構造物の復元力特性と地震波パターンの関連について

棚橋　諒・金多　潔

ON THE RELATION BETWEEN THE RESTORING FORCE CHARACTERISTICS OF STRUCTURES AND THE PATTERN OF EARTHQUAKE GROUND MOTIONS

by Ryo TANABASHI and Kiyoshi KANETA

Synopsis

Earthquake response of structures was interested to clarify the importance of restoring force characteristics in relation to the pattern of ground motions. The structures were simplified and idealized into one-degree-of-freedom systems having restoring force characteristics of Masing as well as slip model types. Discussions on Masing's and the slip type mechanical models were made in this paper. Also, the idealized pattern of earthquake motions in the horizontal components was outlined.

Analysis was carried out by using an electronic digital computer, KDC-I, located at the Kyoto University Computing Center, and it has been disclosed that difference in the restoring force characteristics of the vibratory system is very important, since the slip model structures have almost always shown a relatively larger plastic deformation than that of the idealized Masing's models if the intensity and the duration of the ground motions are the same. That is to say, the slip model type structures seem to be affected more strikingly by ground motions with a larger displacement.

1. 序　　論

1960年に東京と京都で開催された第2回世界地震工学会議では多くの研究論文が提出されたが，その中で構造物の地震時の挙動（earthquake response）を解析した論文もかなり見受けられた。J. Penzien, G. V. Berg の論文[1),2)] あるいは N. M. Newmark と A. S. Veletsos の共同研究[3)] ではデイジタル型の高速度電子計算機を用いて，たとえば米国の U. S. Coast and Geodetic Survey が記録した El Centro, California, 地震（1940年5月18日）のような地動を受けた構造物の最大変形量を求める問題を取扱つている。El Centro 地震は現在までに加速度波形が記録された地震の中では最強の部類に属するもので，その最大地動加速度値は 0.32g あるいは 0.33g のオーダーであり，そして最大地動速度は約 14 in/sec であるといわれている。

これらの論文で採用された振動系の減衰力ならびに復元力の特性は Fig. 1 に示されるが，この場合，復元力はその降伏点までは変形量に比例し，それ以後は系の速度がその符号を変えるまで一定値を保つ。さらにそれ以後，復元力一変位曲線は最初の直線部分に平行な線に沿つて下降し，反対側の降伏点にまで達すれば定値復元力の状態が再現せられる。上記の研究においては振動系の粘性減衰，復元力の降伏強度，さら

