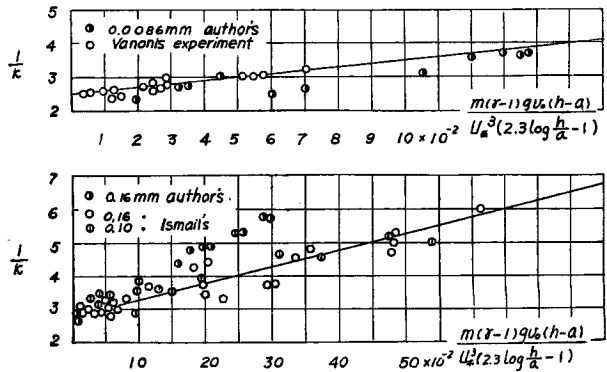


Fig. 5 Relation between  $\frac{1}{\kappa}$  and  $\frac{m(\gamma-1)qv_0(h-a)}{U_*^3(2.3 \log_{10} \frac{h}{a}-1)}$

実験結果から下層の平均濃度とその場合の水理量を Fig. 6 に描点すると、その結果求められた  $\alpha k_s$  の値は、対数法則の成立し始める高さとは完全に一致しないが、ほぼ同じ大きさを示した。

実測値のない場合は  $c$  を与えなければならない。濃度は  $c(2)$  式で基準点の濃度  $C_a$  を与えれば決まるが、現在では  $C_a$  を与える理論的な基礎はなく、実測にたよっているため、この点 (29) 式の関係も不十分で、将来に残された問題である。

(iv)  $n$  および  $\mu_{psu}$

構造粘度指数  $n$  は流体の性質によって  $n > 1$  の場合と  $n < 1$  の場合に大別され、前者は擬塑性流体と呼ばれ、でんぶんのり、高分子物質の溶液はこれに属するといわれる。後者はダイラントな流れと呼ばれ、でんぶんに水を加えたもの、適当な配合の砂の水の混合物はこれに属する。

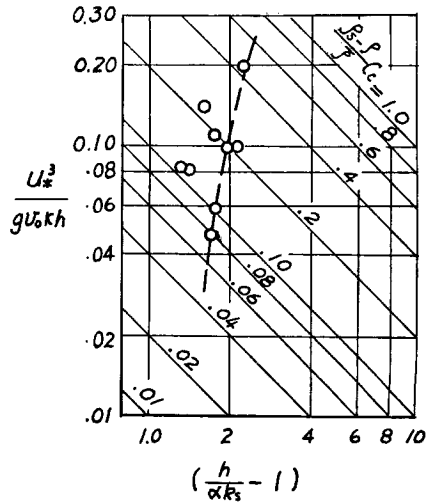


Fig. 6 Relation between  $C_c$  and  $\alpha k_s$

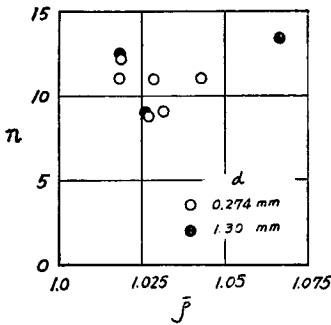


Fig. 7 Observed value of  $n$

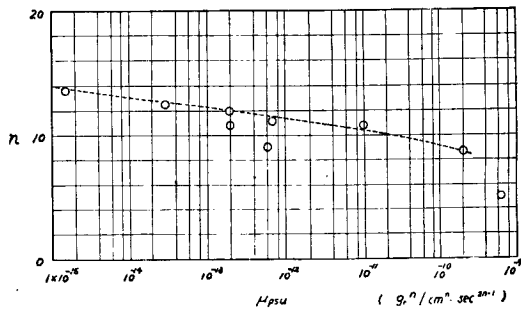


Fig. 8 Observed value of  $\mu_{psu}$

前節でのべた方法で求めた  $n$  の値を Fig. 7 に示す。試料が十分にないので、その性格はまだ明らかでない。現在では他の研究者による測定も皆無であつて、この方面の組織的な実験が必要である。

擬塑性粘度  $\mu_{psu}$  も  $n$  を求めたと同じようにして算定できる。ただし  $\mu_{psu}$  は  $du/dy$  の関数として表わされる。Fig. 8 は測定結果の一例を示すが、層内の平均値で表わしたものである。

