

# 開水路断面急拡部の水理とその適用に関する研究

芦 田 和 男

## ON HYDRAULICS OF TRANQUIL FLOW THROUGH CHANNEL EXPANSIONS AND ITS CONTRIBUTIONS TO PRACTICAL PROBLEMS

by Dr. Eng. Kazuo ASHIDA

### Synopsis

The author studied the hydraulics of the tranquil flow through the cross-sectional expansion in an open channel, and made clear the hydraulic behaviors such as the length of the dead water region due to the discontinuity, the velocity distribution, and the length required for the conversion of kinetic energy to potential energy under various conditions for expansion angle. Moreover, applying the total force theorem involving the frictional forces to the flow in the channel expansion, the author obtained the form resistance formulas. With the use of the above results, the author established the method of hydraulic design for the channel transition and of calculation for the water surface profile through the channel expansion with a sufficient accuracy and a practical convenience, compared with the conventional procedures. Finally the applicability of these methods to the practical problems was discussed with some examples.

### 1. 緒 言

河川には各種の人工構造物が設けられているが、こうした個所では一般に断面が急変する。こうした場合の水理、特に常流流れのそれについては従来十分な研究が少なく、いかにすれば適切な水理設計をなし得るかは、河川技術者が絶えず困まる問題であろう。また、このような個所の水理計算は多く実験係数的に取り扱われ、その係数の内容について水理学的な考察が加えられていないことが多く、十分信頼して用いることができるとはいいがたい。したがって従来よりもさらに厳密で、しかも実用性のある水理計算法を明らかにし、満足すべき水理設計法を確立することは重要な問題である。特に最近水利用の高度化により治水と利水との関連が増大しつつあるが、これと同時に上述の複雑な水理学的問題を解明することの重要性もますます増大しつつあるものと思われる。このような問題を解明するためには、まずその基礎として開水路断面変化部の水理を明らかにすることから始めなければならない。

断面変化部の水理といつても実に多種多様であるが、これを大別して、その変化の割合が小さく一次元解析法による取り扱いができる場合と、変化の割合が大きく流れが壁面からはく離するか、またはその限界付近にある場合とに区分してみると、前者についてはほぼ明らかにされているに対し、後者特に常流の場合については現象の複雑さのために十分な研究が少ないようである。本論においては主としてこうした場合を取り扱い、実際問題への適用化をはかるつもりである。

断面変化部には流れ方向に断面が拡大する場合と縮小する場合とがあるが、後者については他の機会に述

べることとし、ここでは前者のみを取り上げる。

断面拡大部においては流れ方向に水深が増加し、流速は壁面付近で遅くなり、拡大角がある程度以上になると水流は壁面からはく離し、いろいろ好ましくない水理現象を生じる。したがって、はく離した流れにおける水理現象、境界の拡大角度とこれらとの関係、特にはく離限界となる拡がり角度などの解明が実用上重要な問題であると考えられる。また急拡による損失水頭の算定には従来普通河床摩擦を無視した衝力理論が用いられているが、常流の不連続流の場合には一つの状態から他の状態に変化するのにかかなりの区間を必要とし、この区間の河床摩擦が無視し得ない大きさになる場合もあるが、これらの点を考慮して、従来よりもさらに厳密な水面追跡法を明らかにすることは、上に述べたように実際的な目的から要望されるところである。

こうした問題の取扱いは非常に複雑であるが、著者は実用上の観点に留意して、詳細な実験的研究を行ない、その結果について水理的な解釈を与えることにつとめるとともに、その成果の適用法について実例をもつて考察するつもりである。これらの結果はいずれも実験により、十分適用されることが確認され、実用上は十分であると考えられるが、さらに厳密な理論的展開を行ない、一般的な性質を明らかにするためには、水粒子の運動や乱れの拡散などについての力学的取り扱いが必要であつて、これらは今後研究しなければならない問題である。

## 2. 長方形水路幅急拡部の水理

### (1) 実験結果

(i) 実験方法：実験用水路は **Fig. 1** に示すように、長さ 20 m、幅 57 cm、深さ 40 cm、こう配 1/1000 の長方形断面の木製水路で、上流端から 5.5 m~7.5 m の区間を狭め、その下流側に急拡部を作つた。 $\theta$  を  $4^\circ \sim 90^\circ$  の範囲に、また  $db$  も種々変化させ、急拡部の水面形・死水域・流速分布・損失水頭を測定した。また損失水頭について、摩擦によるものと形状によるものとを分離し得るかどうかを調べるために、同一の拡大率に対して、それぞれ河床の粗度を 2 種類変えた。すなわち木製のままのものと、ラッカーで 2 mm の砂を散布したものである。

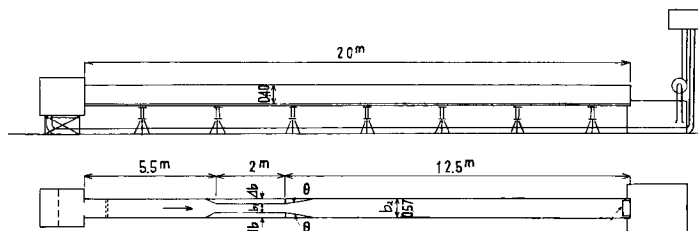


Fig. 1 Experimental flume

(ii) 水面形：**Fig. 2** は水面形の一例であるが、速度水頭が位置の水頭に移り変わるため、下流に行くにつれて水位が上昇し、ある地点で最高になる。この水位の回復は  $\theta$  が  $10^\circ \sim 15^\circ$  付近の場合に最も早く、他の資料についてもほぼ同様であつた。 $\theta$  が  $10^\circ$  付近においては、流れはほとんど壁面からはく離せず、断面が拡大し終つた位置で水位はほとんど回復しているが、流速分布が一様水路の場合と異なるため、なお多少下流まで影響が残っている。 $\theta$  が  $10^\circ$  より小さくなるにつれて水位の回復が遅くなるのは、断面が拡大し終る位置が下流へ移るためであり、 $\theta$  が  $10^\circ$  より大きくなつて水位の回復が遅くなるのは、流れが壁面からはく離して生じる後流領域の拡がり方が  $10^\circ$  よりゆるやかなこと、流速分布の一様水路の場合との違いがより大きく、はく離を生じない場合よりも一様状態になるために長区間を必要とするこの二つの理由による。 $\theta$  が  $30^\circ$  以上では側壁は流れに影響を与えず、水面形は  $\theta$  に無関係にほとんど同じであるが、これは後記する

ように理論的に説明することができる。

A. A. Kalinske<sup>2)</sup> は管水路について  $\theta=15^\circ$  と  $90^\circ$  の拡大部に対してエネルギー変換の機構を実測し、前者の方がすみやかにエネルギーが変換されると述べている。また藤本博士<sup>3)</sup>が長方形断面の風どう水路で行なつた拡がり流れの実験的研究によれば、 $\theta=30^\circ$  以上においては静圧回復率がほとんど同じであり、壁面の影響はあらわれていない。このように開水路急拡部の水面形と角度との関係が管水路の場合とほぼ同じであることは重要な事実であろう。

(iii) 死水域：急拡点より下流では流れが壁面からはく離して死水域（ゆるやかな後流があるので厳密には後流領域）を生じる。これには、instant stop boundary と separation boundary の二つが考えられる。いま瞬間速度を  $u$ 、変動速度を  $u'$ 、時間的平均速度を  $\bar{u}$  とすれば

$$u = \bar{u} + u' \dots \dots \dots (1)$$

である。はく離れた流れでは乱れが大きく、したがつて  $\bar{u}$  に比べて  $u'$  がかなり大きい。 $\bar{u}=u'$  となるところでは、瞬間的に  $u=0$  となるときがある。このように瞬間的に流れが止まる境界を結んだものが instant stop boundary であり、この境界より流れの内側では常に順流であるが、壁面の方では瞬間的な逆流を生じる、さらに壁面に近づくにしたがつて、その継続時間と振幅がだんだん大きくなり、逆流と順流の継続時間が等しくなるようなところがある。これは  $u=u'$  すなわち  $\bar{u}=0$  の境界であり、separation boundary と呼ばれるもので、本文で死水域というのはこれを指す。

死水域の測定方法は過マンガン酸カリまたは白色粉末などで着色して肉眼

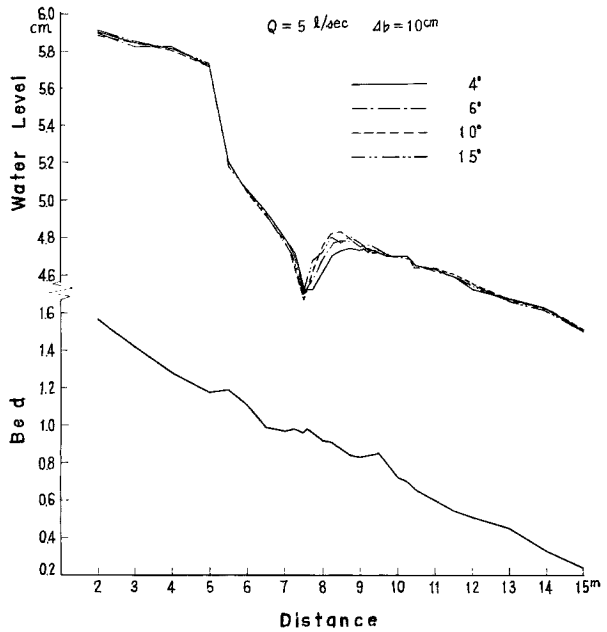


Fig. 2 (1)

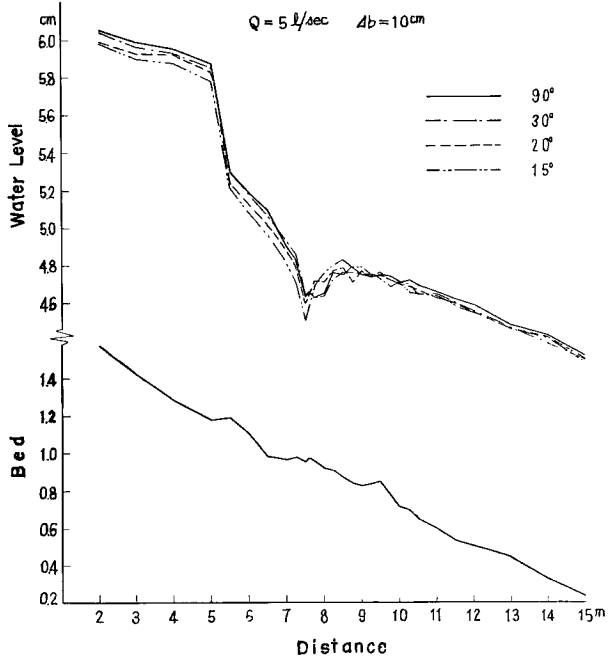


Fig. 2 (2)

Fig. 2 Surface profile of flow in an abrupt expansion

または写真撮影による方法、ポイントゲージの先端に短い糸(2~3cm)を取りつけ、これが流される方向が順逆平均するところを求めて行く方法などが考えられるが、ここでは後者の方法によつた。死水域は一般に左右非対称であるので、左右兩岸について求めた。

(a) 死水域の長さ：死水域の長さを  $l_D$  とし、壁面の拡大した部分の幅を  $\Delta b$  とすれば、 $\Delta b/l_D$  は流線の拡がりの角度をあらわす。この値は後ほどの考察により知られるように、死水域の境界に働くせん断力の大きさに関係する。いまこの値として、死水域の境界に働くせん断力と垂直力との比を取れば、これはほぼ  $(h_2-h_1)/\frac{1}{2}(h_1+h_2)$  ( $h_1$ : 急拡始点の水深,  $h_2$ : 水位が回復した地点の水深) であらわされるから、 $\Delta b/l_D$  は  $(h_2-h_1)/\frac{1}{2}(h_1+h_2)$  の関数になることが予想される。実測値は Fig. 3 に示すように点がかなり分散しているが、Froude 数その他の水理量や幅の拡がりの大きさによつて系統的な差異が認められず、この分散は測定上の誤差によるものと考えられるから、上述した両者の関係が十分成立していると見られる。同図に示し

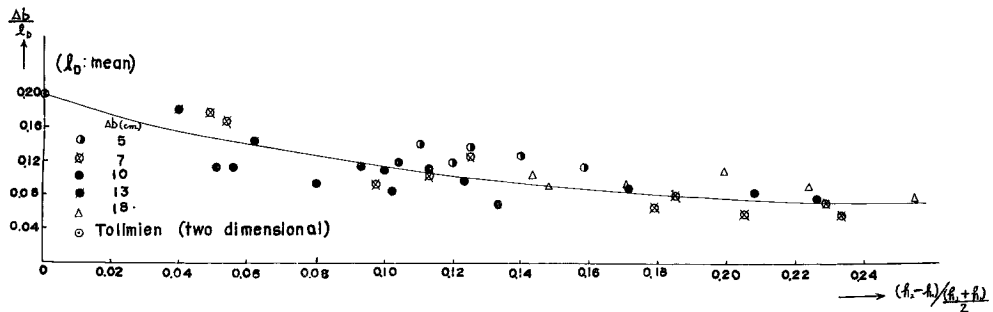


Fig. 3 Relation between the length of the dead water region and the rate of increase of the water depth

た曲線は分散している点の平均と思われる線を示したものである。なお  $l_D$  として左右の死水域の平均値を用いている。

水深の増加率がある程度以上に大きくなると、 $\Delta b/l_D$  はほぼ一定の値に近づくが、この値は Tollmien の二次元の噴出角  $11^\circ 10'$  に比べてかなりゆるやかであり、長さにして約 2.5 倍程度になる。一方水深の増加率が小さくなるにつれて、二次元の噴出角  $11^\circ 10'$  ( $\Delta b/l_D=0.197$ ) に近づく傾向を示している。 $(h_2-h_1)/\frac{1}{2}(h_2+h_1)$  の値は Froude 数が大きくなるにつれ、また  $\gamma=b_1/b_2$  が小さくなるにつれて大きくなる。したがって同一の  $\gamma$  に対しては Froude 数が大きくなるほど、また同一の Froude 数に対しては  $\gamma$  が小さくなるほど、死水域が長くなることがわかる。