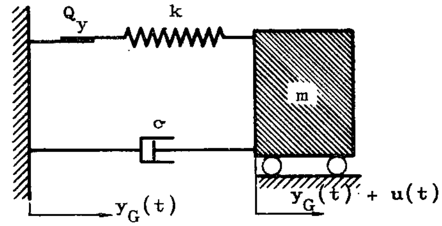

Fig. 1(a) Elasto-plastic System

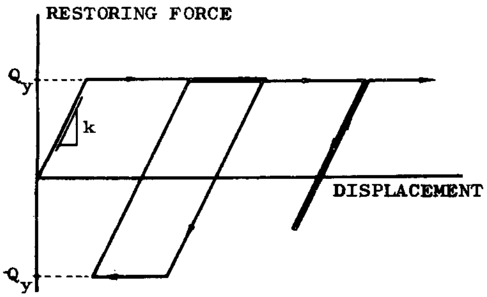

Fig. 1(b) Force-displacement Relations

Fig. 1

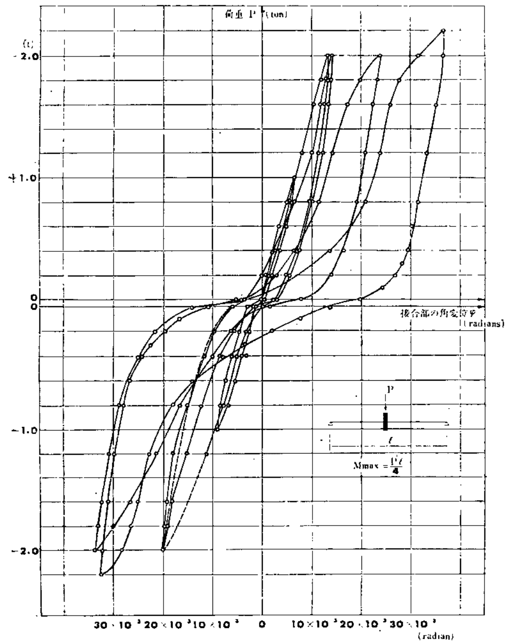

Fig. 2 Resistance Curves of a Simple Riveted Column-Girder Joint

には振動系の固有振動周期に密接な関係をもつ復元力の弾性剛度といつた量をパラメトリックに変化せしめて，振動系の挙動が評価されている。

このような hysteretic な弾塑性復元力特性はまた G. N. Bycroft[4]や著者[5],[6] の論文でも想定されたものであるが，いま挙げた論文ではかかる mechanicalな振動系がもつ復元力の非線型を相似し得る電子管式アナログ計算機を使用して構造物の応答が求められ，そして対象とする地震動として Bycroft はある周波数帯域において power spectral density が一定であるような "band limited white noise" に注目し，また筆者らはある地震の破壊力を代表する1サイクルの quadratic wave あるいは versed-sine の地動変位を想定した。

このように従来耐震工学の分野で取り扱われてきた構造物はすべて **Fig. 1(b)** に示すような復元力特性をもつとされたものばかりであり，これを著者らは Masing の履歴モデルと称している。これは Masingが 19世紀末に既にかかる復元力特性をもつ材料や構造物の model として考案したことに初まり，今までに溶接の鉄骨梁や鋼構造物，あるいは一体の鉄筋コンクリート架構が正負両方向の交番的な載荷を受ける際に画く荷重一変形の履歴曲線がこの model で説明されてきた。

しかし実際に，それ以外の構造形式，たとえば鋲，ボルト，釘その他一般的にクランプされた接合部形式を有する組立架構（composite structure）にあつてはその復元力特性が Masing model では説明し得ない。これは大抵の組立構造物の接合部には若干の滑りあるいは内部的な転位（dislocation）が生じ易く，載荷の繰返しによつて接合部自身にガタあるいは deterioration が認められるようになるからである。

著者の1人，棚橋は1935年に幾つかの鉄骨鋲接接合部試験片が交番的な正負の静的荷重を受ける実験を行ない[7]，そして実験から得られた接合部の荷重変形曲線（**Fig. 2**）からは鉄骨接合部試験片においては deterioration は余り著るしくなく，曲線はむしろ特定の型の複雑な荷重一変形のパターンを示すことを見出した。棚橋はその時これらの履歴荷重一変形曲線の形状を二つの抽象化されたモデルで記述した。その一つは Masing のモデルであり，もう一つは棚橋自身の考案によるものであつた。棚橋

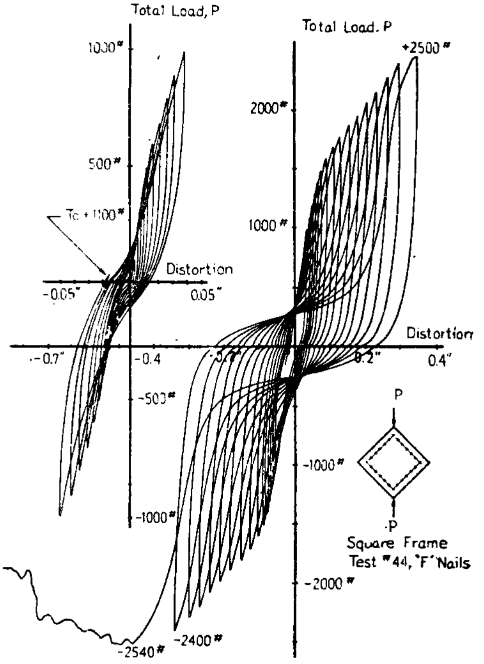

Fig. 3 Experimental Record of Load-distortion for a Hinged Square Frame Stiffened by Two Plywood Panels

のモデルは後に L. S. Jacobsen によつて slip model と命名されたが[8]，これは主に永久変形を受けた鋲孔内を鋲が滑ることによつて生ずる効果を説明するものであつた。