(v) 平均流速の近似値

下層の領域が大きくないときは、前述のように上層部の流速分布式からのずれは、流速の小さいところで生じるので、平均流速を求めるとき Einstein はのように下層でのずれを無視して上層部の流速分布式より平均流速を求めて差支えないと思われる。(1) 式中の  $\kappa$  の値は Fig. 4, 5 の値を用いる。A の値は清澄な水の流れる場合、 $\log k_s u_* / \nu > 1.85$  の領域では 8.5 である。この場合  $\kappa$  は常に  $\kappa = 0.4$  であるが、粒子を含む流れでは前記のように  $\kappa$  の値が変化するので、A もまた  $f(\kappa)$  の形で表わさなければならない。Fig. 9 は実験値を A と  $\kappa$  について描点したもので、 $\log A$  と  $\kappa$  は直線的関係にあり、 $\kappa = 0.4$  のとき、 $A = 8.5$  であることを考慮して係数をきめると

$$\kappa = 0.132 \log_{10} \cdot 35.45 A \dots\dots\dots(29)$$

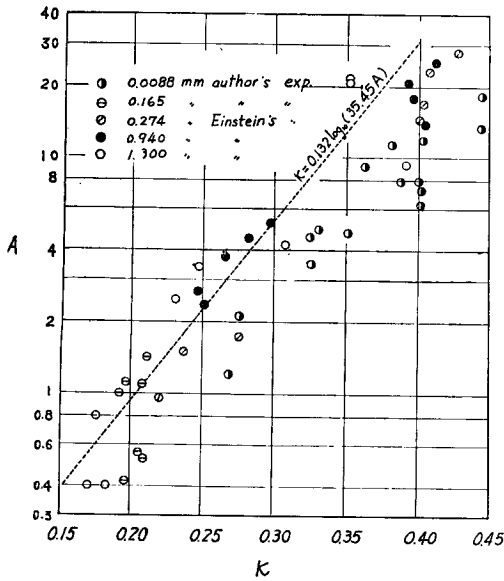


Fig. 9 Relation between  $A$  and  $\kappa$

の関係がわれわれの実験においても成立する。この値を(1)式に代入すれば

$$\frac{u}{u_*} = 17.4 - \frac{2.3}{\kappa} \log_{10} 35.45 + \frac{2.3}{\kappa} \log_{10} \frac{z}{k_s} \dots\dots\dots(30)$$

となる。平均流速は、

$$\frac{u_m}{u_*} = \frac{1}{h - k_s/A} \int_{k_s/A}^h u \cdot dz = 17.4 - \frac{2.3}{\kappa} \log_{10} (96.5) + \frac{2.3}{\kappa} \log_{10} \frac{h}{k_s} \dots\dots\dots(31)$$

と表わされ、清澄な水の流れの平均流速式、

$$\frac{u_m}{u_*} = 6.0 + \frac{2.3}{\kappa} \log_{10} \frac{h}{k_s} \dots\dots\dots(32)$$

と  $u_*$  を等しい条件で比較すると、平均流速の比は

$$\frac{u_{ms}}{u_{mc}} = \frac{17.4 - \frac{2.3}{\kappa} \log_{10} (96.5) + \frac{2.3}{\kappa} \log_{10} \frac{h}{k_s}}{6.0 + \frac{2.3}{\kappa} \log_{10} \frac{h}{k_s}} \dots\dots\dots(33)$$

となり、 $\kappa$  をパラメーターにこれらの関係は Fig. 10 のように表わされる。しかしながらこの図の適用範囲は濃度の少ない場合に限られる。

### 3. 高濃度の流れの流動特性

粒径  $d_{50} = 0.0088 \text{ mm}$  の粒子を用いた実験では、含まれる粒子の量が重量比で30%を越えると、乱れは消滅して、油のような滑らかな流れの状態を示した。これらの事実は Bagnold の流体の比重にほぼ近い比