(b) 死水域の非対称性：死水域の非対称の程度を  $l_{D長}/l_{D短}$  の値であらわすと、Fig. 4 に示すとおり断面の拡がり方が大きいほど大きい。とくに  $\gamma=0.823$  では  $l_{D長}/l_{D短}$  の値が 1 に近く、ほとんど対称的であるに対し、 $\gamma=0.360$  では  $l_{D長}/l_{D短}$  が 4.0 程度の値になっている。また  $\gamma=0.360$  の資料を除いては、 $l_{D長}/l_{D短}$  の値は Froude 数が大きくなるにつれて大きい。これらについての確な関係を求めるためには、さらに理論的研究を必要とするが、いずれにしても圧力上昇に関係する Froude 数および  $\gamma$  が死水域の非対称性と密接な関係を持つていることは言えるようである。非対称的な死水域は不安定であり、外力を加えなければ一応そのままの形を保つているが、少しの外力に対しても容易に動く。この外力が左右交互に働くような場合には、長い方の死水域は右から左へ、左から右へと振動する。これは二水流が合流をすような場合によく見られる現象である。

(c) 死水域と境界の拡がり角度との関係：拡がり度と水理量をそれぞれ一定にして実測した死水域の長さ  $l_D$  と拡がり角度との関係を Fig. 5 に示すが、死水域の長さは  $\theta=30^\circ$  以上ではほぼ一定であるが、 $\theta$

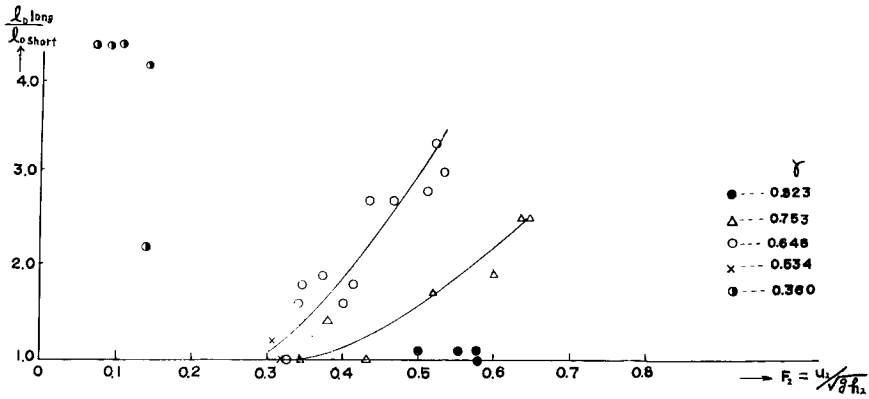


Fig. 4 Relation between the ratio of length of the dead water region in both sides and Froude number with a parameter of expanding ratio

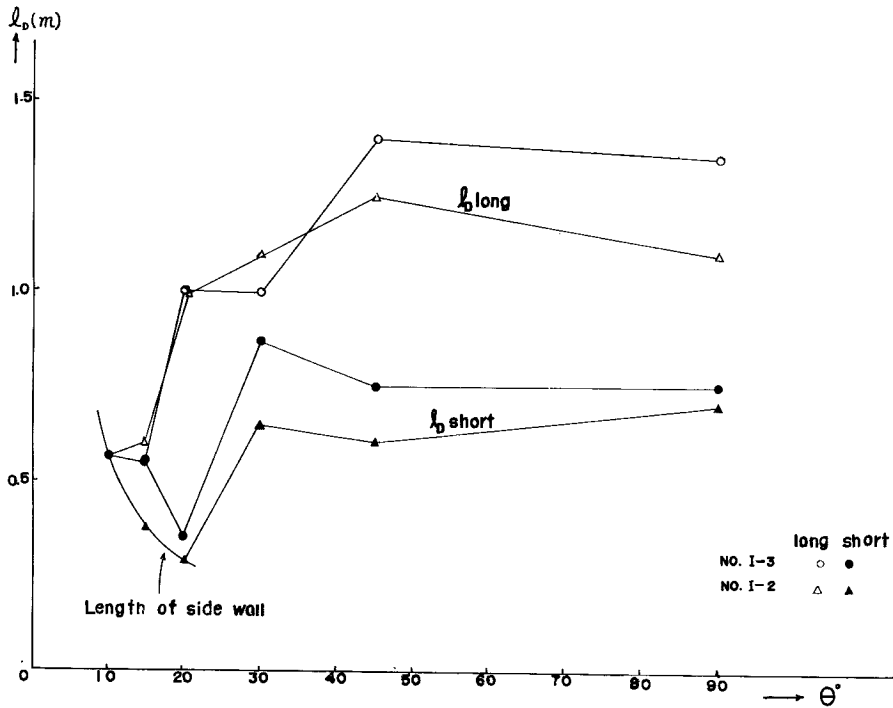


Fig. 5 Relation between the length of the dead water region and expansion angle

が30°以下になると急激に減少する。とくにθが20°では短い方の死水域はほとんど消失するが、長い方はいまだかなり大きく、θ=15°においてもまだ消失しない。θ=10°付近においては死水域はほとんどなくなる。このように壁面を近づけるにつれて流線の拡がり方が大きくなるのは興味ある現象である。一方 Froude 数とはく離角度 θ との関係について、松下氏<sup>5)</sup>は開水路拡大部のはく離近傍についての実験的研究を行なっている。それによれば、境界の拡大角が15°より大きい場合は実験の全範囲についてはく離するが、12.5°では上流水路の Froude 数が0.315以下、10°では同じく0.413以下のものはく離していない。このように Froude

数が大きくなるにつれてはく離しやすくなるが、開水路においては Froude 数がある程度以上に大きくなると拡大始点に支配断面が生じ、射流となるので、常流の範囲内では、はく離限界は上の関係から実用上  $\theta = 8^\circ \sim 10^\circ$  とすることができよう。

(iv) 流速分布：断面拡大部の流速分布は一様水路のそれとはなはだ異なり、いろいろ興味ある水理特性を生ずる。この中最も大きな特徴は流れ方向に境界層が発達し、その発達に応じて層内の流速分布が変化し、壁面付近でやせついに壁面からはく離することである。したがって拡大角と流速分布形との関係は興味あるところであるが、はく離限界付近では水流の状態が上層と底層とではそれほど変わらないことが知られたので、自由表面付近の流速分布の実測結果にもとづいて、上の関係を調らべてみよう。

排除厚  $\delta^* = \int_0^{\delta} \{1 - (u/u_0)\} dy$  は Fig. 6 に示すように、ほぼ距離に比例して増大する。この増大の仕方は拡大角が大きいほど大きい。断面拡大終点から下流ではいずれの場合も  $\delta^*$  は漸次減少するが、図がはんざつになるため Fig. 6 には省略した。次に拡大角と流速分布の形を表わす一つの指標である  $H = (\delta^*/\vartheta)$  (ここは  $\vartheta$  は運動量厚で  $\vartheta = \int_0^{\delta} (u/u_0)\{1 - (u/u_0)\} dy$  である) との関係は Fig. 7 に示すように  $H$  は断面拡大部始点のすぐ下流部で急激に、またその後はゆるやかに増加して拡大終点付近で最大となり、その下流側では再び減少し、1/2乗則に対する  $H$  になる。 $\theta = 4^\circ 40', 6^\circ, 8^\circ$  に対する  $H$  の最大値はそれぞれ 1.6, 1.8, 1.9 であり、この場合にはいずれもはく離を生じていない。これに対して  $\theta = 10^\circ, 15^\circ$  の  $H$  の値は非常に大きくなり、その最大値はそれぞれ 2.7, 2.9 である。この場合  $\theta = 15^\circ$  では流れははく離し明らかな逆流が認められ、 $\theta = 10^\circ$  では明らかな逆流は認められないが、ほぼはく離限界であると考えられる。

はく離を生じるようになると、 $H$  の値は急に大きくなるため、はく離限界における  $H$  の値を正確には定めにくい、 $H < 2.0$  でははく離を生じていないことから、 $H \approx 2.0$  をはく離限界と考えると管水路で求めら

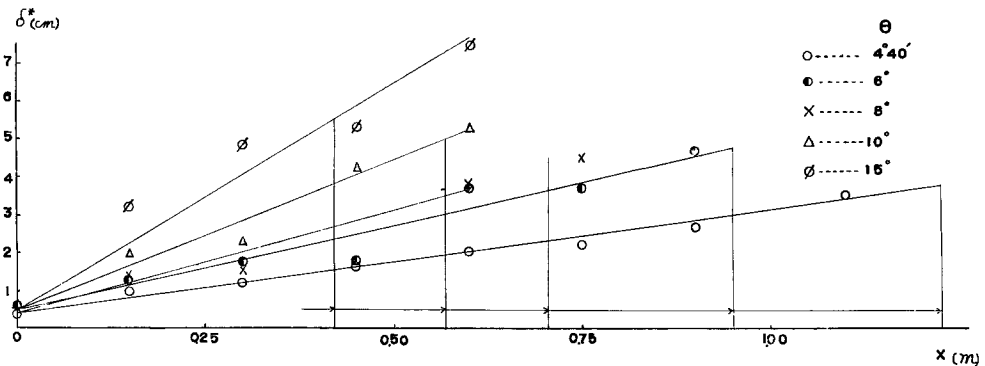


Fig. 6  $\delta^* \sim x$  diagram

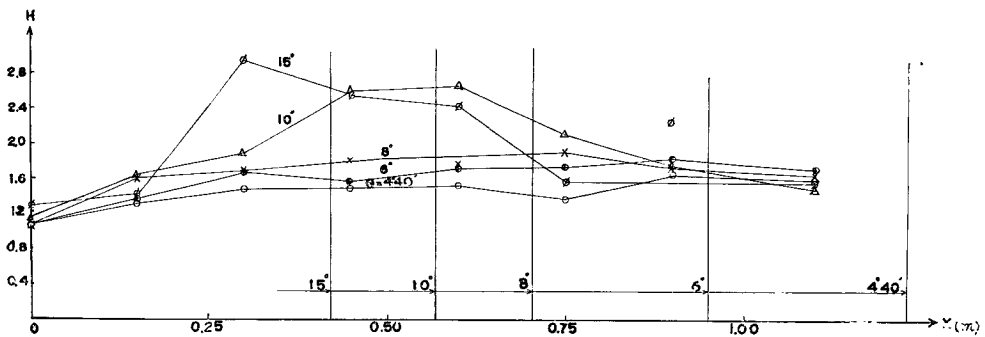


Fig. 7  $H \sim x$  diagram

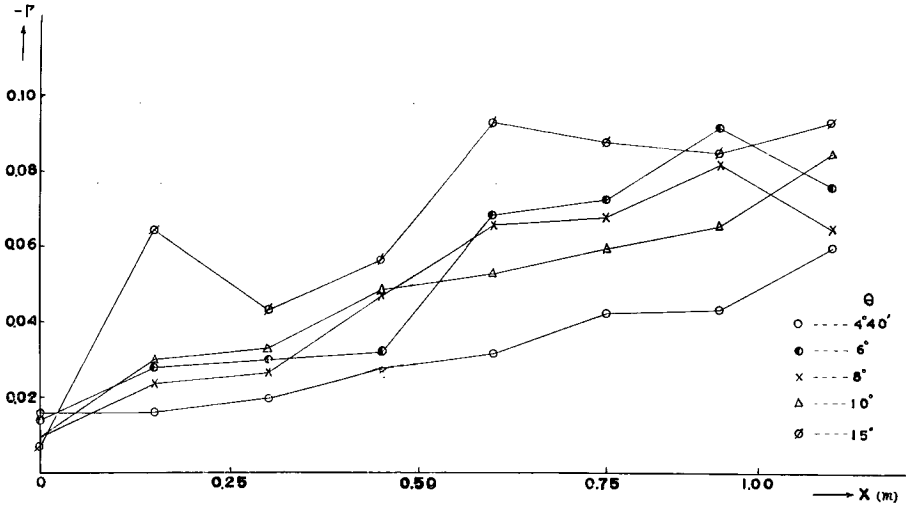


Fig. 8  $\Gamma \sim x$  diagram

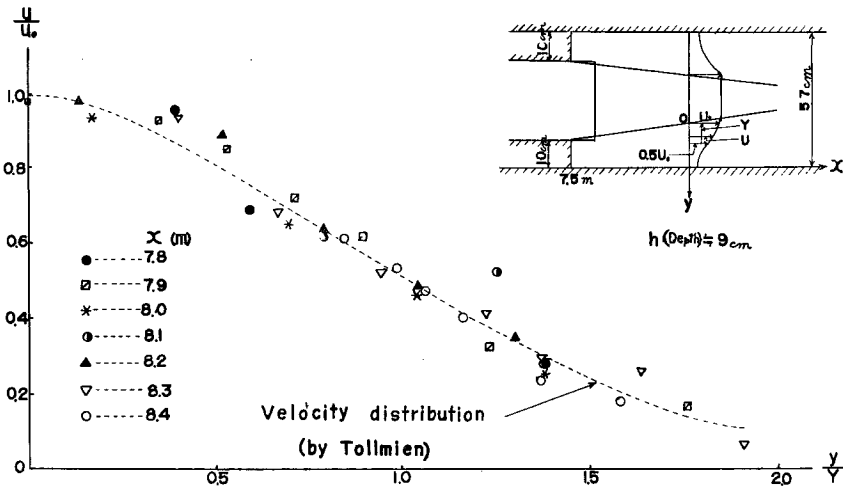


Fig. 9 Velocity distribution in an abrupt expansion

れているものとはほぼ同じである。

拡大部の流速分布を決定する基本量として Buri<sup>6)</sup> は無次元量  $\Gamma = \{(\partial u_0 / \partial x)(du_0 / dx)\}$  を提案している。Fig. 8 は各拡大角について  $\Gamma$  と  $x$  との関係を示したものである。点はかなり分散し確定的なことはいえないが、 $x$  とともに  $-\Gamma$  の値は増加する傾向が認められる。二次元流れの場合、 $-\Gamma$  の値が 0.06~0.12 ではく離を生じるとされているが、この場合にもはく離を生じている  $\theta = 15^\circ$  における  $-\Gamma$  の値は 0.09 であり、はく離を生じない拡大角に対しては 0.09 以下であるので、二次元の場合とはほぼ一致すると見ることができる。

