

## 鉛直噴流による洗掘限界について

土 屋 義 人

CRITERION FOR SCOUR RESULTING FROM  
VERTICAL WATER JETS

by Yoshito TSUCHIYA

## Synopsis

In order to prevent the scour resulting from water falls, such as a vertical water jet impinging normally on a sediment bed, it is necessary to make clear the hydraulic mechanism of the beginning of motion of sand gravels, that is the criterion for scour, due to the flows caused by a vertical jet.

The first part of this paper deals with the theoretical approach to solve the character of flows close to a boundary which is caused by impingement of jets on a normal boundary. A theoretical consideration for the boundary layer growth on the normal boundary in the various cases of two and three dimensional jets, at submerged and non-submerged conditions is described with the aid of the results of some experiments. In the above considerations, the boundary layer growth in the vicinity of impingement of jets is disclosed.

In the second part, the criterion for scour from a vertical submerged water jet is analyzed by the same procedure as done by the author in the previous paper entitled "Basic Studies on the Criterion for Scour from Flows Downstream of an Outlet". It is concluded from the comparison between the theoretical and experimental results that the fundamental relationships in the criterion for scour, which are reduced by the theory, are in good agreement with the experimental results. Based on both results of the theory and the experiments, an empirical formula for the criterion for scour from a vertical submerged water jet is proposed, and moreover, some considerations on the method preventing the bed from scour are described.

## 1. 緒 言

最近局所洗掘に関する研究が重要視され、すでにかんりの実験やその水理学的な機構の解明に対する考察がなされてきた<sup>1),2),3)</sup>。このような問題はたとえばダム下流部における洗掘や水たたきなどの水理構造物の下流部における洗掘をはじめ多くの實際面にみうけられるものであつて、いずれの場合も局所的に発達する大きな乱れをとまなうことから、その水理学的な考察は十分ではないようである。このことからなるべく現象を単純化して考察するという試みで、従来噴流による局所洗掘の問題がとりあげられ、Rouse<sup>4)</sup>以来かなりの研究が進められてきた<sup>5)</sup>。

水工学上の實際問題においては、以上のような局所洗掘の機構を水理学的に解明して、できる限り効果的にその軽減防止をはかるべきことはいままでもないが、また一方局所洗掘を完全に防止するということも考

えられる。著者は後者の立場に立つてすでに水平噴流による洗掘限界の問題を水理学的に究明してかなりの成果をうるとともに<sup>6)</sup>、さらにまた局所洗掘に関する実験も実施して若干の成果を得てきた<sup>7)</sup>。また水平噴流による洗掘限界に対応して、鉛直噴流による洗掘限界の問題もたとえば落水とかあるいはもぐり噴流による河床の洗掘防止対策として極めて重要なものと考えられる。したがって、その洗掘限界を解明するためには、水平噴流の場合と同様に鉛直噴流が河床に衝突することによって生ずる境界層を中心とした流れの特性を明らかにすることが必要である。

以上のことから、本研究の前半においては、鉛直噴流の衝突にともなつて床面に発達する境界層を理論的に考察するとともに、若干の実験を行ない理論結果と比較検討し、流れの特性を明らかにすることによつて、洗掘限界や洗掘機構を解明するための基礎資料をうるつもりである。

ついで本研究の後半においては、以上の結果の一つの応用例として、鉛直噴流による洗掘限界とくに submerged circular jet の場合をとりあげ、水平噴流の場合<sup>6)</sup>と同様な方法によつて洗掘限界を理論的に考察しようとした一つの試みについて述べる。現象が非常に複雑であつて、理論的考察においては現象を十分適確には解明できなかつたけれども、実験結果の統一的な整理にはかなり役立つものと考えている。最後に実験結果と理論的考察の結果とに基づいて、鉛直噴流による洗掘限界に関する実験公式を提案するとともに、こうした立場から鉛直噴流による洗掘防止に対して考察を行ない、私見を述べることにする。

## 2. 噴流の衝突によつて生ずる境界層の発達

### 2・1 空気との境界面をもつ自由噴流の衝突による境界層の発達

まず本節においては、空気との境界面をもつ自由噴流が滑面の床面に垂直に衝突する場合の境界層の発達を二次元噴流と円形噴流の場合とに分けて理論的に考察する。

#### (1) 二次元噴流による場合

i) 基礎的關係：Fig. 1 に示すように二次元噴流が垂直に床面に衝突することによつて生ずる境界層の発達を考察するにあつて、まず噴流の中心付近のみに着目することにして自由水面の存在を無視し、主流

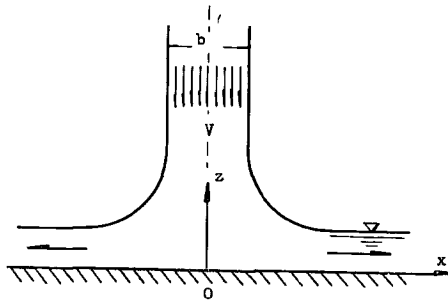


Fig. 1 Plane jet impinging normally on smooth boundary

流についてのそれを  $V$  として、

$$\theta/\bar{L} = \zeta, \quad u_0/V = v, \quad x/\bar{L} = \xi \dots\dots\dots(2)$$

によつてあらわされる無次元量を (1) 式に代入して変形すれば、次式がえられる。

$$\frac{d\zeta}{d\xi} + (2+H)\zeta \frac{d}{d\xi}(\log v) = \frac{C_f}{2} \dots\dots\dots(3)$$

さらに境界層内における流速分布として、指数法則

$$\frac{\bar{u}}{u_0} = \left(\frac{z}{\delta}\right)^n, \quad 0 \leq n < 1 \dots\dots\dots(4)$$

を用いれば、 $\theta$ 、 $\delta^*$ および  $H$  はそれぞれつぎの関係によつてあらわされる。

はポテンシャル流であると考えことにしよう。そのような場合における境界層の運動量方程式は次式によつてあたえられる<sup>8)</sup>。

$$\frac{d\theta}{dx} + (2+H)\frac{\theta}{u_0} \frac{du_0}{dx} = \frac{C_f}{2}, \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $\theta$ ：境界層の運動量厚、 $\delta^*$ ：境界層の排除厚、 $H = \delta^*/\theta$ 、 $u_0$ ：境界層外縁における流速、および  $C_f$ ：摩擦係数である。

いま境界層外縁における流速が、(1) 式中にあらわされているように  $x$  のみの関数である場合について一般的に考察するために、長さに対する基準長  $\bar{L}$  および流

$$\theta = \frac{n}{(1+n)(1+2n)}\delta, \delta^* = \frac{n}{1+n}\delta, H=1+2n \dots\dots\dots(5)$$

また抵抗法則に対しても同様に指数法則

$$C_f = 2\lambda(u_0\delta/\nu)^m, m = -2n/(1+n) \dots\dots\dots(6)$$

を用いることにする。ここに、 $n$  および  $\lambda$  はともに実験定数であつて、たとえば Blasius の法則の場合には  $n=1/7$  およば  $m=1/4$  である。

以上の仮定のもとに、さらに  $n$  および  $\lambda$  が  $x$  に無関係な定数である場合には、(3) 式は簡単に積分されて、つぎのようにあらわされる<sup>9)</sup>。

$$\xi^{(1+1/m)} \left( \frac{U\bar{L}}{\nu} \right)^{1/m} = \lambda \left( 1 + \frac{1}{m} \right) r^{-(2+H)(1+1/m)} \int \left\{ v^{(2+H)+\{(1+H)/2m\}} d\xi + C \right\}, \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 $C$  は適当な境界条件によつて定められる積分定数である。

一方、**Fig. 1** に示したような二次元噴流においては、周知のように複素ポテンシャルを導入して、 $u_c = (\bar{u} - i\bar{w})/V$  および  $z_c = x + iz$  であらわされる関係を用いれば、流速は一般につぎのようにあたえられる<sup>9)</sup>。

$$z_c/b = (2/\pi) \{ \tanh^{-1} u_c + \tan^{-1} \bar{u}_c \} \dots\dots\dots(8)$$

ここに、 $\bar{w}$  は  $z$  方向の流速成分であり、また  $b$  は **Fig. 1** に示したように噴流の幅である。とくに  $z=0$  とした床面上における流速は次式であたえられる。

$$\xi = (2/\pi) \{ \tanh^{-1}(\bar{u}_0/V) + \tan^{-1}(\bar{u}_0/V) \}, \dots\dots\dots(9)$$

ここに、 $\xi = x/b$  であり、また  $\bar{u}_0$  は床面上の流速をあらわす。**Fig. 2** は(9)式の関係を図示した結果である。

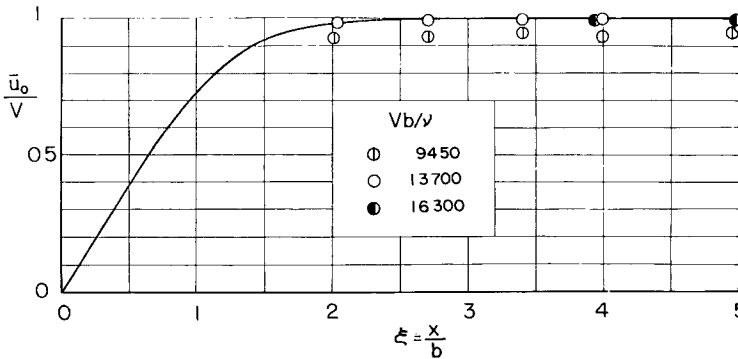


Fig. 2 Relation between  $\bar{u}_0/V$  and  $x/b$  in case of plane jet

以上のような流速分布をもつ流水の中における境界層の発達を論ずるには、近似的に(1)式あるいは(7)式における境界層外縁における流速として  $u_0 = \bar{u}_0$  を採用することにすれば、適当な流速分布と流水の抵抗法則とを用いることによつて、簡単に境界層の発達を考察することができる。

ii) 層流境界層: 層流境界層の発達を考察するに

あたり、まず流速分布として

$$\bar{u}/u_0 = 2(z/\delta) - (z/\delta)^2 \dots\dots\dots(10)$$

を用い、(6)式であらわされる抵抗法則として層流の抵抗法則を適用すれば、(7)式はつぎのようにあらわされる。

$$\xi^2 \left( \frac{Vb}{\nu} \right) = \frac{8}{15} r^{-9} \left\{ \int_0^\xi v^8 d\xi + C \right\} \dots\dots\dots(11)$$

上式中の積分定数  $C$  は(8)式の  $\xi=0$  付近における特性を考慮すれば、簡単に決定することができて、 $\xi=0$  においてはいわゆるよどみ点における境界層の関係により、

$$\xi^2(Vb/\nu) = 32/135\pi$$

となり、結局この場合の境界層の発達には次式によつてあらわされることになる。

$$\xi^2(Vb/\nu) = (32/15\pi) r^{-9} \left\{ \frac{1}{2} (\tanh^{-1} \xi + \tan^{-1} \xi) - \frac{1}{5} \xi^5 - \xi \right\} \dots\dots\dots(12)$$

また床面に沿う摩擦速度  $u^*$  は (12) 式と抵抗法則との関係により、つぎのようにあらわされる。

$$\left(\frac{u^*}{V}\right)^4 \left(\frac{Vb}{\nu}\right) = \frac{15\pi}{8} \nu^{1/7} \frac{1}{2} \left\{ \tanh^{-1} \xi + \tan^{-1} \xi \right\} - \frac{1}{5} \xi^5 - \xi \dots\dots\dots(13)$$

Fig. 3 は (12) および (13) 式に基づく層流境界層の発達および摩擦速度の分布を計算した結果である

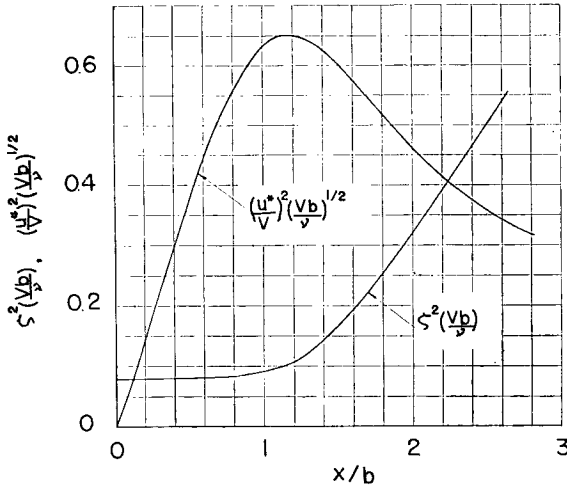


Fig. 3 Laminar boundary layer growth and distribution of shear velocity along smooth boundary in case of plane jet

一般的には噴流の中心近傍においては前述したように流速が極めて小さく、したがってその付近における境界層は層流である場合が少なくないであろう。とくに噴流の中心 ( $x=0$ ) においては  $\bar{u}=0$  であることから、数学的には (12) 式であらわされるような層流境界層がわずかでも存在することになるはずである。そしてそのような層流境界層が発達して乱流境界層へと遷移していくわけであるから、いまそうした境界層の遷移 Reynolds 数  $Re_c$  が明確に定まっているものとして、(12) 式の関係を用いて積分定数  $C$  を決定すれば、つぎようになる。

$$C = \frac{1}{0.0225} \left(\frac{4}{5}\right) \left(\frac{72}{7}\right)^{1/4} \left(\frac{8}{15}\right)^{5/4} \left(\frac{Vb}{\nu}\right)^{-1} (C_{f,c})^{-5/4} (\nu_c)^{50/7} - \int_0^{\xi_c} \nu^{27/7} d\xi, \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 $C_{f,c}$ ：層流境界層より乱流境界層への遷移点  $\xi=\xi_c$  における遷移 Reynolds 数  $Re_c=(u_0 \delta/\nu)_c$  に対応した摩擦係数、 $\nu_c$ ： $\xi=\xi_c$  における  $\nu$  の値、である。しかしながら、一般に境界層内の流れにおける遷移 Reynolds 数については、たとえば平板における境界層の問題においても実用的には十分明確にされているとはいえないようであるから、この研究においてとりあげている場合に対して  $Re_c$  の値を明確に与えることは困難といわねばならないであろう。

一方水工学上の実際問題においては、噴流の Reynolds 数  $Vb/\nu$  の値は十分大きく、したがって  $\xi=0$  における層流境界層の厚さは極めて小さいものと考えられる。このことからいま近似的に  $\xi=0$  において  $\zeta=0$  とし、さらに  $\xi=0$  の近傍から直ちに乱流境界層が発達するものと仮定すれば、(14) 式における積分定数は  $C=0$  となり、したがってこの場合の境界層の発達には次式によってあらわされる。

$$\zeta^{5/4} \left(\frac{Vb}{\nu}\right)^{1/4} = 0.0225 \left(\frac{7}{72}\right)^{1/4} \left(\frac{5}{4}\right) \nu^{-115/28} \int_0^{\xi} \nu^{27/7} d\xi \dots\dots\dots(16)$$

また床面に沿う摩擦速度は (13) 式に対応して、つぎのようにあらわされる。

$$\left(\frac{u^*}{V}\right)^2 \left(\frac{Vb}{\nu}\right)^{1/5} = (0.0225)^{4/5} \left(\frac{72}{7}\right)^{1/5} \left(\frac{5}{4}\right)^{-1/5} \nu^{18/7} \left\{ \int_0^{\xi} \nu^{27/7} d\xi \right\}^{-1/5} \dots\dots\dots(17)$$

が、これらから明らかなように、境界層は噴流の中心付近では比較的緩やかに増大するが、中心から噴流の幅程度離れるとかなり急速に発達していくこと、および摩擦速度は  $x/b \approx 1.1$  付近において最大値をとることがわかるであろう。

iii) 乱流境界層：指数法則に基づく乱流境界層の発達について考察することになれば、前述したようにその一般的な関係は (7) 式によつてあたえられる。いま抵抗法則として Blasius の法則を用いれば、境界層の発達は次式によつてあたえられる。

$$\zeta^{5/4} \left(\frac{Vb}{\nu}\right)^{1/4} = 0.0225 \left(\frac{7}{72}\right)^{1/4} \left(\frac{5}{4}\right) \times \nu^{-115/28} \left\{ \int_0^{\xi} \nu^{27/7} d\xi + C \right\}, \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 $C$  は積分定数であるが、つぎにその決定について二、三考察してみよう。

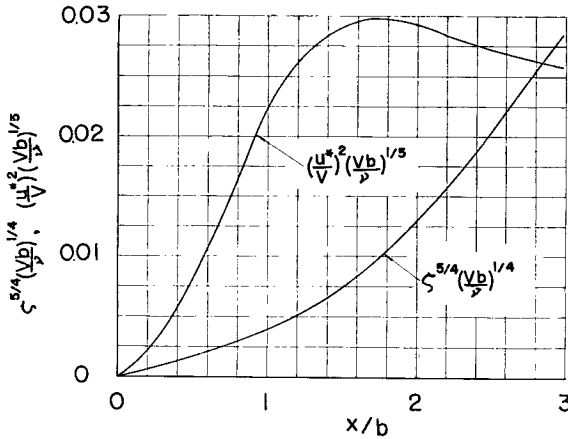


Fig. 4 Turbulent boundary layer growth and distribution of shear velocity along smooth boundary in case of plane jet

$$\frac{d\theta}{dx} + (2+H)\frac{\theta}{u_0} \frac{du_0}{dx} + \frac{\theta}{x} = \frac{C_f}{2}, \dots\dots\dots(18)$$

ここに、 $x$  は噴流の中心から半径方向にとつた距離であり、他の記号は前述した場合と同一である。

二次元噴流の場合と全く同様に(2)式の関係とを用い、さらに流速分布および抵抗法則としてそれぞれ(4)および(6)式を適用して(7)式に対応した関係を導けば、簡単につぎの式がえられる。

$$\zeta^{(1+1/m)} \left(\frac{VL}{\nu}\right)^{1/m} = \lambda \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left\{ \xi v^{(2+H)} \right\}^{-(1+1/m)} \left[ \int \xi^{(1+1/m)} v^{(2+H)+\{(1+H)/m\}} d\xi + C \right] \dots\dots\dots(19)$$

一方、円形噴流が床面に垂直に衝突した場合のポテンシャル流としたときの流速分布はたとえばSchach<sup>(1)</sup>によつて積分方程式を用いた理論的考察がなされており、実験結果との比較も二、三実施されているようである。Fig. 5 は円形噴流の場合の Fig. 2 に対応した結果を示したものであり、図中には若干の実験値を示してあるが、これについては後述するつもりである。