一方，組立木造架構のモデル内の釘接合部の挙動に関する実験は1958年に L. S. Jacobsen と金多によつて行なわれ[9]，釘接合部は **Fig. 3** に示されるような興味ある形状の履歴性荷重一変形曲線を画くことが明らかにされた。Jacobsen はこれに基づいて組立構造物の減衰に関する貴重な考察を行ない[10]，その論文の中で等価粘性減衰の精度について論じた。また彼は履歴性をもち non-deteriorating な接合部における荷重とたわみとの間の理想化された関係を幾何学的に単純に作図する法則を考案し，そしてそのような抽象化された接合部と現実の接合部の示す挙動を詳細に比較している。

本論文ではその動力学的特性が各々 Masing モデルと slip model に抽象し得るような2種の1自由度振動系の挙動に焦点を合わせて，その地震応答を京都大学計算機で解いた。以下はその詳細な考察から述べよう。

2. Mechanical Models

実験的に得られる荷重一変形ループを説明する Masing の履歴ループの特性はつぎのように表現されよう：荷重の増加に対応する曲線は常に変形の座標軸に関して凹であり，荷重の減少に対応する曲線は常に変形の軸に関して凸となる。曲線が最初に通る経路は処女曲線に一致するが，このことは載荷の歴史が曲線の最初の部分では未だ大きな影響をもたないことを示すものである。荷重が減少し，さらに負の方向に増大す

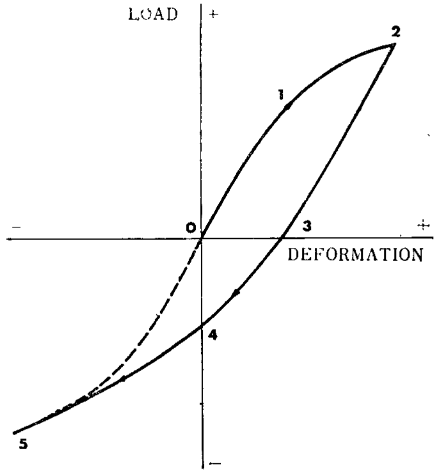

Fig. 4 Load-deformation Relations for Masing's Model

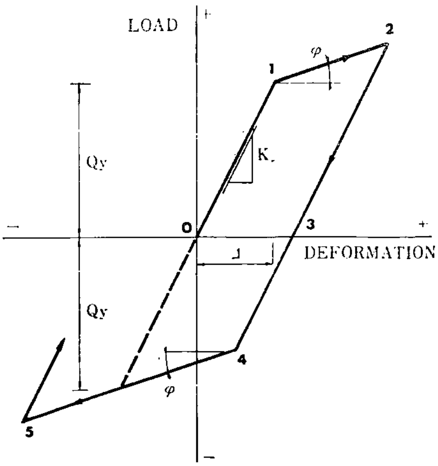

Fig. 5 Load-deformation Relations for Jenkin's Model

るときの曲線，２—３—４—５，（**Fig.** 4 参照），の形は処女曲線０—１—２の２倍に拡大されている。

Baushinger の加工効果を含めて履歴ループを説明するために1922年に C.F. Jenkin[11] によつて考えられた類似のモデルは **Fig. 5** に示されるが，これは Masing のモデルを極度に抽象化したものといつてよく，履歴性を有する bi-linear の振動系の復元力特性に一致する。**Fig. 5** ではパラメーターとして ϕ を含んだ形の Jenkin のモデルを示して，復元力が降伏点を超えて最初の線型部分から塑性変形部分に入つて以後は復元力は変形の増大につれて勾配 ϕ なる直線上を辿ることを意味している。したがつてこの場合の履歴ループは直線線分のみから成り，このような型の動力学的特性を有する振動系が一つの地震の大きな衝撃を受けたときバネは塑性域に入つて，そこで新しく釣合位置を設定した振動を行なうことになる。以後の衝撃によつてこの釣合位置は移動し，それは振動系のバネの永久変形量の増加あるいは減少に対応する。故に復元力の降伏点の値はこの場合釣合位置によつて異なることになる。