次に立場を変えて、流速分布の実測値と噴流における理論値とを比較すると Fig. 9 のように拡大角が大きい場合には比較的よく一致する。

流速分布の特性は上に示したとおりであるが、実用上の目的から次式に示すエネルギー水頭と運動量に対する補正係数

$$\alpha = \frac{\int_A u^3 \cdot dA}{\bar{u}^3 \cdot \Sigma A} \dots\dots\dots (2)_1$$

$$\eta = \frac{\int_A u^2 \cdot dA}{\bar{u}^2 \cdot \Sigma A} \dots\dots\dots (2)_2$$

が用いられる。ここにAは通水断面積である。

$\theta=90^\circ$  に対する実測結果は Fig. 10 に示すように、断面急拡始点より下流に急激に増大して最大値となり、その後漸次下流に減少する。死水域の末端においては  $\alpha, \eta$  はまだかなり大きく、十分減少して一様となるところはそれよりもかなり下流である。したがって水位は死水域の末端においてまだ十分に回復していない。このため Fig. 10 には  $\alpha$  がほぼ一様となり水位が回復するに要する距離  $l_a$  を基準にして距離を表わしている。

$\alpha$  には鉛直方向に対するものと、水平方向に対するものとが含まれる。(2)<sub>1</sub> 式は

$$\alpha = \frac{\int_0^b \left( \int_0^h u^3 dz \right) dy}{\bar{u}^3 \cdot b \cdot h}$$

であらわされる。したがって鉛直方向の平城流速を  $u_m$ 、補正係数を  $\alpha_z$ 、水平方向の補正係数を  $\alpha_y$  とすれば

$$\alpha_z = \frac{\int_0^h u^3 \cdot dz}{u_m^3 \cdot h}, \quad \alpha_y = \frac{\int_0^b u_m^3 \cdot dy}{\bar{u}^3 \cdot b}$$

であるから、 $\alpha_z$  が水平方向に変化しないとすれば、

$$\alpha = \alpha_z \cdot \alpha_y \dots\dots\dots (3)$$

となる。Fig. 10 には  $\alpha_z, \alpha_y$  が同時に図示されている。この場合  $\alpha_z$  は水路中心線に沿って求めたものである。 $\alpha_y$  は1に比べてかなり大きい、 $\alpha_z$  は1に近くその変化は比較的小さい。このことより、 $\alpha$  の大きくなるのは主として横方向の速度分布形にもとづくものであることがわかる。 $\alpha_y$  の大きさは中心部の流速一様部分の幅と乱れの拡散領域の幅に関係し、一様部分の幅が相対的に小さくなるにつれて大きくなると考えられ、Fig. 10 の一例では確定的な値は定めることができないが、その大きさの程度、流下方向への変化の様子は知り得よう。

(v) 流速分布が一様となるに必要な距離：

水位が回復する位置は流速分布が一様となるところであると考えられるが、次にこの区間について考察しよう。G.N. Patterson<sup>7)</sup> は円管ディフューザーの実験の結果、断面拡大終点から流速分布が一様状態になるまでの距離は出口管径の2~6倍であると述べている。しかしFig.11において  $\Delta b$  が  $b_1$  に比べてそれほど大きくな

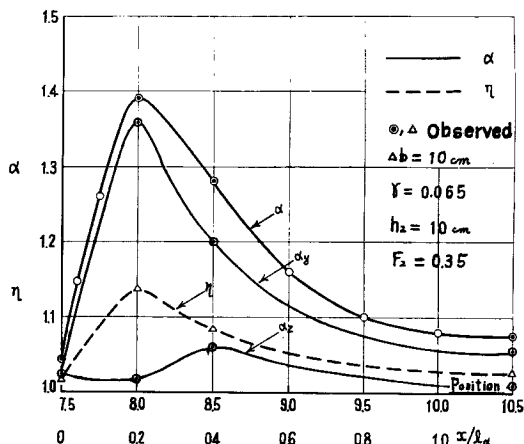


Fig. 10 Coefficients for velocity distribution

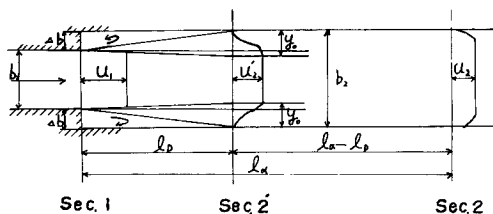


Fig. 11 Schematic diagram of the dead water region in an abrupt expansion



い場合(実際問題としてこういう場合がしばしばある)には、死水域の末端(図の sec. 2')において中心部分に一様流速の部分がある。このような場合には流速分布が一様になるまでの距離  $l_\alpha$  に関するものは  $b_2$  ではなく、むしろ  $y_0$  であると考えられる。このような場合の  $l_\alpha - l_D$  の求め方について Fig. 11 を参照して考察すると次のとおりである。

断面1の一様な流速分布は、その中心部の運動量が外側に輸送され、同時に乱れが内側にもくいで行くことによつて、死水域の末端において断面2'に示すような分布となる。このように壁面付近の流速分布がやせたとところに内側から運動量が輸送され、漸次ふとりながら一様分布になる。こうした流速分布の変換は運動量の輸送にもとづくもので、これは乱れの割合  $\sqrt{u'v'}/u$  によつて定まる。1~2'間の乱れの割合と2'~2間のそれとの間に一定の関係があると考えられるから、変換に要する距離  $l_\alpha - l_D$  と  $l_D$  との間にも一定の関係が予想される。断面1~2'間は自由な乱れの場合であり、断面2'~2間は壁面の存在のために  $v'$  が制約されるので  $\sqrt{u'v'}/u$  の値は断面1~2'間の方が大きいと考えられる。この値が大きいほど運動量はすみやかに輸送されるから、 $l_D$  の方が  $l_\alpha - l_D$  よりも短いはずである。実測値によると、

$$l_\alpha - l_D = (1 \sim 2.6) l_D$$

となる。しかし実測の精度の点から、また実用上の観点から  $(l_\alpha - l_D)/l_D$  を一定値として

$$l_\alpha - l_D = 2.0 l_D \dots\dots\dots (4)$$

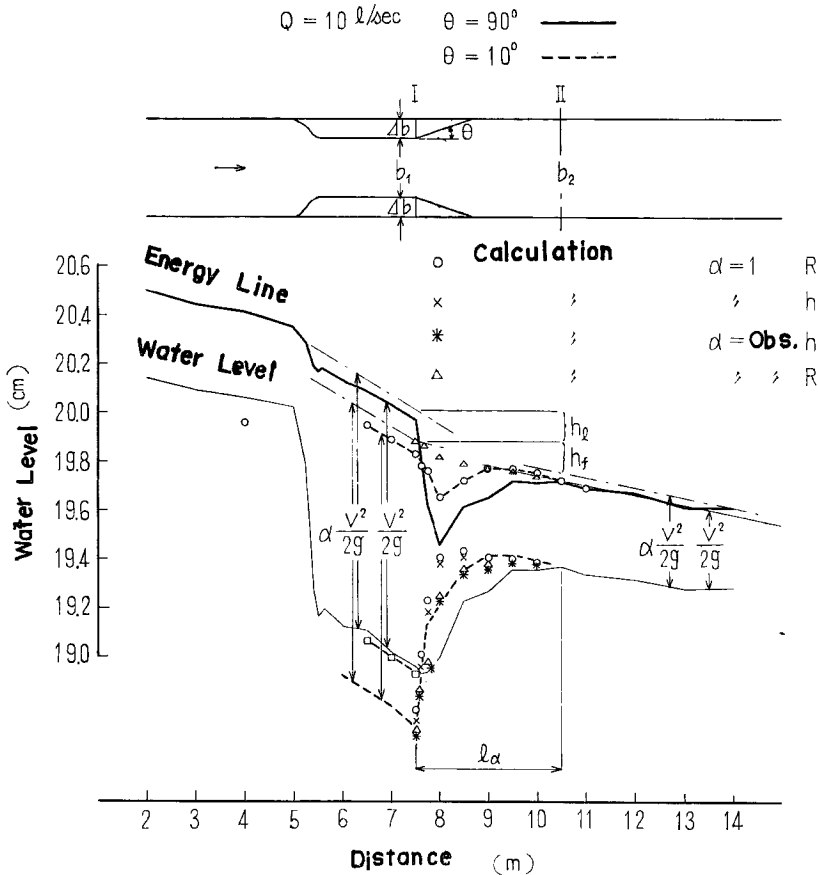


Fig. 12 Comparison of head losses in a gradual expansion and in abrupt one

としても差しつかえないと考えられる。

(vi) 損失水頭：急拡部における損失水頭の性質について実験結果により考察しよう。急拡部においては不連続流の境界面に沿つて大きな速度こう配を生じ、このため摩擦による損失水頭以外の損失水頭を生じる。この損失水頭は二、三の仮定を置いて合理的に算定することができるが、これについては後記することとし、ここでは境界の拡がり角度と損失水頭との関係について実験結果にもとづいて考察し、全損失水頭に対する摩擦損失水頭、摩擦以外の損失水頭の占める割合などを検討しよう。

急拡の影響がなくなるところの下流断面の水深および流量を一定にして拡がり角度のみ変え、損失水頭が角度によつてどのように変わるか実測した。実験範囲 ( $\gamma=0.55, 0.65, 0.76$ ;  $F_2=0.3\sim 0.45$ ) に対し、損失水頭が最小になる角度はいずれも  $8^\circ\sim 10^\circ$  であつた。この原因は  $\theta=8^\circ\sim 10^\circ$  付近がはく離限界になつており、側壁付近において横方向の速度こう配が小さく、このため側壁に沿うせん断力が小さいことによる。 $\theta$  がこれより小さくなると側壁に沿うせん断力が増加し、流速の増加と相まつて損失水頭が増加し、一方  $\theta$  が大きくなるとはく離を生じ、境界面に沿う速度こう配が大きくなつて損失水頭が増加する。 $\theta=8^\circ\sim 10^\circ$  における損失水頭は河床面摩擦のみによるものと考えられる。このことは下流断面から不等流計算を行なつて得られる水面形が実測値とよく一致することからわかる (Fig. 12)。この場合の不等流計算は  $\theta=10^\circ$  の境界に対して河床面摩擦のみを考慮し、粗度係数は一様区間の値と同じものを用いた。なお流速分布の補正係数として、実測値と  $\alpha=1.0$  と二通りを用いた。 $\alpha=1.0$  の計算値は断面1~2の間においては実測値よりも多少高いが、断面1においては実測値と一致する。したがつて  $\alpha=1.0$  を用いても実際と大きな差異を生じない。

$\theta=90^\circ$  の場合の断面1の水位は  $\theta=10^\circ$  の場合よりも高く (Fig. 12)、摩擦以外の損失水頭が生じていることがわかる。この損失水頭を形状損失水頭とし、これを ( $\theta=90^\circ$  の損失水頭) - ( $\theta=10^\circ$  の損失水頭) と定義して、拡がり角  $\theta$  の形状損失水頭と  $90^\circ$  のそれとの比が拡がり角度によつてどのように変わるかの一例は Fig. 13 のとおりである。すなわち  $\theta=30^\circ$  以上では  $\theta=90^\circ$  の場合と変わらないが、このことは  $\theta=30^\circ$  以上では死水域の大きさと流速分布が同じことによる。 $\theta=30^\circ\sim 10^\circ$  までの間に形状損失は急激に減少する。他の資料についても同様な傾向が見られるが、 $\theta=30^\circ\sim 10^\circ$  間の損失水頭と角度との関係はかなり不安定であり、点は分散する。なお Gibson<sup>9)</sup> は円管に対して、拡がり角度と損失水頭との関係について同図のような関係を得ている。この場合には損失水頭には摩擦によるものも含んでいるので、最小値においても0

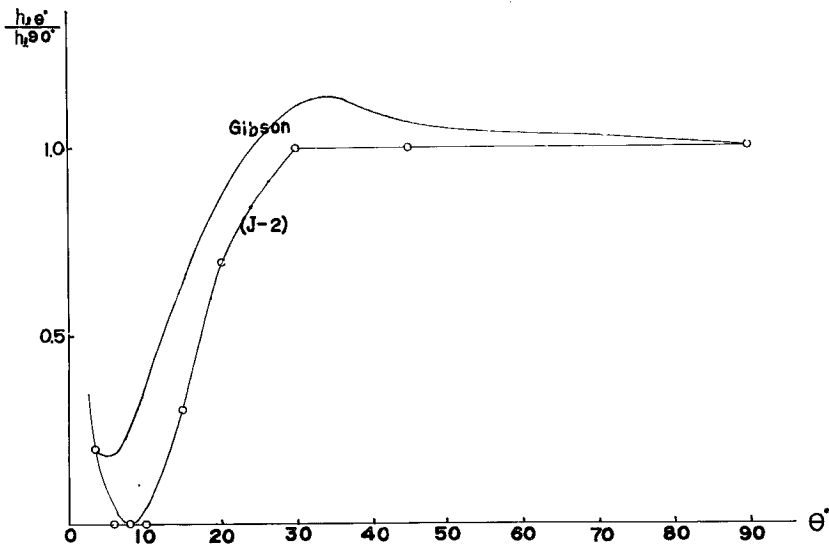


Fig. 13 Relation between form loss and expansion angle

となっていない。損失水頭最小の角度は  $\theta=4^\circ$  付近であり、開水路の  $\theta=8^\circ\sim 10^\circ$  とはかなり異なるが、他の傾向については両者はよく似ている。

(2) 実験結果の考察

圧力上昇および底面摩擦の影響がない二次元噴流は Tollmien<sup>9)</sup> らがすでに取り扱っているが、本論における場合はこれらの影響があり厳密に考えると同様な取り扱いはできないことは言うまでもない。しかしながら以上述べたように拡大角の大きい場合の流速分布形は噴流のそれとよく似ており、乱れの伝達の機構もかなり似ているように思われる。ただ噴流境界線の外側で逆流があり、また壁面の存在は横方向の流れを遮断することなどがあつて境界条件は Tollmien の取り扱っている場合とかなり異なるように思われる。このような境界条件の相違が流れにどのような影響を与えるかを検討することにより、上記の実験結果に水理的な解釈を与えることができるであろう。したがつて圧力上昇のある場合の流れの取り扱いとしては多少の厳密さを欠くが、ここでは Tollmien と同じ手法により、境界条件を二、三変えて取り扱い上記の点を検討してみよう。