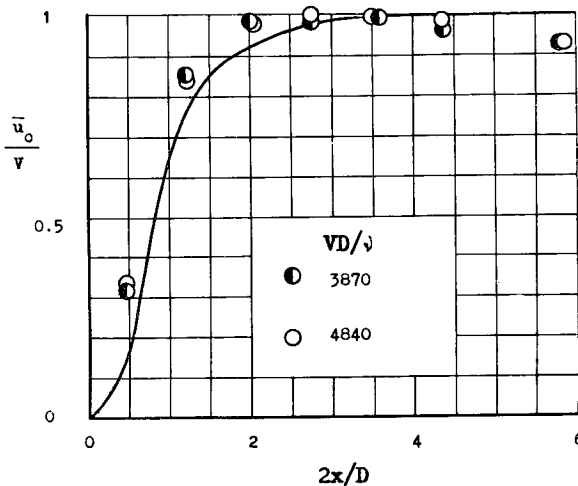


Fig. 5 Relation between  $\bar{u}_0/V$  and  $x/D$  in case of circular jet

Fig. 4 は Fig. 3 の場合と同様に(16)および(17)式に基づく乱流境界層の発達および床面に沿う摩擦速度の分布を計算した結果であるが、これから明らかなように、層流境界層の場合に較べてかなり急速に境界層が発達すること、および摩擦速度が最大になる位置が層流境界層のときより噴流中心から離れることがわかるであろう。

(2) 円形噴流による場合

i) 基礎的關係：この場合に対しても二次元噴流の場合と同様な取り扱い方をすることにすれば、流水は軸対称流であることからまず(1)式に対応した境界層の運動量方程式は次式であたえられる。

つぎに二次元噴流の場合と同様に層流境界層及び乱流境界層の発達に関して簡単に述べることにしよう。

ii) 層流境界層：(10)式を用いて二次元噴流の場合の(12)式に対応した関係を導けば、つぎのようになる。

$$\zeta^2 \left(\frac{VD}{\nu}\right) = \frac{8}{15} \xi^{-2} \nu^{-3} \int_0^\xi \xi^2 \nu^3 d\xi, \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 $\xi=x/D$  であり、また  $D$  は円形噴流の直径である。またこの場合の床面に沿う摩擦速度の分布は次式のようにあらわされる。

$$\left(\frac{u^*}{V}\right)^2 \left(\frac{VD}{\nu}\right)^{1/2} = \left(\frac{2}{15}\right)^{1/2} \xi^{1/2} \left\{ \int_0^\xi \xi^2 \nu^8 d\xi \right\}^{-1/2} \dots\dots\dots (21)$$

iii) 乱流境界層：二次元噴流の場合と同様に指数法則に基づく乱流境界層を考察することにすれば、(14)式に対応したつぎの関係式がえられる。

$$\xi^{5/4} \left(\frac{VD}{\nu}\right)^{1/4} = 0.0225 \left(\frac{7}{72}\right)^{1/4} \left(\frac{5}{4}\right) \xi^{-5/4} \nu^{-115/28} \left\{ \int_{\xi_c}^\xi \xi^{5/4} \nu^{27/7} d\xi + C \right\} \dots\dots\dots (22)$$

また上式中における積分定数 C を (15) 式と同様に決定すれば、境界層の発達をあらわす関係として次式がえられる。

$$\begin{aligned} \xi^{5/4} \left(\frac{VD}{\nu}\right)^{1/4} &= 0.0225 \left(\frac{7}{72}\right)^{1/4} \left(\frac{5}{4}\right) \xi^{-5/4} \nu^{-115/28} \int_{\xi_c}^\xi \xi^{5/4} \nu^{27/7} d\xi + \xi_c^{5/4} \left(\frac{VD}{\nu}\right)^{1/4} \\ &\times \left\{ 0.0225 \left(\frac{7}{72}\right)^{1/4} \left(\frac{5}{4}\right) \xi_c^{-5/4} \nu_c^{-115/28} \right\} \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

さらにまた、前述したように近似的に  $\xi=0$  における境界層の厚さを省略し、その近傍から直ちに乱流境界層が発達していくものとすれば、(22)式右辺カッコ内の積分定数が  $C=0$  となることはいうまでもなく、(16)式に対応した関係はつぎのようにあらわされる。

$$\xi^{5/4} \left(\frac{Vb}{\nu}\right)^{1/4} = 0.0225 \left(\frac{7}{72}\right)^{1/4} \left(\frac{5}{4}\right) \xi^{-5/4} \nu^{-115/28} \int_0^\xi \xi^{5/4} \nu^{27/7} d\xi \dots\dots\dots (24)$$

## 2.2 もぐり噴流の衝突による境界層の発達

もぐり噴流が床面に垂直に衝突する場合の流れの問題を厳密に取り扱うことは、極めて困難であることから、ここでは噴流の中心付近にのみ着目することにして、極めて近似的な考察を進めることにしたのである。

最近 Poreh<sup>15)</sup> は同様な問題に対してかなり詳細な実験を行ない、また二、三の理論的考察を進めたが、こうした流れの特性を理論的考察に基づいた次元解析的な手法で実験結果を整理していることから、たとえば床面に沿う境界層の発達などはほとんど取り扱っていないといつてよい。

いまもぐり噴流が床面に衝突するまでの流れを概念的に示せば、二次元噴流の場合と円形噴流の場合の両者に共通して、Fig. 6 のようにあらわされるであろう。図において領域 A はさきの論文<sup>6)</sup>において述べた

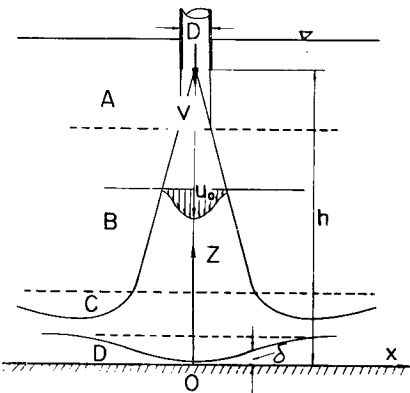


Fig. 6 Submerged jet impinging normally on smooth boundary

ように自由噴流の理論においていわれている zone of flow establishment であり、また B は zone of established flow に相当している。つぎに領域 C および D は床面があるために、とくに流れの特性が変化しと考えられるところであり、そのうち領域 D はこの論文で取り扱う境界層の発達を意味する領域、また領域 C は自由噴流に関する理論結果たとえばさきの論文で述べた Görtler<sup>10)</sup>の理論が適用できない領域として定義されるものであつて、極めて近似的にはポテンシャル流であると考えられるであろう。つぎに説明する考察においては、取り扱いを簡単にするために、この領域は  $z=a$  によつて限られるものとしよう。以上のような取り扱いによる二次元噴流および円形噴流が床面に衝突する場合の境界層を中心とした流れの解析について述べよう。

### (1) 二次元噴流による場合

i) 境界層外縁における流速分布：いま噴流中心付近の領域 C における流れをポテンシャル流と仮定し、境界層の発達を考察する場合に必要な境界層外縁の流速分布について考察する。そうすれば、この場合の流れは速度

ポテンシャルを  $\phi$  として、

$$\partial^2\phi/\partial x^2 + \partial^2\phi/\partial z^2 = 0 \quad \dots\dots\dots(25)$$

によつて規定されることになる。この場合には速度成分  $\bar{u}$  および  $\bar{w}$  はそれぞれ  $\bar{u} = \partial\phi/\partial x$  および  $\bar{w} = \partial\phi/\partial z$  によつてあたえられる。一方、境界条件としては、一般に  $a \gg \delta$  であることに着目して、 $z = 0$  において  $\partial\phi/\partial z = 0$  および  $z = a$  において  $\partial\phi/\partial z = f(x)$  であるとすれば、 $f(x)$  はたとえば Görtler の理論<sup>10)</sup>を適用することによつて、つぎのようにあらわされる。

$$f(x) = -v_{max} \cdot \frac{\sigma_0}{h} \operatorname{sech}^2 \frac{\sigma_0}{h} x, \quad \dots\dots\dots(26)$$

ここに、 $v_{max}$  は噴流の最大中心流速であり、また  $\sigma_0$  は一つの混合距離係数に相当する。また上式中  $h$  は **Fig. 6** に基づけば、 $(h-a)$  とかくべきであるが、この場合も  $h \gg a$  であることから近似的に  $h$  のみであらわしておいた。

以上の境界条件のもとでの (25) 式の解は次式によつてあらわされる。

$$\phi = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{\kappa z} + e^{-\kappa z}}{\kappa(e^{\kappa a} - e^{-\kappa a})} d\kappa \int_{-\infty}^\infty f(\xi) \cos \kappa(x-\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots(27)$$

したがつて、いま境界層の外縁における流速として近似的に  $\bar{u}_0 = (\bar{u})_{z=0}$  を用いることにすれば、 $f(x)$  として (26) 式を用いて (27) 式からつぎの関係がえられる。

$$\frac{\bar{u}_0}{v_{max}} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\kappa}{e^{\kappa a} - e^{-\kappa a}} \int_{-\infty}^\infty \operatorname{sech}^2 \frac{\sigma_0}{h} \xi \sin \kappa(x-\xi) \alpha \xi \quad \dots\dots\dots(28)$$

さらに、(28) 式は積分が遂行できないことから

$$-f(x) = v_{max} \operatorname{sech}^2 \frac{\sigma_0}{h} x \approx \frac{v_{max}}{1 + \left(\frac{\sigma_0}{h}\right)^2 x^2} \quad \dots\dots\dots(29)$$

として、(28) 式を変形すれば、結局つぎの関係がえられる。

$$\frac{\bar{u}_0}{v_{max}} = \frac{2}{\sigma_0} \xi \sum_{m=0}^\infty \frac{1}{\left\{ (2m+1) \zeta_a + \frac{1}{\sigma_0} \right\}^2 + \xi^2}, \quad \dots\dots\dots(30)$$

ここに、 $\zeta_a = a/h$  および  $\xi = x/h$  である。

(30) 式中の実験定数  $\sigma_0$  および  $\zeta_a$  はそれぞれ噴流の拡散に関する実験および床面付近における  $z$  方向の流速分布を測定することによつて定められるべきであろう。しかしながら、この結果を用いて後述する実験結果を十分説明することはできないが、この関係のあらわしている定性的な結果は極めて重要なものといえる。すなわち  $\bar{u}_0/v_{max}$  は上述の二つの実験定数とともに  $\xi$  のみの関数によつてあらわされることになり、またこの関係においては  $\xi=0$  のとき  $\bar{u}_0/v_{max}=0$  であり、この近傍においては  $\bar{u}_0/v_{max}$  は  $\xi$  とともに直線的に増加し、さらに  $\xi \rightarrow \infty$  においては  $\bar{u}_0/v_{max} \rightarrow 0$  となることなどが明確にされる。これらの事実は実験結果との比較において明らかにされるが、つぎに述べる境界層の発達に関する考察においては (30) 式のままでは計算が複雑であることおよび  $\xi=0$  付近を対象とすれば実験上においては十分であることなどから、(30) 式の関係より

$$\bar{u}_0/v_{max} = \alpha \xi / (\beta + \xi^2) \quad \dots\dots\dots(31)$$

を仮定して、(31) 式中の定数  $\alpha$  および  $\beta$  を実験的に定めることにする。

ii) 層流境界層: 前述した空気との境界面をもつ自由噴流の衝突の場合と同様に、境界層の外縁における流速が近似的に (31) 式であたえられ、さらに噴流の中心付近であることから水平方向にあまり拡散していないであろうことを仮定して、この付近の流れにおける境界層の運動量方程式が (1) 式であたえられるものとしよう。

このような取扱いのもとには、(31) 式であらわされる関係が  $\xi$  のみの関数であることから、(7) 式がそのまま適用されることになり、その結果はつぎのようになる。

$$\left(\frac{\delta}{h}\right)\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{30}{\alpha}}\left(\xi + \frac{\beta}{\xi}\right)^{9/2}\{L(\xi) + C\}, \dots\dots\dots(32)$$

ここに、

$$2L(\xi) = 2 \int \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^8 d\xi = \frac{-\xi}{(\beta + \xi^2)^4} \left\{ \frac{1}{64} + \frac{\xi^2}{24(\beta + \xi^2)} + \frac{\xi^4}{12(\beta + \xi^2)^2} + \frac{\xi^6}{7(\beta + \xi^2)^3} \right\} \\ + \frac{\xi}{128\beta(\beta + \xi)^2} \left\{ \frac{5}{8\beta^2} + \frac{5}{12\beta(\beta + \xi^2)} + \frac{1}{3(\beta + \xi^2)^2} \right\} + \frac{5}{1024\beta^3\sqrt{\beta}} \tan^{-1} \frac{\xi}{\sqrt{\beta}}. \dots\dots\dots(33)$$

(32) 式中における積分定数  $C$  は (12) 式の場合と全く同様に決定できて、結局層流境界層の発達は次式によつてあらわされる。

$$\left(\frac{\delta}{h}\right)\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{30}{\alpha}}\left(\xi + \frac{\beta}{\xi}\right)^{9/2}\{L(\xi)\} \dots\dots\dots(34)$$

また床面に沿う摩擦速度はつぎのようにあらわされる。

$$\left(\frac{u^*}{v_{max}}\right)^4 \left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right) = 4\alpha^2 \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^2 \{L_1(\xi)\}^{-2}, \dots\dots\dots(35)$$

ここに、

$$L_1(\xi) = \sqrt{\frac{30}{\alpha}}\left(\xi + \frac{\beta}{\xi}\right)^{9/2}\{L(\xi)\} \dots\dots\dots(36)$$

である。

iii) 乱流境界層：層流境界層の場合と同様な取扱いのもとに、抵抗法則として指数法則を用いた場合の乱流境界層の発達を考察することにすれば、つぎの関係がえられる。

$$\left(\frac{\delta}{h}\right)\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{2n/(1+3n)} = \left\{ \frac{(1+2n)(1+3n)}{n} \right\}^{(1+n)/(1+3n)} (\alpha)^{2n/(1+3n)} \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{-(3+2n)} \\ \times \left[ T(\xi)^{(1+n)/(1+3n)} + C \right], \dots\dots\dots(37)$$

ここに、

$$T(\xi) = \int \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{3(1+2n)} d\xi \dots\dots\dots(38)$$

であり、また  $C$  は積分定数である。

この積分定数  $C$  を決定するにあつては  $\delta=0$  の近傍の流水の特性に立脚した空気との境界面をもつ自由噴流の場合と全く同様な考慮が必要となるのであつて、適確に決定することはむしろ困難といわねばならないであろう。しかしながら、空気との境界面をもつ自由噴流の場合と相違してもぐり噴流の場合には噴流の最大中心流速は距離とともに急速に減少することから、実際問題においても  $\xi=0$  の近傍に存在する層流境界層を無視することはできないであろう。このことから、いま極めて近似的に  $\xi=0$  においてのみ層流境界層が存在し、その関係は (34) 式において  $\xi=0$  としてえられる値をもつものとし、さらに  $\xi=0$  の近傍から直ちに乱流境界層が発達するものとして、(37) 式をつぎのようにあらわすことにした。

$$\left(\frac{\delta}{h}\right)\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{2n/(1+3n)} = \left\{ \frac{(1+2n)(1+3n)\lambda}{n} \right\}^{(1+n)/(1+3n)} (\alpha)^{-2n/(1+3n)} \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{-(3+2n)} \\ \times T(\xi)^{-(1+n)/(1+3n)} + \left(\frac{10\beta}{3\alpha}\right)^{1/2} \left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{(n-1)/2(1+3n)} \dots\dots\dots(39)$$

また床面に沿う摩擦速度の分布はつぎの関係によつてあらわされる。

$$\left(\frac{u^*}{v_{max}}\right)^2 \left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{2n/(1+3n)} = \lambda \left(\frac{\alpha\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{2/(1+n)} \left[ \left\{ \frac{(1+2n)(1+3n)\lambda}{n} \right\}^{(1+n)/(1+3n)} \right. \\ \left. \times (\alpha)^{-2n/(1+3n)} \left\{ T(\xi) \right\}^{(1+n)/(1+3n)} + \left(\frac{10\beta}{3\alpha}\right)^{1/2} \left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{(n-1)/2(1+3n)} \right]^{-2n/(1+n)} \dots\dots\dots(40)$$



なお、(39) および (40) 式において抵抗法則として Blasius の法則を用いた場合には、それぞれつぎの関係がえられる。まず乱流境界層の発達は

$$\left(\frac{\delta}{h}\right)\left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/5} = \left(\frac{90}{7}\right)^{4/5} (\lambda)^{4/5} (\alpha)^{-1/5} \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{-23/7} \{T(\xi)\}^{4/5} + \left(\frac{10\beta}{3\alpha}\right)^{1/2} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{3/10} \dots\dots\dots(41)$$

であり、また摩擦速度の分布は

$$\left(\frac{u^*}{v_{max}}\right)^2 \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/5} = \lambda \left(\frac{\alpha \xi}{\beta + \xi^2}\right)^{7/4} \left\{ \left(\frac{90}{7}\right)^{4/5} (\lambda)^{4/5} (\alpha)^{-1/5} \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{-23/7} \{T(\xi)\}^{4/5} + \left(\frac{10\beta}{3\alpha}\right)^{1/2} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{-3/10} \right\}^{-1/4} \dots\dots\dots(42)$$

であらわされる。ここに、

$$T(\xi) = \int \{ \xi / (\beta + \xi^2) \}^{27/7} d\xi \dots\dots\dots(43)$$

であり、また  $\lambda = 0.0225$  である。

以上の諸式に基づく境界層の発達および床面に沿う摩擦速度の分布などについては、実験結果に対する考察のときに説明するつもりである。

(2) 円形噴流による場合

i) 円形噴流の拡散特性：円形の自由噴流の拡散に関する理論的研究は前論文<sup>5)</sup>で述べた二次元噴流の場合と同様に、Tollmien 以来多くの人びとによつてなされたが、ここでは Schlichting の理論と若干の実験的事実とについて簡単に述べておく。まず基礎方程式は、

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + w \frac{\partial \bar{u}}{\partial z'} &= \epsilon_0 \frac{1}{z'} \frac{\partial}{\partial z'} \left( z' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z'} \right), \\ \bar{u} / \partial x + \partial w / \partial z' + w / z' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(44)$$

によつてあたえられるから、渦動粘性係数  $\epsilon_0$  に対して Prandtl の仮定を導入して上式を解いた Schlichting の解は、つぎのようである。

$$\left. \begin{aligned} \bar{w} / v_{max} &= 1 / \{ 1 + (\sigma_0' x / z')^2 \}^2, \\ \bar{u} / v_{max} &= \{ 1 - (\sigma_0' x / z')^2 \} / 2 \{ 1 + (\sigma_0' x / z')^2 \}^2, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(45)$$

ここに、 $z'$ : 噴流出口からの距離、 $w$ :  $z'$  方向の流速成分、 $v_{max}$ : 噴流の中心最大流速、および  $\sigma_0'$ : さきの論文<sup>5)</sup>で述べたと同様な混合距離の係数  $c'$  によつて  $\sigma_0' = \sqrt{3/16} \{ \pi(\sqrt{2}-1) \}^{1/2} c'$  であらわされる定数である。

いうまでもなく上述の理論的考察は水平噴流に関するさきの論文で述べた zone of established flow の領域に対するものであるが、これに対して zone of flow establishment の領域における噴流の拡散特性については、Kuetho<sup>20)</sup>の研究を除いてあまり明確な理論的考察は進められていないようである。しかしながら、ここで取り扱う考察や次章において述べる洗掘限界に関する考察においては、主として前者の領域を対象とすることから、噴流の拡散特性に関する詳細な従来の研究は述べてない。ただもぐり円形噴流の中心最大流速が次式によつてあらわされることを述べておこう。

