振動測定からみた鋼製煙突設計上の諸問題

石崎澄雄・川村純夫

SOME VIBRATIONAL PROBLEMS ON THE DESIGN OF TALL STEEL STACKS

by Dr. Eng. Hatsuo ISHIZAKI and Sumio KAWAMURA

Synopsis

The steel stack vibrates always under the action of wind, but the complete information on its dynamic behavior has not been yet obtained. This paper sets forth the wind forces acting on the stack. In general, the external wind forces applied on the stack will depend on the movement of the stack relative to the wind flow. From this point of view, we investigated the results of many experiments on actual gunnite-lined, all-welded steel stacks and models, which had been made by many researchers, and we made a few experiments. After that, we obtained the conclusion that the vibrational movement plays an important role for the wind forces. Some notes on the design of stacks are shown at the end of this paper.

まえがき

鋼製煙突が風をうけた場合にどのような応答を示すかということはなかなかむずかしい問題である。自然風はほとんどの場合時間的にも，空間的にも一様でなく絶えず変動している。煙突も風をうけて常に振動している。すなわち構造物が空間に固定されている場合とは異なる現象が存在する。煙突に加わる風力に関してもこのような観点から考察を進めなければならない。一般に構造物に加わる外力は次の２種類に分けて考えられる。一つは外力が構造物の変形とは独立に定まる場合であり，他の一つは構造物の変形と外力とが相互に干渉する場合である。煙突に加わる風力は後者に属すると考えなければならない。たとえ同一外形の煙突が同程度の一様な風をうける場合でも，構造物の剛性，減衰性の差異等により変形の量，状態が異なりこれによつて煙突に加わる風力もまた違つてくることになるはずである。

従来この点に関する明確な判断がかけていたために現象に対する理解が混乱していたように思える。本論は煙突の変位によつて外力の性状が変わるということを考慮して，風力を振巾の関数として取り扱い，渦の発生振動数に関する式を提案し数値計算を行なつた結果と，実物の煙突や模型による測定値とを比較検討した。その結果おおよその現象が説明できるように思える。最後にこれらの考察から得られた事項を基にして鋼製煙突の設計用風力に関して若干述べる。

１．振動現象に関する諸説

煙突は風をうけて絶えず振動している。観測によれば，この場合の頂部の動きは複雑な状態である。風向がほぼ一定で，風速もあまり変動しないような場合には，一般に風直角方向の振巾が，風向のそれよりも大きいが，風速に急激な変化がある場合には逆の傾向になる場合もある。また振巾と風速の関係について述べると大別して二つの考え方が存在する。一つはある種類の煙突がある特定の風速域で著るしい振動を起こす

事実より考えられたものであり，他の一つは実際の煙突の振動測定から，相当広範囲の風速域でも，振巾は風速のほぼ2乗に比例するというものである。また J. Penzien の部分模型の風洞実験によると，振巾と風速との関係を求めたとき，二つの極値が現われ，低い方の風速は，いわゆる Kármán 渦列の発生振動数と模型の固有振動数とが一致する点として説明できるが，高い方の極値を生ずる風速についての理由は不明となつている。

このように風による煙突の振動現象に関しては，たがいに相反した説もみられ，統一された考え方がなく未解決の問題も多い。

2．振動測定の結果判明した事実

数年前より実物煙突の振動測定および模型の風洞実験などを行ない，いままでに得られた資料とを比較検討した結果，次のような事実が明らかになつた。

a．風速が変化しても筒体はほぼ一定の振動数で振動しているが，一般に振巾の大きい時は振動数はいくらか低くなるようである。

b．従来行なわれた多くの実験例では頂部の風直角方向の振巾のみしか測定されていないが，筆者等の行なつた水平2成分の測定によると風速があまり変動しない場合，直角方向の振巾の方が風向のそれよりも大きい。風速に急激な変化のある場合には風方向の振巾の方が大きい場合もある。しかし顕著な振巾を生じたという報告の多くの場合，その方向は風向よりは風直角方向に近いようである。

c．ある種の煙突はある特定の風速域で著るしい振動を生じている。**Table 1** は頂部の測定最大半振巾を示したものであるが，この表から次のようなことがいえそうである。振巾が大きくあらわれる煙突，すなわち全振巾の頂部直径に対する比が 0.1 以上の場合の煙突については高さ H の頂部直径 D に対する比 H/D が 20 程度以上である。またその場合頂部直径 D は千葉火力1期を除いてはすべて 3.5 m 以下である。さらに頂部の半振巾の高さに対する比 δ/H が 1/200 になるのは H/D が 20 程度以上の場合ということもできる。