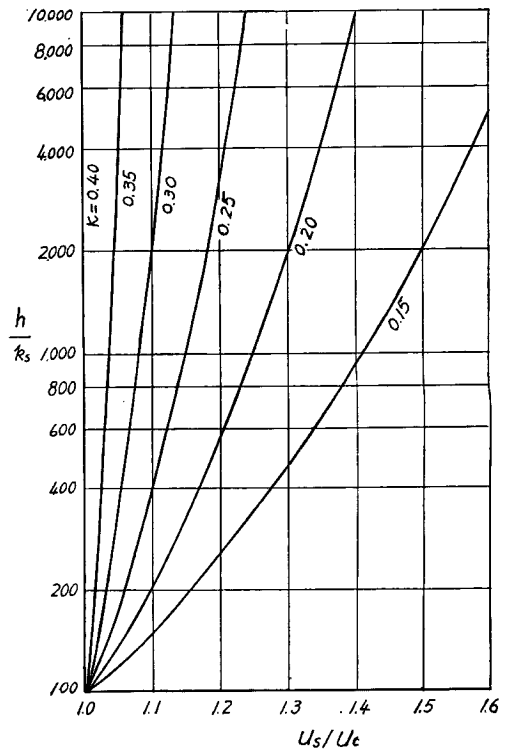


Fig. 10 Comparison of the average velocity of a sediment-laden flow with that of a corresponding clear-water flow<sup>4)</sup>



重の粒子でなされた実験でも、記述的にこれらの事実がのべられている<sup>10)</sup>。この現象は与えられた外力に対して、粒子が相対的に小さく、流れ全体に拡散し、粒子を含むことで、流体自身の密度が増加して、粒子と流体の間に密度差がなくなつた場合に生じる。

(i) 流動特性

以上の現象の下で測定された流速分布の一例を Fig. 11 に示す、図中  $a$  点より上は相対速度ももたず、ただ底から  $a$  までの速度分布を有する滑り層の上を移動しているものと解釈することができる。こうした流れは非ニュートン流体として取り扱うのが妥当であろう。すなわちせん断応力がある降伏値  $\tau_y$  を越えたときにはじめて流体層間にずれが起り、流動がはじまるものとみることが出来る。したがつて一種の理想的塑性流体であるビンガム流体として、十分近似的に扱えるであろう。

すなわち、ビンガム流体ではずり速度と応力の関係は次式で表わされる。

$$-\frac{du}{dy} = \frac{\tau - \tau_y}{\mu_B} \dots\dots\dots(34)$$

ここに  $\tau_y$  は流動のはじまる降伏値、 $\mu_B$  は塑性粘度をあらわす。

開水路の場合、2断面間のつりあいから、流れを二次元、等流と考えると、 $y$  は水面よりの深さ、 $h$  は流れの深さとした場合、

$$\frac{y}{h} = \frac{\tau}{\tau_0}, \quad \tau_0 = \rho ghI \dots\dots\dots(35)$$

が成立する。(35) 式に (36) 式の関係を入れて積分すると、流速分布はつぎのようになる。

$$u = \frac{h\tau_y}{\mu_B} \left( \frac{1-2a+2ay'-y'^2}{2a} \right) \dots\dots\dots(36)$$

ここに、 $a = y_0/h = \tau_y/\tau_0$ 、 $y' = y/h = \tau/\tau_0$  である。相対速度の生じなくなる点、すなわち  $\tau_y$  における流速は  $y' = a$  とおくことにより、

$$u_a = \frac{h\tau_y}{\mu_B} \frac{(1-a)^2}{2a} \dots\dots\dots(37)$$

平均流速は、

$$u_m = \frac{\int_y^h u \cdot dy + u_a \cdot y_a}{h} = \frac{h\tau_y}{\mu_B} \alpha, \quad \alpha = \frac{a^3 - 3a + 2}{6a} \dots\dots\dots(38)$$

となる。(35) より

$$I = \frac{\tau_0}{\rho gh} = \frac{\tau_y}{\rho g y_0} = \frac{3u_m \mu_B}{\rho g h^2 (3aa)} \dots\dots\dots(39)$$