(i) 流れにおよぼす拡がり壁の影響：二次元噴流の運動方程式は

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 2l^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \dots\dots\dots(5)$$

によつて表わされるが、この解は Tollmien によれば

$$F = d_1 \cdot e^{-\eta'} + e^{1/2\eta'} \left( d_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' + d_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta' \right) \dots\dots\dots(6)$$

である。ここに、

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{y}{x}, \quad \psi(\text{流れ関数}) = A \cdot x F(\eta) \\ A : \text{常数}, \quad \eta' &= \frac{1}{(2c^2)^{1/3}} (\eta - \eta_1) \quad (\text{ただし } l = C \cdot x) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

である。積分常数  $d_1, d_2, d_3$  および  $\eta_1, \eta'$  の値は与えられた境界条件により求められる。すなわち、Fig. 14 に示すように噴流の境界面を  $\eta = \eta_1$  および  $(\eta_2)_0$  とすれば Tollmien の用いた境界条件は

$$\eta = \eta_1 \text{ で } u = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad v = 0 \dots\dots\dots(8)$$

$$\eta = (\eta_2)_0 \text{ で } u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(9)$$

であり、この条件によると  $\eta = (\eta_2)_0$  において  $v$  はある値を持つている。いまここに壁面をおくと  $v$  を遮断

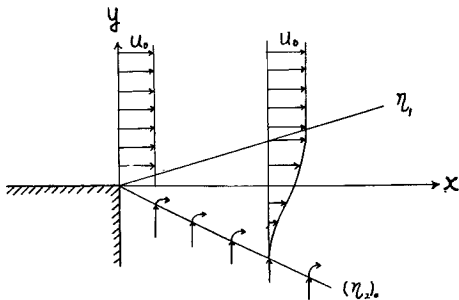


Fig. 14 Schematic diagram of the velocity distribution in an abrupt expansion (Boundary condition : Tollmien)

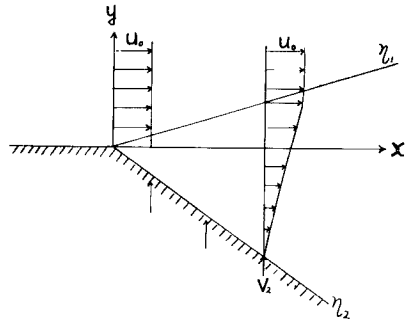


Fig. 15 Schematic diagram of the velocity distribution in an abrupt expansion (Boundary condition : Author)

するから上の境界条件を満足しなくなる。したがってただ壁面をおいたのでは流れが変わるから、壁面上にソースを考えて  $\partial u / \partial y = 0$  を満足するような  $v_2$  を与えることにする。いま壁を置く角度をいろいろ変えることを考えて  $(\eta_2)_0$  とは異なる記号  $\eta_2$  を用いる。上の  $v_2$  の値および計算して求められる  $u_2$  の値は  $\eta_2$  の関数となるであろう。 $\eta_2$  がある程度以上大きくなれば、 $u_2$  および  $v_2$  の値はかなり小さくなることが予想されるが、この場合には壁面上にソースを考えなくとも壁面のない場合の流れとは異ならず、したがって壁面は流れに影響を与えないということになる。

さて境界条件を Fig. 15 に示すように、

$\eta = \eta_1$  において、

$$u = u_0 \dots\dots\dots(10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(11)$$

$$v = 0 \dots\dots\dots(12)$$

$\eta = \eta_2$  において、

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(13)$$

$$v = v_2 \dots\dots\dots(14)$$

とおく。以上の境界条件式より積分常数  $d_1, d_2, d_3$  および  $\eta_1, \eta_2$  を求めると次のようになる。

$$d_1 = \frac{1}{2}(d_2 - 1) \dots\dots\dots(15)$$

$$d_2 = \frac{1 - e^{(3/2)\eta_2'} \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right)}{1 + e^{(3/2)\eta_2'} \left( -\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right)} \dots\dots\dots(16)$$

$$d_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(17)$$

$$\begin{aligned} -\frac{v_2}{(2c^2)^{1/3}u_0} &= \frac{1}{2}e^{(1/2)\eta_2} \left\{ \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2'}{1 - e^{(3/2)\eta_2'} \left( \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right)} + 2 \left( d_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + d_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right) \right. \\ &\quad \left. - (\eta_2' + d_1 + d_2) \left\{ -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2'}{1 - e^{(3/2)\eta_2'} \left( \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right)} + d_2 \left( \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + d_3 \left( \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \sqrt{3} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right) \right\} \right\} \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

$$\frac{\eta_1}{(2c^2)^{1/3}} = d_1 + d_2 \dots\dots\dots(19)$$

ここに

$$\eta_2' = \frac{1}{(2c^2)^{1/3}}(\eta_2 - \eta_1) \dots\dots\dots(20)$$

であるから、 $\eta_2 / (2c^2)^{1/3}$  を定めれば、これに対して上の諸量を求めることができ、 $v_2 / (2c^2)^{1/3}u_0$  の値も確す定る。いかえれば境界壁の拡がり角を与えれば、それに応じて (10)~(14) 式を満足する  $v_2$  の値が上のように求められることになる。またこの場合の  $u$  の値は

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_0} &= \frac{1}{2}e^{(1/2)\eta_2} \left\{ -\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2'}{1 - e^{(3/2)\eta_2'} \left( \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right)} + d_2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{3} d_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right\} \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

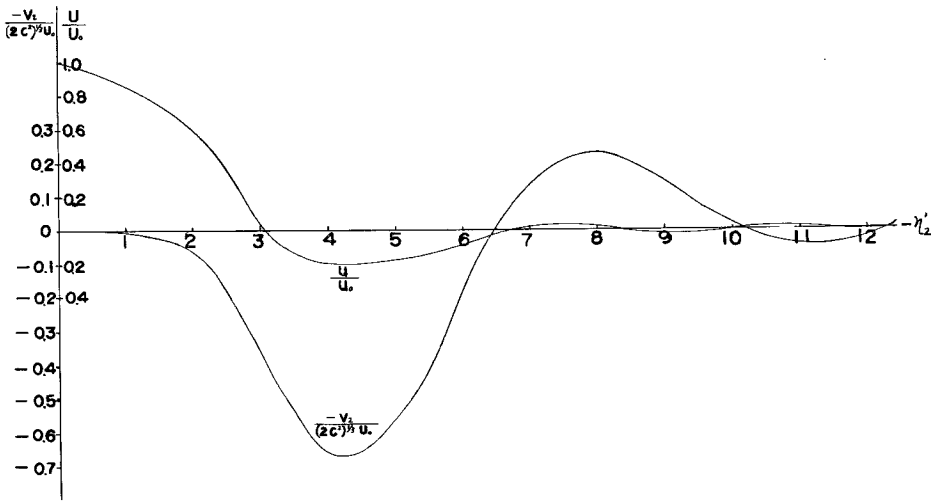


Fig. 16  $\frac{-v_2}{(2c^2)^{1/3}u_0}$  and  $\frac{u}{u_0} \sim \eta_2'$  diagram

となる。以上の諸式を計算の結果得られる  $v_2/(2c^2)^{1/3}u_0$  および  $u/u_0$  と  $\eta_2'$  との関係を Fig. 16 に示す。  
 $v_2$  および  $u$  の値は  $-\eta_2'$  の増加とともに急激に減少する。また  $v_2/(2c^2)^{1/3}u_0$  の値は

$$\eta_2' < -6.5 \dots\dots\dots(22)_1$$

の範囲に対してかなり小さく、

$$\eta_2' < -10 \dots\dots\dots(22)_2$$

ではほとんど 0 となる。これらの条件は (19) および (20) 式を用いれば、

$$\frac{\eta_2}{(2c^2)^{1/3}} < -5.5 \dots\dots\dots(23)_1$$

$$\frac{\eta_2}{(2c^2)^{1/3}} < -9 \dots\dots\dots(23)_2$$

とかきあらためられるから、自由な乱れにおいては比例常数  $C$  が一定であると考えて Tollmien の実測値、 $C=0.0174$  を用いることにすれば

$$\theta > 25^\circ \dots\dots\dots(24)_1$$

$$\theta > 35^\circ \dots\dots\dots(24)_2$$

となる。またこれらの範囲に対しては  $u/u_0$  の値も非常に小さくなるのが計算される。

以上に示した Tollmien の理論を応用した解析より、 $\theta=25^\circ \sim 35^\circ$  よりも大きい角度で壁面を置いても壁面の流れに及ぼす影響はかなり小さく、 $\theta=35^\circ$  よりも大きい角度ではほとんど影響を及ぼさないということが出来る。また一方、すでに述べたように、著者の行なつた実験結果も  $\theta=30^\circ$  以上では壁面の影響があらわれていないから、ここで述べた解析法は実験的事実をかなりよく説明しえよう。

(ii) 急拡部の噴出角：すでに述べたように、水路幅急拡部における噴出角は Tollmien のそれとは異なるが、このことを噴流の境界面における条件を変えて取り扱い、水理的に説明しよう。

著者の行なつた実験結果によれば、 $\eta_2$  面上において逆流のために速度こう配があり、 $\partial u/\partial y \neq 0$  であり、またさらに  $x$  の小さいところでは  $\partial u/\partial y$  は大きい。しかしながら  $\partial u/\partial y$  と  $x$  から求められる無次元量  $\{(\partial u/\partial y) \cdot x\}$ 、 $u_0$  は  $\eta_2$  面上においては  $x$  に無関係にはば一定となることが実験的に知られたので、この場合の境界条件として、

$\eta = \eta_1$  において,

$$u = u_0 \dots\dots\dots (25)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

$$v = 0 \dots\dots\dots (27)$$

$\eta = \eta_2$  において,

$$\frac{\partial n}{\partial y} \cdot x \frac{1}{u_0} = a' (\text{const.}) \dots\dots\dots (28)$$

$$u = 0 \dots\dots\dots (29)$$

を用いる。(i) に述べたと同様な計算を行ない、(6) 式の常数を求めると次の諸式ようになる。

$$d_1 = \frac{1}{2} (d_2 - 1) \dots\dots\dots (30)$$

$$d_2 = \frac{e^{-(3.2)\eta_2'} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2'}{\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - e^{-(3.2)\eta_2'}} \dots\dots\dots (31)$$

$$e^{1.2\eta_2'} \left\{ \frac{\sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' (e^{-(3.2)\eta_2'} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2')}{\cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' - e^{-(3.2)\eta_2'}} + \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \eta_2' \right\} = (2c^2)^{1/3} \cdot a' \dots (32)$$

$$\frac{\eta_1}{(2c^2)^{1/3}} = d_1 + d_2 \dots\dots\dots (33)$$

および

$$\eta_2' = \frac{1}{(2c^2)^{1/3}} (\eta_2 - \eta_1) \dots\dots\dots (34)$$

(i) の場合と同様に  $C=0.0174$  として  $(2c^2)^{1/3} a'$  と  $-\eta_2'$  との関係を探れば Fig. 17 に示すようになり、 $(2c^2)^{1/3} \cdot a'$  が増加するにつれて  $-\eta_2'$  は減少し、境界線の拡がり方がゆるやかになることがわかる。また  $\eta_2'$  から  $\eta_2$  を求めるためには  $\eta_1$  が必要であるから、(33) 式により  $\eta_1 / (2c^2)^{1/3}$  と  $\eta_2'$  の関係を探り、同図に示してある。以上の考え方が妥当であるかどうかを実測例について調べた結果、計算値と実測値とはよく一致し、上の考え方が妥当であると思われる。したがって断面急拡部の死水域が Tollmien の場合よりも長くなるのは境界条件の相違によるものであり、逆流域の影響が強くあらわれればあらわれるほど、長くなるのが理論的に説明されることがみられよう。

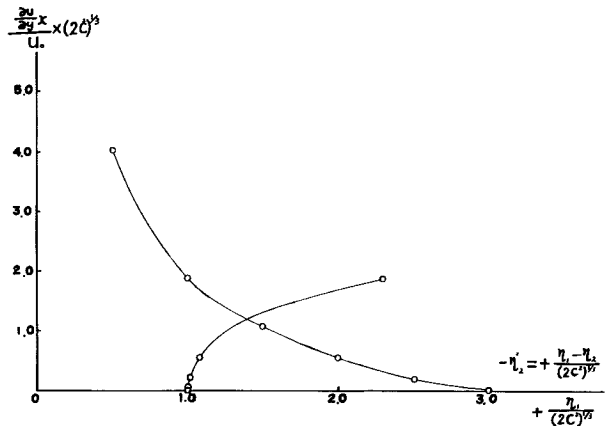


Fig. 17  $\frac{\partial u}{\partial y} \cdot x \frac{1}{u_0} (2c^2)^{1/3} \sim -\eta_2'$  and  $\frac{\eta_1'}{(2c^2)^{1/3}}$  diagram

(3) 損失水頭の理論

(i) 形状損失水頭式の誘導: 急拡による形状損失水頭の算定に対しては、従来普通河床摩擦が無視され

ているが、常流の場合には水位が回復するのにかなりの区間を必要とし、この間の摩擦損失を無視することができない場合が多い。そこで著者は以下に摩擦力を考慮した衝力理論により形状損失水頭を算定しよう。前にも述べたように急拡と漸拡とは河床摩擦がほぼ等しいと考えられるので、理論の展開にさいしてはこの仮定を用いることにする。この考え方が妥当であるかどうかは実測値により確かめよう。