Table 1　Measured amplitudes at the top of the stacks

Stack	Height H (m)	Diameter of the top D (m)	H/D	Maximum measured amplitude δ (cm)	Wind velocities of the top (m/s)	δ/H	$2\delta/D$
Pittsburgh	95	2.6	36.5	76.0	7.6	0.01	0.58
姫路火力2期	76	3.5	21.0	45.0	13～18	0.006	0.26
千葉火力1期	90	4.368	20.6	25.0	22～25	0.003	0.16
Moss Landing	68	3.4	20	40.5	21.9	0.006	0.24
Contra Costa	61	3.3	18.6	7.6	13.4	0.001	0.046
多奈川火力1期	76	4.25	17.8	17.1	32～34	0.002	0.08
Gold st. Station	43	3.35	13.2	0.64	23.5	0.0002	0.004

Table 2　Strouhal-number

Stack	Measured frequency (sec^{-1})	Critical velocities (m/s)	S	R
Pittsburgh	0.55	7.6	0.19	1.3×10^6
姫路火力2期	1.00	18	0.19	6.0×10^6
千葉火力1期	0.68	25	0.12	3.5×10^7
Moss Landing	1.20	21.9	0.19	5.5×10^6
Contra Costa	0.71	13.4	0.18	2.9×10^6
Model	13.8	18	0.16	2.9×10^5

d．風洞による動模型実験の結果によれば，風速の変化に対し振巾の極大になる点が二つ以上存在する場合がある。また動模型の場合はいわゆる Kármán 渦列による共振と考えると，同程度の R 数域でも固定模型の場合に比較してみかけの Strouhal 数が低下する。実物の場合も同様で **Table 2** にその結果を示す。

e．振動測定の結果得られた対数減衰率 λ および倍率係数 π/λ の値はおおよそ次のようである*。

	対数減衰率 λ	倍率係数 π/λ
ライニング　なし	0.03～0.06	104～52
〃　あり	0.04～0.10	78～31.4

また振動測定より直接得られた倍率係数 f_m は大略 $f_m \approx 10$～67 である。

横力係数 C_L を測定した例は少ないが筆者らの測定では $C_L=0.1$ 程度である。また対数減衰率は振巾の増大とともに若干増す傾向にあるがほぼ一定値に近づくような傾向も多くみられる。ライニングによる減衰率の増加はライニング前に比して 1.5 倍程度である。

以上を総合して，共振時の振巾を A，静的に作用したときの撓みを δ_{st} で表わすと，$A=3$～$12\,\delta_{st}$ となる。

f. Ovalling　筒体の振動には，全体の撓み振動以外に半径方向の振動が存在している。その詳細については観測資料もほとんどなく不明な点も多い。

3．振動現象に関する考察

3．1　従来の理論の欠陥

鋼製煙突が風をうけた場合の現象に関しては，さきに述べたようにいままでにも若干の理論があつたが，模型あるいは実物の実験による事実のすべてを説明できない。すなわち強制振動説によると；ある種の煙突がある特定の風速域で著るしい振巾を生ずることは説明できても，振巾が風速に対して単調増加する場合の存在すること，模型実験にみられたように共振点が二点存在することのあること，あるいは測定によつて得られた資料より求めた S 数が，風洞実験の結果より小さくなる事実などを説明できない。

また自励振動説も，理論的にあいまいな点が多く，種々の事実に関して定量的な説明のつかないうらみがある。このほか二，三の違つた説もみられるが本質的には上の二者のいずれかに近いから，いままでの理論では，不備な点が多く，事実と矛盾する場合がある。このように考えてくると，実際の煙突は風をうけて振動しているにもかかわらず，これを空間に固定している物体とみなしていることに不十分な点があつたと思われる。