となり、 $\mu_B/3aa = \mu$  とおくと、清澄な水の層流の抵抗法則と同形となる。

一般に流れの抵抗法則は (12) 式で表わされるが、前節でものべたように  $u_m$  が等しくても降伏値  $\tau_y$ 、塑

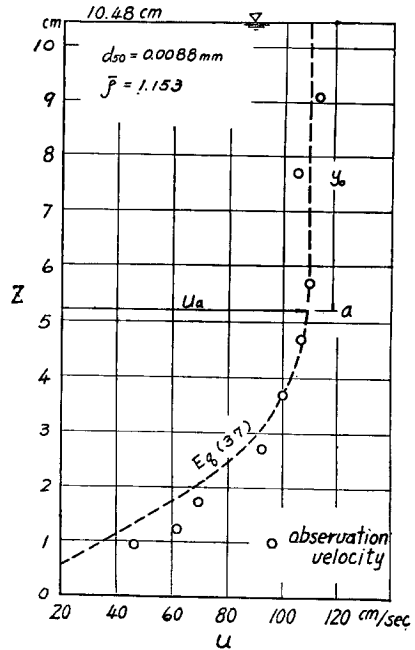


Fig. 11 Velocity distribution in high sediment-laden flow

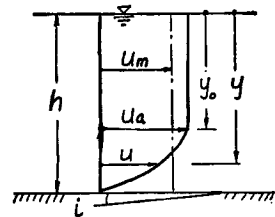


Fig. 12 Notation

性粘度  $\mu_B$  によつて速度分布が異なり、壁面の速度勾配すなわち壁面せん断応力が異なる。摩擦抵抗は  $u_m$  によつて一義的に定まらない。この場合も(13)式の形にしたがい、 $U^2$  として、摩擦抵抗に直接関与する部分の  $u_m$  を用いる。摩擦抵抗に関係するのは、速度分布の生じている  $y_0$  以下の部分であるから、この部分の  $u^2$  の平均値を  $U^2$  とする。

$$U^2 = \frac{1}{h} \int_{y_0}^h u^2 \cdot dy = u_m^2 \cdot F_3(a) \dots\dots\dots(40)$$

ここに、
$$F_3(a) = \frac{24}{5} \frac{\left(1 - 5a + 10a^2 - 10a^3 + \frac{35}{8}a^4 - a^5\right)}{(a^3 - 3a + 2)^2} = \frac{24}{5} \frac{(1-a)^5}{(a^3 - 3a + 2)^2}$$

(39) 式と (40) 式、およびニュートン流体の層流における  $U^2 = 1.2u_m^2$  の関係を考慮して、

$$\lambda_* = \frac{5\left(\frac{\mu_B}{3a\alpha}\right)}{\rho h u_m F_3(a)} \dots\dots\dots(41)$$

1.2  $\lambda_* = 6/R_e$  の関係から、次の Reynold 数を用いると層流の場合の抵抗が表せる。

$$R_e = \frac{\rho h u_m \cdot F_3(a)(3a\alpha)}{1.2 \mu_B} \dots\dots\dots(42)$$

乱流の場合にも、ニュートン流体と同様に層流時の粘性が用いられるとすると

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 4.07 \log_{10}(R_e \sqrt{\lambda}) + 1.509 \dots\dots\dots(43)$$

に用いることによつて、乱流領域の抵抗法則も表わしうるのであろう。

(ii)  $\tau_y$  および  $\mu_B$  の値

$\tau_y$  を求めるには、流速分布より相対速度が生じない点に相当する shear を求めればよい、流速分布のないときは別の方法で、同じ流体を用いて  $\tau_y$  を決める必要がある。沈降性の土砂の場合は Mc Millen<sup>11)</sup> の方法によるのが比較的容易である。Mc Millen は、円管を用いて、二つの流量  $Q_1, Q_2$  における管長  $L$  の間の圧力降下  $\Delta p_1, \Delta p_2$  を測定した。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} &= \frac{2\tau_y l / (Ra_2)}{2\tau_y l / (Ra_1)} = \frac{a_1}{a_2} \\ \frac{Q_1}{Q_2} &= \frac{\pi R^2 u_{m1}}{\pi R^2 u_{m2}} = \frac{a_2}{a_1} \\ \alpha &= \frac{a^4 - 4a + 3}{12a} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(44)$$

の三式の関係を利用して、まず  $a_1$  を仮定して  $a_2$  を求め、これから  $a_2/a_1$  の関係を満足するまで試算を行なうもので、 $\tau_y$  は次式より求まる。

$$\tau_y = \frac{\Delta p_1}{2l} Ra_1 \dots\dots\dots(45)$$

塑性粘度  $\mu_B$  も流速分布の測定のある場合は前節で示した擬塑性流体と同じように、実測流速と  $(\tau - \tau_y)$  の関係を描点して、その直線の傾きをよみとればよい。Fig. 13 は Fig. 11 の測定結果を  $y = 5.23$  cm の点を  $\tau_y$  の生じた位置として、それ以下の部分を描点した結果で、 $\mu_B = 0.001845$  (g·sec/cm<sup>2</sup>) となる。な