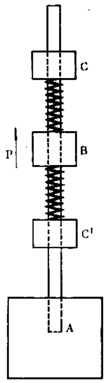

Fig. 6 Slip Model Unit

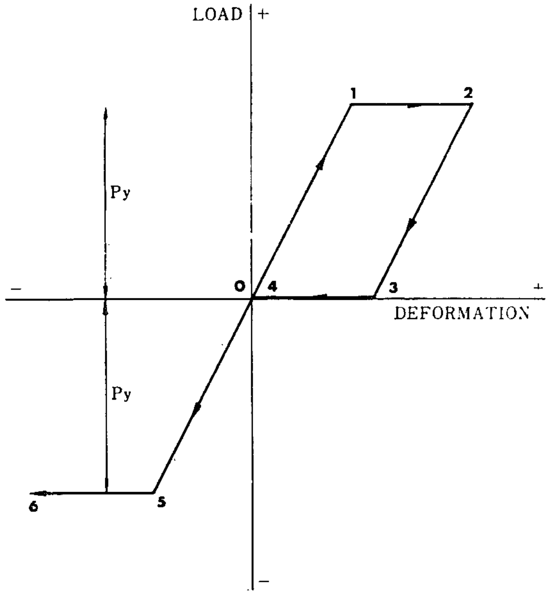

Fig. 7 Load-deformation Relation for a Slip Model Unit

一方，slip model の理想化された荷重—変形曲線は **Fig. 7** に与えられているが，これは **Fig. 5** と比較すると多分に異なつていることがわかる。Slip model はたとえば **Fig. 6** に示されるような機構がその単位となつたものであつて，**Fig. 6** ではＡ点で固定された１本の棒に３つのブロックが取り付けられており，中央のブロックＢは棒との間に摩擦がないけれども，両端のブロックＣおよび C′ には棒との間に定値摩擦が存在している。さらにこのブロック C, C′ にはそれぞれバネが取付けられ，そしてバネの端はブロックＢに接するのみである。したがつてバネは常に引張られることなく，ブロックＢが C, C′ の中の１つを押す場合に，バネ力がブロックＣと棒との間の摩擦力を上廻るようになるとブロックＣは移動する。

組立形式の構造物ではかかる機構が各部分に沢山存在していて，架構全体としては **Fig.** 8 のような slip 挙動が認められる。この場合も荷重—変形曲線の最初の部分は static な実験によつて得られる曲線の処女曲線部分に一致して載荷の歴史が未だ大きな影響をもたないことは Masing の履歴モデルと同様であるが，除荷曲線5—6—7(**Fig.** 8) は処女曲線１—２—３—４と相似であり，そして除荷の後，同じ方向にもう一度載荷する場合の曲線は非処女曲線領域に於てそれまでに加えられた最大荷重に達する迄前回の除荷曲線に一致する。鋲接鋼構造柱・梁接合部や木構造釘接合部ではこの slip model の特性が多分に支配的であることは **Figs.** 2, 3 からも明らかであつて，この model の特性の bilinear 近似は **Fig.** 9 のようになる。

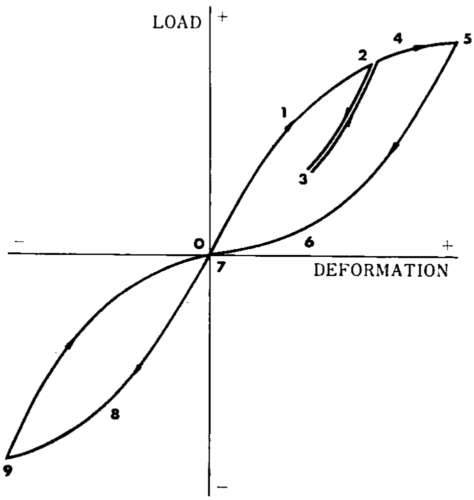

Fig. 8 Load-deformation Relations for a Slip Model

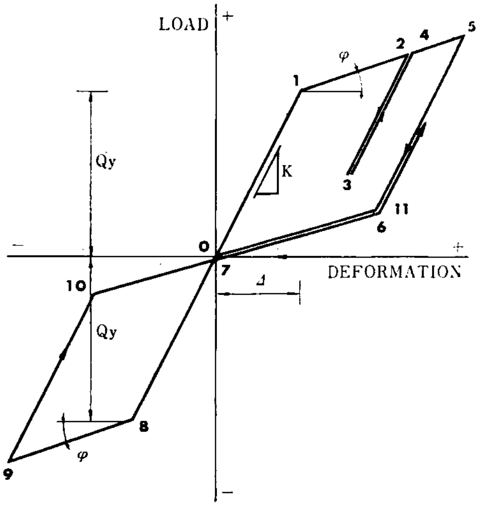

Fig. 9 Load-deformation Relations for an Idealized Slip Model

この図には交番荷重の増大とともに画かれる荷重—変形の関係が示されているが，slip model が大きな交番荷重を受けて一旦塑性流れ（plastic drift）が発生すると，モデルの復元力は前回までのサイクルに生じた塑性流れの量すなわち正負両側の永久変形量の和に対応する変位の区間は働かないことになる。復元力が零になる区間に対応する滑り（slippage）の量は，もし以後のサイクルの載荷によつて塑性流れが発生するならば，振動中 step-by-step に増大して行く。