$\zeta' \leq 2\alpha_1$  (zone of flow establishment) に対して、

$$v_{max} = V \dots\dots\dots(46)$$

$\zeta' \geq 2\alpha_1$  (zone of established flow) に対して、

$$v_{max} = \alpha_1 V / \zeta', \dots\dots\dots(47)$$

ここに、 $\zeta' = z' / D$ 、および  $\alpha_1$ : 実験定数であつて、たとえば Albertson ら<sup>14)</sup>によれば 6.2 また本間ら<sup>13)</sup>によれば 6.3 である。

以上のような拡散特性をもつ鉛直噴流の場合に対して、前述した場合と同様な考察を行なつて、床面上の流速分布をあらわす関係を求めると、(28) 式に対応した結果を得ることができる。その結果によると、もぐり円形噴流の場合においても、床面上の流速  $\bar{u}_0$  の分布は二、三の実験定数を含んで (30) 式と同様な関

数関係によつてあらわされるようであるから、境界層の発達に関する考察においては、実験定数  $\alpha$  および  $\beta$  を実験結果に基づいて適当に定めて (31) 式を適用することにしよう。

ii) 層流境界層：空気との境界面をもつ自由噴流が床面に衝突する場合と同様に取り扱うものとし、とくに噴流の中心付近のみに主眼をおくことにして、この付近ではあまり水平方向に拡散していないものと考えて二次元噴流の場合と同様に計算を進めることにしよう。そうすれば、境界層外縁における流速分布として (31) 式を用いれば、この場合の層流境界層の発達は次式によつてあらわされる。

$$\left(\frac{\delta}{h}\right)\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{30}{\alpha}}\left(\frac{1}{\xi}\right)\left(\xi + \frac{\beta}{\xi}\right)^{9/2}\left\{L'(\xi)\right\}^{1/2} \dots\dots\dots(48)$$

また床面に沿う摩擦速度は次式によつてあたえられる。

$$(u^*/v_{max})^4(v_{max}h/\nu) = \left\{2\alpha\xi/(\beta + \xi^2)\right\}^2\left(\frac{\alpha}{30}\right)^{\xi^2}\left(\xi + \frac{\beta}{\xi}\right)^{-9}\left\{L'(\xi)\right\}^{-1}, \dots\dots\dots(49)$$

ここに、

$$L'(\xi) = \int \left\{\xi^{10}/(\beta + \xi^2)^9\right\} d\xi \dots\dots\dots(50)$$

である。

iii) 乱流境界層：前述した二次元噴流の場合と同様に取り扱えば (19) 式を用いることによつて、指数法則に基づく乱流境界層の発達は次式によつてあらわされる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta}{h}\right)\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{2n/(1+37n)} &= \left\{\frac{(1+2n)(1+3n)\lambda}{n}\right\}^{(1+n)/(1+37n)}(\alpha)^{-2n/(1+37n)}\left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{-(3+2n)} \\ &\times \xi^{-1}\left\{T'(\xi)\right\}^{(1+7n)/(1+37n)} + \left(\frac{30\beta}{11\alpha}\right)^{1/2}\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{(n-1)/2(1+37n)}, \dots\dots\dots(51) \end{aligned}$$

ここに、

$$T'(\xi) = \int \left\{\xi/(\beta + \xi^2)\right\}^{3(1+2n)}\xi^{(1+37n)/(1+7n)}d\xi \dots\dots\dots(52)$$

である。また抵抗法則として Blasius の法則を用いることにすれば、(51) 式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta}{h}\right)\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{1/5} &= \left(\frac{90}{7}\right)^{4/5}(\lambda)^{4/5}(\alpha)^{-1/5}\left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{-23/7}\xi^{-1}\left\{T_1'(\xi)\right\}^{4/5} \\ &+ \left(\frac{30\beta}{11\alpha}\right)^{1/2}\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{-3/10}, \dots\dots\dots(53) \end{aligned}$$

ここに、

$$T_1'(\xi) = \int \left\{\xi^{143/28}/(\beta + \xi^2)^{27/7}\right\} d\xi \dots\dots\dots(54)$$

である。

またこの場合の摩擦速度の分布は次式によつてあらわされる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{u^*}{v_{max}}\right)^2\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{1/5} &= \lambda\left(\frac{\alpha\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{7/8}\left[\left(\frac{90}{7}\right)^{4/5}(\lambda)^{4/5}(\alpha)^{-1/5}\left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^{-23/7}\left\{T_1'(\xi)\right\}^{4/5}\right. \\ &\left.+ \left(\frac{30\beta}{11\alpha}\right)^{1/2}\left(\frac{v_{max}h}{\nu}\right)^{-3/10}\right]^{-1/4} \dots\dots\dots(55) \end{aligned}$$

以上の諸式に基づく境界層の発達および摩擦速度の分布についての計算例は二次元噴流の場合と同様に、実験結果との比較のところで説明するつもりである。

## 2.3 噴流の衝突による境界層の発達に関する実験

空気との境界をもつ自由噴流およびもぐり噴流が滑面あるいは粗面の床面に衝突する場合の境界層の発達を中心とした流れに関する若干の実験を行なつた結果について簡単に述べる。

### (1) 空気との境界をもつ自由噴流の衝突にともなう境界層の発達

i) 実験装置および実験方法：二次元および円形噴流をうるために、数種の大きさをもつノズルをつくり、その噴流を滑面の床面に衝突させた場合の流速分布を外径 0.18 cm のピート管を用いて詳細に測定した。

ii) 実験結果とその考察：さきに示した Fig. 2 は  $\bar{u}_0$  の実験値と (9) 式で示される関係とを比較したも

のであるが、実験装置の関係上  $x/b < 1$  における実験値をうることができなかつたので、理論曲線との全面的な比較はできない。また Fig. 7 はこの場合の境界層の発達を(16)式の関係と同様に図示した結果である

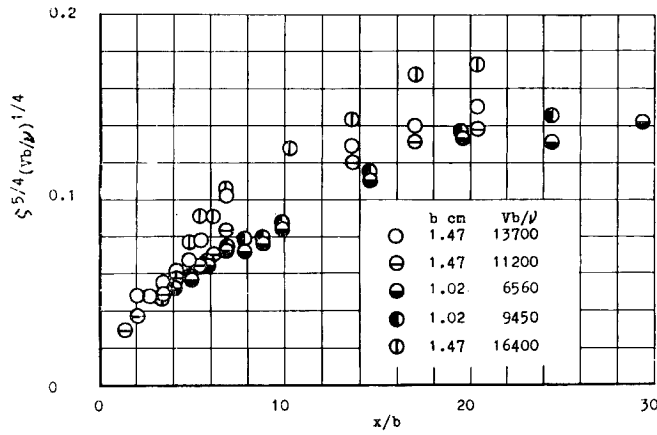


Fig. 7 Experimental results on boundary layer growth in plane jet impinging normally on smooth boundary

比較したものである。全体的には実験値と理論曲線とはほぼ一致しているようであるが、 $2x/D$  の値が小さい範囲においては一致していない。さらに Fig. 8 に示した実験結果に基づけば、二次元噴流の場合と同様に

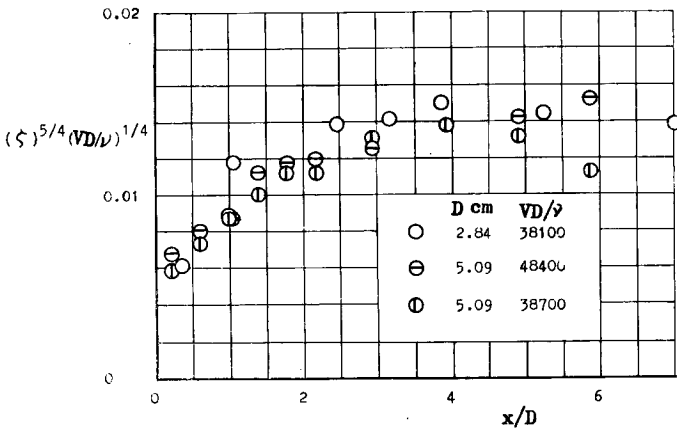


Fig. 8 Experimental results on boundary layer growth in circular jet impinging normally on smooth boundary

べきことをつけ加えておきたいと思う。

(2) もぐり噴流の衝突にともなう境界層の発達

i) 実験装置および実験方法: もぐり二次元噴流およびもぐり円形噴流が滑面または粗面の床面に垂直に衝突する場合の床面付近の流れの特性を実験的に究明するために、二次元噴流の場合は  $b=0.195 \text{ cm}$  および  $0.360 \text{ cm}$  の2種類また円形噴流の場合には  $D=0.70 \text{ cm}$ ,  $1.09 \text{ cm}$ ,  $1.39 \text{ cm}$  および  $1.90 \text{ cm}$  の4種類の噴流を用いて、自由噴流の場合と同様な方法によつて、流量および噴流の出口から床面までの距離を適当に変えて実験を行なつた。また粗面をつくるためには、 $0.015$  と  $0.030 \text{ cm}$  および  $0.168$  と  $0.238 \text{ cm}$  のフルイでふるつた粒径  $0.0225 \text{ cm}$  および  $0.203 \text{ cm}$  の一様な砂粒を鋼板に十分均一にニスづけした。

ii) 実験結果とその考察: まず Fig. 9 に二次元噴流の場合における噴流の最大中心流速のてい減を示

が、これよりつぎのことがわかる。すなわち、 $x/b$  の値からわかるように、前述した(16)式であらわされる理論結果と比較することは望めないが、Fig. 2の結果を参照して  $x/b$  が2程度より大きいところにおいては、自由水面の効果が大きく、したがつてこの領域に対しては開水路における境界層の解析に基づく必要があることを示している。

つぎに Fig. 5 に示した結果は円形噴流の場合における境界層の外縁における流速に関する実験結果と Schach<sup>11)</sup>の理論曲線とを比較したものである。全体的には実験値と理論曲線とはほぼ一致しているようであるが、 $2x/D$  の値が小さい範囲においては一致していない。さらに Fig. 8 に示した実験結果に基づけば、二次元噴流の場合と同様に  $2x/D$  が4程度より大きくなると自由水面の影響がかなり入ってくるものと考えられる。

以上二次元噴流が滑面の床面に垂直に衝突した場合の境界層の発達について、若干の実験結果に基づいて考察したが、実験設備の関係上理論的考察の結果との全面的な比較はできなかつた。自由水面の存在を考慮しない理論的考察の対象とした領域は  $x/b < 2$  程度の範囲であることから、その付近における境界層の発達を適確に議論できるような方法によつて実験を行なう

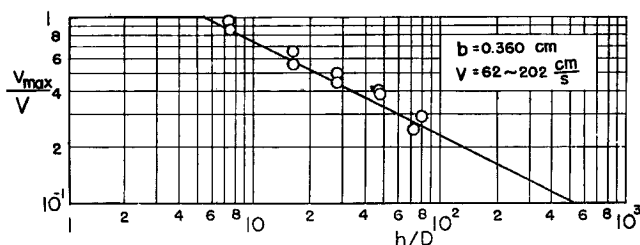


Fig. 9 Decrease in center maximum velocity of plane jet impinging normally on smooth boundary

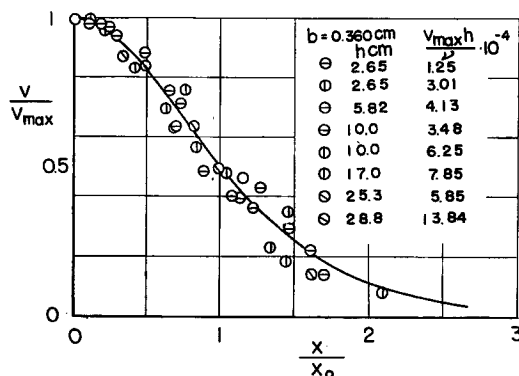


Fig. 10 Some experimental results of dynamic pressure on smooth boundary due to impinging of submerged plane jet

結果であるが、かなり一致することがわかる。

Fig. 11 は円形噴流の場合における同様な実験結果を示したものであつて、図中には (47) 式であらわされる関係を示したが、これから両者はかなりよく一致することがわかる。また図中には著者の実験値の他に Poreh のものを示した。この結果において  $z'/D < 6$  付近の実験値が  $v_{max}/V > 1$  になっているが、これは Poreh も述べているように、噴流出口の流速分布が一樣でなく、噴流の中心流速がかなり大きくなつて来たことによるのである。しかしながら、このような表示の代りに噴流出口の中心最大流速を  $V$  として用いても、(47) 式とは若干相違して、実験値は一般に大きくあらわれることになる。

Fig. 12 は二次元噴流が床面に衝突する場合の床面付近の  $x$  方向の流速分布を測定した結果であり、また Fig. 13 は円形噴流の場合における同様な実験結果である。これらの結果から明らかなことは、床面が存在するために噴流の特性が乱される範囲が極めて明確に区別されることである。この事実は前述したこの付近の流れの理論的考察における取扱いに対しては、少なくとも定性的に一致するものであつて極めて興味深いことといえよう。そしてその限界の値が二次元噴流の場合と円形噴流の場合のそれぞれに対して  $\zeta_a (= a/h) \approx 0.2$  および  $0.06$  程度である。図中には実線で床面のない場合の理論曲線を示したが、実験結果は理論曲線とかなり似た傾向をあらわしている。しかし  $0 < \zeta < \zeta_a$  の範囲における流速分布は前述した理論的考察において適当に実験定数を定めても説明することはむずかしい。

したものであつてすでに本間<sup>(13)</sup>らが指摘しているように、床面をおいた場合でもさきの論文で述べた関係が成立することがわかる。図中の直線は Albertson ら<sup>(14)</sup>の実験定数を用いた関係である。また Fig. 10 はこの場合における床面上の圧力を流速に換算して整理し、床面のない場合の Görtler の理論曲線と比較した

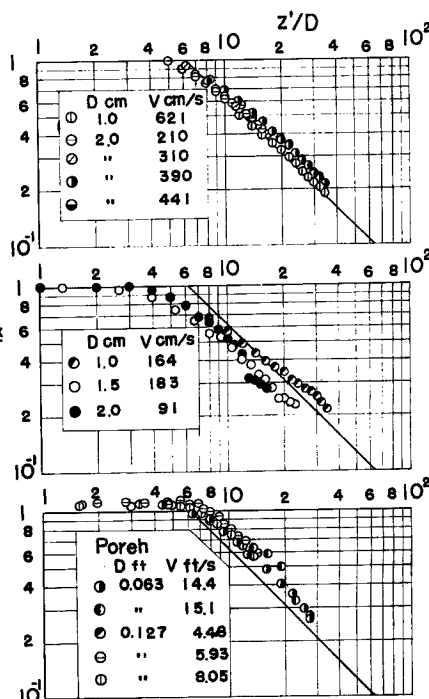


Fig. 11 Decrease in center maximum velocity of circular jet impinging normally on smooth boundary

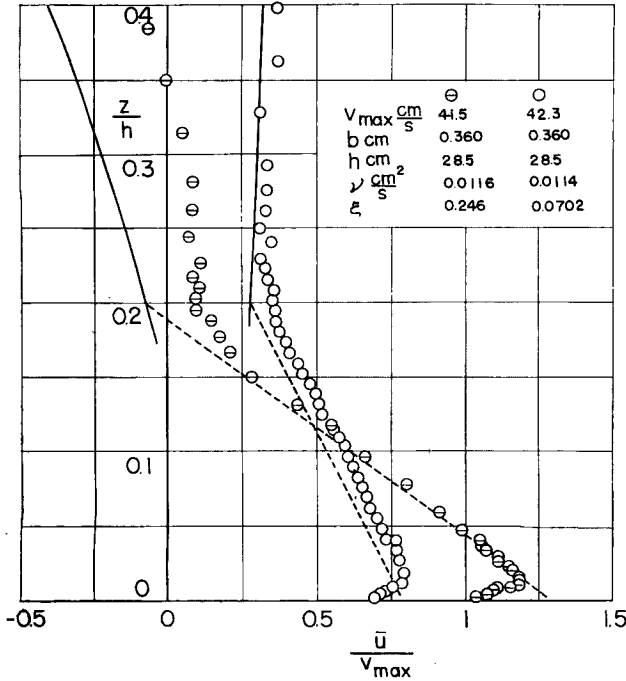


Fig. 12 Experimental results of velocity distribution near smooth boundary in case of plane jet

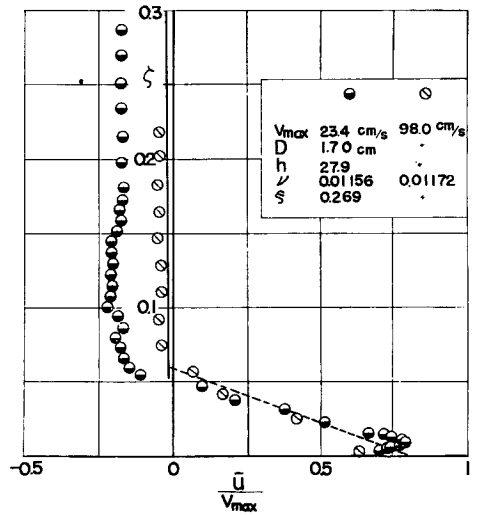


Fig. 13 Experimental results of velocity distribution near smooth boundary in case of circular jet

つぎに、Fig. 14は二次元噴流の場合における床面上の仮想流速  $\bar{u}_0$  をさきの論文<sup>9)</sup>と同様な方法で求めたものである。この結果は前述した(31)式であらわさ

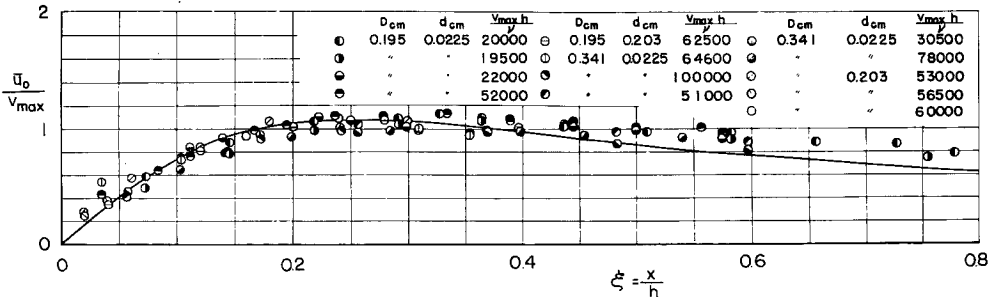


Fig. 14 Velocity distribution at outer edge of boundary layer in case of plane jet

れる関係に基づいて実験値を整理したものである。(30)式に含まれる実験定数を適当に定めても、実験結果を全面的に説明することはできないのと、前述した境界層の発達を論ずる場合の都合上、 $\xi$ の値の小さい範囲を対象として求めた(31)式の関係によつて実験結果をあらわすことにしよう。そうすれば、図中の曲線は次式によつてあらわされる。

$$\bar{u}_0/v_{max} = 0.540\xi / (0.0628 + \xi^2) \dots\dots\dots(56)$$

すなわち、(31)式中の二つの実験定数はそれぞれ  $\alpha = 0.540$  および  $\beta = 0.0628$  である。

同様に Fig. 15は円形噴流の場合の実験結果であつて、図中の曲線は次式によつてあらわされる。

$$\bar{u}_0/v_{max} = 0.215\xi / (0.01099 + \xi^2) \dots\dots\dots(57)$$

すなわち、この場合は  $\alpha = 0.215$  および  $\beta = 0.01099$  である。なお図中には Porph<sup>15)</sup>の実験結果を同様な関係にかきかえて示しておいた。この結果によれば、全体的な傾向はほとんど一致しているけれども、 $\bar{u}_0/v_{max}$

