

緩こう配流れに関する研究 (I)

—滑面水路におけるせき上げ流れに関する実験的研究—

角 屋 睦・今尾昭夫

STUDIES ON FLOW WITH VERY MILD HYDRAULIC GRADIENT (1st Report)

—EXPERIMENTAL STUDY ON DAMED-UP
FLOW IN SMOOTH OPEN CHANNEL—

by Dr. Agr. Mutsumi KADOYA and Akio IMAO

Synopsis

This paper describes the experimental results and the several discussions on the hydraulic behaviour of a damed-up flow in a smooth open channel, as 1st step of studies on the flow with very mild hydraulic gradient in a open channel.

The experiments were carried out for the flow of 1.35~16.66 1/sec in discharge in the steel chsnnel of 0.3 m width and 21 m length.

It is disclosed as a result that the value of resistance coefficient defined by $f = \tau_0 / \rho u_m^2$, in which τ_0 is the shearing stress on boundary, ρ the density of water and u_m the average velocity of flow, for such the flow shows the tendency to be larger than that for a uniform flow with same Reynolds number.

This seems to be caused by the followings;

- i) the resistance coefficient $C_f = \tau_0 / \rho u_0^2$, in which u_0 is the maximum velocity in the cross-section, varies with the value of dh/dx ,
- ii) there exists the condition restricting the growth of boundary layer,
- iii) the effect of side walls on the flow is considerable large, and so on.

However, the analytical investigation on this problem remains in future.

まえがき

水面こう配のきわめて小さい、いわゆる緩こう配流れの水理特性については、まだわからないことが多い。しかし、例えば高水継続時間の長い河川を排水河川とするような内水地区の自然排水用水路の疎通能力を検討する問題など、一般に内水問題に関連して重要な課題の一つとなつている。

前年度コンクリート製水平水路において若干の実験を行つた結果、見かけ上の抵抗係数が水面こう配の緩になるほど大きくなり、その程度が常識では考えられない値にまで変化することを示したが、流速分布の検討を全然行なわない不備極まるものであつた。

本年度は 1/500, -1/500 に設定した鋼製水路を用いて若干の検討を加えてみた。細部については、なお不明の点が多く、さらに実験的、理論的検討を加えつつあるが、ここでは序報として、実験結果の概要と問題点を概述することにする。

1. 開水路における運動の方程式と抵抗係数

一般に長方形断面開水路における定常流れの運動方程式は周知のように次式で示される。

$$\frac{T}{\rho A} = g \left(\sin \theta - \cos \theta \frac{dh}{dx} \right) - \frac{1}{A} \frac{d}{dx} \iint_A u^2 dy dz \dots\dots\dots(1)$$

ただし ρ : 水の密度, A : 流水断面積, g : 重力の加速度, θ : 水路底の傾斜角, h : 水深, x, y, z : それぞれ水路底下流方向, x 軸に水平, 垂直方向にとつた座標軸, また T は dx 区間に働らく摩擦力で次式で示される。

$$T = 2 \int_0^b \tau_0 dy + 2 \int_0^h \tau_w dz + 2 \int_0^b \tau_a dy \dots\dots\dots(2)$$

ただし τ_0, τ_w, τ_a はそれぞれ水路底, 側壁および水面におけるせん断応力, b は水路半巾である。

一般には水面に働らく空気の抵抗は無視できると考えられ, boundary shear stress $\tau_0 = T/s$ (s : 潤辺) を用いると(1)式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\tau_0}{\rho} &= u_*^2 = gR \left(\sin \theta - \cos \theta \frac{dh}{dx} \right) - \frac{R}{A} \frac{d}{dx} \iint_A u^2 dy dz \\ &= gR \left(\sin \theta - \cos \theta \frac{dh}{dx} \right) + \frac{R}{h} u_m^2 \left(\beta \frac{dh}{dx} - h \frac{d\beta}{dx} \right) \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