漸拡流に対するエネルギー式および運動量方程式は Fig. 18 を参照して、

$$z_1 + h_1 \cdot \cos \epsilon_0 + \alpha_1 \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + h_2 \cdot \cos \epsilon_0 + \alpha_2 \frac{u_2^2}{2g} + h_f \quad \dots\dots\dots(35)$$

$$\frac{w \cdot h_1^2 \cdot b_1 + \rho \cdot \eta_1 \cdot u_1^2 \cdot b_1 \cdot h_1}{2} = \frac{w \cdot h_2^2 \cdot b_2 + \rho \cdot \eta_2 \cdot u_2^2 \cdot b_2 \cdot h_2}{2} + \int_1^2 b \cdot \tau_0 \cdot dx$$

$$- w \cdot V \cdot \sin \epsilon_0 - \frac{w}{2} (b_2 - b_1) h_m^2 \quad \dots\dots\dots(36)$$

急拡流に対しては同様に、

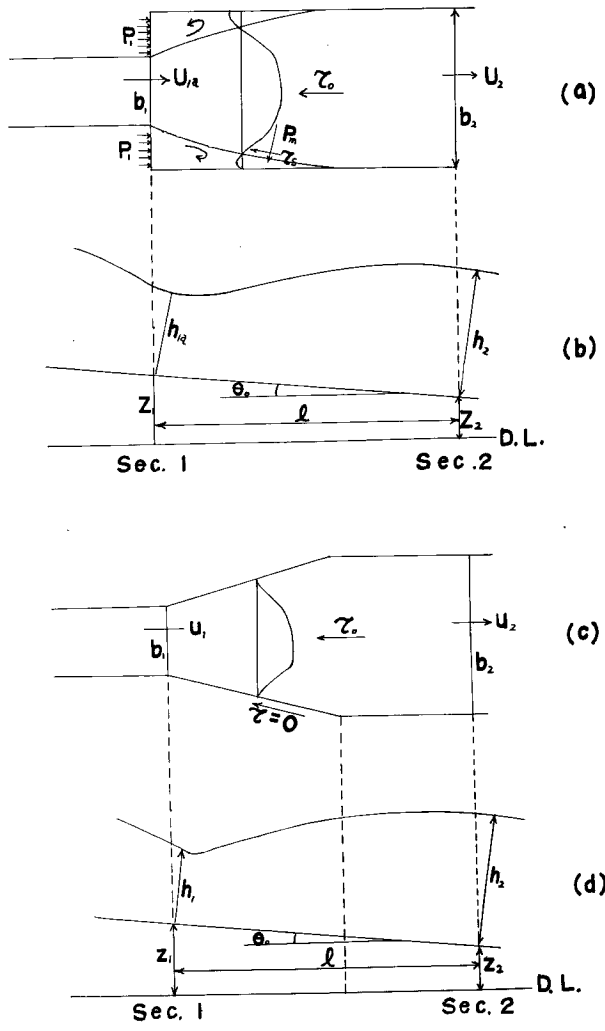


Fig. 18  
Definition sketch for the calculation of head loss in an abrupt expansion

$$z_1 + h_{1a} \cdot \cos \theta_0 + \alpha_1 \frac{u_{1a}^2}{2g} = z_2 + h_2 \cdot \cos \theta_0 + \alpha_2 \cdot \frac{u_2^2}{2g} + h_f + h_l \dots (37)$$

$$\frac{w \cdot h_{1a}^2 \cdot b_1 + \rho \cdot \eta_1 \cdot u_{1a}^2 \cdot b_1 \cdot h_{1a}}{2} = \frac{w \cdot h_2^2 \cdot b_2 + \rho \cdot \eta_2 \cdot u_2^2 \cdot b_2 \cdot h_2}{2} + \int_1^2 b \cdot \tau_0 \cdot dx + 2\tau_{sx} - wV' \cdot \sin \theta_0 - 2p_{mx} \dots (38)$$

ここに、 $h_l$ ：形状損失水頭、 $h_f$ ：摩擦損失水頭、 $\alpha, \eta$ ：流速分布の補正係数、 $\tau_0$ ：底面に働くせん断力、 $p_{mx}$ ：急拡流の不連続面に働く全垂直力の  $x$  方向の分力、 $\tau_{sx}$ ：急拡流の不連続面に働く全せん断力の  $x$  方向の分力、 $V, V'$ ：漸拡および急拡流れに対する断面1～2間の水の容積、 $h_m$ ：断面1～2間の平均水深、 $w, \rho$ ：それぞれ単位体積の水の重量および密度、添字1, 2はそれぞれ断面1および2の水利諸量を表わし、添字1aは急拡の場合の断面1の水利諸量を表わす。

$h_m, V, V'$  は近似的に次のように表わすことができる。

$$h_m = \frac{h_1 + h_2}{2} \dots (39)$$

$$V = \frac{b_1 h_1 + b_2 h_2}{2} \cdot l \cdot \left( \frac{1}{\cos \theta_0} \right) \dots (40)$$

$$V' = \frac{h_{1a} + h_2}{2} \cdot b_2 \cdot l \cdot \left( \frac{1}{\cos \theta_0} \right) \dots (41)$$

(38) 式の  $\tau_{sx}$  は Fig. 18(a) の死水域に働く力のつり合い条件から、

$$2\tau_{sx} - 2p_{mx} = -\frac{1}{2} w (b_2 - b_1) h_{1a}^2 \dots (42)$$

となる。ここに

$$\frac{b_1}{b_2} = \gamma, \quad \frac{h_1 \cdot b_1}{h_2 \cdot b_2} = \beta', \quad \frac{h_{1a} \cdot b_1}{h_2 \cdot b_2} = \beta, \quad F_2 = \frac{u_2}{\sqrt{g h_2}} \dots (43)$$

とおけば (35), (37) 式より、

$$\frac{h_l}{h_2} = F_2^2 \cdot \gamma \cdot (\beta - \beta') + \alpha_1 \left( \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta'^2} \right) \frac{F_2^2}{2} \dots (44)$$

を得る。断面拡大部の損失水頭として、一般に行なわれているように損失係数を用いて示せば、

$$h_l = \zeta \cdot \frac{u_2^2}{2g} \dots (45)$$

または

$$h_l = \zeta_0 \cdot \frac{u_{1a}^2}{2g} \dots (46)$$

または

$$h_l = \zeta_0' \cdot \frac{(u_{1a} - u_2)^2}{2g} \dots (47)$$

であるから、(44) 式により上の損失係数を表わせば、

$$\zeta = \zeta_0 \frac{1}{\beta^2} = \zeta_0' \cdot \left( \frac{1}{\beta} - 1 \right)^2 = \frac{2}{F_2^2 \cdot \gamma} (\beta - \beta') + \alpha_1 \left( \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta'^2} \right) \dots (48)$$

となり、その内容を知ることができる。上の諸式は  $\beta, \beta'$  を含んでいるが、次にこれを求めよう ( $\theta_0$  は非常に小さく  $\cos \theta_0 = 1$  とする)。

(35) 式と (43) 式とから  $\beta'$  に関する三次方程式がえられるが、

この解は

$$a = - \left( 1 + \frac{\alpha_2 \cdot F_2^2}{2} - \frac{z_1 - z_2}{h_2} + \frac{h_f}{h_2} \right) \cdot \gamma \dots (49)$$

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{a^2}{3} \\ \pm q &= \frac{2a^3}{27} + \frac{\alpha_1 \cdot \gamma \cdot F_2^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots (50)$$



とおけば、

$(p/3)^3 \geq (q/2)^2$  に対して、

$$\left. \begin{aligned} \beta_1' &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3} p \cdot \cos \frac{\varphi}{3}} \\ \beta_2' &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3} p \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ\right)} \\ \beta_3' &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3} p \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ\right)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(51)$$

という三根となる。ただし、

$$\cos \varphi = \left| \frac{\frac{1}{2} q}{-\frac{1}{3} p \sqrt{\frac{1}{3} p}} \right|, \quad \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

次に (36), (38), (39), (40), (41) および (43) 式により  $\beta$  に関する三次方程式がえられるが、この解は上と同様に、

$$\left. \begin{aligned} a' &= \frac{(z_1 - z_2) \cdot \gamma}{h_2} \\ b' &= -\left\{ \frac{(1-\gamma)(\gamma + \beta')^2}{4} + \frac{(z_1 - z_2) \cdot \gamma^2 \cdot \beta'}{h_2} + \frac{2\eta_1 \cdot F_2^2 \cdot \gamma^2}{\beta'} + \gamma \cdot \beta'^2 \right\} \\ c' &= 2\eta_1 \cdot \gamma^2 \cdot F_2^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(52)$$

$$\left. \begin{aligned} p' &= -b' + \frac{a'^2}{3} \\ \pm q' &= \frac{2a'^3}{27} - \frac{a' \cdot b'}{3} + c' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(53)$$

とおけば、

$(p'/3)^3 \geq (q'/2)^2$  に対して

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3} p' \cdot \cos \frac{\varphi}{3}} \\ \beta_2 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3} p' \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ\right)} \\ \beta_3 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3} p' \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ\right)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(54)$$

という三根となる。ただし、

$$\cos \varphi = \left| \frac{\frac{1}{2} q'}{\frac{1}{3} p' \sqrt{\frac{1}{3} p'}} \right|, \quad \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

下流の水理条件および境界条件が与えられると上式により  $\beta', \beta$  が求められ、したがって形状損失水頭を求めることができる。これらの値を求めるためには  $\gamma, F_2, (z_1 - z_2)/h_2, h_f/h_2$  の値は与えられている必要がある。これらの量の中、前の三つは容易に知りうるが、最後の項を知るには  $\theta = 10^\circ$  の境界を与えて不等流計算を行なうか、またはその他適当な方法例えば下流のエネルギー線を延長して求めるなどの方法によらなければならない。しかし(54)式の  $\beta$  を求めるための  $\beta'$  としては  $h_f$  および  $(z_1 - z_2)/h_2$  の項を省略してさしつかえない場合が普通である。この場合には以上の諸式は非常に簡単となり、形状損失水頭は  $\gamma$  および  $F_2$  のみの関数として表わされ、損失水頭に対する  $\gamma$  および  $F_2$  の影響を知ることができる。これらの省略は  $h_1$  を求める場合にのみ近似的に許されるものであり、全損失水頭、断面1の水位などを求める場合にはこれらの量

を省略するとそのまま誤差となつて表われるから、一般には省略することができないことはいうまでもない。

(ii) 損失水頭式の性質： $(p/3)^3 > (q/2)^2$  の場合には  $\beta'$  の 3 根の中 1 根は常に負で他の 2 根は正根となる。 $(p/3)^3 = (q/2)^2$  の場合にはこれらの 2 根は一致するが、この場合にはこの条件より  $F_1=1$  を導くことができ、断面 1 に限界水深が生じていることがわかる。また 2 根の中大きい方は限界水深よりも大きく常流に対するもので、小さい方は限界水深よりも小さく射流に対するものであることがわかる。 $(p/3)^3 < (q/2)^2$  の場合には正根がないが、この場合には Jaeger<sup>10)</sup> と同じ手法を用いて断面 1 から 2 の方へエネルギーが増加しなければならないことがわかり、これは不可能であるから、このような条件は水理的に存在しないといえる。

形状損失水頭を計算する場合、すでに述べたように実用上は  $(z_1 - z_2)/h_2$  および  $h_f$  の項が省略される場合が多い。また断面 1 および 2 では流速分布は一様であると考えられるから  $\alpha_1 = \alpha_2 = \eta_1 = \eta_2 = 1.0$  とすることができる。このような近似をすると、形状損失水頭を表わす係数  $\zeta$  または  $\zeta_0'$ ,  $\zeta_0$  などは  $\gamma$  と  $F_2$  のみの関数となる。一例として Fig. 19 に  $\zeta$  と  $F_2$  および  $\gamma$  との関係を示すが、 $\zeta_0'$ ,  $\zeta_0$  も同様に求めることができる。計算の結果  $\zeta_0'$  は  $F_2$  によりかなり変化するが、 $\zeta_0$  はほとんど変化せず、また  $\zeta$  は多少変化する。また  $\zeta$  は  $\gamma$  の小さい値に対して非常に大きな値となる。これらのことより損失係数は  $\zeta_0$  によつて表わされるのが最も適切であることがわかるが、実際の計算においては断面 1 の水理量は未知量であるから、断面 2 における水理量のみで損失水頭を計算することができる  $\zeta$  が実用上便利である。

(iii) 理論値と実測値との比較：以上の理論式による計算値は実測値とかなりよく一致し、その取り扱い方法が妥当なことを確認した。

(iv) 支配断面の生じる限界条件：河床を水平とし、損失水頭を無視し得る場合には、断面 1 に限界水深の生じる条件は (51) 式において、 $\cos\varphi = 1$  であり、これより

$$\gamma = \left\{ \frac{3}{2(1 + \frac{\alpha_2 \cdot F_2^2}{2})} \right\}^{3/2} \alpha_1^{1/2} \cdot F_2 \dots\dots\dots(55)$$

がえられる。 $\gamma$  が与えられると上式で求められる  $F_2$  より大きい  $F_2$  に対して、また  $F_2$  が与えられると上式で求められる  $\gamma$  より小さい  $\gamma$  に対して、断面 1 に支配断面が生じる。 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1.0$  とすれば (55) 式は Fig. 20 に示すとおりとなる。