の大きさにはかなりの相違があることがわかる。その理由は明確でないが、Fig. 10に示したように Poreh の結果には若干不備な点がみうけられる。

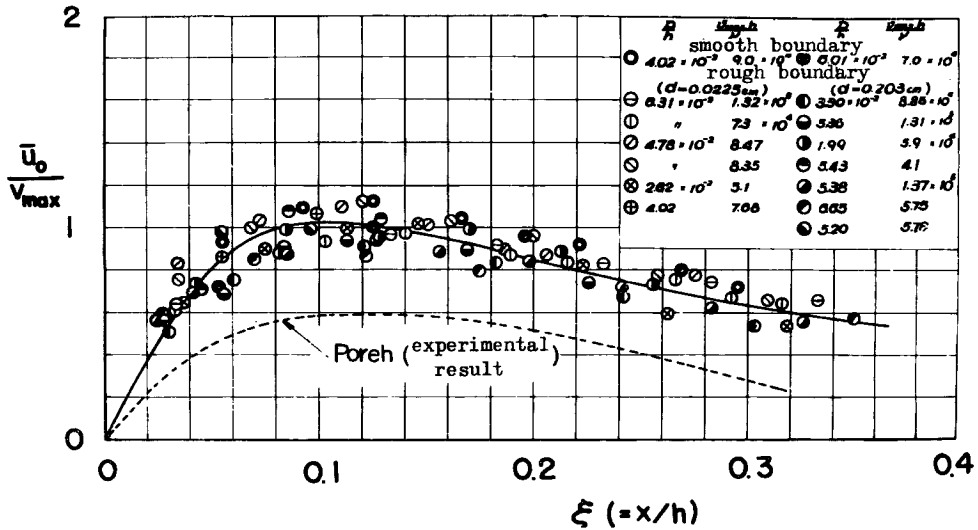


Fig. 15 Velocity distribution at outer edge of boundary layer in case of circular jet

しかしながら、Fig. 14 および 15 に示した結果から、床面上の流速分布は極めて近似的な模型に基づいて理論的に考察した結果と定性的に一致し、(31)式に含まれる水理量のみによつて関係づけられることがわかる。なお前述したように、噴流が床面に衝突して流れは水平方向に拡散していくわけであるから、 $\delta$  が大きい領域すなわち噴流の中心から離れるほど、流れの特性は複雑になり、その解析は極めてむずかしくなる。この事実は拡散現象を考慮しない境界層の発達に関する理論結果と実験値との比較においても明らかにされるのであつて、つぎにこの点についても述べるつもりである。

さきの論文と同様に<sup>6)</sup>、

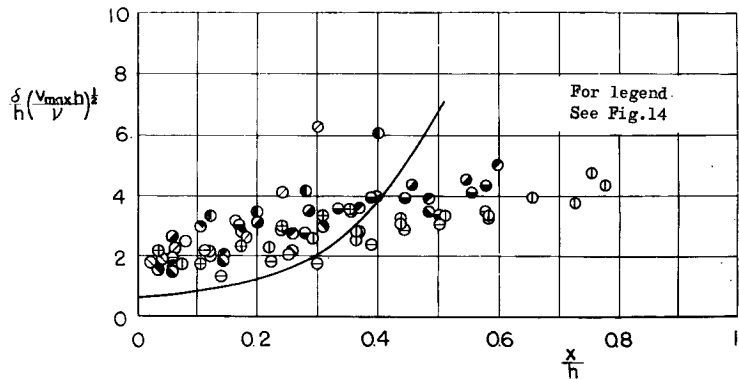


Fig. 16 Laminar boundary layer growth in case of plane jet

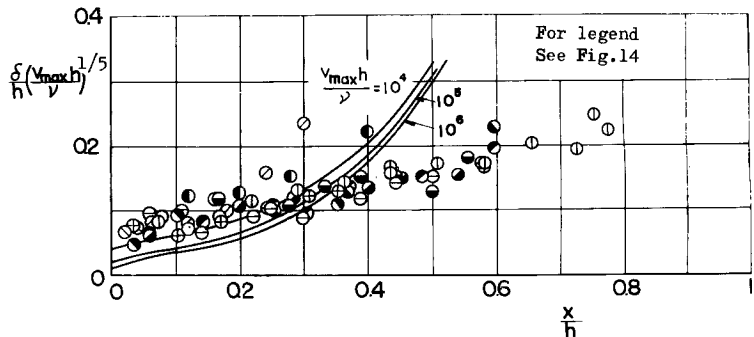


Fig. 17 Turbulent boundary layer growth in case of plane jet

床面上の鉛直方向の流速分布において、流速が最大であるところの $z$ の値を境界層の厚さと定義し、各実験結果をとりまとめ、理論曲線と比較した結果について説明しよう。**Fig. 16** および **17** はそれぞれ二次元噴流の場合における層流および乱流境界層の発達を示したものである。図中の実験値は粗面の場合の結果であり、曲線はそれぞれ (34) および (39) 式の関係を用いた結果である。いうまでもなく理論曲線は滑面の床面に対するものであり、この図に示した実験値とは本質的な比較はできない。こうした研究の目的が噴流による砂礫の移動限界を考察するためであり、したがってその目的のためには粗面の床面の場合を対象として解析を行なうべきであるが、その場合は一般に解析が極めて困難であることから、滑面の場合をまず取り扱ったのである。したがって、実験結果は直接理論曲線と比較できないわけであるが、これらの結果によれば、境界層の発達に及ぼす粒径の効果はかなり顕著であることがわかる。

同様に、**Fig. 18** および **19** はそれぞれ円形噴流の場合における層流および乱流境界層の発達を、(48)お

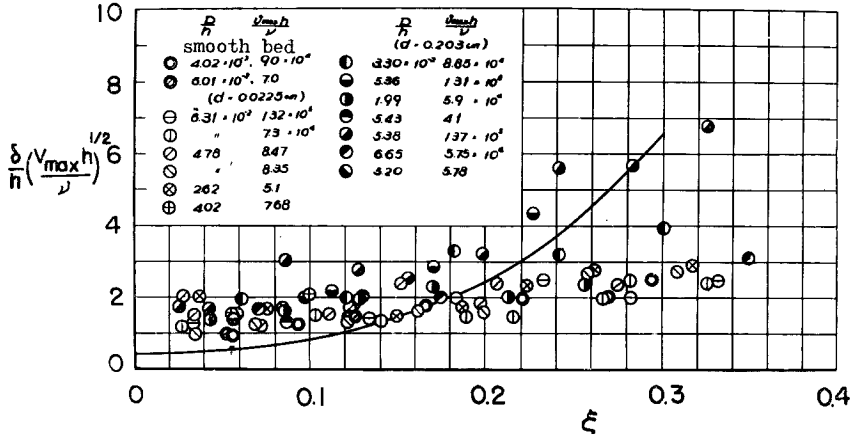


Fig. 18 Laminar boundary layer growth in case of circular jet

よび (53) 式に (57) 式を適用した理論曲線と比較して示した結果である。この場合も実験値の大部分は粗面の場合であるが、一例だけ滑面の実験値を示した。この結果によれば、層流境界層に対する理論曲線は実験値とかなり離れているが、乱流境界層の場合には  $\xi = 0.15$  付近までは実験値とよく一致していることがわか

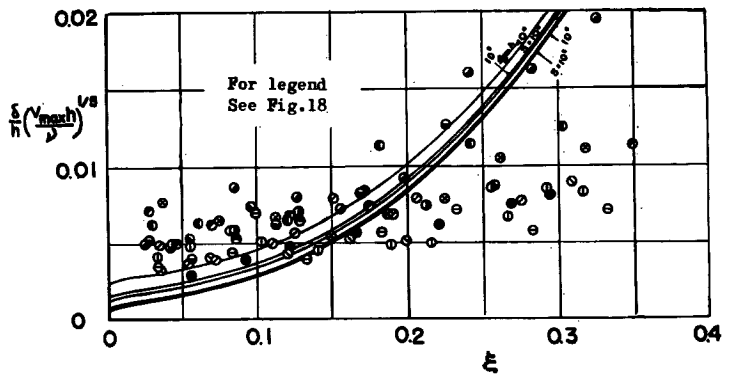


Fig. 19 Turbulent boundary layer growth in case of circular jet

る。そして二次元噴流の場合と同様に、粗面の場合には粒径によつて境界層の発達が非常に影響をうけることがわかる。二次元噴流および円形噴流のいずれの場合に対しても、 $\xi$  の値がある値以上になると、実験値は理論曲線とかなり違った傾向を示すが、これは噴流の中心から離れるにしたがつて、流れの拡散にともなう流速の減少が大きく影響するためであつて、理論的考察における仮定がこの範囲までは適用できないことを示していると考えられる。しかし、以上のような近似的な方法によつて境界層の発達を考察した結果でも、かなり実験結果を説明することができる。なお Forch の実験結果は  $\xi$  の値の小さい範囲に対する流速分布の測定間隔が大きくて、境界層の厚さを適確にのみとることがほとんど無理であつたので、理論曲線との比

較は行なわなかつたことをつけ加えておく。

最後に、Fig. 20 および 21 はそれぞれ二次元および円形噴流の場合における床面に沿う摩擦速度の分布を計算した結果である。これらの結果によれば、噴流の中心からある距離において摩擦速度が最大値をとることがわかる。とくに円形噴流の場合には前述した理論曲線の適用限界  $\xi \approx 0.15$  より中心に近いところで最大値をとるようであり、また二次元噴流および円形噴流のいずれの場合にも、層流境界層の場合の方が噴流中心に近いところで最大となることを示している。

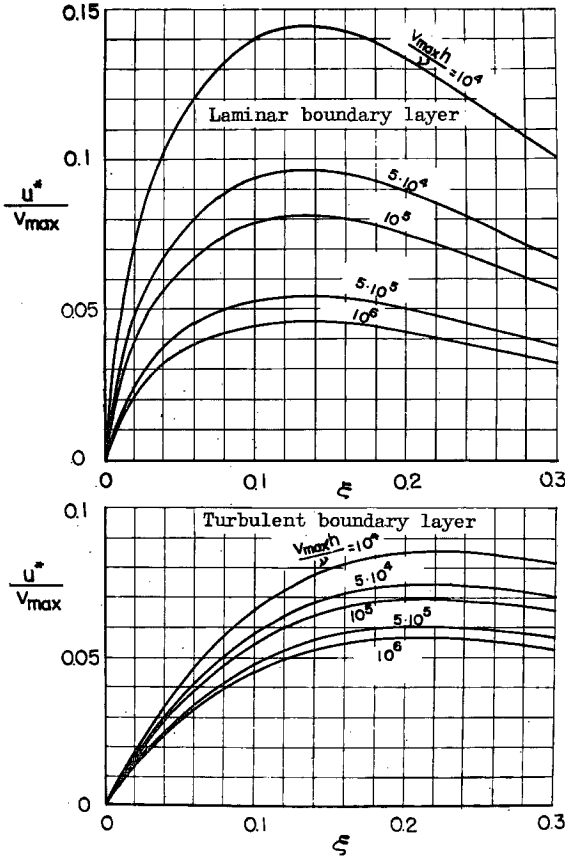


Fig. 20 Distribution of shear velocity along smooth boundary in case of plane jet

付近に水たたきを設置する。そうした armorplate が、滑面であつて噴流の中心付近にのみ設置される場合には、前章で述べた境界層の解析の結果から armorplate の下流端における摩擦速度を求め、さきの論文<sup>9)</sup>で考察した結果を適用すれば、近似的にこの場合の洗掘限界を評価することができるであろう。しかしながら、前章の結果から明らかなように、実際には水たたきに沿う摩擦速度が最大になる位置より大きな水たたきを設置すべきことは当然であつて、こうした事実を考えると、噴流の中心からかなり離れた場所における摩擦速度を推定することが必要になつてくる。このような場合には、前章で述べた理論解析の結果と開水路における境界層の発達に関する研究成果に基づいてその推定を行なえばよいであろう。

これに反してかなりの水深のあるところに水束が落下する場合には、現象はさらに複雑であつてつきにこの点について考察しておきたい。前述したように、このような場合にはその水束の代表的なものとして二次元および円形噴流の二つが考えられるが、多かれ少なかれ実際問題においては三次元的な水束が多く、した

### 3. 鉛直噴流による洗掘限界

前章において鉛直噴流による境界面付近の流れ、とくに境界に沿つて発達する境界層に関する簡単な考察を行なつたが、ここではまずこのような鉛直噴流が砂礫床面に衝突することによつて生ずる水理現象のうち、本章で取り扱う著者の研究対象について述べておきたい。鉛直噴流による洗掘限界の問題を前章で考察して種々の噴流に対して分けて考えることにすると、極めて多くの場合が考えられ、それぞれ若干の相違または特質があつて、その水理学的な考察も個々別々に行なうべきである。しかしながら、本章では最も水工学上において問題となるものとして鉛直のもぐり噴流による洗掘限界をとりあげ、さらにそのうち円形噴流による場合のみを考察の対象とする。

そのような鉛直のもぐり円形噴流による洗掘限界を水理学的に考察するにさきだち、鉛直噴流による他の場合の洗掘限界に関して、ここでとくに取りあげる円形噴流の場合との関連について、簡単に述べておきたい。

まず、自由噴流が砂礫床面に衝突する場合、水工学上の実際問題においては、多くの場合洗掘を防止するために、噴流の中心



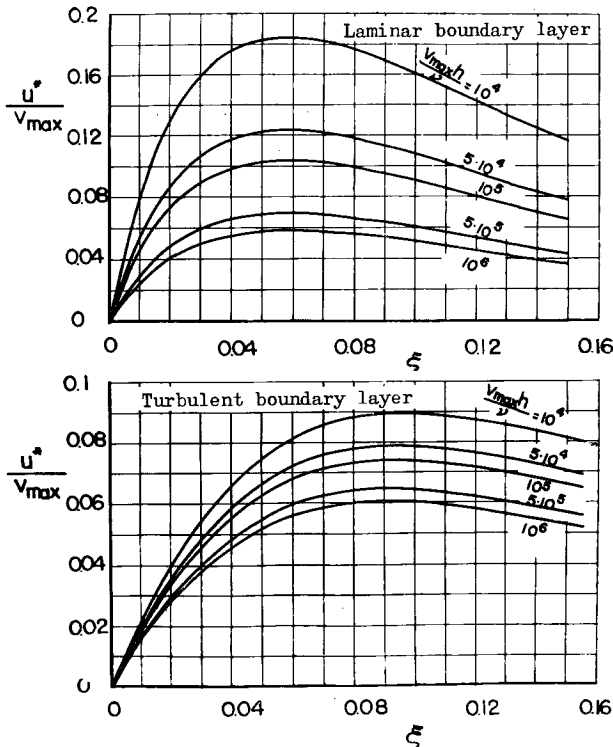


Fig. 21 Distribution of shear velocity along smooth boundary in case of circular jet

まずその水理学的考察における二、三の問題について考察しておこう。前章で述べたように、噴流によつて生ずる滑面の境界面付近の流れにおいて、一般に噴流の中心においては、理論上境界面に沿う摩擦速度は存在せず、中心からの距離とともに摩擦速度は増加していくが、あるところにおいて最大値を示すのである。したがつて、砂礫床面の場合においても、同様な傾向を示すものと考えられるから、もし噴流の中心付近における大きな乱れの作用によつて砂礫の移動が促進されないならば、以上のように摩擦速度が最大になるところ付近における砂礫が最も移動しやすいことになるであろう。事実後述する実験結果やまた噴流による局所洗掘に関する著者ら<sup>18)</sup>の実験結果からも明らかのように、洗掘限界の場合または洗掘の極く初期においては、噴流の中心付近においても砂礫は移動するけれども、中心より若干離れた場所で最初に砂礫の移動がみられるようである。このような噴流による砂礫の移動限界の問題を考察する場合には、まず砂礫床面上のどこの砂礫が最初に移動を開始するかということ、その移動開始の条件がどのような関係によつて規定されるかという問題を解明する必要がある。そうした目的に対する理論的な手法は、さきの論文<sup>9)</sup>において述べた水平噴流による洗掘限界の場合と同様でよいわけである。しかしそのような理論的考察を展開するためには、砂礫床面上および砂礫管内の流れに関する十分適確な結果を必要とすることはいうまでもないが、前章で述べたようにもぐり噴流の衝突によつて生ずる砂礫床面上の流れを直接解析することは極めて困難なようである。したがつて、ここではまずこうした問題に対する水理学的考察の第一歩として、極く近似的な手法ではあるが、砂礫床面上における流れの特性に対して、前章で述べた結果をそのまま適用して、その洗掘限界を考察し、えられた結果に基づいて洗掘限界に関する実験結果を整理し検討することにしてしよう。

以上の述べたような取扱いのもとに、もぐり噴流による洗掘限界を理論的に考察する場合には、前述した境界面上における流れと砂礫管内における流れの両者を考慮すべきであるが、理論的考察を簡単に行なうた

がつて現象を単純化して考えることにすれば、円形噴流の場合に対して考察しておけば十分であろう。この場合においても、前述したように空中から水束を落下する場合（非もぐり噴流の場合）と水中で噴出する場合（もぐり噴流の場合）とが考えられる。これらのうち実際面においてはむしろ前者の方が重要であろうと考えられるが、その水理学的な考察は水束が空気を進行することから極めてむずかしいようであるから、ここでは主としてもぐり噴流の場合を対象として、その洗掘限界を考察することにし、最後にそうした結果をもとにして非もぐり噴流による洗掘限界を簡単に考察することにする。

### 3.1 鉛直噴流による洗掘限界に関する理論的考察

もぐり噴流が砂礫床面に衝突することによつて砂礫が移動し洗掘される現象において、しからばどのような状態のときにその砂礫床面が洗掘限界にあるかという問題を取り扱うのであるが、

めに、ここでは砂礫層内の流れを省略して砂礫の移動限界を検討し、最後に付加的に砂礫層内の流れの効果を考察することにしよう。

まず噴流の中心から任意の場所にある砂礫に対して、その移動限界に対する条件式を立てれば、さきの論文<sup>9)</sup>の場合と全く同様につきの関係が成立する。

$$R_T = \{(\sigma - \rho)g(\pi/6)d^3 - R_L\} \tan \varphi, \dots\dots\dots(58)$$

ここに、 $\sigma$  および  $\rho$ ：砂礫および水の密度、 $d$ ：球状砂礫の代表的な大きさ、 $g$ ：重力の加速度、 $\varphi$ ：砂礫の静止摩擦角、である。