ここに u_* : 摩擦速度, R : 径深, u_m : 平均流速, β : 運動量補正係数。

実際の計算では $\tau_0/\rho = u_*^2$ を直接論議するかわりに, 次式で定義される抵抗係数の値を, 扱かうことが多い。

$$C_f = 2\tau_0/\rho u_0^2 = 2u_*^2/u_0^2 \dots\dots\dots(4)$$

$$f = 2\tau_0/\rho u_m^2 = 2u_*^2/u_m^2 \dots\dots\dots(5)$$

ただし u_0 : 境界層厚さ δ の点の流速。

通常の水利計算では Chezy の C あるいは Manning の粗度係数 n の値が問題になるが, これらは(5)式で定義される f を用いると

$$\left. \begin{aligned} C &= \sqrt{2g/f} \\ n &= R^{1/6} \sqrt{f/2g} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

と簡単に示され, 実用的には f の値が問題となるわけである。

こうした抵抗係数の問題については, これまでかなりの研究がなされ, 開水路の流れでも等流の場合, かつ境界層の十分発達した状態では, 例えば円管流についての Blasius の式が拡張適用され, 境界層が十分発達していない状態でも C_f についてはまず一義的に表示し得るものと考えられている。

境界層が十分発達するまでの流れでは, 境界層内の運動量の式

$$\begin{aligned} - \frac{d}{dx} \int_0^\delta (\rho u^2 + p) dz &= -u_0 \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u dz \\ - \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho \left(u + \frac{d\delta}{dx} x \right) \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dz & \\ - \rho g s \sin \theta + \tau_0 &\dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

の p を静水圧分布と考え若干整理すると, boundary

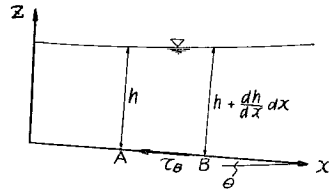


Fig. 1 Schematic diagram of flows

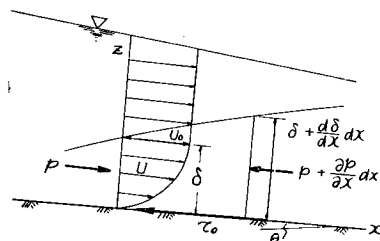


Fig. 2 Sketch of boundary layer

shear stress τ_0 を規定する式として次式をうる。

$$\frac{\tau_0}{\rho} = u_* \delta^2 = (C_f/2)u_0^2 = g\delta \left(\sin \theta - \cos \theta \frac{dh}{dx} \right) - \frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dz + u_0 \frac{d}{dx} \int_0^\delta u dz \dots\dots\dots(8)$$

ここに δ は境界層の厚さである。さらにこの式は δ の値のいかんによらず次式と同等である。

$$\frac{\tau_0}{\rho} = gh \left(\sin \theta - \cos \theta \frac{dh}{dx} \right) - \frac{d}{dx} \int_0^h u^2 dz \dots\dots\dots(9)$$

(9) 式は (3) 式を一次元の形で表示したものにはかならない。

以下このように算定される C_f, f, u_{*R}, u_{*i} などの値を用いて、実験結果を若干考察してみる。

2. 実験結果と 2, 3 の考察

2.1 実験の方法

実験は Table 1 に示すように +1/500, -1/500 に設定した鋼製水路を用いて行つた。-1/500 水路による実験は、+1/500 水路の実験結果の dh/dx の正負による効果を検討するために行つたものであるが、下流水位が高くなると水面こう配が急激に小さくなり、測定精度の点で十分なデータは得がたいので、ここでは主として +1/500 の水路による実験結果を考察するつもりである。

Table 1 Condition of Experiment

ma- terial	channel				discharge (l/s)		depth at end of channel (cm)	slope of water surface
	width (cm)	depth (cm)	length (m)	slope	brief num- ber	real discharge		
Steel	30	20	21	1/500	1	1.35~ 1.38	2.26~13.60	$2.34 \times 10^{-3} \sim 3.3 \times 10^{-5}$
					4	3.78~ 3.88		
					11	11.06~11.10	" (5.70)~13.48	$2.53 \times 10^{-3} \sim 2.17 \times 10^{-4}$
					16	16.65~16.66	" (7.58)~15.00	$3.16 \times 10^{-3} \sim 3.00 \times 10^{-4}$
Steel	20	20	17	-1/500	0.5	0.50~ 0.51	fall (2.41)~ 4.94	$5.05 \times 10^{-4} \sim 1.3 \times 10^{-5}$
					1	0.98~ 1.06	" (3.33)~ 6.53	$7.07 \times 10^{-4} \sim 9.95 \times 10^{-5}$
					4	3.80	" (5.32)	$1.23 \times 10^{-3} \sim 7.0 \times 10^{-4}$
					10	10.33	" (9.63)	$2.42 \times 10^{-3} \sim 1.59 \times 10^{-3}$