3. 抽象化された1層架構の弾塑性挙動

3.1 抽象化された構造物

電子計算機を用いて地震動を規定するパラメターが構造物の安全性に及ぼす影響を評価するためにはまず構造物のタイプと地震動の時間的パターンを設定することが必要である。ここではその履歴をもつ弾塑性復元力特性がそれぞれ **Figs. 1** および **7** のように抽象化される2種の単純な構造物を想定する。これは一方

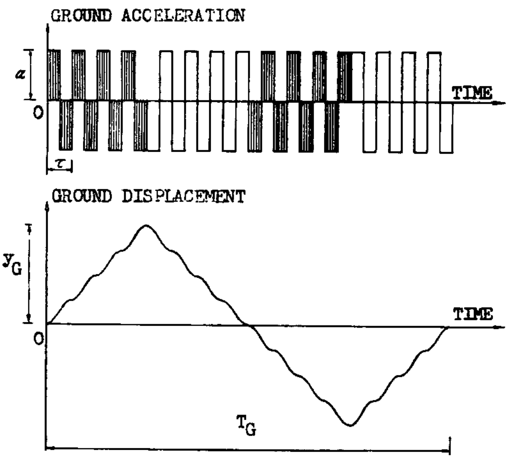

Fig. 10 Idealized Ground Motion—Type I

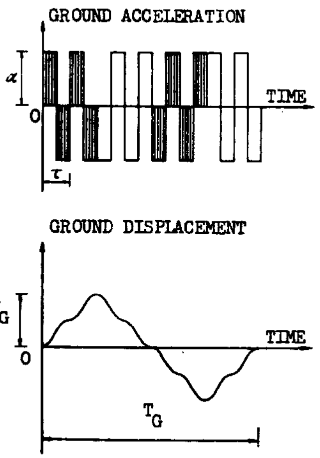

Fig. 11 Idealized Ground Motion-Type II

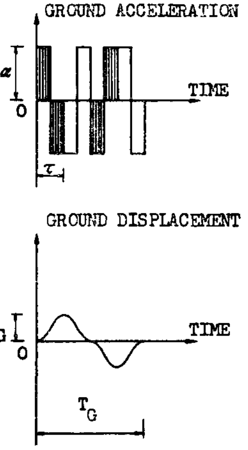

Fig. 12 Idealized Ground Motion — Type III

が溶接鋼構造あるいは一体の鉄筋コンクリート架構を，そして他方が一般的なクランプ・タイプの接合部をもつ組立架構を代表するものと考えるからである。両者の架構に対して本解析では粘性減衰の効果を無視した。

3.2 解析に用いる地震動のパターン

地震動を合理的に抽象化することは一般に極めて難かしく且つ論議の的となる問題であるが，本論文においては著者は **Figs. 10, 11** および **12** に示されるように抽象化された地動加速度の時系列を想定して，これに対して構造物の挙動を求めることにした。これは過去の地震の際記録された地動の加速度記録ならびにそれに対応する変位記録を幾つか比較した結果，加速度記録の平均的な周期は 0.1 sec 以下のオーダーであるのに対して，同じ変位記録の周期は 0.5 ないし 2.0 sec あるいはそれ以上の範囲に存在しているという結果に基づくものでもあり，そして一連のかなり小さな加速度のパルスから成る加速度記録を与えた地震動が非常に大きい地動変位を記録するという事柄も報告されているからである。

ゆえに，ここで想定せられた地震動は1つの激震地動の中の最も大事な個所のみを部分的に抽象化したものと考えることもできよう。この仮想地震波は大きさの等しい加速度 doublet すなわち一定の加速度値と一定の時間間隔を有する1対の正負単位パルスの組合わせからなるものであつて，本解析ではこの抽象化された地動の加速度値が振動系の降伏強度と関連させて，またこの加速度パルスの時間間隔あるいは対応する地動変位の周期が振動系の弾性時の固有振動周期と対比させて設定されている。