3．2　振巾を考慮した渦の発生機構

煙突が風をうけて振動する場合，頂部の動きをみると複雑な動きをしているが，一般には風方向よりも風向に直角な方向の振巾の方が大きい。これは，煙突背部に生ずる渦の作用によるものと思われる。従来この渦の発生に関しては次のような関係式が得られている。

$$N_S=\frac{SV}{D} \qquad (1)$$

ここに，N_S：渦の発生振動数 ($\sec^{-1}$)，D：筒体直径 (m)，V：風速 (m/s)，S：Strouhal 数である。

ここに示される N_S と筒体の固有振動数とが一致したときに共振が起こるとされている。しかしながら(1)式は筒体の剛性無限大，いいかえれば筒体が固定されている場合の関係式である。

渦の発生とは境界層の剝離と見なされよう。しかるに実際の煙突は動いているから，それに伴なつて境界層も運動し，当然筒体の動きが渦の発生を規制すると考えられる。すなわち渦の発生数は，煙突の振巾に関係し，これの関数にもなると思われる。この関数型を正確に決定することは現状では困難であるが，次のよ

＊ 参考文献参照

うに仮定してみた。

$$N=\frac{SV}{(D+ma)} \qquad \cdots\cdots(2)$$

ここに，N：動いている筒体の渦の発生振動数（sec^{-1}），D：筒体直径（m），V：風速（m/sec），a：振巾（m），S：Strouhal 数，m：振巾が渦の発生に及ぼす影響の度合を示す係数である。

3.3 煙突の振動

煙突の振動を一質点系の振動とみなし，これが（2）式で示される渦の発生数による強制力を受けたとすると振巾 a は下のように表わされる。

$$a=(C\rho V^2DL/2k)\Big/\sqrt{\left(1-\frac{N^2}{N_0^2}\right)^2+\frac{n^2}{\pi^2}\frac{N^2}{N_0^4}} \qquad \cdots\cdots(3)$$

ここに，a：振巾（m），C：風力係数，ρ：空気密度（$\mathrm{kg\cdot sec^2/m^4}$），$V$：風速（m/sec），$D$：直径（m），$L$：高さ（m），$N$：渦の発生振動数（$\mathrm{sec}^{-1}$），$N_0$：筒体の固有振動数（$\mathrm{sec}^{-1}$），$n=\lambda N_0$，$\lambda$：対数減衰率，$k$：一質点系とみなしたときのバネ常数（kg/m），である。

また（2）式を変形するとつぎのようになる。

$$ma=\frac{SV}{N}-D \qquad \cdots\cdots(2)'$$

（2）′ および（3）式より a を消去すると，

$$2k(SV-DN)\sqrt{(N_0^2-N^2)^2\pi^2+n^2N^2}=C\rho DL\pi mNN_0^2V^2 \qquad \cdots\cdots(4)$$

ここで，$\dfrac{N}{N_0}=p$，$\dfrac{n}{N_0}=\varepsilon$ とおくと，（4）式は

$$mC\rho LDN_0p^2\pi V^2-2kS\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}\ V+2kDN_0p\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}=0$$

さらに，$\dfrac{C\rho L\pi}{k}=a$，$DN_0=b$ と表わすと，つぎのようになる。

$$mabpV^2-2S\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}+2bp\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}=0$$

(i) $N=N_0$ の場合：V について解くと，

$$V=\frac{S\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}}{mab}\left\{1\pm\sqrt{1-\frac{2mab^2p^2}{S^2\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}}}\right\} \qquad \cdots\cdots(5)$$

（5）式において $\varphi=\dfrac{2mab^2p^2}{S^2\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}}<1$ の場合には

$$\begin{cases} V_1=\dfrac{bp}{S}+\dfrac{mab^3p^3}{2S^3\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}}+\dfrac{m^2a^2b^5p^5}{2S^5\{\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}\}^2}+\cdots\cdots \\ V_2=\dfrac{2S\sqrt{(1-p^2)^2\pi^2+\varepsilon^2p^2}}{mabp}-V_1 \end{cases} \qquad \cdots\cdots(6)$$

（5）式から実根の存在条件は，つぎのようになる。

$$S-DN_0\sqrt{\frac{2mC\rho L\pi N_0}{kn}}\geqq 0 \qquad \cdots\cdots(7)$$

ここで実根の存在するときには，共振点があることを示す。すなわち（7）式の左辺が正の場合には二つの共振点があり，零の場合には一点における共振にとどまる。負の場合には煙突は共振を生じない。これから煙突の構造的性状により共振することも，しないこともあるという事実を説明できる。