実験に際し、下流条件は水路末端プールの水位を変化させることによつて与え、水位は精度 0.1 mm の point gauge および pitot tube による manometer を併用、流速は $u > 15 \text{ cm/sec}$ は pitot tube, $u < 20 \text{ cm/sec}$ は塩速法によつた。ここに塩速法とは、食塩と過マンガン酸カリの混合溶液が適当な間隔 (5~13 cm) に配置した受感部間を通過する所要時間をペン書きオシロの記録より読み取る方法である。流速の測点は鉛直方向に底面より 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 13, 23, 33……mm, 横方向には壁面より 5~20 mm, 75 mm, 150 mm (中央) とした。なお水路の上はビニール布で被覆し、風の影響を防ぐようにした。

2.2 抵抗係数

Fig. 3 は、実験によつて得られたみかけ上の抵抗係数 f を図示したものである。

同図では、実験値の水深、水面こう配などの値をとくに区別して示してないが、 $i=1/500$ の場合、下流のせき上げにともない Blasius の式

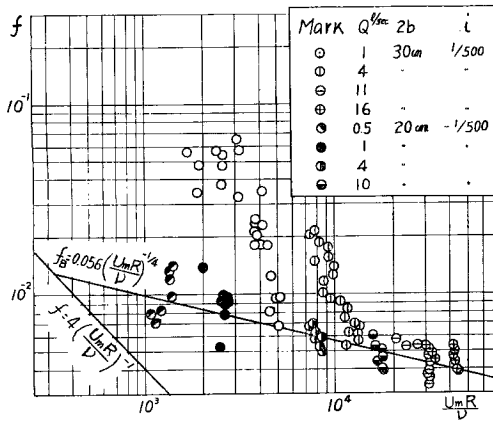


Fig. 3 Relation between f and $u_m R/\nu$

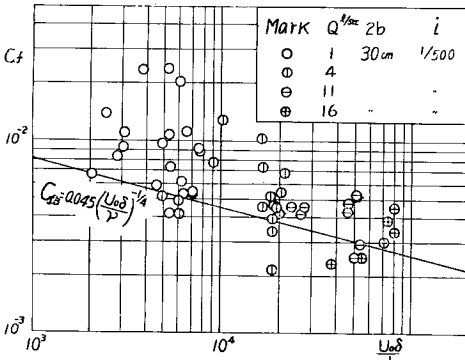


Fig. 4 Relation between C_f and $u_0 \delta/\nu$
 C_f : Calculated value using Eq. (8)

的によく Blasius の式で近似されるのが注目される。

そこでここでは一応 $i=1/500$ 水路のデータを中心に考察を進める。

Fig. 4 は (8) 式の形で計算した C_f の値を示したものである。

Blasius の式

$$C_{fB} = \frac{2u_*^2}{u_0^2} = 0.045(u_0 \delta/\nu)^{-1/4} \dots \dots \dots (11)$$

でかなり近似できるようであるが、バラツキも大きい。このバラツキには実験誤差その他種々の要素が含まれていると考えられ、一概に Blasius の式で近似できるかどうかの判断はむづかしい。

f, C_f のバラツキ, あるいは (10), (11) 式の f_B, C_{fB} よりの外れが何によるものであるかを以下分解的に調べてみよう。

2.3 u_* の検討

$$f_B = 0.056(u_m R/\nu)^{-1/4} \dots \dots \dots (10)$$

ただし u_m : 平均流速, R : 径深, ν : 動粘性係数

の値より漸次大きな値を示し, その程度は, 流量の小さいものほど著しい。すなわち下流水位が同じであつても, 水深の等流水深に対する比が大きくなるほど, あるいは Froude 数が小さくなるほど, (10) 式よりの外れが大きくなつている。