いま厚さ  $\delta$  の境界層を考え、流体抵抗  $R_T$  を主流の部分に働く抵抗  $R_{Tm}$  と境界層の部分に働く抵抗  $R_{Tb}$  とにわけて、

$$R_T = R_{Tm} + R_{Tb} \dots\dots\dots(59)$$

とあらわす。前論文と同様に、主流部分の砂礫の断面積を  $\beta_s(\pi/4)d^2$ 、境界層の部分の断面積を  $(1-\beta_s)(\pi/4)d^2$  とし、(59)式右辺の各項をそれぞれつぎのようにあらわす。

$$R_{Tm} = \frac{\rho}{8} C_{D1} \beta_s u_1^2 \pi d^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_a d \beta_s \frac{\pi}{4} d^2, \dots\dots\dots(60)$$

$$R_{Tb} = \frac{\rho}{8} C_{D2} (1-\beta_s) u_2^2 \pi d^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_\delta d (1-\beta_s) \frac{\pi}{4} d^2, \dots\dots\dots(61)$$

ここに、 $u_1$  および  $u_2$  はそれぞれ主流および境界層における流体抵抗を求めるときの代表流速であり、 $C_{D1}$  および  $C_{D2}$  はそれぞれ  $u_1$  および  $u_2$  に対応した抵抗係数である。また(60)および(61)式の右辺第2項は圧力勾配  $\partial p/\partial x$  による抵抗をあらわす。

鉛直方向の流体抵抗と圧力勾配による揚力  $R_L$  も同様に、

$$R_L = R_{Lm} + R_{Lb} \dots\dots\dots(62)$$

とし、この右辺の各項がそれぞれつぎのようにあらわされるものとする。

$$R_{Lm} = \frac{\rho}{8} C_{Dw1} A_1 w_1^2 \pi d^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_a d A_1 \frac{\pi}{4} d^2, \dots\dots\dots(63)$$

$$R_{Lb} = \frac{\rho}{8} C_{Dw2} A_2 w_2^2 \pi d^2 - \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_\delta d A_2 \frac{\pi}{4} d^2, \dots\dots\dots(64)$$

ここに、

$$\delta \leq d/2:$$

$$A_1 = \left(1 - \frac{\delta}{d}\right), \quad A_2 = 4 \left(\frac{\delta}{d}\right)^2 \left(1 - \frac{\delta}{d}\right) \dots\dots\dots(65)$$

$$\delta \geq d/2:$$

$$A_1 = 4 \left(\frac{\delta}{d}\right) \left(1 - \frac{\delta}{d}\right)^2, \quad A_2 = \frac{\delta}{d} \dots\dots\dots(66)$$

また  $w_1$  および  $w_2$  はそれぞれ主流および境界層における鉛直方向の流速成分の代表流速であり、 $C_{Dw1}$  および  $C_{Dw2}$  はそれぞれ  $w_1$  および  $w_2$  に対応した抵抗係数である。

以上のような諸式に基づいてさきの論文と同様に洗掘限界に対する理論的考察を進めるべきであるが、噴流の衝突によつて生ずる砂礫床面上における流れの乱れの特性的には、全く実験結果がなく、また他の流れからの類推も極めてむずかしいので、前諸式中における速度変動に基づく圧力勾配や流体抵抗を見積る際の代表流速に乱れの効果を加味するといった手法は、その大きさが不明確であることからすべて省略することにす。

このような計算の単純化のもとに、計算を進めることにするが、層流境界層および乱流境界層を仮定してそれぞれの場合の洗掘限界を考察することにしよう。

### (1) 層流境界層を仮定した場合

a)  $\delta \geq d$  の場合：境界層内における流速分布として(34)式を用いた(10)式を適用し、さらに圧力勾配を近

似的に  $\partial p/\partial x = \rho \bar{u}_0 \partial \bar{u}_0/\partial x$  によつて計算することにすれば, (59) 式であらわされる  $R_T$  はつぎのようになる。

$$R_T = \frac{\rho}{8} \pi d^2 (\alpha v_{max})^2 \left(\frac{d}{h}\right) \left[ C_D \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right) L^{-2}(\xi) \left\{ 2 - \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) \right\}^2 \right. \\ \left. \times \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^2 + \frac{2\xi(\beta - \xi^2)}{(\beta + \xi^2)^3} \right], \dots\dots\dots(67)$$

ここに,  $C_D$  は Reynolds 数

$$R_e = \alpha \left\{ \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} \right\}^2 \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right) L^{-1}(\xi) \left\{ 2 - \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) \right\} \\ \dots\dots\dots(68)$$

の関数である。

つぎに, 壁面に垂直方向の流速成分  $\bar{w}$  を求めるために, 連続方程式

$$\partial \bar{u}/\partial x + \partial \bar{w}/\partial z + \bar{u}/x = 0 \dots\dots\dots(69)$$

に, (34) 式を代入した (10) 式を用いて, 境界条件  $z=0$  で  $\bar{u}=0$  のもとに積分すれば,  $\bar{w}$  はつぎのようにならわされる。

$$\frac{\bar{w}}{\alpha v_{max}} = \left(\frac{z}{h}\right) \left\{ \frac{\beta - \xi^2}{(\beta + \xi^2)^2} \right\} \left(\frac{z}{\delta}\right) \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{z}{\delta}\right) \right\} + \frac{1}{\beta + \xi^2} \left(\frac{z}{h}\right) \left(\frac{z}{\delta}\right) \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{z}{\delta}\right) \right\} \\ + \frac{\xi}{\beta + \xi^2} \left(\frac{z}{\delta}\right)^2 \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{z}{\delta}\right) - 1 \right\} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{-1/2} \left(\frac{dL}{d\xi}\right) \dots\dots\dots(70)$$

したがつて, 境界層内においては近似的に  $\partial p/\partial z \approx 0$  であることを考慮し, 代表流速として (70) 式において  $z=d$  における値を用いれば, (62) 式であらわされる鉛直方向の流体抵抗  $R_L$  はつぎのようになる。

$$R_L = \frac{\rho}{8} \pi d^2 (\alpha v_{max})^2 C_{Dw} \left(\frac{d}{h}\right)^4 \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) \right\} \right. \\ \left. \times \left\{ \frac{\beta - \xi^2}{(\beta + \xi^2)^2} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) + \frac{1}{\beta + \xi^2} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) \right\} + \frac{\xi}{\beta + \xi^2} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right) \right. \\ \left. \times L^{-2}(\xi) \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) - 1 \right\} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{-1/2} \left(\frac{dL}{d\xi}\right)^2 \right], \dots\dots\dots(71)$$

ここに,  $C_{Dw}$  は Reynolds 数

$$R_{ew} = \alpha \left\{ \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} \right\}^3 \frac{L^{-1}(\xi)}{\beta + \xi^2} \left[ \frac{2\beta}{\beta + \xi^2} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) \right\} \right. \\ \left. + \xi L^{-1}(\xi) \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) - 1 \right\} \left(\frac{dL}{d\xi}\right) \right] \dots\dots\dots(72)$$

の関数である。

以上求められた  $R_T$  および  $R_L$  を (58) 式に代入すれば, 砂礫の移動限界としてつぎの関係がえられる。

$$\frac{v_{max}^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3\phi_1}, \dots\dots\dots(73)$$

ここに,

$$\phi_1 = \alpha^2 \left[ C_D \left\{ \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} \right\}^2 \left\{ 2 - \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) \right\}^2 \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^2 L^{-2}(\xi) \right. \\ \left. + \left\{ \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} \right\} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{-1/2} \left\{ \frac{2\xi(\beta - \xi^2)}{(\beta + \xi^2)^3} \right\} - C_{Dw} \left\{ \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} \right\}^4 \right. \\ \left. \times \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{-1} \frac{L^{-2}(\xi)}{(\beta + \xi^2)^2} \left[ \frac{2\beta}{\beta + \xi^2} \right] \left\{ 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) \right\} + \xi L^{-1}(\xi) \right. \\ \left. \times \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{1/2} L^{-1}(\xi) - 1 \right\} \left(\frac{dL}{d\xi}\right)^2 \tan \varphi \right] \dots\dots\dots(74)$$

である。

b)  $\delta \leq d$  の場合: この場合は理論上境界層外へ砂礫の一部が露出する場合であつて, 主流における流速

分布を適当に仮定することによつて、同様な計算を進めることができるはずであるが、さきの論文の結果を参考にすれば、砂礫の移動限界において境界層が層流から乱流に移移するところは、大体層流境界層を仮定した計算において境界層から砂礫が露出する限界付近であることから、ここで取り扱うような近似的な計算においては  $\delta < d$  の場合を詳細に検討しても實際上あまり有効でないように思われるので、その理論的考察は省略することにする。

## (2) 乱流境界層を仮定した場合

a)  $\delta \geq d$  の場合：この場合には境界層内の流速分布として(39)式を代入した(4)式を用い、さきの論文で取り扱つたような速度変動に基づく流体抵抗を省略すれば、(67)式と同様に  $R_T$  はつぎのようにあらわされる。

$$R_T = \frac{\rho}{8} \pi d^2 (\alpha v_{max})^2 \left(\frac{d}{h}\right) \left\{ C_L \left(\frac{d}{h}\right)^{2n-1} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{4n^2/(1+3n)} G^{-2n}(\xi) \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^2 + \frac{2\xi(\beta - \xi^2)}{(\beta + \xi^2)^3} \right\}, \quad \dots\dots\dots(75)$$

ここに、 $C_D$  は Reynolds 数

$$Re = \alpha \left(\frac{d}{h}\right)^{n+1} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{(1+n)(1+2n)/(1+3n)} G^{-n}(\xi) \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right) \quad \dots\dots\dots(76)$$

の関数であり、また  $G(\xi)$  は(51)式の右辺をあらわす。

つぎに、(70)式をえたとときと同様に、(4)式に(39)式を代入したものを(69)式に適用して壁面に垂直方向の流速分布  $\bar{w}$  を求めれば、次式がえられる。

$$\frac{\bar{w}}{\alpha v_{max}} = \frac{1}{(n+1)(\beta + \xi^2)^2} \left(\frac{z}{h}\right)^{n+1} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{2n^2/(1+3n)} G^{-n}(\xi) \left\{ 2\beta - n\xi(\beta + \xi^2) G^{-1}(\xi) \frac{dG(\xi)}{d\xi} \right\} \quad \dots\dots\dots(77)$$

したがつて、 $R_T$  と同様に速度変動の効果をすべて省略すれば、 $R_L$  はつぎのようにあらわされる。

$$R_L = \frac{\rho}{8} \pi d^2 (\alpha v_{max})^2 C_{Dw} \left(\frac{d}{h}\right)^{2(n+1)} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{4n^2/(1+3n)} \frac{1}{(n+1)^2} \frac{G^{-2n}(\xi)}{(\beta + \xi^2)^4} \times \left\{ 2\beta - n\xi(\beta + \xi^2) G^{-1}(\xi) \frac{dG(\xi)}{d\xi} \right\}^2, \quad \dots\dots\dots(78)$$

ここに、 $C_{Dw}$  は Reynolds 数

$$Re_w = \frac{\alpha}{n+1} \left(\frac{d}{h}\right)^{n+2} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{(1+n)(1+2n)/(1+3n)} \frac{G^{-n}(\xi)}{(\beta + \xi^2)^2} \left\{ 2\beta - n\xi(\beta + \xi^2) G^{-1}(\xi) \frac{dG(\xi)}{d\xi} \right\} \quad \dots\dots\dots(79)$$

の関数である。

以上求められた(75)および(78)式を(58)式に代入して変形すれば、つぎの関係がえられる。

$$\frac{v_{max}^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3\phi_2}, \quad \dots\dots\dots(80)$$

ここに、

$$\phi_2 = \alpha^2 \left[ C_D \left\{ \left(\frac{d}{h}\right) \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{2n/(1+3n)} \right\}^{2n} \left(\frac{\xi}{\beta + \xi^2}\right)^2 G^{-2n}(\xi) + 2 \left(\frac{d}{h}\right) \frac{\xi(\beta - \xi^2)}{(\beta + \xi^2)^3} - C_{Dw} \left(\frac{d}{h}\right)^{2(n+1)} \left(\frac{v_{max} h}{\nu}\right)^{4n^2/(1+3n)} \frac{1}{(n+1)^2} \frac{G^{-2n}(\xi)}{(\beta + \xi^2)^4} \left\{ 2\beta - n\xi(\beta + \xi^2) \right. \right. \\ \left. \left. \times G^{-1}(\xi) \frac{dG(\xi)}{d\xi} \right\}^2 \right] \tan \varphi \quad \dots\dots\dots(81)$$

である。

b)  $\delta \leq d$  の場合：この場合はすでに述べたように、砂礫の一部が境界層外へ露出するわけであるから、境界層外の流れにおける流速分布に関する結果がないと、砂礫の移動限界を考察することができない。前章において述べたように、この付近の流れに関してはあまり適確な結果は求めがたく、もつぱら実験結果に基づいて **Fig. 13** に示したような関係を見出したに過ぎず、また一方 Poreh は同様にこの付近の流れに関

する実験結果を整理して一つの実験式を示しているが、境界のない場合の噴流の拡散特性への関連が不明確であることから、むしろここでは **Fig. 13** に示した実験的事実に基づいた簡単な取扱いを進めることにしよう。

まず、境界層外における  $x$  方向の流速成分  $\bar{u}$  を **Fig. 13** に示した結果に基づいて、前述した噴流の拡散に関する Schlichting<sup>(19)</sup>の理論との関連から、つぎのように簡単にあらわすことにする。

$$\bar{u} = \bar{u}_s + \frac{a-z}{a-\delta}(u_0 - \bar{u}_s), \dots\dots\dots(82)$$

ここに、 $\bar{u}_s$ :  $z=a$  に対応して(45)式から求められる  $x$  方向の流速成分、 $a$ : 前章において述べた噴流の衝突によつて生ずる領域 **B** の境界をあらわすものであつて、**Fig. 13** によれば  $a/h = \zeta_a$  は一定と考えられる。また上式に(45)および(57)式を代入すれば、つぎのようにあらわされる。

$$\bar{u} = S_u v_{max} \dots\dots\dots(83)$$

ここに、

$$S_u = \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left\{ \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \left\{ \frac{1-(1/4)c''^2\xi^2}{1+(1/4)c''^2\xi^2} + \frac{\zeta_a-\zeta}{\zeta_a-\zeta\delta} \right\} \left\{ \frac{\alpha\xi}{\beta+\xi^2} - \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{1-(1/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^2} \right\} \right\} \dots\dots\dots(84)$$

であり、また

$$c' = 2 \frac{\sqrt{\sqrt{2}-1}}{c'(1-\zeta_a)}, \quad \zeta = z/h, \quad \zeta\delta = \delta/h \dots\dots\dots(85)$$

である。またこの領域における  $z$  方向の流速成分は式を(69)式に代入し、 $\zeta = \zeta\delta$  において  $\bar{w}$  の値が  $\zeta = \zeta\delta$  とした(70)式に一致するという条件のもとに積分すれば、つぎようになる。

$$\bar{w} = S_w v_{max} \dots\dots\dots(86)$$

ここに、

$$S_w = \frac{\bar{w}\delta}{v_{max}} - \frac{c'}{2\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(3/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}} (\zeta - \zeta\delta) - \frac{\zeta - \zeta\delta}{\zeta_a - \zeta\delta} \left\{ \zeta_a - \frac{1}{2}(\zeta + \zeta\delta) \right\} \\ \times \left\{ \frac{2\alpha\beta}{(\beta + \xi^2)^2} - \frac{c'}{2\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(3/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^3} - \frac{\zeta - \zeta\delta}{(\zeta_a - \zeta\delta)} \left\{ \zeta_a - \frac{1}{2}(\zeta + \zeta\delta) \right\} \right. \\ \left. \times \left( \frac{d\zeta\delta}{d\xi} \right) \left\{ \frac{\alpha\xi}{\beta + \xi^2} - \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(1/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^2} \right\} \right\} \dots\dots\dots(87)$$

である。

以上のように流速分布を仮定し、前述の場合と同様に速度変動の効果をすべて省略すれば、(60)式であらわされる流体抵抗  $R_{Tm}$  は近似的につぎのようにあらわすことができる。

$$R_{Tm} = \frac{\rho}{3} \pi d^2 (v_{max})^2 \beta_s \{ C_{D1} (S_u)^2 \zeta\delta + 2P_{\zeta\delta}(\zeta_a) \}, \dots\dots\dots(88)$$

ここに、 $C_{D1}$  は Reynolds 数

$$Re_1 = \zeta_a (v_{max} h / \nu) (S_u) \zeta\delta, \dots\dots\dots(89)$$

の関数であり、また  $(S_u)\zeta\delta$  は  $\zeta = \zeta\delta$  における流速を代表流速とした値を示し、また  $P_{\zeta\delta}$  は圧力勾配をあらわすものであつて、次式で示される関係において  $\zeta = \zeta\delta$  とした値である。

$$P_{\zeta} = \left\{ \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(1/4)f''^2\xi^2}{\{1+(1/4)f''^2\xi^2\}} + \frac{\zeta_a-\zeta}{\zeta_a-\zeta\delta} \left\{ \frac{\alpha\xi}{\beta+\xi^2} - \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{1-(1/4)f''^2\xi^2}{\{1+(1/4)f''^2\xi^2\}^2} \right\} \right\} \left\{ \frac{c'}{\zeta_a-\zeta\delta} \left\{ \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{f''\xi}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(1/4)f''^2\xi^2}{\{1+(1/4)f''^2\xi^2\}^2} - \frac{\alpha\xi}{\beta+\xi^2} \right\} \right\} \\ + \frac{c'}{2\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(3/4)f''^2\xi^2}{\{1+(1/4)f''^2\xi^2\}^3} (\zeta - \zeta\delta) + \frac{\zeta - \zeta\delta}{\zeta_a - \zeta\delta} \left\{ \zeta_a - \frac{1}{2}(\zeta + \zeta\delta) \right\}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{2\alpha\beta}{(\beta+\xi^2)^2} - 2\sqrt{\frac{c'}{\sqrt{2}-1}} \frac{c'}{1-\zeta_a} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(3/4)f''^2\xi^2}{\{1+(1/4)f''^2\xi^2\}^3} \right\} + \frac{\zeta-\zeta_\delta}{(\zeta_a-\zeta_\delta)^2} \left\{ \zeta_a - \frac{1}{2}(\zeta+\zeta_\delta) \right. \\ & \times \left. \left( \frac{d\zeta_\delta}{d\xi} \right) \left[ \frac{\alpha\xi}{\beta+\xi^2} - \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(1/4)f''^2\xi^2}{\{1+(1/4)f''^2\xi^2\}^2} - \frac{w\delta}{v_{max}} \right] \left[ \frac{c'}{2\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \right. \right. \\ & \times \left. \left. \frac{1-(3/4)f''^2\xi^2}{\{1+(1/4)f''^2\xi^2\}^3} + \frac{\zeta_a-\zeta}{\zeta_a-\zeta_\delta} \left\{ \frac{2\alpha\beta}{(\beta+\xi^2)^2} - \frac{c'}{2\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(3/4)f''^2\xi^2}{\{1+(1/4)f''^2\xi^2\}^3} \right\} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\zeta_a-\zeta_\delta}{(\zeta_a-\zeta_\delta)^2} \left( \frac{d\zeta_\delta}{d\xi} \right) \left[ \frac{\alpha\xi}{\beta+\xi^2} - \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(1/4)f''^2\xi^2}{\{1+(1/4)f''^2\xi^2\}^2} \right] \right] \right\}, \dots\dots\dots(90) \end{aligned}$$