(ii) $N\gg N_0$ あるいは $N\ll N_0$ の場合：（4）式は

$$2k(SV-DN)(N_0^2-N^2)=C\rho DLmNN_0^2V^2$$

$$2kDN^3-2kSVN^2-(2kD+C\rho DLmV^2)N_0^2N+2kSVN_0^2=0 \qquad \cdots\cdots(8)$$

さらに $N\gg N_0$ ならば，

$$2kDN^2-2kSVN-(2kD+C\rho DLmV^2)N_0^2=0$$

$$N^2-\frac{SV}{D}N-\left(1+\frac{C\rho mLV^2}{2k}\right)N_0^2=0$$

$$N=\frac{SV}{2D}\pm\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{SV}{D}\right)^2-\left(\frac{2C\rho mLV^2}{k}+4\right)N_0^2}\fallingdotseq\frac{SV}{D}\quad\cdots\cdots(9)$$

また $N \ll N_0$ ならば，

$$(C\rho DLmV^2+2kD)N=2kSV$$

$$\therefore\ N=\frac{2kSV}{C\rho DLmV^2+2kD}$$

$$\frac{\partial N}{\partial V}=\frac{2kS(C\rho DLmV^2+2kD)-2kSV\cdot 2C\rho DLmV}{(C\rho DLmV^2+2kD)^2}$$

$$=2k\frac{2kSD-(2C\rho DLmS-C\rho DLSm)V^2}{(C\rho DLmV^2+2kD)^2}=2k\frac{2kSD-mSC\rho nLV^2}{(C\rho DLmV^2+2kD)^2}=0$$

$$\therefore\ V=\sqrt{\frac{2k}{mC\rho L}}\quad\cdots\cdots(10)$$

(10) 式であらわされる V の値で N が N_0 に最も近づく。

このように考えると煙突の形状のみでなく減衰性，剛性の差異等により共振する場合，しない場合，また共振点が1点だけの場合，共振点が2点存在する場合などが説明できる。

次に（7）式について実際の煙突についての諸数値を入れて検討してみる。たとえば，

$\pi=3.14$, $C_L=0.2$, $\rho=0.15\ \mathrm{kg\,sec^2/m^4}$, $N_0=1\ \mathrm{sec^{-1}}$, $n=0.1\mathrm{sec^{-1}}$,

$L=80\ \mathrm{m}$, $k=10^5\ \mathrm{kg/m}$, $S=0.3$, $m=2$

とすると，

$$\sqrt{\frac{2mC_L\rho L\pi N_0}{kn}}=5.46\times10^{-2}$$

$D=3\ \mathrm{m}$ とすると，

$$DN_0\sqrt{\frac{2mC_L\rho L\pi N_0}{kn}}=0.164<S$$

$D=6\ \mathrm{m}$ とすると，

$$DN_0\sqrt{\frac{2mC_L\rho L\pi N_0}{kn}}=0.328>S$$

（7）式について述べたように，上の結果によれば $D=3\mathrm{m}$ の場合には共振を生じ，$D=6\mathrm{m}$ の場合には共振を生じないことになる。すなわちこれは，直径 3.5 m 程度以下の煙突に著るしく大きい振巾が測定せられた傾向とも一致する。

3.4 振巾の渦の発生に及ぼす影響

渦の発生には筒体の動きが当然影響するとして（2）式のように仮定したが，この関数型を厳密に定めることは現状では困難である。それを定めるには動く物体のまわりの気流状態などを測定しなくてはならないが，ここでは振巾の渦の発生に及ぼす影響の度合を m なる係数で示したわけである。この m の値を理論的に求めることがむずかしいので，実物の煙突の著るしく大きな振巾を生じた例について実測値を用いて検討してみる。模型実験の結果をも一部併記して，**Table 3** にその結果を示す。

この表から m の値は2～6程度のものが多いことがわかる。Contra Costa の煙突のみは m の値が30というように大きいが，この明確な理由は現在のところ不明である。