しかし $i=-1/500$ 水路による実験結果は, 水面こう配が $i=1/500$ 水路のものとはほぼ same order のデータであるにもかかわらず, 全般

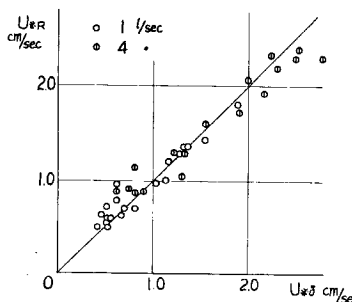
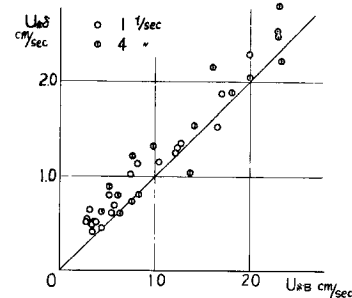
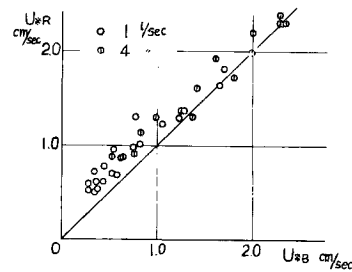


Fig. 5 Relation between $u_{*R}, u_{*\delta}$ and u_{*B}
 u_{*R} : Calculated values using Eq. (3)
 $u_{*\delta}$: Calculated values using Eq. (8)
 u_{*B} : Calculated values using Eq. (11)

Fig. 5 は(3)式より算定される u_{*R} , (8)式より得られる $u_{*δ}$, および実験より得られた u_0 , $δ$ の値には誤差が含まれないと考えた場合に(11)式より得られる u_{*B} の値を, とくにバラツキの大きい $Q=1, 4l/sec$ の場合について図示したものである。

これによりつぎのようなことが考察される。

(i) u_{*R} , $u_{*δ}$ と u_{*B} の値は, いずれもよく合っているようにみえるが, u_{*} の小さくなるにつれ, $u_{*R} > u_{*B}$, $u_{*δ} > u_{*B}$ の傾向がみられる。これは dh/dx , Froude 数, 側壁などの効果がきいているのか, あるいは実験誤差とくに水面こう配の誤差がきいているのかのいずれであろう。

(ii) u_{*R} と $u_{*δ}$ の値はよく一致している。仮に $u_{*R} = u_{*δ} \div u_{*B}$ とみなしうるにかかわらず $f \geq f_B$ であるとすれば, これは境界層の挙動ないし流速分布形式が問題となることを意味するであろう。

2.4 境界層厚さと抵抗係数

境界層厚さが抵抗係数 f に, およぼす影響を考えてみる。いま簡単に流れを一次元的に考え流速分布に power law を仮定し

$$u/u_0 = (z/\delta)^{m_1} \dots\dots\dots(12)$$

$$C_f = 2K(u_0\delta/\nu)^{-k} \dots\dots\dots(13)$$

が成立するものとする。ここに u ; 底面より z の点の流速, K, m_1, k ; 常数で $k=2m_1/(m_1+1)$ である。境界層厚さ $\delta = \xi h$ とすると(13)式はつぎのようになる。

$$f_\xi = \frac{2K}{(1-N_1\xi)^{2-k}} \frac{1}{\xi^k} \left(\frac{u_m h}{\nu} \right)^{-k} \dots\dots\dots(14)$$

これを $\xi=1$ とした f_1 の値と比較するため, f_ξ/f_1 の値を示すと Fig. 6 のようになり, $1/m_1=7$ の場合, $\xi > 0.2$ では $f_\xi/f_1 \leq 1.2$ 程度である。2次元的な取扱いでも, 底面および壁面より発達する流速分布が互に独立かつ power law が成立する場合は, Fig. 6 の f_ξ/f_1 の2乗形できいてくるが, 断面分割的な考え方