急拡による損失水頭および河床こう配を考慮する場合の限界水深の生じる条件は次のようにして求めることができる。断面 1 に限界水深の生じる条件を断面 2 の Froude 数を用いて書きなおせば、

$$\beta = \gamma^{1/3} \cdot F_2^{2/3} \dots\dots\dots(56)$$

となる。いまこの式における  $\beta$  を簡単のために河床面に沿うせん断力を無視した運動量方程式より求めると、

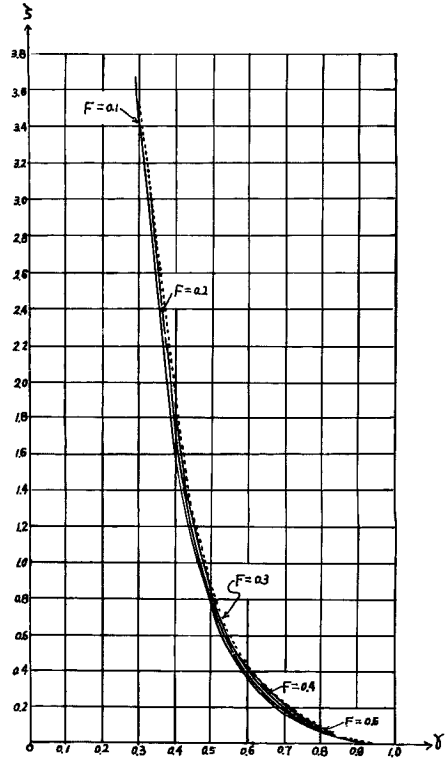


Fig. 19  $\zeta \sim (\gamma, F_2)$  diagram

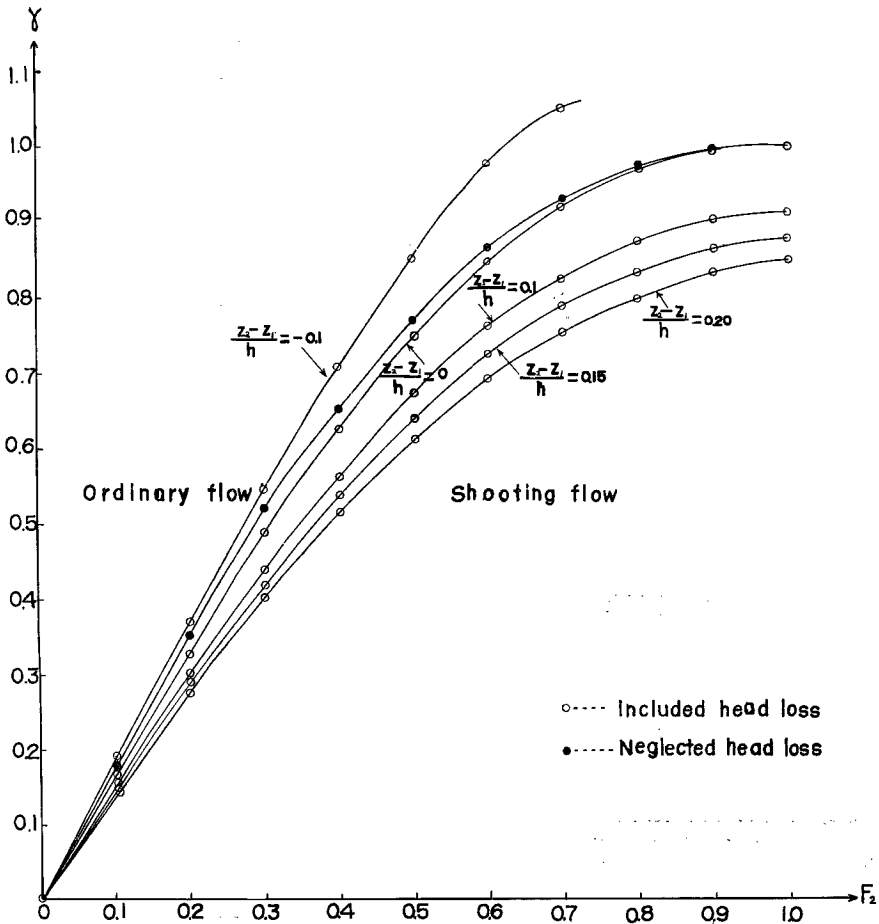


Fig. 20 Critical condition for the occurrence of control section in a breadth expansion

$$\beta^3 - \frac{z_2 - z_1}{h_2} \beta^2 - \left( \frac{z_2 - z_1}{h_2} + 1 + 2F_2^2 \right) \beta + \frac{2}{\gamma} F_2^2 = 0 \dots\dots\dots (57)$$

であるから、これと(56)式を連立に解いて限界条件を求めることができる。こうしてえられる限界状態における  $F_2$  と  $\gamma$  との関係は  $(z_2 - z_1)/h_2 = -0.1, 0, +0.1, +0.15, +0.2$  という場合について計算し、**Fig. 20** に示した。

### 3. 段落ち部の水理

一般的にいえば、段落ち量が小さいと流れは常流から他の常流状態への拡大流れであり、段落ち量がある大きになると段落ち点付近に支配断面が生じ、下流へ波状跳水を持つた流れとなる。さらに段落ち量が大きくなると段落ち点から自由に落下する流れとなる。これらの中、本論においては常流の場合の現象について述べ、あわせて段落ち部に支配断面が生じる限界の実用的求め方について述べる。

#### (1) 実験結果

(i) 水面形：**Fig. 1** に示した水路を用い、水路の上流端から 5.5~7.5m 区間の河床を高め段落ち部を作り実験を行なった。河床が高くなる上流端には丸みをつけて縮流の影響をなくし、下流部の拡がり角  $\theta$  は

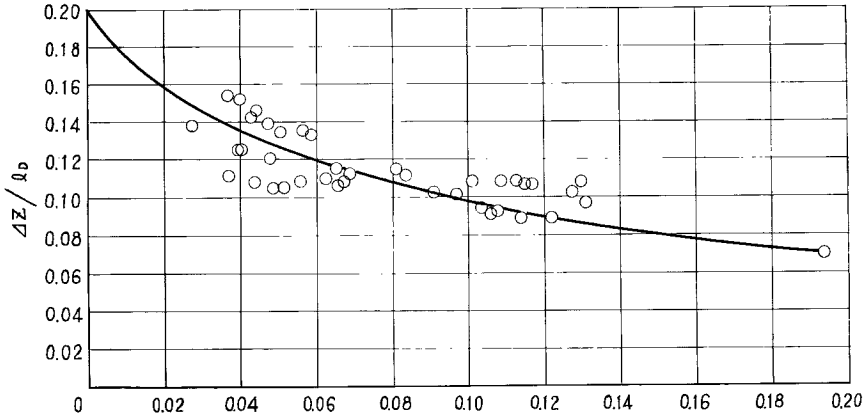


Fig. 21  $\frac{\Delta z}{l_D} \sim \frac{h_2 - (h_1 + \Delta z)}{\frac{1}{2}(h_2 + h_1 + \Delta z)}$  diagram

4°~90° までの範囲でいろいろ変化させた。河床には平均粒径 2mm の砂をラッカーで張りつけた。実測された水面形は  $\theta=4^\circ\sim 8^\circ$  ではほぼ同じであるが、 $\theta=10^\circ$  で拡大始点の水位が多少高くなる。 $\theta=15^\circ$  ではこの水位は急に高くなり、 $\theta$  がそれ以上 ( $\theta=20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ ) になつても  $\theta=15^\circ$  の水面形とほとんど同じである。水路幅拡大の場合に認められた  $\theta=10^\circ\sim 15^\circ$  付近において水位の回復がもつとも早いという現象はこの場合は顕著ではないが一応認められる。

(ii) 死水域：過マンガン酸カリによつて測定した死水域の拡がり角度と水位上昇割合との関係すなわち  $h_2 - (h_1 + \Delta z) / \frac{1}{2}(h_2 + h_1 + \Delta z) \sim \Delta z / l_D$  の関係は Fig. 21 に示すように、幅の急拡部の場合とほとんど同じような曲線によつて表わされる。

(iii) 流速分布、水位が回復するに必要な距離： $\theta=4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ$  および  $90^\circ$  に対する流速分布の測定結果は幅の拡大部の場合とほぼ同じような特徴を示し、流速分布、水位が回復するに必要な距離についてもほぼ同様な考察を行なうことができた。

(iv) 損失水頭：次節において損失水頭の理論について述べ、ここでは境界の拡がり角度と損失水頭の関係についてのみ述べる。Fig. 22 に示すように、 $\theta=10^\circ$  付近までは形状損失水頭はほとんどなく、また  $\theta=30^\circ$  以上の場合には急拡の場合とほぼ同じである。 $\theta=10^\circ$  付近から  $\theta=30^\circ$  付近までの間における形状損失水頭は急激に増

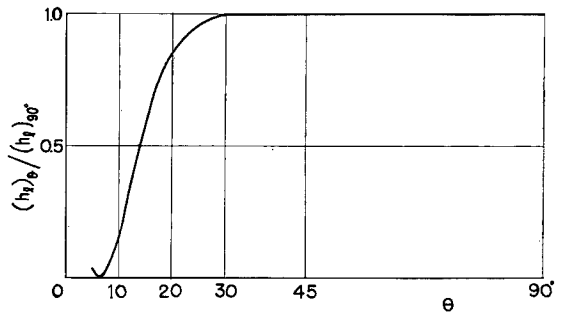


Fig. 22 Relation between form loss and expansion angle

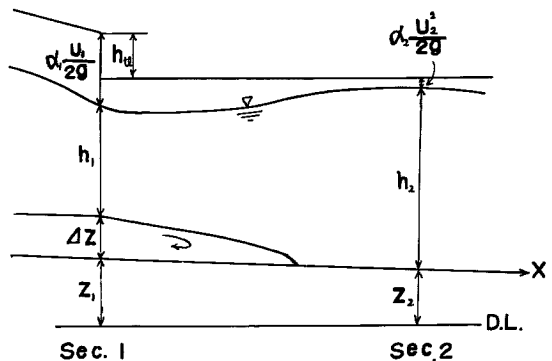


Fig. 23 Definition sketch for bed depression

加する。この区間の形状損失水頭はかなり小さく誤差を伴いやすいこともあつて、実測値は分散する傾向があり、Fig. 22 はその一例を示したのみであるので確定的なことは言えない。

(2) 損失水頭の理論

(i) 全損失水頭：水路幅拡大部の場合と同様な手法によつて形状損失水頭と摩擦損失水頭とを分離することができるが、計算の結果は実測値と必ずしも十分一致しないことが知られた。これは上の理論に取り入れられている仮定、すなわち急拡の場合と漸拡の場合との摩擦損失が等しいとの仮定が十分に成立していないことに基因しているものであろう。

この場合急拡の河床面に沿う摩擦はかなり小さいであろうから、むしろ河床摩擦を無視した従来の衝力理論の方がよく適合するものと考えられる。したがつて、以下このような考えのもとに全損失水頭を算定しよう。

Fig. 23 の記号を参照すれば、断面1～2間のエネルギー方程式は

$$z_1 + Dz + h_1 + \alpha_1 \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \alpha_2 \frac{u_2^2}{2g} + h_{l1} \dots\dots\dots(58)$$

運動量方程式は

$$\frac{1}{2} w(h_1 + Dz)^2 \cdot b + \rho \cdot \eta_1 \cdot u_1^2 \cdot h_1 \cdot b = \frac{w}{2} h_2^2 \cdot b + \rho \cdot \eta_2 \cdot u_2^2 \cdot h_2 \cdot b - \frac{h_1 + Dz + h_2}{2} \cdot w(z_1 - z_2) \cdot b \dots\dots\dots(59)$$

であらわされる。

$$\frac{h_1}{h_2} = \beta, \quad \frac{Dz}{h_2} = K \dots\dots\dots(60)$$

とおけば、(59) 式はに  $\beta$  に関する三次式となり、

$$\left. \begin{aligned} a' &= 2K + \frac{z_1 - z_2}{h_2} \\ b' &= -\left\{ 1 - K^2 + 2\eta_2 \cdot F_2^2 - (1 + K) \cdot \frac{z_1 - z_2}{h_2} \right\} \\ c' &= 2\eta_1 \cdot F_2^2 \\ p' &= -b' + \frac{a'^2}{3} \\ \pm q' &= \frac{2a'^3}{27} - \frac{a' \cdot b'}{3} + c' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(61)$$

とおけば、この解は  $(p'/3)^3 \geq (q'/2)^2$  に対して

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3} \cdot p'} \cdot \cos \frac{\varphi}{3} \\ \beta_2 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3} \cdot p'} \cdot \cos \left( \frac{\varphi}{3} + 120^\circ \right) \\ \beta_3 &= -\frac{a'}{3} \mp 2\sqrt{\frac{1}{3} \cdot p'} \cdot \cos \left( \frac{\varphi}{3} + 240^\circ \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(62)$$

となる。ただし、

$$\cos \varphi = \left| \frac{\frac{1}{2} q'}{\frac{1}{3} p' \sqrt{\frac{1}{3} p'}} \right| \dots\dots\dots(63)$$

である。次に (58) 式より、全損失水頭は

$$\frac{h_{l1}}{h_2} = \left( K + \frac{z_1 - z_2}{h_2} \right) + \beta - 1 + \frac{\alpha \cdot F_2^2}{2} \left( \frac{1}{\beta^2} - 1 \right) \dots\dots\dots(64)$$

であらわされる。水路幅拡大部の場合と同様に、(62)式の正根の中、大きい方が常流に対する解であるから、これを、(64)式に代入して全損失水頭を求めることができる。

特に  $\{(z_1 - z_2)/h_2\}/K \ll 1$  の場合には、

$$a' = 2K, \quad b' = K^2 - 1 - 2\eta_2 \cdot F_2^2, \quad c' = 2\eta_1 \cdot F_2^2, \quad p' = \frac{1}{3}K^2 + 1 + 2\eta_2 \cdot F_2^2$$

$$\pm q' = -\frac{2}{27}K^3 + \frac{2}{3}K(1 + 2\eta_2 \cdot F_2^2) + 2\eta_1 \cdot F_2^2$$

となり、(62)式は

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= -\frac{2}{3}K - 2\sqrt{\frac{1}{3}(1 + 2\eta_2 \cdot F_2^2 + \frac{1}{3}K^2)} \cdot \cos \frac{\varphi}{3} \\ \beta_2 &= -\frac{2}{3}K - 2\sqrt{\frac{1}{3}(1 + 2\eta_2 \cdot F_2^2 + \frac{1}{3}K^2)} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ\right) \\ \beta_3 &= -\frac{2}{3}K - 2\sqrt{\frac{1}{3}(1 + 2\eta_2 \cdot F_2^2 + \frac{1}{3}K^2)} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 240^\circ\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(62)$$

となる。

ここに、

$$\cos \varphi = \frac{\frac{1}{2} \left\{ 2\eta_1 \cdot F_2^2 + \frac{2}{3}K(1 + 2\eta_1 \cdot F_2^2) - \frac{2}{27}K^3 \right\}}{\left\{ \frac{1}{3} \left( 1 + 2\eta_2 \cdot F_2^2 + \frac{1}{3}K^2 \right) \right\}^{3/2}} \dots\dots\dots(63)'$$