ここに、 $\zeta_\delta$  および  $\bar{w}\delta$  は(51)および(59)式から、つぎのようにあらわされる。

$$\zeta_\delta = (v_{max} h/\nu)^{-2n/(1+3n)} G(\xi) \dots\dots\dots(91)$$

$$\frac{\bar{w}\delta}{v_{max}} = \frac{\alpha}{n+1} \frac{1}{(\beta+\xi)^2} \zeta_\delta^{1+n} \left( \frac{v_{max} h}{\nu} \right)^{2n/(1+3n)} T''^{-n}(\xi) \left[ n\xi(\beta+\xi^2)G^{-1}(\xi) \left( \frac{dG}{d\xi} \right) - 2\beta \right] \dots\dots\dots(92)$$

また(61)式であらわされる流体抵抗  $R_{Tb}$  は、つぎのようにあらわされる。

$$R_{Tb} = \frac{\rho}{8} \pi d^2 (\alpha v_{max})^2 (1-\beta_*) \left\{ C_{D2} \left( \frac{\xi}{\beta+\xi^2} \right)^2 + 2 \frac{\xi(\beta-\xi^2)}{(\beta+\xi^2)^3} \zeta_a \right\}, \dots\dots\dots(93)$$

ここに、 $C_D$  は Reynolds 数

$$Re_2 = \zeta_a (v_{max} h/\nu) \{ \alpha\xi/(\beta+\xi^2) \} \dots\dots\dots(94)$$

の関数である。

一方、鉛直方向の流体抵抗は一般に上述した流れの方向の流体抵抗に較べて十分小さく、またこのような近似計算においては省略すべきであろうが、一応ここでは前述した領域との関連から求めておけば、つぎのようにあらわされる。この場合、 $d/2 \geq \delta$  および  $d/2 \leq \delta$  のそれぞれの領域に分けて  $R_L$  の値を見積っても、流速分布に対する取扱いが極めて近似的であるからあまり有意義でないものと考えられるので、ここでは  $\zeta = \zeta_\delta$  における値によつてすべてを代表させることにする。そうすれば、(62)式であらわされる  $R_L$  はつぎのようにあらわされる。

$$R_L = \frac{\rho}{8} \pi d^2 v_{max}^2 \{ C_{Dw} (S_w)^2 \zeta_\delta + 2\zeta_a (R_c) \zeta_\delta \}, \dots\dots\dots(95)$$

ここに、 $(R_c)\zeta_\delta$  は方向における圧力勾配をあらわすもので、(90)式と同様な方法によつて求めた次式において  $\zeta = \zeta_\delta$  とした値である。

$$\begin{aligned} R_c = & \left\{ \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(1/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^2} + \frac{\zeta_a-\zeta}{\zeta_a-\zeta_\delta} \left\{ \frac{\alpha\xi}{\beta+\xi^2} - \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \right. \right. \\ & \times \left. \left. \frac{1-(1/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^2} \right\} \right\} \left[ \frac{1}{\zeta_a-\zeta_\delta} \left\{ \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(1/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^2} - \frac{\alpha\xi}{\beta+\xi^2} \right\} \right] \\ & + \left[ \frac{c'}{2\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(3/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^2} (\zeta-\zeta_\delta) + \frac{\zeta-\zeta_\delta}{\zeta_a-\zeta_\delta} \left\{ \zeta_a - \frac{1}{2}(\zeta+\zeta_\delta) \right\} \left\{ \frac{2\alpha\beta}{(\beta+\xi^2)^2} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{c'}{2\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(3/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^3} + \frac{\zeta-\zeta_\delta}{(\zeta_a-\zeta_\delta)^2} \left\{ \zeta_a - \frac{1}{2}(\zeta+\zeta_\delta) \right\} \left( \frac{d\zeta_\delta}{d\xi} \right) \left( \frac{\alpha\xi}{\beta+\xi^2} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(1/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^2} - \frac{w\delta}{v_{max}} \right] \left[ \frac{c'}{2\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \right. \right. \\ & \times \left. \left. \frac{1-(3/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^3} \right\} + \frac{\zeta_a-\zeta}{(\zeta_a-\zeta_\delta)^2} \left\{ \frac{2\alpha\beta}{(\beta+\xi^2)^2} - \frac{c'}{2\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(3/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^3} \right\} \right. \\ & \left. + \frac{\zeta_a-\zeta}{(\zeta_a-\zeta_\delta)^2} \left( \frac{d\zeta_\delta}{d\xi} \right) \left\{ \frac{\alpha\xi}{\beta+\xi^2} - \frac{c'}{4\sqrt{\sqrt{2}-1}} \left( \frac{c''\xi}{1-\zeta_a} \right) \frac{1-(1/4)c''^2\xi^2}{\{1+(1/4)c''^2\xi^2\}^2} \right\} \right] \dots\dots\dots(96) \end{aligned}$$

また  $C_{Dw}$  は Reynolds 数

$$Re_w = (S_w)\zeta_\delta (v_{max} h/\nu) (d/h) \dots\dots\dots(97)$$

の関数であり、 $(S_w)_{\zeta\delta}$  は(87)式において  $\zeta = \zeta\delta$  としたものである。

以上のように、一応各流体抵抗が求められると、この領域における砂礫の移動限界は、つぎのようにあらわされる。

$$\frac{v_{max}^2}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3\phi_3} \tag{98}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \phi_3 = & \alpha^2(1-\beta_s) \left\{ C_{D2} \left( \frac{\xi}{\beta+\xi^2} \right)^2 + 2 \frac{\xi(\beta-\xi^2)}{(\beta+\xi^2)^3} \zeta_a \right\} + \beta_s \left\{ C_{D1}(S_w)^2 \zeta\delta + 2\zeta_a(P\zeta)\zeta\delta \right\} \\ & + \left\{ C_{Dw}(S_w)^2 \zeta\delta + 2\zeta_a(R\zeta)\zeta\delta \right\} \tan \varphi \end{aligned} \tag{99}$$

である。

以上鉛直噴流が砂礫床面に衝突することによつて砂礫が移動する限界を規定する関係に対して、砂礫床面付近の流れの特性が適確に判明していないことから、近似的な方法ではあるが、一応境界層の発達を考慮した計算を進めて、(73)、(80)および(98)式であらわされる関係がえられたのである。すでに述べたようにこれらの関係は近似的な計算によつてえられたものであり、とくにこうした境界層の発達に関して粗面の特性を考慮していないことから、本質的には砂礫の大きさがより大きく関係するものと考えられるし、また砂礫の移動限界に大きく影響するはずである乱れの効果についてはなんら考慮していないけれども、以上の関係は、境界層の発達に関する諸定数および前述したいくつかの係数が一定であれば、一般につぎのような関数関係をあらわしていることがわかる。

$$\frac{v_{max}^2}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3\phi_i} \quad (i=1,2,3) \tag{100}$$

ここに、

$$\phi_i = \phi_i \{ v_{max} d/\nu, d/h, \xi \} \tag{101}$$

この関係によれば、水平噴流による洗掘限界の場合と相違して、砂礫の移動限界が限界摩擦速度の代りに  $v_{max}$  によつてあらわされているが、これは水平噴流の場合のように、境界に沿う摩擦速度の分布が簡単な関係であらわしえなかつたことによるわけであつて、ここでは(100)および(101)式を実際に数値計算した結果に基づいて、さきの論文<sup>6)</sup>の場合と同様な表示を試みることにしよう。(101)また式によれば、鉛直噴流による洗掘限界は噴流の中心からの距離  $\xi$  をあたえると、その場所にある砂礫の移動限界が規定されることを示している。したがつて、一般にいうような砂礫の移動限界は、少なくとも実用的には最も動きやすい場所にある砂礫を対象として、その限界を考察すべきであろう。

つぎに、(100)および(101)式をさきの論文<sup>6)</sup>と同様な方法で実際に数値計算した結果について述べよう。まず Fig. 22 は(101)式において、 $v_{max}h/\nu$  および  $d/h$  の値を適当に与えて  $\phi_i$  の値による変化を示したものの一例であるが、これから流体抵抗に比例する  $\phi_i$  の値に最大値の存在することがわかる。いまこの  $\phi_i$  の値が最大となる  $\xi$  を  $\xi_k$  とし、ここにおける砂礫の移動限界をもつて鉛直噴流による洗掘限界と定義し、そのときの諸量に  $k$  をつけてあらわすことにすれば、洗掘限界は一般に次式によつてあらわされる。

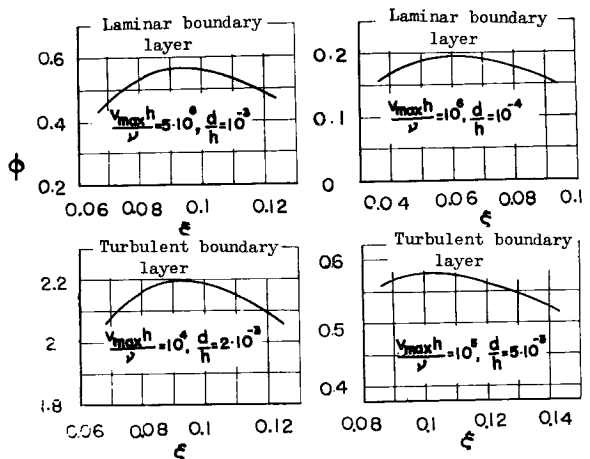


Fig. 22 Some examples of relations between  $\phi_i$  and  $\xi$

$$\frac{(v_{max})_k^2}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3\phi_i}, \quad (i=1,2,3) \dots \dots \dots (102)$$

ここに、

$$\phi_i = \phi_i \{ (v_{max})_k d/\nu, d/h \} \dots \dots \dots (103)$$

である。

Fig. 23 は以上のようにして求めに (100) および (101) 式の関係を  $d/h$  をパラメータとして、 $(v_{max})_k^2/$

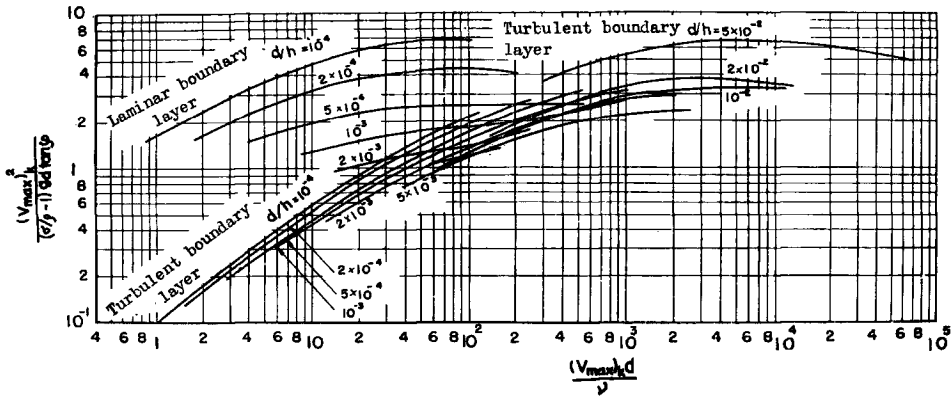


Fig. 23 Theoretical curves for criterion for scour resulting from vertical water jets (1)

$(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi$  と  $(v_{max})_k d/\nu$  との関係をあらわしたものである。当然のことながら、以上のような理論的考察においては、洗掘限界をあらわす理論曲線を一つの連続した関係によつて示すことはできない。

つぎに、これらの関係を前論文の場合と同様な表示にしたがつて、いままし理論曲線を統一的にあらわすことを考えよう。そのためには洗掘限界を規定する流れの特性として、 $(v_{max})_k$  の代りに適当に導入された限界摩擦速度  $u_c^*$  を用いて、さきの論文の場合のようにあらわすのが最良であろうと考えられる。

Fig. 24 は  $\xi = \xi_k$  における  $(v_{max})_k d/\nu$  の値に対応して Fig. 21 から求められる  $u_c^*/(v_{max})_k$  の値と

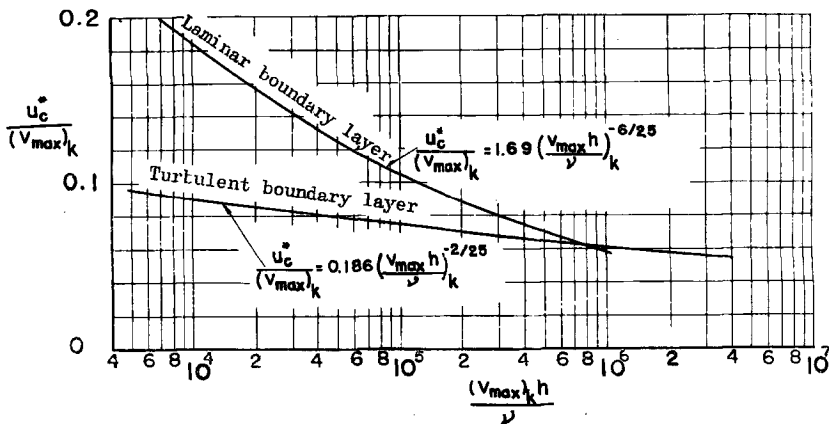


Fig. 24 Relation between  $u_c^*/(v_{max})_k$  and  $(v_{max})_k h/\nu$

$(v_{max})_k h/\nu$  との関係を示したものであるが、境界層内の流れの層流から乱流への遷移は当然明確ではない。

Fig. 25 は Fig. 23 に示した理論曲線を Fig. 24 の関係を用いて、 $u_c^*/(v_{max})_k$  をパラメータとして  $u_c^{*2}/$



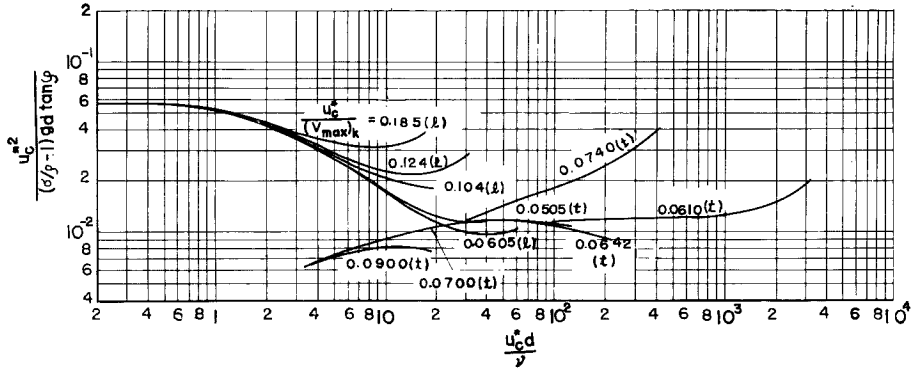


Fig. 25 Theoretical curves for criterion for scour resulting from vertical water jets (2)

$(\sigma/\rho)gd \tan \varphi$  と  $u^*c d/\nu$  との関係であらわしたものである。この図によれば、まず層流境界層を仮定した場合の理論曲線はたとえばさきの論文<sup>9)</sup>に示した結果と比較して、ほとんど同じ傾向を示しているし、また乱流境界層を仮定した場合でも  $\delta \geq d$  の領域に対する理論曲線はかなりその傾向が類似し、それぞれ理論曲線が  $u^*c/(v_{max})_k$  によつてあまり変化しないことがわかる。これに反して  $d > \delta$  の場合に対する理論曲線は  $u^*c/(v_{max})_k$  の値によつて非常に変化し、むしろこの図のような表示法では理論曲線を統一的にあらわすことは困難なようである。しかしながら、この領域に対する理論的考察においては、他の場合より流れの特性が明確でなく、とくに乱れの効果を見積ることが大切であることを考えると、将来の研究に依存すべき点が少なくない。そうした理由から、後述する理論曲線と実験結果との比較においては、適確な検討を試みるというよりも、これらの理論結果に基づいて、いかに実験値を整理すべきかに重点をおいて考察することしよう。

つぎに Fig. 22 に示した結果から求められる砂礫の最も移動しやすい位置  $\xi_k$  について考察しておこう。Fig. 26 は  $\xi_k$  に対する計算結果を Fig. 25 の場合と同様に、限界摩擦速度を用いてあらわしたものであるが、これによると  $\xi_k$  の値は層流境界層の場合より乱流境界層の場合の方が大きく、それら相互の接続はできないが、全体的には  $u^*c d/\nu$  の値とともに若干大きくなる傾向を示していると考えてよい。そして、それらのおおの  $\xi_k$  の値は、Fig. 21 の結果と比較して、摩擦速度が最大になる位置とほとんど一致してい

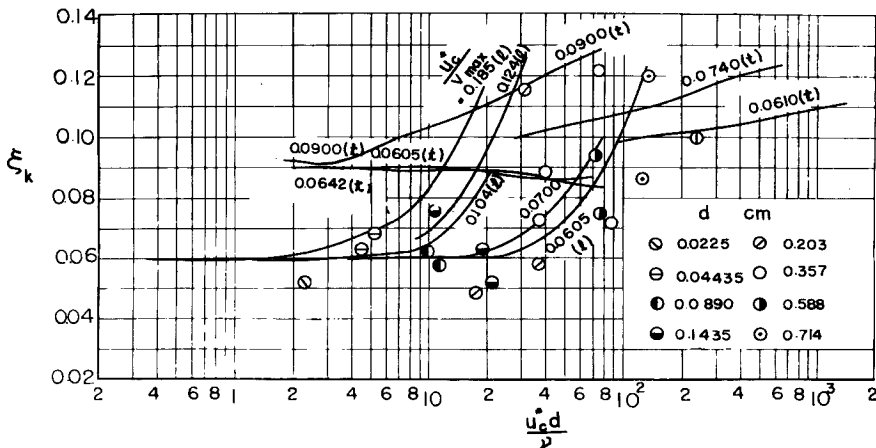


Fig. 26 Theoretical curves for location of criterion for movement of sands and gravels

ることがわかる。

なお、以上の理論的考察においては噴流の特性を  $v_{max}$  によつてあらわしてきたので、もし前章で述べた結果がもぐり噴流でない場合に対しても、なんらかな方法によつて  $v_{max}$  が推定でき、その場合に対しても(31)式であらわされる関係が適用され、かつ噴流によつて導入された気泡が砂礫の移動限界に対して直接大きく影響しないならば、これまでに述べてきた理論的考察の結果が、そうした場合に対してもそのまま適用できるものと考えられる。

### 3.2 鉛直噴流による洗掘限界に関する実験

前述した理論的考察からも明らかなように、鉛直噴流による洗掘限界の問題は極めて複雑であつて、その水理学的な機構の適確な解明は少なくとも現状においては困難であるといつてよい。そのために、実際こうした洗掘限界に関する詳細な実験を行なつて、適確にその現象を観察し、それを支配する諸要素間の関係を見出さなければならない。