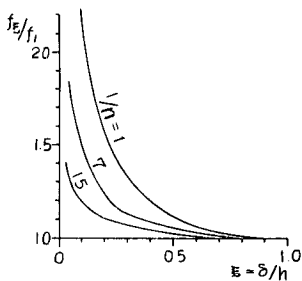


Fig. 6 Relation between f_ξ/f_1 and ξ

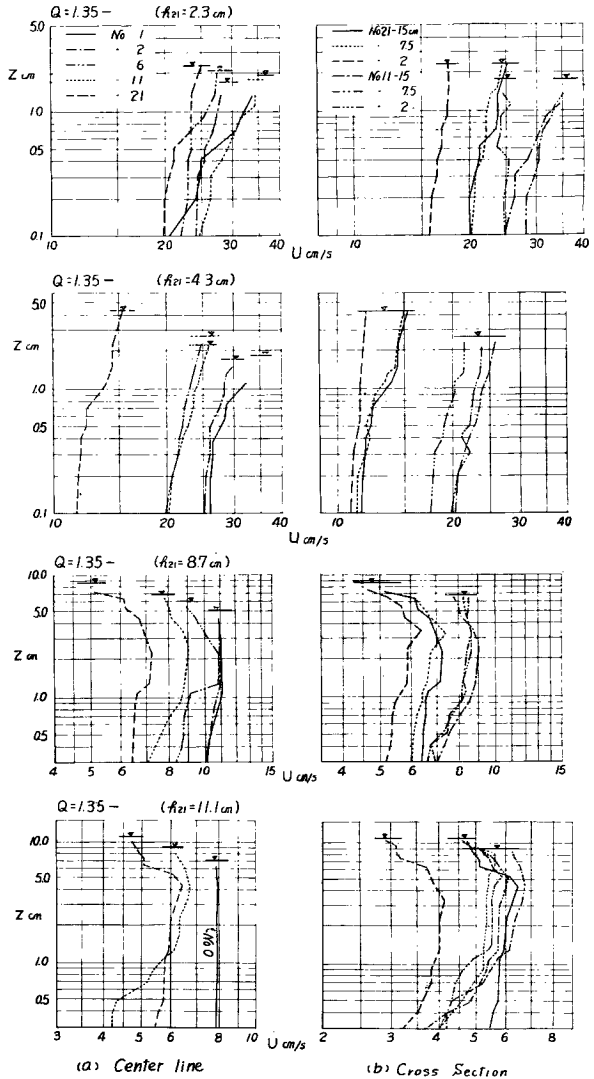


Fig. 7 Examples of velocity distribution (Point number show distance from entrance in m)

が成立すれば1乗形できくはずである。

開水路における境界層の発達については、流速分布の形式と抵抗係数 C_f の式表示がわかれば一応検討できるはずであつて、たとえば Bauer¹⁾, Delleur²⁾, 岩佐³⁾, 松下⁴⁾などの研究がある。

いま、境界層より発達する流速分布は、互に独立に power law が成立すると仮定して境界層の発達を論じた松下⁴⁾の研究成果を利用すると、とくに f/f_B の値が大きい $Q=1, 4l/sec$ の場合、一次元流れとみなせる場合は1~4 m, 二次元的にみても1~8 mで $\xi=1$ になるはずであるが、実際には必ずしもそのようにはならないようである。

2.5 流速分布

Fig. 7 に流速分布の1例を示す。同図 (a) は水路中心線上の流速分布を示し、測点番号は上流よりの距離 (m) を示している。同図 (b) は上流より10, 21mの断面の左壁面より 2, 7.5, 15 cm (中心) の位置の流速分布を示したものである。

同図よりもわかるように、いわゆる主流領域らしいものの存在が、必ずしも認められず、下流水深の増加につれて最大流速の位置が水面より低下する傾向がみられる。

最大流速の位置が水面より低下する理由については、いろいろの考え方がなされており、例えば空気抵抗 α を考慮した南⁵⁾らの試みもあるが、なお十分なものはなく、今後の問題である。しかしこのような流速分布の性状が、Fig. 6 では十分説明しきれない、 f/f_B の値を支配する大きな要因となつては疑えないであろう。

つぎに C_f に関連する境界層内の流速分布 (むしろ最大流速点以下の流速分布というべきであろう) を調べてみる。

Fig. 8 は境界層内の流速分布に power law が成立するものとして (12) 式の n_1 の値を排除厚 δ_* で作つた Reynolds 数 $u_0\delta_*/\nu$ で整理したものである。