である。また(64)式はこの場合には、

$$\frac{h_{t1}}{h_2} = K + \beta - 1 + \frac{\alpha \cdot F_2^2}{2} \left( \frac{1}{\beta^2} - 1 \right) \dots\dots\dots(64)'$$

となる。 $\alpha = \eta = 1.0$  として(64)'式を計算した結果を Fig. 24 に示すが、同図より  $K$  および  $F_2$  を知つ

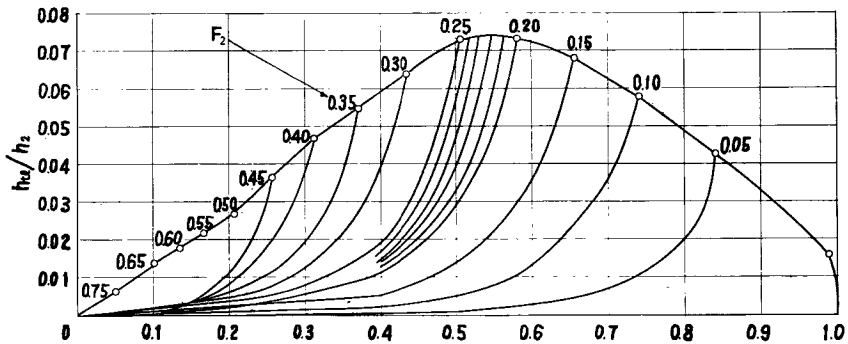


Fig. 24 Diagram for calculation of total loss in an abrupt depression

て全損失水頭を求めることができる。実測値と計算値とはよく一致し、上に示した方法が妥当ことがわかる。

(ii) 支配断面の生じる限界条件：一般に下流断面の  $F_2$  の値がある程度以上になると、急拡点付近に支配断面が生じる。その限界付近では流れの形態の変化が急激であり、水理学的にも種々複雑な問題が含まれるが、実用上次のようにその限界条件を求めることができる。すなわち、損失水頭を無視し得る場合には断面1に限界水深の生じる条件、 $u_1/\sqrt{gh_1} = 1.0$  をエネルギー式を用いて  $K$  および  $F_2$  であらわせば、

$$K = 1 + \frac{F_2^2}{2} - \frac{3}{2} F_2^{3/2} \dots\dots\dots(65)$$

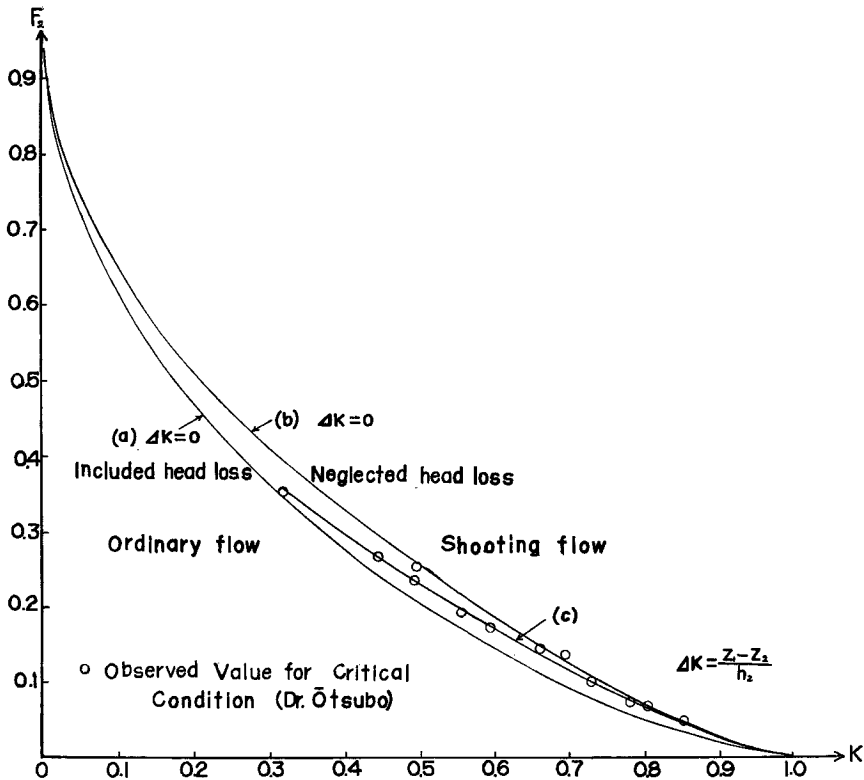


Fig. 25 Critical condition for the occurrence of control section in a bed depression

となる。与えられた  $K$  に対して上式で求められる  $F_2$  より小さい Froude 数をもつ流れは常流であり、また逆に大きい場合には射流である。上式を図示したものが Fig. 25 の (a) 曲線である。損失水頭を考慮する場合には  $F_1 = u_1 / \sqrt{gh_1} = 1.0$  を  $\beta$  と  $F_2$  であらわせば、

$$\beta = F_2^{2/3} \dots\dots\dots (66)$$

となり、これを (62)' 式の二番目の式に代入すれば、限界条件式として

$$F_2^{2/3} = -\frac{2}{3}K - 2\sqrt{\frac{1}{3}\left(1 + 2\eta_2 \cdot F_2^2 + \frac{1}{3}K^2\right)} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 120^\circ\right) \dots\dots\dots (67)$$

が得られる。これは Fig. 25 の (b) 曲線のようにあらわされるが、(a) 曲線と比較すれば明らかなように、損失水頭を考慮した場合は考慮しない場合よりも同一の  $F_2$  に対して限界水深の生じる  $K$  の値が大きい。このことから、同一の  $F_2$  に対して急変流では常流であるが損失水頭の少ない漸変流に対しては射流となる場合があることが理解される。なお大坪博士<sup>11)</sup>の実測結果を Fig. 25 に示しているが、上の計算法とかなりよく一致していることがみられる。

#### 4. 断面急拡大部の水理の適用例

上に述べた研究成果を適用することにより、断面拡大部の水理設計や水理計算を適切にし合理的なものとするができる。ここでは狩野川放水路に含まれる断面拡大部の設計の実例により、実際問題への適用法について詳細に述べるが、さらに他の適用例としてもぐりぜきの水理計算法についても説明する。

(1) 狩野川放水路断面拡大部の設計

狩野川放水路は古奈地点における計画高水流量 1,960 m<sup>3</sup>/sec の中 1,000 m<sup>3</sup>/sec を分流するために計画された水路で\*, 全長 2.8 km 中トンネル箇所 2 箇所, それぞれ 2 本平行に掘られる計画である。地形, 地質その他現地の状況を考慮して, Fig. 26 に示すような縦横断面の原案が作られた。これによるとトンネル部と開水路部との間に大きな断面変化が生じることとなり, この箇所の不適切な設計によつては非対称的な流れや二次流など, 局部的洗掘の原因となるような種々好ましくない現象が生じる。また渦による損失水頭を生じるが, これも損失水頭をできるだけ小さくしようとする目的からは好ましくない。したがつて適切なせん移区間を設けることが必要となるが, 以下に 2. において述べた結果を適用してその設計法を具体的に示そう。

(i) せん移区間の長さ: 境界の拡がり角度が 8°~10° になるような長さが望ましい。Fig. 27 の内側の境界に対しては  $\Delta b = 18\text{m}$  であるから  $\theta = 8^\circ$  とすると  $l_1 = \Delta b / \tan\theta = 18 / \tan 8^\circ \approx 125\text{m}$  となる。また外側の境界に対しては  $\Delta b_2 = 7\text{m}$  であるから  $l_2 = \Delta b_2 / \tan\theta \approx 50\text{m}$  となるが, 本設計においては  $l_2 = 100\text{m}$  とした。

(ii) 平面形状: 外側の境界の形状は直線形とした。内側の境界も直線形で水理的にはさしつかえないが, 先端があまり細くなるのは施工上好ましくないこと, 2 水路からの合流水を導流する意味で境界を水路軸の方向に向けるため Fig. 27 に示すように先端に多少の厚みを持たせた。

(iii) 断面形の変化: 断面形はトンネルの半円形断面から開水路の台形断面(法こう配 1:1.5)に変化する。この変化をせん移区間の中で与え, せん移の型としてねじり型を用いた。

(iv) 河床高:  $Q = 1,000\text{m}^3/\text{sec}$  に対する不等流計算の結果, 下流断面では  $h = 8\text{m}$ ,  $F = 0.226$  である。また下流断面の長方形等値幅の 1/2 は 31m であり, 上流断面のトンネル 1 本の長方形等値幅は水深によつて

\* 狩野川放水路建設の段階に至つていた昭和33年 9 月, 未曾有のこう水があり, このため改修計画が改訂されたが, 設計の 1 例を示す意味で改訂前の計画のまま述べる。

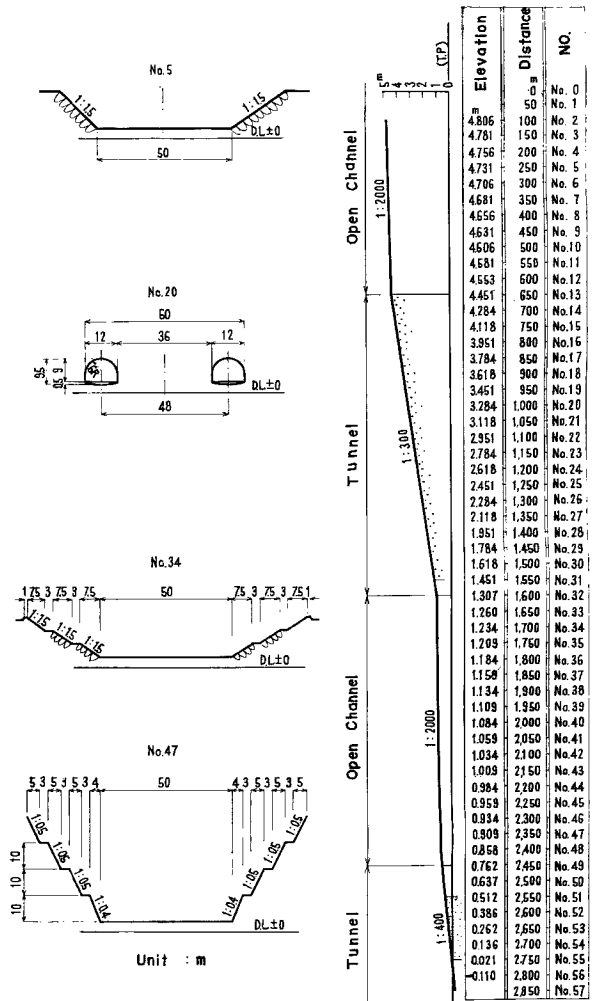


Fig. 26 Profile and cross-section of Kano diversion channel



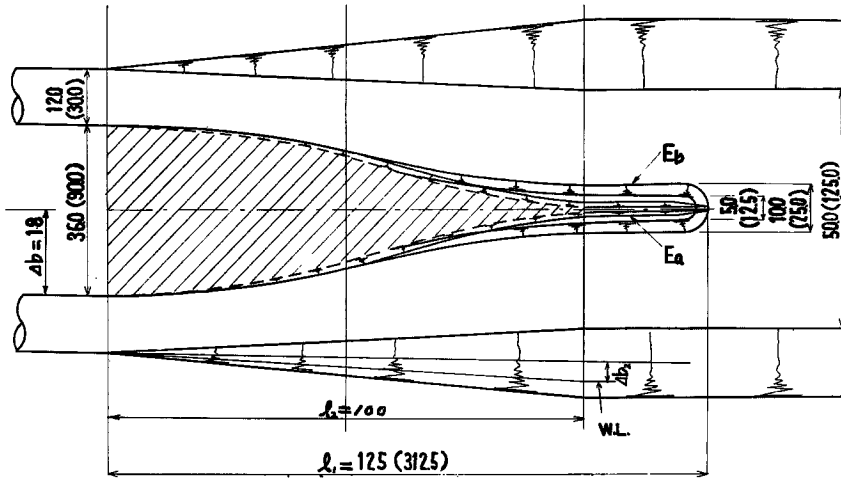


Fig. 27 Example of the design of the transition for the abrupt expansion (Kano diversion channel)

変わるが、水面の予想される水深 7 m 程度のところでは 11 m である。したがって、 $F_2=0.226$ ,  $\gamma=11/31=0.355$  であるから、河床が水平の場合には Fig. 20 の関係により、上流断面が支配断面となり、射流が発生することがわかる。射流を発生させないためには、上流の河床を下げる必要があるが、その量は同図の関係より、多少の余裕を見て  $(z_1-z_2)/h_2=-0.08$ ,  $\therefore z_1-z_2=-0.64$  となる。したがって、本設計においては 64 cm 上流の河床を水平よりも下げた。なお途中断面の河床は上下流断面の河床を直線的に結んで求めた。

設計案を含む次の各種のせん移部形状に対する実験結果について述べよう。

- A : せん移区間長が 50 m ( $\theta \approx 20^\circ$ ), 形状は 2 次曲線
- B : せん移部なし ( $\theta = 90^\circ$ )
- C : 水路中心軸に直壁を設けたもの
- D : せん移部の平面形状が直線形
- D<sub>a</sub> : せん移区間長が 60 m ( $\theta \approx 17^\circ$ )
- D<sub>b</sub> : せん移区間長が 80 m ( $\theta \approx 12^\circ 30'$ )
- D<sub>c</sub> : せん移区間長が 100 m ( $\theta \approx 10^\circ$ )
- E : 上記の設計案 : せん移区間長が 125 m ( $\theta \approx 8^\circ$ )

(a) トンネル出口の水面の振動：トンネル出口の No. 31 断面で 5 秒間隔で 5 分間測定した水面の振動の様子は Fig. 28 に示すとおりである (図の記号はせん移部の形状を示す)。水面が振動する原因を現象的に説明すると次のとおりである。境界の拡がり角度がある程度以上になると流れははく離する。このはく離によって生じた渦は不安定であり、少しの外的要素によつても容易に一方の側に片寄る。すなわち、ある瞬間の流線は Fig. 29 のとおりとなるが、圧迫された側ではトンネルから流下する量が No.33 付近を通過して下流へ流出する量よりも多いため水は貯溜され水位は上昇する。この水位上昇量がある程度以上大きくなると、これが外的要素として働き、流れは反対側に向う。このように規則的な外的要素が左右交互に働いたため、規則的な横振動を生じ、したがってトンネル出口の水面が規則的に振動する。このように水面の振動は左右交互に現われるが、このことは Fig. 29 の観測結果からもよくわかる。