こうした実験において最も問題となるのは、いうまでもなくこの場合の砂礫の移動限界をどのように定義するかであつて、すでに述べたように、噴流の中心から離れるにしたがつて砂礫に及ぼす流体抵抗は変化しているわけであるから、實際上その限界を適確に定めることは極めて困難なわけである。しかしながら、後述する実験結果からも明らかなように、実際に噴流による砂礫の移動限界に関する実験を行なうと、確かに噴流の中心より若干離れたところの砂礫が最も動きやすいように観察されるが、その中心付近においてもあまり変らない程度に移動するようである。Fig. 22 からも推察されるように、最も動きやすい場所での砂礫の移動状況に較べて、噴流の中心付近でもあまり変わらないと考えられることと、最も動きやすい場所での移動限界を実験的に求めることは困難である事実とに基づいて、前述した砂礫の最も移動しやすい位置  $\epsilon_k$  を参考にして、その範囲内における砂礫を対象とし、またその範囲における砂礫の移動限界の基準に対してはさきの論文<sup>9)</sup>において提案した方法を適用することにした。

#### (1) 実験装置および実験方法

i) 実験装置：実験水槽は水位を一定に調節しうようになつてい 0.75×0.90×12m の片面ガラス板張りコンクリート造のもので、実験にはその一部を使用した。噴流は 1.5' のパイプの先端に十分精密につくられた真鍮製のノズルを取り付けて、それから鉛直に水を噴出させ、またその高水槽からのパイプラインの途中にはオリフスメータを設けて流量が直ちにわかるようにしたが、流量が小さい場合にはその精度が十分でないことから、適当な大きさの容器を用いて流量を測定した。ノズルの口径は 0.5 cm, 1.0 cm, 1.5 cm および 2.0 cm の 4 種類である。なお、ノズルを取り付けたパイプは微動ネジによつて上下に移動でき、噴流の出口と砂礫床面との距離を任意に変えることができるようにした。

ii) 砂礫の特性：実験に使用した砂礫の特性を一括して Table 1 に示した。粒径はなるべく一様になるように、フルイ分けしたものである。

iii) 実験方法：以上のような噴流を用いて、つぎのような方法によつて実験を行なつた。前述したように、鉛直噴流による砂礫の移動限界を実験的に定義するために、 $\epsilon_k$

Table 1 Properties of used sands and gravels

Grain size $d$ cm	Specific gravity $\sigma/\rho$	$\tan \phi$	Number of sand grains exposed per unit area $1/\text{cm}^2$
0.04435	2.666	0.863	594
0.0890	2.654	0.913	136
0.1435	2.566	0.968	55.2
0.203	2.602	0.940	24.2
0.357	2.567	1.011	7.83
0.588	2.583	1.055	4.35
0.714	2.628	0.917	1.93
1.100	2.613	0.957	0.82
1.500	2.589	0.939	0.44

であらわされる範囲内における砂礫の移動数を測定して、その限界を定めることにした。そのために、まず対象とする砂礫を50×50 cm の正方形の鋼板上に粒径の約5~10倍程度の厚さで敷き並べ、さらに着色した同一の砂礫を $\xi_k$ を半径とする円内のもとの置き換え、その円の中心を噴流の中心と一致させておいて、適当な高さおよび流量で噴流を噴出させ、さきの論文<sup>6)</sup>と同じ整理方法のもとに、そのときの砂礫の移動割合を噴流の流速との関係で求めることにした。この場合の $\xi_k$ の値としては、Fig. 26 に示した関係に基づいて、層流境界層の場合 $\xi_k=0.06$ 、また乱流境界層の場合 $\xi_k=0.1$ 程度であることを考え、一方実際、砂礫近傍の流れに対して層流境界層を仮定した結果が適合するか、または乱流境界層を仮定したものが適合するかの限界は、さきの論文の結果から類推すれば、砂礫の大きさにして大体0.1~0.2 cm程度であることから、粒径が0.15 cmより大きい場合には $\xi_k=0.1$ とした。

以上のような方法により、各砂礫に対して噴流の出口の大きさ、噴流の出口より砂礫面までの高さを適当に変えて、砂礫の移動割合と流速との関係を求めることにした。さらに、砂礫の移動限界位置 $\xi_k$ に対する若干の実験も行なった。

## (2) 実験結果とその考察

前述した方法によつて実験した砂礫の移動割合と噴流出口の流速との関係の数例を示したものがFig. 27である。この結果に前論文<sup>6)</sup>において提案した砂礫の移動限界に対する定義 $p_0=0.5\%/s$ を適用し、そのときの実験値に記号 $k$ をつけてあらわして、一括表示したものがTable 2である。表中の $(v_{max})_k$ の値はFig. 24 に実線で示した関係によつて推定したものである。

つぎに、これらの実験結果を前述した理論的考察をもとにして整理した結果について述べよう。いうまでもなく、前述した理論的考察は砂礫面付近の流れに対してBlasiusの法則が成立するものと仮定して計算を進めたものであるから、この結果と実験結果とを直接比較することは無理であろう。しかしながら、もしこうした洗掘限界の問題を次元解析の方法によつて考察することにし、その場合の噴流の特性として $v_{max}$ を用いることにすれば、結局は(100)式に示した関数関係となるであろう。そしてそれに対応する理論曲線は

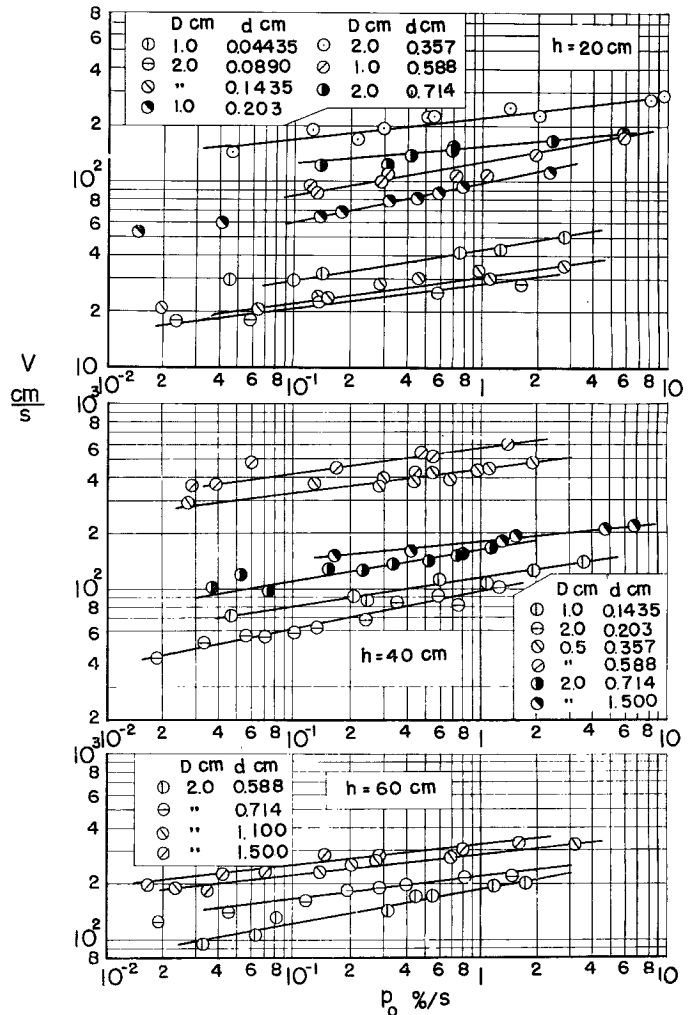


Fig. 27 Relations between rate of movement of sands and gravels, and velocity of vertical water jet

Table 2 Experimental results of criterion for scour resulting from vertical water jets

$d$ cm	$h$ cm	$D$ cm	$t_0$ cm/s	$(v_{max})_k$ cm/s	$\frac{(v_{max})_k h}{\nu}$	$d/h$	$\frac{u^*c^2}{\sigma/\rho-1} \times gd \tan \varphi$	$u^*c d/\nu$	$\frac{u^*c}{(v_{max})_k}$
0.04435	20	1.0	38.4	12.0	18700	0.00222	0.0583	6.61	0.159
"	"	2.0	20.5	12.8	20100	"	0.0648	6.95	0.157
0.0890	20	1.0	46.0	14.4	21700	0.00445	0.0367	14.8	0.154
"	"	2.0	25.6	16.0	23900	"	0.0438	16.0	0.150
"	40	1.0	108.4	17.0	50500	0.00223	0.0337	14.1	0.124
"	"	2.0	58.7	18.3	56800	"	0.0369	15.2	0.120
0.1435	20	1.0	40.1	12.5	18800	0.00718	0.0186	21.4	0.159
"	"	2.0	22.2	13.9	21600	"	0.0215	23.9	0.154
"	40	1.0	103.0	16.1	50100	0.00359	0.0187	22.2	0.123
"	"	2.0	53.6	16.8	51700	"	0.0196	22.6	0.122
0.203	20	1.0	85.7	26.8	42400	0.0102	0.0153	34.4	0.080
"	"	2.0	44.1	27.6	40800	"	0.0162	33.1	0.080
"	40	1.0	170.0	26.6	85500	0.00508	0.0133	32.6	0.075
"	"	2.0	84.2	26.3	82100	"	0.0131	31.2	0.075
"	60	1.0	257.0	27.5	125000	0.00338	0.0133	30.7	0.073
"	"	2.0	119.5	25.6	114000	"	0.0119	28.6	0.074
0.357	20	0.5	200.0	31.2	53600	0.0179	0.0108	75.0	0.078
"	"	1.0	99.8	31.2	51900	"	0.0110	73.0	0.079
"	"	1.5	62.0	29.1	49100	"	0.0095	69.2	0.079
"	"	2.0	47.7	29.8	48300	"	0.0101	68.1	0.079
"	40	0.5	405.0	31.6	109000	0.0089	0.0099	71.7	0.073
"	"	1.0	191.0	29.9	92200	"	0.0089	63.2	0.074
"	"	2.0	101.5	31.7	107000	"	0.0099	70.4	0.073
0.588	20	0.5	225.0	35.1	60200	0.0294	0.0078	133.0	0.078
"	"	1.0	112.2	35.1	64500	"	0.0077	141.0	0.078
"	"	1.5	69.6	32.6	56800	"	0.0067	130.0	0.078
"	"	2.0	60.9	38.1	66200	"	0.0039	150.0	0.077
"	40	0.5	515.0	40.2	140000	0.0147	0.0087	148.0	0.072
"	"	1.0	220.0	34.4	114000	"	0.0066	122.4	0.073
"	"	1.5	146.0	34.3	118000	"	0.0065	127.0	0.073
"	"	2.0	113.0	35.3	120000	"	0.0069	120.0	0.073
"	60	1.0	347.0	37.2	174000	0.0098	0.0071	110.0	0.071
"	"	2.0	165.0	35.4	157000	"	0.0066	110.0	0.072
0.714	20	1.0	146.0	45.6	69800	0.0357	0.0118	193.0	0.077
"	"	2.0	68.0	42.5	65300	"	0.0102	179.6	0.077
"	40	1.0	295.0	46.1	144000	0.0179	0.0105	185.0	0.072
"	"	2.0	145.0	45.3	142000	"	0.0102	182.6	0.072
"	60	1.0	390.0	41.8	196000	0.0119	0.0082	164.0	0.070
"	"	2.0	203.0	43.5	203000	"	0.0096	169.0	0.070
1.100	40	1.0	300.0	46.8	147000	0.0275	0.0085	290.0	0.072
"	"	2.0	167.0	52.1	161000	"	0.0083	316.0	0.071
"	60	1.0	506.0	54.2	260000	0.0183	0.0082	324.0	0.068
"	"	2.0	265.0	56.8	272000	"	0.0089	333.0	0.068
1.500	40	1.0	316.0	49.4	149000	0.0375	0.0057	398.0	0.072
"	"	2.0	169.0	52.8	160000	"	0.0064	426.0	0.071
"	60	1.0	517.0	55.4	264000	0.0250	0.0065	448.0	0.068
"	"	2.0	298.0	63.9	308000	"	0.0083	517.0	0.067

Fig. 23 に示したように、それらの相互の関係は極めて複雑であつて、これらの無次元量に基づいて実験結果を整理することは困難なように考えられる。一方、Fig. 25 によれば、 $u^*c d/\nu < 10$  程度の範囲における理論曲線は、たとえば前論文<sup>9)</sup>の結果と比較してほとんど同じ傾向を示していることがわかる。これらの理論曲線が相互に同じ傾向を示すことは、一応この場合の洗掘限界に対する理論的考察が妥当であるものと考え

えられる。そうしたことを考えると、いまだし砂礫床面付近における流速分布が適確に解明され、また乱れに関する若干の実験結果をもちあわせれば、さらに理論的な考察を妥当なものとなしうるのであろう。そのときには、 $u^*c d/\nu$  の値の大きい範囲に対しても前論文の場合と同様に  $u^*c/(v_{max})_k$  の値によって理論曲線があまり変化せず、近似的には  $u^*c^2/(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi$  を  $u^*c d/\nu$  のみの関数として表現しうるのであろう。このような考えのもとには、次元解析的に求められる Fig. 23 に示したような無次元量の間の関係を、実験結果に基づいて考察するよりも、Fig. 24 に示した関係は砂礫床面に対しては決して妥当なものではないが、Fig. 25 に示した関係に基づいて実験結果を整理する方が好都合であろうと考えられる。

以上のような考えのもとに、著者は Table 2 に示した実験結果に対して、直接 Fig. 25 に示した関係を検討することにした。Fig. 28 は Table 2 に示した実験値を図示したものであるが、この場合  $(v_{max})_k$  に

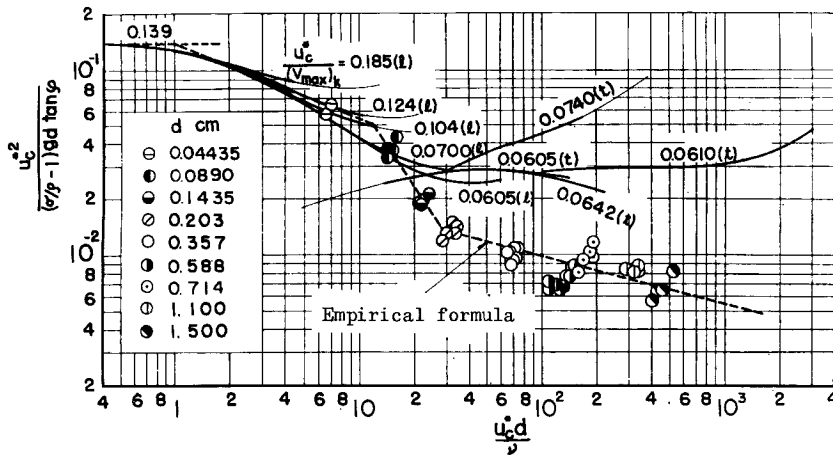


Fig. 28 Dimensionless representation of criterion for scour resulting from vertical water jets

対応した限界摩擦速度  $u^*c$  の推定はつぎのようにした。Fig. 24 に示した関係から限界摩擦速度を推定する場合、まず砂礫の大きさが十分小さい場合には、さきの論文<sup>6)</sup>などの結果から推察して境界層は層流であり、また粒径が十分大きい場合には当然乱流であると

考えなければならない。問題はその限界がどこであるかということであつて、これはさきの論文のように摩擦係数に関するなんらかの実験値がないと、その限界の推定はできない。そこで著者は実際にこのような計算方法で求められた結果と対比した場合、実験値が層流境界層を仮定した場合の理論曲線から、乱流境界層を仮定した場合のそれに遷移するあたりの砂礫の大きさは0.1~0.2cm程度であることを考えて<sup>6)</sup>、この付近の粒径を限界として Fig. 24 に示した二つの関係を区別することにした。そしてその限界付近において、上述のような考えのもとに整理した実験値が、一応滑らかな曲線で結びうるように考慮して、Table 1 に示した実験砂礫のうち0.1435cm以下のものに対しては Fig. 24 に示した層流境界層の関係を用いて、またそれ以上の砂礫に対しては乱流境界層の関係を用いて限界摩擦速度を推定することにした。

Fig. 28 に示した理論曲線はさきの論文と全く同様に、砂礫の遮蔽効果を考慮して(101)式をつぎのようにあらわしたものである。

$$\frac{u^*c^2}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi} = \frac{4}{3\varepsilon\phi_t}, \quad (i=1,2,3) \dots\dots\dots(103)$$

ここに、 $\varepsilon$  の値は粒径が小さい場合の実験値が十分でないため適確には決定できないが、その遮蔽の機構はすでに取り扱った場合とあまり相違しないものと考えて、 $\varepsilon=0.4$  とした。この図に示した結果から、つぎのようなことがわかる。まず粒径の小さい場合すなわち  $u^*c d/\nu$  の値が十分小さい場合には、実験値が比較的よく理論曲線に一致しているようである。この事実は噴流の衝突によつて生ずる砂礫層内の流れが砂礫の移動限界に大きく影響しないものと考えれば、前述した理論的考察がこの範囲に対して十分妥当であることを示している。しかしながら、 $u^*c d/\nu$  の値がさらに大きい範囲に対しては、理論曲線と実験結果との一致

は当然望むべくもないが、つぎにこれらの関連について考察しておこう。

まず噴流による砂礫の移動限界に対して、噴流の衝突によつて生ずる砂礫層内の流れがどの程度影響を及ぼすかは明確ではないが、粒径が大きいほど砂礫層内の流れは速く、したがつて  $u^*_{cd}/\nu$  の値が大きい範囲ほどその影響は大きいものと考えべきである。しかしながら、二次元噴流の場合に対する粟津博士<sup>5)</sup>らの研究にみられるように、たとえば  $\xi=0.1$  付近において砂礫層内の流れが上方に滲出する傾向を示すわけであつて、こうした流れがどの程度砂礫の移動限界に影響するかを推定することは、そうした流れと砂礫床面上における流れとの関連が明らかでない限り、困難といわねばならない。前述したような方法によつて実験結果を整理した **Fig. 28** においては、粒径が大きい場合に対してもかなりよく実験結果を統一的に整理しうることは、すでに述べた理論的考察中の仮定から、むしろ期待以上の事実というべきであり、またそのような仮定のもとに計算された理論曲線より非常に小さく実験値が図示されるのは、主としてつぎの理由によるものと考えられる。Blasius の法則を適用してえられた **Fig. 24** の結果は砂礫床面を滑面と考えたことに相当しているわけであるから、実際砂礫床面上における流れの場合に対しては、たとえば粗面管路の抵抗法則に関する Nikuradse<sup>17)</sup> の実験結果から明らかのように、摩擦抵抗係数に比例すると考えられる  $u^*_c/(v_{max})_k$  の値は、粒径が大きくなるほど大きくなるものと考えられる。したがつて、**Fig. 28** に示した実験値は  $u^*_{cd}/\nu$  の値の大きい場合、一般に理論曲線より非常に小さくあらわされているのであろう。