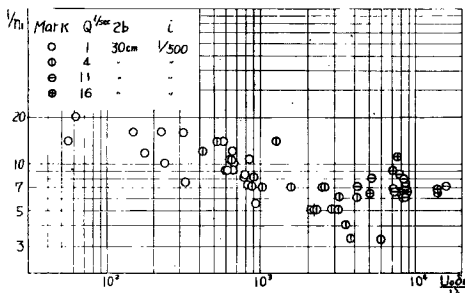


Fig. 8 Relation between $1/n_1$ and $u_0\delta_*/\nu$

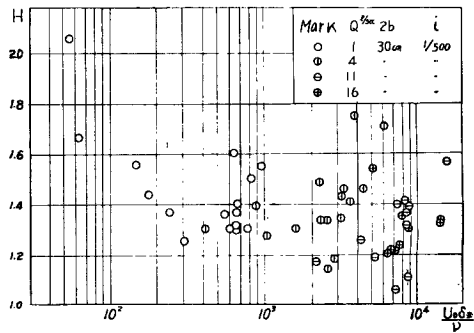


Fig. 9 Relation between $H = \delta_*/\theta$ and $u_0\delta_*/\nu$

これよりすると $1/n_1 \sim u_0\delta_*/\nu$ の間には密接な関係がありそうで、定性的には岩佐³⁾の研究と同じ傾向を示しているようであるが、しかし Fig. 9 にみられるように $H \sim u_0\delta_*/\nu$ の間の関係は判然とせず、むしろ岩佐³⁾の実験結果と逆の傾向さえうかがわれ、Fig. 8 と Fig. 9 は矛盾した結果を示しているようにもみられる。ただし H は排除厚 δ_* と運動量厚 θ との比 ($H = \delta_*/\theta$) である。

このことは境界層内の流速分布が、必ずしも power law にしたがっているとは断定しがたいことを意味しているようでもある。

また通常の意味での対数法則も成立しないが、いま

$$u/u_* = A_s + B_s \log u_* z/\nu \dots\dots\dots(15)$$

とにおいて A_s, B_s を調べると、Fig. 10 に示すように、通常知られている円管流の $A_s=5.5, B_s=5.75$ とは

相当違った値になる。

開水路流れで等流の場合の A_s, B_s の値は、円管流の場合とはいくぶん異なる値も示されているが、大体これに近い値である。なお $B_s=5.75$ として Clauser の方法によつて C_f ないし u_* の値を推定すれば、 $A_s=5.5$ となるはずだとの主張⁷⁾もあるが、本実験データの場合そのようにはならなかつた。

Fig. 10 よりすれば、 u_* の値として u_{*B} を採用した(b)図の方が、 $u_{*δ}$ をとつた(a)図よりも $A_s \sim B_s$ の関係が非常にうまく表現されるところをみると、 $u_{*δ}$ の算定にかなりの実験誤差が含まれているようにも考えられる。

2.6 dh/dx , Froude 数などの影響

流速分布の形、抵抗係数の値が、これまでに知られているものと異なるのは $dh/dx \neq 0$, かつ Froude 数がとくに小さくなることなどの影響であると考え、つぎのような parameter を考える。

$$A_δ = \frac{gδ}{u_0^2} \cdot \frac{dh}{dx} \left(\frac{u_0δ}{ν} \right)^{1/4} = \frac{dh/dx}{F_δ^2} \left(\frac{u_0δ}{ν} \right)^{1/4} \dots\dots\dots(16)$$

$$A_R = \frac{gR}{u_m^2} \frac{dh}{dx} \left(\frac{u_m R}{ν} \right)^{1/4} = \frac{dh/dx}{F_R^2} \left(\frac{u_m R}{ν} \right)^{1/4} \dots\dots\dots(17)$$

これは乱流剥離の問題を扱う際に考えられる parameter

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{δ_*}{ρ u_m^2} \frac{dρ}{dx} \left(\frac{u_m δ_*}{ν} \right)^{1/4} \\ \Gamma &= -\frac{θ}{ρ u_0^2} \frac{dρ}{dx} \left(\frac{u_0 θ}{ν} \right)^{1/4} = \frac{θ}{u_0} \frac{du_0}{dx} \left(\frac{u_0 θ}{ν} \right)^{1/4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