4．振動測定からみた設計上の指針

鋼製煙突の振動測定の結果得られた資料を基にして若干の考察を行ない，過去の研究結果と照合するといままでの現象が一応説明できたと思われる。よつて上述の考察から導かれた設計上の要点を述べると次のようになる。

1．風圧力，地震力による通常の強度計算は当然行なう。

Table 3

Stacks	Strouhal number S	Critical wind velocities V_{cr} (m/sec)	Height H (m)	Diameter at the top D(m)	Natural frequencies N_0 (sec^{-1})	Amplitudes of the top a(m)	m
Pittsburgh	0.30	7.6	95	2.6	0.55	0.76	2.0
姫路火力2期	0.30	15	76	3.5	0.98	0.45	2.2
Moss Landing	0.30	21.9	68	3.4	1.22	0.41	2.4
Contra Costa	0.30	13.4	61	3.3	0.71	0.07	30
Model	0.19	18	0.5	0.2	13.8	0.01	4.6

2．共振を考慮して，共振時の風力に対しても検討する。いま共振風速を V_{cr}(m/sec)，煙突頂部直径を D(m)，Strouhal 数を S，煙突の固有振動数を N_0(sec^{-1}) とする。通常行なわれるように，共振風速は次式 $V_{cr}=\frac{N_0D}{S}$ で求める。その際多くの実際の煙突のように R 数が 10^6 程度を越す場合でも，煙突の振動を考慮して S の値は 0.18 程度を採用すべきと考える。

次にこの共振風速 V_{cr} による共振時の風力を P_{cr} (kg/m^2) とすると，$P_{cr}=f_mC_L\left(\frac{1}{2}\right)\rho V_{cr}^2$ と表わされる。ここに，f_m：共振倍率，C_L：横方向風力係数，ρ：空気密度$\left(\frac{\text{kg-sec}^2}{\text{m}^4}\right)$，である。この場合，$f_m$，$C_L$ の値としていかに採用するかが問題であるが，2節で述べたように現在の鋼製煙突に関しては $f_m=10\sim80$，$C_L=0.1$ 程度の値が直接あるいは間接に求められている。よつて $P_{cr}=(6\sim8)\times\frac{1}{2}\rho V_{cr}^2$ 程度でよいと思う。もちろん共振倍率の値は，振動減衰性の差異により変るから特殊の場合はこの値では不適当な場合もあり得る。

3．頂部の振巾は高さの 1/200 程度におさめる。また高さ H の頂部直径 D に対する比 H/D は 20 程度以下におさえる。

Table 1 からもわかるように，著るしい振巾を生じた例についてみると，H/D が 20 程度以上の場合が多く，H/D が 20 程度以下では頂部の振巾の高さに対する比も 1/200 程度以下である。また頂部の振巾の高さに対する比を 1/200 におさえることに特別の根拠はないが，現在までに報告された中で著るしい振巾を生じたものは最大 1/100 程度であること，構造物の重要さなどを考慮した一応の目安である。

4．次の式によつて共振の可能性を検討する。

$$S-DN_0\sqrt{\frac{2mC\rho L\pi N_0}{kn}}\gtreqless 0$$

すでに述べたように上式の値が正ならば，その煙突は共振の可能性があるということになるわけである。

む　す　び

鋼製煙突の風による振動性状については，従来も若干の理論が存在した。しかし多くの観測資料を整理してみると，いままでの考え方では説明できない多くの点が見出された。筆者らはこれらの事実を解明するため，実物煙突についての風と振動の測定，あるいは風洞による模型実験を行ない，過去の研究成果と比較した結果，次のような結論に達した。すなわち実際の煙突のように絶えず振動している場合には，物体の動きが，物体に加わる風力に影響を与えることである。このような観点にたつて，本文に述べたような仮定を用いて簡単な考察をした結果一応いままでの観測事実を説明できたように思える。最後に筆者等の考え方から導かれる鋼製煙突設計上留意すべき事項を述べた。

参　考　文　献

1） 石崎潑雄，川村純夫：風による煙突の振動性状について，日本建築学会論文報告集，66号，昭35.10.
2） 石崎潑雄，川村純夫：鋼製煙突の振動測定について，京大防災研究所年報，第3号，昭34.12.
3） 石崎潑雄，川村純夫：風による煙突の振動についての考察，日本建築学会論文報告集，69号，昭36.10.