水面の振動の振幅は  $\theta = 90^\circ$  において比較的小さく、 $\theta$  が小さくなるにつれて大きくなり、ある値で最大値になる。この実験の範囲では  $\theta = 12^\circ 30'$  において最大であつた。 $\theta$  がそれより小さくなると減少し、 $\theta =$

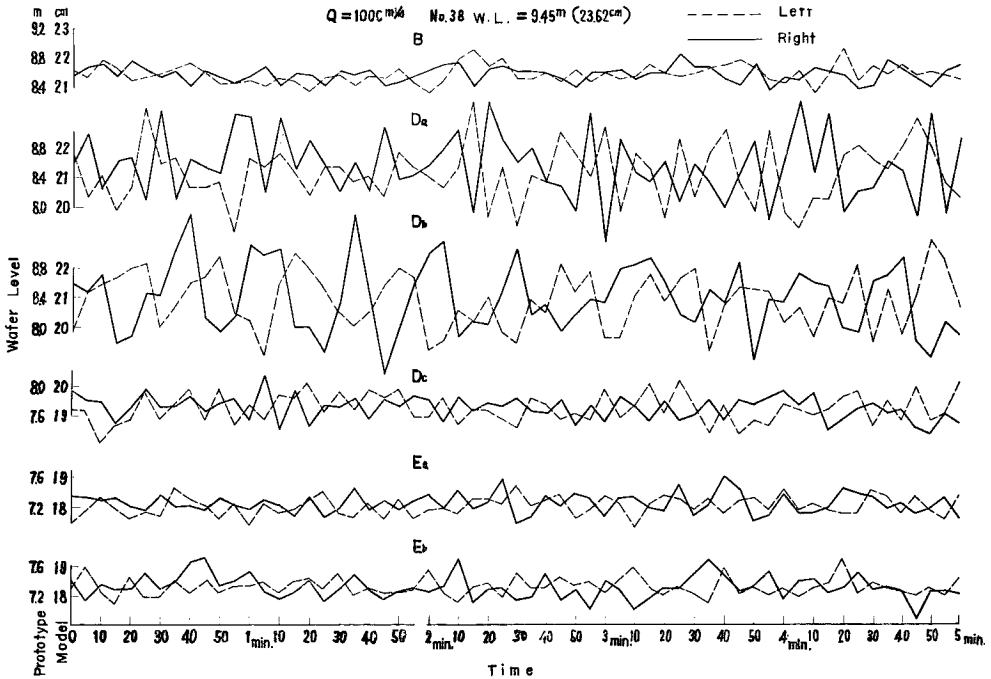


Fig. 28 Oscillation of the water level for the tunnel outlet

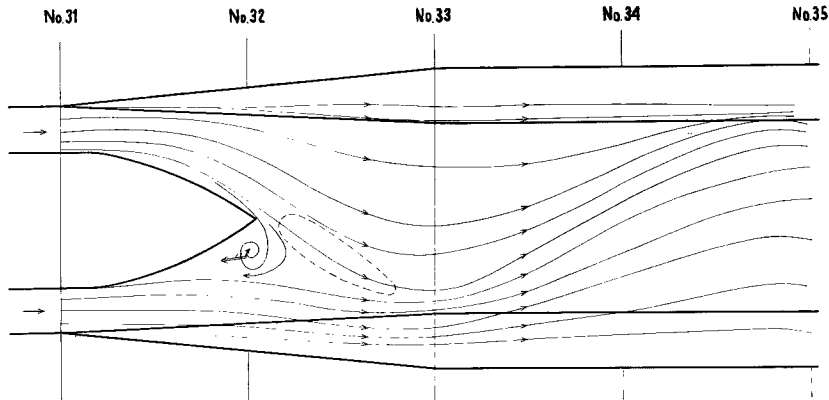


Fig. 29 Hydraulic behavior for the abrupt expansion (The type of transition is A)

$10^{\circ} \sim 8^{\circ}$  においてほとんどなくなる。以上のように、せん移区間長が不適当な場合には、せん移区間を設けない場合よりも、かえつて水面の振動のために最高水位が上昇することがあるから、せん移区間の設計は特に慎重にしなければならない。また  $\theta = 90^{\circ}$  の場合には水面の振動の振幅は小さいが、水位は  $\theta = 8^{\circ} \sim 10^{\circ}$  に対するものよりも高く好ましくない。このような結果から設計案が水理的に好ましく、本論に述べた設計法が適切なことが実証された。

(b) 流れの非対称性：A, B 案ともに流れは非常に非対称であり、このため前記の水面の振動があらわれるとともに、A 案では Fig. 29 の点線の位置に左右交互に底から盛り上る水流（2次流）があらわれる。

この2次流の位置は水流の横方向の振動とともに左右交互に振動する。またせん移部分を過ぎた水流は交互に蛇行を続けて流下する。D<sub>a</sub>, D<sub>b</sub> 案ともに A 案に比べてほとんど変化なく類似の現象を呈する。θ=10° の D<sub>c</sub> 案ではせん移区間先端にごく微小な渦を生じるが、上記の好ましくない現象をおおよそ抑えることができ、θ=8° の設計案では非常に良好な結果を示した。

(c) 損失水頭：下流の水位および流量を一定にして、せん移区間の長さのみを変えた場合のせん移区間上流の水位の1例は Fig. 28 に示したとおりである。θが8°から大きくなるにつれて水位は高くなり、θ=90°の場合はθ=8°に比べて1.3m程度も高い。このように水位が高くなることは好ましくなく設計案の効果を十分知り得るわけである。

設計案に対してはせん移区間の下流断面から一様区間の粗度係数と同じ値を用い、全断面を有効断面として不等流計算を行なうと上流断面の水位と一致し、2.において述べたように摩擦損失水頭のみを考えればよいことがわかる。

上記のように適切なせん移区間を設けることが望ましいが、場合によってはせん移区間を設けない場合もある。このような場合の背水計算法は、2.において述べたように漸拡流の損失水頭に急拡による損失水頭を加えればよい。この場合にはB案がそれであるが、この計算法による水位は実測値のそれとよく一致し、このような計算法が妥当であることを確認することができた。

(2) もぐりぜきの水理計算法

3. において述べた段落ち部の水理を適用してもぐりぜきの流量係数の内容を明らかにし、従来一般に用いられている流量係数による誤差を明らかにしよう。まずもぐりぜきとなる限界を知る必要があるが、限界付近においては非常に複雑な水理現象を生じるため、限界の正確な値を定めることがむずかしいが、実用上の目的からは Fig. 25 の関係により求めてもよいであろう。

次に Fig. 30 により、もぐりぜきの水理計算法を示すと、

$$E = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = h + \frac{v^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta E \dots\dots\dots(68)$$

これより、

$$Q = b \cdot h \sqrt{2g(E-h)} = b \sqrt{2g} E^{3/2} \frac{h}{E} \sqrt{1 - \frac{h}{E}} \dots\dots\dots(69)$$

である。ここに b は越流幅である。

従来は普通 h の代りに近似的に h<sub>2</sub> が用いられているが、実際にはかなりの誤差を生じる場合がある。h と h<sub>2</sub> の関係は 3. において述べたように段落ち部の水理を適用して求めることができる。すなわち、

$$h = h_2 \left\{ (1-\delta) - \delta \cdot \frac{\Delta z}{h_2} \right\} \dots\dots\dots(70)$$

ここに、

$$\delta = 1 - (K + \beta), \quad K = \frac{\Delta z}{h_2 + \Delta z}, \quad \beta = \frac{h}{h_2 + \Delta z}$$

である。δ は 3. において述べたように K および F<sub>2</sub> を用いて計算するがとができる。

(70) 式を (69) 式に代入して、

$$Q = b \cdot \sqrt{2g} E^{3/2} \left( 1 - \delta - \delta \cdot \frac{\Delta z}{h_2} \right) \frac{h_2}{E} \cdot \sqrt{1 - \left( 1 - \delta - \delta \cdot \frac{\Delta z}{h_2} \right) \frac{h_2}{E}} \dots\dots\dots(71)$$

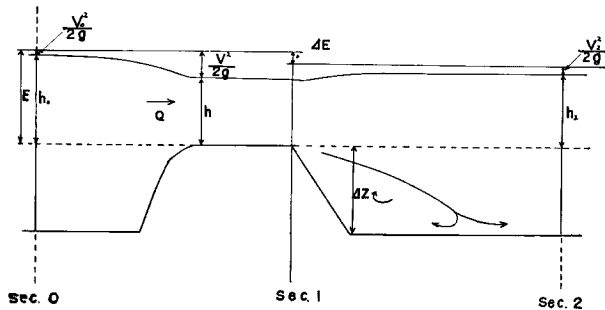


Fig. 30 Schematic diagram of the flow over a submerged weir

となり、従来に較べてより厳密なものであると考えられる。従来の近似は  $1-\delta-(\delta \cdot \Delta z/h_2)$  の項を1としたことに相当し、 $\delta$  が大きいほど、また  $\Delta z/h_2$  が大きいほど誤差が大きい。いま一例として  $h_2/E=0.85$ ,  $\delta=0.15$ ,  $\Delta z/h_2=1/4$  の場合に対して  $1-\delta-(\delta \cdot \Delta z/h_2)$  を1としたものと、(71)式によるものとを比較すると、それぞれ  $Q=0.329 E^{3/2}$ ,  $Q=0.384 E^{3/2}$  となり、従来の近似的な取り扱いとは著者の求めたものに比べてこの場合約17%程度過少な流量を与える。その他の場合についても同様に誤差を明らかにすることができるが、 $\delta$  が小さい場合には従来の方法で十分であり、 $\delta$  が大きい場合には(71)式によらなければかなり誤差を生じることがわかる。

## 5. 結 論

以上述べたことを要約して結論とする。緒言においては開水路断面急拡大部の水理を研究する必要性を示し、その問題点について考察している。第2章は水路幅の拡大部を取り扱い、急変部の水理的な特徴である死水域の大きさ、流速分布の特性、運動エネルギーが位置のエネルギーに変換するに必要な距離などを実験的に明らかにし、Tollmienの手法を応用した解析により、これらについての水理的な説明を与えた。さらに急変部の水面追跡法を検討し、実用上の観点に留意して、流れの有効断面と摩擦損失水頭および形状損失水頭を用いる方法を提案した。ここで問題になる形状損失水頭は、従来河床面摩擦を無視した衝力理論を用いて求められているが、常流においては河床摩擦を無視すると誤差が大きい場合があることを示し、これに対して著者は常流の場合には鉛直方向の流速分布が急拡大部の渦によつて、それほど変化しないという実験的事実にもとづいて、河床摩擦をも考慮した衝力理論を展開し、形状損失水頭の算定式を導いた。またこの取り扱いにより、急拡大部に支配断面の生じる限界条件を明らかにすることができた。これらの結果は実験値とかなりよく一致し、この取り扱いが妥当なことを確認した。次に境界の拡がり角度と水面形・損失水頭・死水域などの関係を実験的に明らかにし、水理的に有利なせん移区間長の設計法を与えた。

第3章においては、鉛直方向に拡大する段落ち部の場合について、第2章に示したと同様な研究を行ない、その水理特性は水路幅急拡大部の場合とほぼ同様であるが、損失水頭については第2章における場合とはかなり異なることを明らかにした。すなわち、この場合には摩擦の主要因である河床面摩擦が急拡大の場合と漸拡大の場合とではかなり異なるため、前章において述べたような摩擦損失水頭と形状損失水頭を分離する方法は適切でなく、むしろ分離しない方法によるものの方が良好な結果が得られることを示した。

第4章においては、実例によつて前2章の成果を実際問題に適用する方法を示した。すなわち著者は狩野川放水路の断面拡大部について、上に得た成果に基づいて設計案を示すとともに、その設計案のほか、他の各種の案について模型実験により検討し、設計案が水理的に最も良好であることを確認した。さらに、他の適用例としてもぐりぜきの水理計算法を取り扱い、越流係数の内容を明らかにし、従来的一般流量公式はある場合にはかなり大きな誤差を伴うことを示し、さらに精度のよい流量公式を導いた。

終りに本研究に際して終始御懇切な御指導を賜わつた石原博士に深く感謝の意を捧げます。

## 参 考 文 献

- 1) 芦田和男, 荒木民哉: 開水路断面急拡大部における水理に関する研究(1), 土木研究所報告, 101号, 昭33.9.
- 2) A. A. Kalinske: Conversion of Kinetic Energy to Potential Energy in Flow Expansions, Trans. A.S.C.E., Vol. 111, 1949.
- 3) 藤本武助: 拡がり流れの実験結果について, 京都大学工学研究所彙報, 第2輯, 昭27.9.
- 4) Harold Tufts: Flow Expansion and Pressure Recovery in Fluids, Proceedings of A.S.C.E., Vol. 80, 1954.
- 5) 松下玄: 開水路常流の拡大移行部の流れ, 農業土木研究, 第25巻, 昭32.8.

- 6) A. Buri : Eine Berechnungs grundlage für die tubulente Grenzschicht bei bescheunigter und Verzögerter Strömung, Thesis, Zürich, 1931.
- 7) G.N. Patterson : Modern Diffuser Design, Aircraft Engineering, 1938.
- 8) A.H. Gibson : The Conversion of Kinetic to Pressure Energy in the Flow of Water through Passage Having Divergent Boundaries, Engineering, Vol. 93, 1912.
- 9) Tollmien : Berechnung tubulenter Ausbreitungsvorgänge, Z.A.M.M., Vol. 6, 1926.
- 10) Charles Jaeger : Technische Hydraulik, Verlag Birkhäuser Basel, 1949.
- 11) 大坪喜久太郎：底面激変個所における流体運動，土木学会誌，第25巻，1939.