以上の数値を用いて (36) 式を計算した結果は Fig. 11 の点線によつて示す。

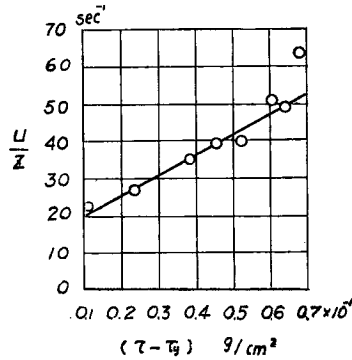


Fig. 13 Relation between  $u/z$  and  $(\tau - \tau_0)$

#### 4. む す び

以上、土砂が流体中に保持されて輸送されている現象を二つの型に分けて、それぞれの流動特性をのべた。含まれる土砂粒子が比較的少ない場合は、混合長理論が成立し、その結果土砂を含むことによる流速の変化は (10) 式を (11) 式で  $A=8.5$ ,  $\kappa=0.4$  とおいた場合と比較することによつてえられるであろう。また近似的には Fig. 10 によつても求められる。

粒子の量が多い場合は非ニュートン流体として取り扱うのが妥当と思われる。ことに細かい粒子が流れの中に一様に拡散するような場合はビンガム流体として取り扱われる。これらは将来、降伏値  $\tau_0$ 、塑性粘度  $\mu_B$  が、土砂の濃度、粒径、混合状態によつてどのような値をもつか究明することによつて、流動特性はさらに明らかになるであろう。

自然の溪谷に発生する土石流の流動は明らかでない。しかしながらその流動の一つの型として、ビンガム流体的な流れを考えることができる。土石流や地じりの発生する地域は限られており、その地質も限られている。すなわち、新潟では黒色泥岩層、長野の砂岩、頁岩の互層、群馬の凝灰質集塊岩などいずれも破砕作用を受けて、蛇紋岩化したものが多い。蛇紋岩化した岩片は含水すると細分化する性質を有し、強度もまた急激に低下する。1例として渋谷氏<sup>12)</sup>によつて測定された例では、乾燥状態では耐圧強度  $10 \sim 20 \text{ kg/cm}^2$ 、浸水後では強度は測定できず、 $0 \text{ kg/cm}^2$  とみられる。また浸水すると岩塊は崩壊し細分化し、粘土 54%、シルト 38%、砂 8% と化してしまうと報告されている。

土石流の流動後の状態をみるに、巨石がみられるが、滑り層の上を土砂に保持されて移動しているにすぎず、実際の流動に寄与しているのは、雨水の浸透によつて岩塊が粘土化した部分、さらに滑動のさいを受けた shear で生じた細粒によつて形成される滑り層であると考えられるならば、ビンガム流体として取扱うことが可能であろう。

#### 参 考 文 献

- 1) Vitto A. Vanoni : Transportation of Suspended Sediment by Water, Proc. A.S.C.E., June, 1944, pp. 793-828.
- 2) Hassan M. Ismail : Turbulent Transfer Mechanism and Suspended Sediment in Closed Channels, Trans. A.S.C.E. Vol. 117, 1952, pp. 499-446.
- 3) 矢野勝正, 大同淳之; 土石流の基礎的研究 (第1報), 京都大学防災研究所年報 第3号, 昭. 34. 12,

P. 11.

- 4) H. A. Einstein and Ning Chien : Effect of heavy sediment concentration near the bed velocity and sediment distribution.
- 5) 志村博康；浮遊砂を有する水流の諸特性について，土木学会論文集第48号，昭. 32. 6，P. 22.
- 6) 日本材料試験協会レオロジー部門委員会編；化学技術者のためのレオロジー，1952. 12，P. 154.
- 7) 富田幸雄非ニュートン流体の工学的取扱い，日本機械学会誌，Vol. 63，昭. 35. 12，P. 1596.
- 8) 椿東一郎；浮遊砂が流れに及ぼす影響について，土木学会誌，第40巻，第9号，昭. 30. 9，P. 1.
- 9) Goldstein : Modern Developments in Fluid Dynamics, 1952, p. 229.
- 10) Bagnold : Some Flume Experiments on Large Grains but Little Denser than the Transporting Fluid, and their Implication, Proc. Inst. Civ. Eng., 1955, Apr. p. 174.
- 11) E. L. Mcmillen : Simplified Pressure-loss Calculutions for Plastic Flow, Chem. Eng. Progr., 44, 7. 1948-7, 537.
- 12) 渋谷長美；破砕帯地すべりについて，新砂防，Vol. 13, No. 3, 昭. 36. 1，P. 1.