などと同種のものであるが、実際には(16), (17)式のものの方が(18)式の parameter に比べて Froude 数の2乗程度 order が大きい。Fig. 11 は $C_f/C_{fB} \sim A_δ$, Fig. 12 は $f/f_B \sim A_R$ の関係を示したものである。power law が成立するとした $1/m_1$ と $A_δ$ の間にもかなりの関係がみられたが、Fig. 8, 9 より、流速分布(12)式の成立に疑問が残る点と理論展開上の便利さに欠ける意味で省略した。

さて Fig. 11 よりすれば、 C_f/C_{fB} は $A_δ$ の関数、とくに $A_δ^{1/2}$ に比例するような関係がみられるが、Fig. 10 の関係よりするとなお若干の疑問も残るようである。

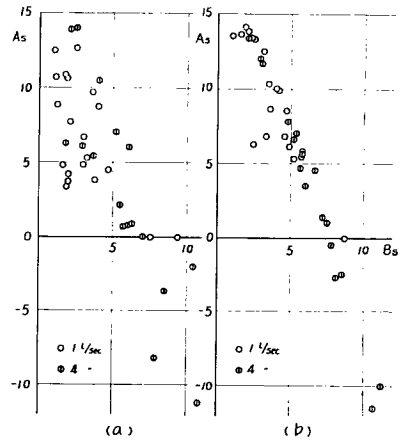


Fig. 10 Values of A_s and B_s as using Eq. (15)
(a) $u_* = u_{*δ}$ (b) $u_* = u_{*B}$

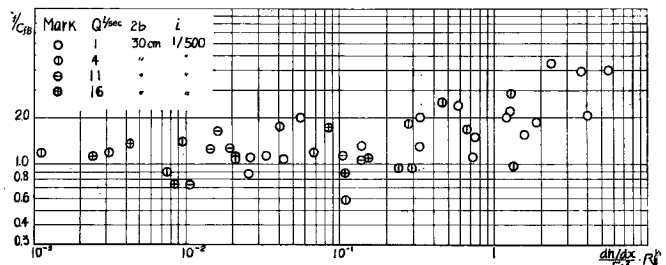


Fig. 11 Relation between C_f/C_{fB} and $\frac{dh/dx}{F_δ^2} \cdot Rδ^{1/4}$

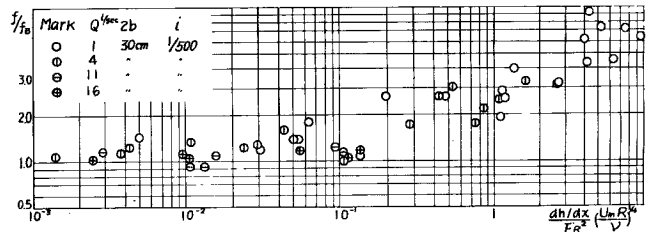


Fig. 12 Relation between f/f_B and $\frac{dh/dx}{F_R^2} \left(\frac{U_m R}{ν} \right)^{1/4}$

f/f_B がせき上げの程度につれて大きくなる理由として $C_f/C_{fB} > 1$ となるような条件があればその条件と、境界層の発達を押えられるような条件の2つのものが考えられ、仮に後者の影響が支配的であるとすれば、Fig. 12 の関係は有力なものとなるが、必ずしも普遍的なものとは速断しがたい。

3. 境界層の挙動についての予察と問題点

前項において実験結果について若干の考察を加えたが、結局抵抗係数 f がせき上げの大きくなるにつれて大きくする主因として

- (i) 抵抗係数 C_f が大きくなるのか
- (ii) 境界層の発達が押えられる条件が存在するのか
- (iii) 側壁の効果が意外に大きいのか

の3つが考えられるようである。

このうち、(i), (ii) は両立する条件ではない。いま仮に 2.5 の考察結果を用い、 a, b を常数として

$$\frac{C_f}{2} \left(\frac{u_0 \delta}{\nu} \right)^{1/4} = a - bF(A) \dots\dots\dots(19)$$