つぎに、**Fig. 28** に示した  $u^*_c/(v_{max})_k$  の効果は **Table 2** に示した実験結果においても、また乱流境界層を仮定した  $\delta \leq d$  の範囲を除いた理論的考察の結果においてもあまり明確ではなく、むしろ前論文<sup>9)</sup>の結果から推論すれば、このパラメータの効果は實際上あまり重要なものでないと考えてよく、さらにまた **Fig. 24** に示した結果によれば、とくに乱流境界層を仮定した場合には、 $u^*_c/(v_{max})_k$  の値は  $(v_{max})_k/\nu$  の値によつて大きく変化しないようであるから、実用上は洗掘限界に及ぼす  $u^*_c/(v_{max})_k$  の効果は省略してよいであろう。

なお、以上は噴流による洗掘限界を前述したように定義して実験結果を整理し、理論曲線と比較したのであるが、つぎに砂礫の移動限界位置について簡単に述べよう。砂礫の移動限界位置を実験によつて適確に求めることは、極めてむずかしいので、著者は近似的につぎのような方法をとつたのである。洗掘限界の状態付近においては長時間放置し、そこに形成されたわずかな洗掘孔において、最も深く洗掘された場所を砂礫の移動限界位置  $\xi_k$  とした。また観察によつて移動限界位置が見出されたものは、二、三回の平均値をもつて所要のものとした。このような方法によつて得られた若干の実験結果を **Fig. 26** に示したが、これからつぎのことがわかるであろう。実験結果は非常にばらついていて明確な結論はえられないが、確かに  $u^*_{cd}/\nu$  の値が小さいと  $\xi_k$  は小さく、また  $u^*_{cd}/\nu$  の値とともに  $\xi_k$  は若干増加し、最大 0.12 程度にまで及ぶようである。

### 3.3 実験公式および鉛直噴流による洗掘防止に関する考察

前述した鉛直噴流による洗掘限界に関する考察の結果に基づいて、実験公式を提案するとともに、洗掘防止に関して二、三考察すれば、つぎのようである。

#### (1) 実験公式

**Fig. 28** に破線で示した関係によつて実験結果を折線で近似し、限界摩擦速度を用いたままであらわせば、つぎの関係がえられる。

$$\left. \begin{aligned} k^* &\geq 235; & u^*_c &= 0.0479 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\}^{8/9} d^{2/3} \nu^{2/9}, \\ 52.0 \leq k^* &\leq 235; & &= 1.53 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\}^{4/7} d^{-2/7} \nu^{6/7}, \\ 2.68 \leq k^* &\leq 52.0; & &= 0.193 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\}^{5/8} d^{1/2} \nu^{1/3}, \\ k^* &\leq 2.68; & &= 0.139 \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\} d, \end{aligned} \right\} \dots\dots(104)$$

ここに、 $k^*$  は前論文その他においてすでに述べたものと全く同様であつて、 $k^* = \{(\sigma/\rho - 1)g \tan \varphi\}^{1/2}$

$d^{3/2}/\nu$  である。しかしながら、この関係はすでに述べた理由によつて明らかなように、たとえば限界掃流力に関する岩垣公式やさきの論文で述べた水平噴流による洗掘限界の場合と比較することはできない。むしろ、これらの関係から、実際的な実験式をつくるべきである。したがつて、(104)式の  $u_*^*$  を  $v_{max}$  を用いてあらわすために、Fig. 24 に示した層流および乱流境界層に対する関係をそれぞれ  $R^* \leq 235$  および  $R^* \geq 235$  に対して適用して変形すると、つぎの関係がえられる。

$$\left. \begin{aligned} R^* \geq 235; & \quad \frac{h}{d} = 0.314 \left\{ \frac{(v_{max})k^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi} \right\}^{25/8} \left\{ \frac{(v_{max})kd}{\nu} \right\}^{-7/32}, \\ 52.0 \leq R^* \leq 235; & \quad = 3.66 \left\{ \frac{(v_{max})k^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi} \right\}^{25/21} \left\{ \frac{(v_{max})kd}{\nu} \right\}^{-11/14}, \\ 2.68 \leq R^* \leq 52.0; & \quad = 274 \left\{ \frac{(v_{max})k^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi} \right\}^{125/72} \left\{ \frac{(v_{max})kd}{\nu} \right\}^{-1/4}, \\ R^* \leq 2.68; & \quad = 541 \left\{ \frac{(v_{max})k^2}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi} \right\}^{25/12} \left\{ \frac{(v_{max})kd}{\nu} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (105)$$

以上提案した洗掘限界に関する実験式の適用限界については十分明らかにしうるほど実験結果がないわけであるが、ここでは鉛直噴流の拡散特性に基づいて、その限界に対する簡単な考察を述べておきたい。まずこれまでに取り扱ってきた理論的考察の基礎になつているのは、前章において述べたもぐり噴流の衝突によつて生ずる境界層の解析結果であることから、当然噴流の特性からいえばいわゆる zone of established flow に相当するわけである。したがつて zone of flow establishment に対する洗掘限界に対して、明確な結論をうることはできないが、たとえば次元解析的方法によつて考察することにすれば、この場合には噴流の拡散する巾に噴流の大きさ  $D$  が陽に介入するわけであるから、以上述べた洗掘限界を規定する三つの無次元量の他に、 $D/h$  または  $D/d$  が入つてくることになるであろう。それ故、 $D/h$  または  $D/d$  が洗掘限界に及ぼす効果はかなり大きいものと考えられるような場合には、(105)式であらわされる関係は zone of established flow の領域のみに対して適用されるべきであつて、その適用範囲は  $h/D \geq 6.25$  であらわされる。また砂礫の粒径の大きい場合、すなわち Fig. 28 において  $u_*^*d/\nu$  の値の大きい範囲での適用限界はなんらその根拠にすべき資料がないので不明であることから、一応実験値のある範囲内に限られるであろう。

## (2) 鉛直噴流による洗掘防止に関する考察

以上述べた実験式を基にして鉛直噴流による洗掘防止に関して二、三考察するが、そのまゝに、すでに述べたもぐり噴流でない場合または洗掘防止のために armorplate を設けた場合の洗掘限界と前述した考察の結果との関連について簡単につけ加えておきたい。

i) 非もぐり噴流と水たたきを設けた場合の洗掘限界との関連：まず鉛直な非もぐり噴流による洗掘限界を考察するには、すでに述べたように砂礫床面付近の流れを適確に解明する必要があることはいうまでもないが、前論文で述べた結果から考えると、その現象はもぐり噴流の場合よりさらに複雑であつて、その水理学的な解明は極めて困難であるといわなければならない。しかしながら、ここで述べた考察の結果においては、噴流の特性が主として  $v_{max}$  によつてあらわされているので、前述したようにもぐり噴流でない場合に対してもなんらかの方法によつて  $v_{max}$  が推定できれば、洗掘限界に関する実験結果を同様な方法によつて整理し、その機構を検討することが可能となるであろう。もぐり噴流でない場合の噴流の拡散特性とくに最大中心流速のてい減に関しては本間ら<sup>13)</sup>の研究があつて、中心流速が距離とともに指数関数的に減少し、また水束の大きさに関する Reynolds 数によつてその傾向が相違することが示されている。しかし同様な現象に関する著者ら<sup>18)</sup>の若干の実験結果によれば、Reynolds 数よりも Froude 数に支配されるようであり、また流速の減少の傾向も相違するようである。したがつて、普遍的に最大中心流速のてい減法則を見出すことは、現在のところ極めてむずかしいようである。こうした現状において、一応非もぐり噴流による洗掘限界に関して行なつた二、三の実験結果のうち、実際  $v_{max}$  を測定したものについて Fig. 28 と同様な整理を行なつた結果によれば、若干傾向は相違するが、かなり実験結果をとりまとめることができるようである。

しかしながら、実験の範囲がせまく実用に供しうる結果がえられていないので、ここにその詳細は述べないが、今後さらに実験を進めて適確にその現象を究明していきたいと考えている。

つぎに噴流による洗掘を防止するために、armorplate を設ける場合が考えられるが、この場合の洗掘限界は鉛直のもぐり噴流が固定床の壁面に衝突する場合、その端部における問題として取り扱われるわけであるから、滑面の armorplate の場合を考察することにすれば、その理論的考察は前述したもののままでよいわけであり、ただ(100)および(101)式であらわされる関数関係を次式のようにかきかえて計算し直せばよいであろう。

$$\frac{(v_{max})_k^2}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3\phi'_i}, \dots\dots\dots(106)$$

ここに、

$$\phi'_i = \phi'_i \{(v_{max})_k d/\nu, d/h, L/h\} \dots\dots\dots(107)$$

であり、また  $L$  は armorplate の半径である。 $v_{max}$  には armorplate の端部が洗掘限界にあるときの値を示すために符号  $k$  を付しておいた。この関係は **Fig. 21** に示した摩擦速度の係数を用いてかきかえれば、**Fig. 25** に対応した前論文<sup>6)</sup> の場合と同様なつぎのような関係によつてあらわされるであろう。

$$\frac{(u^*_c)^2_L}{(\sigma/\rho-1)gd \tan \varphi} = \frac{4}{3(\phi'_i)_L}, \dots\dots\dots(108)$$

ここに、

$$(\phi'_i)_L = (\phi'_i)_L \{(u^*_c)_L d/\nu, (u^*_c)_L/(v_{max})_k \text{ または } (u^*_c)_L/(\bar{u}_0)_L\} \dots\dots\dots(109)$$

であり、また  $(u^*_c)_L$ : armorplate の端部における限界摩擦速度、 $(\bar{u}_0)_L$ : 同じ場所における境界層外縁における流速である。以上のように考えると、前述した理論的考察はむしろこのような armorplate を設けた場合の洗掘限界を取り扱うのに適した方法であると考えられるが、一方前章で述べた境界層の発達に関する考察は噴流の中心付近のみを対象としたものであるから、armorplate が大きい場合すなわち(107)式において  $L/h$  の値が十分小さいと考えられない場合には、壁面付近の流れに関するより詳細な解析を行なう必要がある。著者はこうした問題も含めて armorplate を設けた場合の洗掘限界についても、今後研究を進めていきたいと考えている。

なお、以上はもつぱら円形噴流による場合であるが、これに対応して二次元噴流の場合も全く同様に、前章の結果を用いて考察することができることをつけ加えておきたい。

ii) 鉛直噴流による洗掘防止に関する二、三の考察：もぐり噴流による洗掘限界を規定する関係として(105)式がえられたので、この場合の洗掘防止について二、三考察すれば、つぎのようである。この場合の洗掘を防止するためには、砂礫床面から噴流出口までの距離  $h$  や砂礫の大きさ  $d$  を大きくして、洗掘防止をはかると、噴流の特性を考慮して  $v_{max}$  を小さくすることが考えられる。そこで最も効果的に洗掘防止を行なうためには、噴流の特性及び  $h$  をどのように選定したらよいかについて考えよう。いま噴流の流量  $Q = (\pi/4)D^2V$  が与えられている場合を考えることにし、(105)式中の  $v_{max}$  に(47)式であらわされる関係を代入すれば、 $d \propto D^{-n'} h^{-n''}$  (ここに  $n' = 193/175 \sim 143/71$ ,  $n'' = 9/7 \sim 215/71$ ) となるから、捨石に必要な砂礫の大きさをできるだけ小さくするためには、噴流の大きさ  $D$  を大きくするより、噴流の出口と砂礫床面の距離  $h$  を大きくした方が効果的であることがわかる。また噴流の特性及び  $h$  が最初から与えられている場合に対して、洗掘防止のための捨石の大きさを決定するためには、(105)式を用いて必要な砂礫の大きさを推定すればよく、また砂礫を大きくすることが最も効果的に洗掘防止に役立つ場合は(105)式における  $R^* \geq 235$  の領域である。

以上はもつぱら zone of established flow における場合であるが、これに反して zone of flow establishment の場合には  $h$  によつて流速が減少しないわけであるから、一般には捨石の大きさはかなり大きくする必要があるものと考えられる。

つぎに、捨石の代りに洗掘防止のための armorplate を設けた場合に対しては、実験結果がないので適確



な推論は望めないが、Fig. 26の結果を参照すれば、armorplateの半径は少なくとも $\xi_k$ 以上に長くしておくべきであろう。そうした場合に必要なarmorplateの長さの適確な決定に対しては、その洗掘限界に関する考察を適確に行なうべきことはいまでもないが、一応前章および本章の前述した結果はこうした目的に対して二、三の基礎的資料となりうるであろう。

非もぐり噴流による洗掘防止に対しては、水車が空気を連行することから、一般にはもぐり噴流の場合に較べて $v_{max}$ は減少する。したがって、もぐり噴流の場合に較べてかなり効果的に洗掘防止を試みることができるであろう。

以上は主として円形噴流による場合であるが、二次元噴流の場合に対してもほぼ同様に推論しうるものと考えられる。

#### 4. 結 語

以上本論文においては、鉛直噴流による洗掘防止対策を水理学的に究明するための基礎資料をうることを目的として、これに関連した二、三の研究について述べたが、その概要をとりまとめて結語とする。

まず本論文の前半においては、鉛直噴流による局所洗掘や洗掘限界の問題を考察する場合に必要な、境界面付近の流れに関しての簡単な理論的考察を行ない、若干の実験結果と比較して、その流れの特性をかなり明らかにするとともに、こうした噴流による洗掘防止対策を検討するための定性的な基礎資料を示した。

ついで、後半においては、実際問題において考えられる種々の鉛直噴流による洗掘限界のうち、その代表的なものとしてもぐり円形噴流による洗掘限界をとりあげ、その水理学的機構を前半において考察した結果を適用し、水門下流部における洗掘限界に関するさきの研究と同様な方法によつて理論的に考察した。鉛直噴流による洗掘限界の現象は一般に複雑であつて、適確な理論的考察は望めなかつたけれども、詳細な実験結果を理論的考察結果にもとづいて整理し比較検討して、つぎのような結果をえた。まず第1にこうした場合の洗掘限界においては、砂礫床面上に最も砂礫が移動し易い位置が存在するので、そのような位置で洗掘限界を定義したが、理論上その位置は層流境界層および乱流境界層を仮定した場合とで相違し、それぞれ噴流出口から砂礫床面までの距離の約0.06倍および0.1倍程度のところであることがわかつた。第2に、実験結果と理論曲線との比較においては、砂礫の大きさが十分小さい場合には、両者はかなりよく一致するようであるが、砂礫が大きくなると、実験値は理論曲線より非常に小さくあらわれることがわかつた。この理由については、簡単に考察しておいたが、一方実験値は理論曲線と相違するにもかかわらず、実験の範囲内では一つの関係によつて、かなり良好に整理されることがわかつた。さらに、理論および実験の結果に基づいて、もぐり円形噴流による洗掘限界に関する実験公式を提案するとともに、洗掘防止に関する二、三の考察を行なつた。

以上本論文でえられた成果は鉛直噴流による洗掘限界としては、決して十分なものではなく、その機構の解明も今後の研究にまたねばならない点が少ないが、落水水車による洗掘防止対策を検討する場合に必要な一つの基礎資料となりうるであろう。なお、鉛直噴流の他の場合の洗掘限界、たとえば非もぐり噴流の場合とか、あるいは洗掘防止用にarmorplateを設けたときの洗掘限界などについても、同様な考察が適確に進められるべきであることから、今後こうした問題を究明する機会をもちたいと考えている。

最後に、本研究を進めるにあつて御指導を賜つた石原藤次郎教授および岩垣雄一教授に謝意を表するとともに、本論文の実験が遂行できたのは名古屋工業大学橋本規明教授の貴い御支援によるものであることを明記して、謝意を表する次第である。また本実験を行なうに当り助力していただいた栗田、加納、小幡および高鳥の諸氏、および理論的計算をしていただいた小泉および長木の両氏に感謝する次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) Smith, G. L.: Scour and Energy Dissipation below Culvert Outlets, Colorado Agricultural and Mechanical College, Thesis for Degree of Master of Science, April 1957.
- 2) Iwagaki, Y., G. L. Smith and M. L. Albertson : Analytical Study of the Mechanics of Scour

- for Three-Dimensional Jet, Colorado State University Research Foundation, Presented at A. S. C. E. Hydraulic Conference, August 1958.
- 3) Duckstein, L., Y. Iwagaki and M. L. Albertson : Analytical Study of the Mechanics of Scour for Two Dimensional Jet, Prepared for U. S. Bureau of Public Roads under Contract #CPR11 5504, April 1960.
  - 4) Rouse, H.: Criteria for Similarity in the Transportation of Sediment, Proc. of Hydraulics. Conference, Univ. of Iowa, Bull. No.20, 1940, pp. 33-49.
  - 5) 粟津清蔵：洗掘機構についての基礎的研究，土木学会論文集，第52号，昭33，2，pp. 2-15.
  - 6) 土屋義人：水門下流部における洗掘限界に関する研究，土木学会論文集，第82号，昭37.6，pp. 21-51.
  - 7) 岩垣雄一，土屋義人，今村正孝：水平噴流による洗掘に関する二，三の実験，土木学会第6回水理研究会講演会講演概要，昭36.5，pp. 11-14.
  - 8) たとえば，藤本武助：応用流体力学，丸善株式会社，昭17，p. 355.
  - 9) Birkhoff, G. and E. H. Zarantonello : Jets, Wakes, and Cavities, Academic Press Inc., 1957. p. 230.
  - 10) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, translated by J. Kestin, McGraw Hill Book Company, Inc., 1960, p. 605.
  - 11) Schach, W.: Umlenkung eines freien Flüssigkeitsstrahles an einer ebenen Platte, Ingenieur Archiv, Band 4. Heft 1934, S. 245-265.
  - 12) Schach, W.: Umlenkung eines keisförmigen Flüssigkeitsstrahles an einer ebenen Platte senkrecht zur Strömungsrichtung, Ingenieur Archiv, Band 6, Heft 1935, S. 51-59.
  - 13) Homma, M.: An Experimental Study on Water Fall, Proc. Minnesota International Hydraulic Convention, I. A. H. R. and A. S. C. E., 1935, pp. 477-481. あるいは，岩崎敏夫，千秋信一：静水中に落下する水流の実験，土木学会誌，第38巻，第8号，昭28.8，pp. 1-5.
  - 14) Albertson, M. L., Y. B. Dai, R. A., Jensen and H. Rouse : Diffusion of Submerged Jets Trans. A. S. C. E., Vol. 115, 1950, pp. 639-697.
  - 15) Poreh, M. and J. E. Cermak : Flow Characteristics of a Circular Submerged Jet Impinging Normally on a Smooth Boundary, Proc. of the Sixth Midwestern Conference on Fluid Mechanics, 1959, pp. 198-212.
  - 16) 橋本規明，土屋義人，清水孝一，広本文素，斉藤正勝：鉛直噴流による洗掘に関する二，三の実験，土木学会第17回年次学術講演会講演概要，昭37. 5，pp. 53-55.
  - 17) たとえば，岡本哲夫：応用流体力学，誠文堂，昭28. 3，p. 133.
  - 18) 土屋義人，栗田資夫：噴流による砂礫の移動限界に関する実験，土木学会中部支部研究発表会講演概要，昭32. 11，p. 57.
  - 19) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, translated by J. Kestin, McGraw Hill Book Company, Inc., 1960, p. 607.
  - 20) Kuethe, A. M.: Investigations of the Turbulence Mixing Regions Formed by Jets, Jour. of Appl. Mech., Vol. 2, No. 3, 1935, pp. A-87-95.