の関係が成立し、流速分布が

$$u/u_0 = \eta^{n_1} (A + B\eta), \quad \eta = z/\delta \dots\dots\dots(20)$$

で表わされるものと仮定すると、 A, B もまた A_δ の関数である。これを決定するため、渦動粘性係数 ϵ を

$$\epsilon = \epsilon_0 \eta^{m_1} \dots\dots\dots(21)$$

ϵ_0 ; constant

と仮定し境界条件

$$z=0; \quad u=0, \quad z=\delta; \quad u=u_0$$

$$\left. \frac{d\tau}{dz} \right|_{z=0} = G(A), \quad \tau|_{z=0} \neq 0$$

の下で A, B を求めるとつぎのようになる。

$$A = 1 - \frac{1}{n_1 + 1} \frac{\delta^2}{\epsilon_0 u_0} G(A), \quad B = \frac{1}{n_1 + 1} \frac{\delta^2}{\epsilon_0 u_0} G(A)$$

$n_1 = 1/7$ とおくと、結局 (20) 式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{u}{u_0} &= \eta^{1/7} \left\{ 1 - \frac{7}{8} \frac{\delta^2}{\epsilon_0 u_0} G(A) (1 - \eta) \right\} \\ \epsilon &= \epsilon_0 \eta^{6/7} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

かつ C_f の形はつぎのようになる。

$$\frac{C_f}{2} = \frac{1}{7} \frac{\epsilon_0}{u_0 \delta} - \frac{1}{8} \frac{u_0^2}{\delta} G(A) \dots\dots\dots(23)$$

(19) 式と (23) 式を比較すれば $bF(A)$ は $G(A)$ との関数で定まり、流速分布の形も $G(A)$ により定まる形となる。

流速分布の形や Fig. 11 の関係よりすれば、 $G(A) < 0$ であることが望ましいわけであるが、この場合境界層の発達は速くなるはずである。

通常考えられるように

$$G(A) = dp/dx \quad \text{or} \quad \rho u_0 du_0/dx \dots\dots\dots(24)$$

の形で表わされると考えると、本実験のように dh/dx の場合には $G(A) > 0$ となり、Fig. 11 のように $C_f/C_{fB} > 1$ となることは考えられず、流速分布の形の仮定にも再考を要することになる。ただ境界層の発達

は通常考えられているように、 $dh/dx > 0$ の場合、 $dh/dx = 0$ の場合に比し必ずしも速く発達するとは考えられず、ある条件の下ではかえつて減少することもありうるようである。

しかしいずれの考え方にしても、これまでの研究成果と部分的に矛盾する問題があるようで、結局は τ_0 の値を実測する以外に根本的な解決は望めないように思われる。側壁効果の問題についても同様であり、なお今後の問題である。

結 び

以上緩こう配流れに関する研究の序報として、一実験結果についての考察を試み、基本的な問題について若干論及してみた。この種の問題について何等根本的な結論を得たわけではないが、抵抗係数 f の値が大きくなる原因についてはかなりの点まではつきりしてきたと考えられる。本実験データについてさらに理論的検討を加えたとともに、問題諸因子を究明するための実験を準備中である。大方の御叱正が得られれば幸である。

参 考 文 献

- 1) Bauer, J. M. : Turbulet Boundary Layer on Steep Slopes. Trans. ASCE Vol. 119, 1954.
- 2) Delleur, J. W. : The Boundary Layer, Development in Open Channels. Proc. ASCE Vol. 83, 1957.
- 3) Iwasa, Y. : Boundary Layer Growth of Open Channel Flows on a Smooth Bed and its Contribution to Practical Application to Channel Design. Memoirs Fac. Eng. Kyoto Univ. Vol. 119, 1957.
- 4) 松下玄：滑面開水路における境界層の発達（Ⅰ），（Ⅱ）農土研，27巻，昭34.
- 5) 南勲，田辺研市：緩こう配掛水路の水理特性（Ⅱ），農土研27巻，昭34.
- 6) 前出3) Fig. 6.
- 7) 尾崎晃：急勾配開水路の抵抗係数について，北大工学部研究報告30号，昭37.