4. 解析の方法

4.1 運動方程式

このように抽象化された地震動を受ける1自由度構造物の運動方程式は運動座標系でつぎのように書かれる。

$$M\frac{d^2u}{dT^2}+Q(u)=-M\frac{d^2y_G}{dT^2}=-M\alpha F_1(T) \quad \cdots\cdots (1)$$

ここに

M＝架構の質量，

u ＝相対変位，

T ＝時間一独立度数，

$Q(u)$＝復元力関数一弾塑性，履歴性，

且つ non-deteriorating,

y_G＝地動変位，

α ＝地動加速度の最大値，

$F_1(T)$＝地動加速度の時間的変動を示す規準化された関数

である。たとえば **Fig. 1 (a)** の系の復元力要素はつぎの関係式を満足する弾塑性のスプリングと考えてよい。

$$|Q|<|Q_y| \text{ あるいは } Q\dot{u}\leqq 0 \text{ のとき } \dot{Q}=k\dot{u} \quad \cdots\cdots (2)$$

$$|Q|=|Q_y| \text{ で } Q\dot{u}>0 \text{ のとき } \dot{Q}=0 \quad \cdots\cdots (3)$$

そして Q_y はこのバネの降伏強度であり，k はスプリングの弾性域におけるバネ常数である。よつてわれわれは

$$\Delta=Q_y/k \quad \cdots\cdots (4)$$

で定義されるバネの降伏変位を解析上の一つの規準量として採用することができる。

Fig. 7 に示した特性のバネをもつ振動系に対しても (2), (3) 式と同様な関係式が導かれる。運動方程式を単位質量当りの方程式に変え，さらに

$$\xi=u/\varDelta,\ t=\gamma T \quad \cdots\cdots (5)$$

なる関係を導入して運動方程式の各項を無次元化すれば

$$q(\xi)=Q(\xi\varDelta)/k,\ q_y(\xi)=1 \quad \cdots\cdots (6)$$

となり，運動方程式はつぎのように記述される。

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}+\omega^2 q(\xi)=-aF^2(t) \quad \cdots\cdots (7)$$

ここに　$\omega^2=p^2/\gamma^2$

$a=\alpha/\varDelta\gamma^2$

であり，　$p=\sqrt{k/M}$＝弾性領域における振動系の固有円振動数　である。

また時間パラメター γ は (1/sec) の次元をもつ。$F_2(t)$ は無次元化された地動の時系列を示す規準関数となり，

$$|F_2(t)|\leqq 1 \quad \cdots\cdots (8)$$

である。

本解析では時係数 γ を $p(=\sqrt{k/M})$ に等しく選んだので

$$\omega^2=1 \quad \cdots\cdots (9)$$

および

$$a=M\alpha/k\varDelta \quad \cdots\cdots (10)$$

となる。なお架構の弾性振動時の固有周期は

$$T_0=2\pi\sqrt{M/k} \quad \cdots\cdots (11)$$

で示される。

4.2 運動方程式の積分

構造物が振動中に塑性変形を行なうものとして運動方程式を数理的に解くことは極めて困難であるから，ここでは(7)式を解くのに Runge-Kutta の 3 次的近似法を用いた step-by-step 積分法によつた。この方法による場合には地動の継続時間を細かく等分して，これらの各区間毎に運動方程式の解を反復収斂させる計算を行なう。一般に任意の初期条件に対してこの方法で近似解を求め得るが，この場合は架構は最初静止している状態を想定した。

計算に当つて選んだ単位時間間隔は一つの加速度 doublet の継続時間 1/20 の長さになる位短かく定められた。

この step-by-step の数値計算は KDC-I 型ディジタル計算機で行なわれたが，計算機のプログラムとしては地震動を入力として加えている間の振動系のレスポンスの極値，すなわち極大変位量と塑性履歴によるエネルギー消費量が求められる方式を採用した。振動中のレスポンスの変動を示すところの，全ステップにおける諸量を求めるプログラムも使用したが，結果をプリントするのに長時間を要するので，僅か 2，3 の場合に留め，前記プログラムを検定する役割を果したに過ぎなかつた。

5. 解析結果および考察

理想化された構造物が人為的な地震の間に示す最大動的応答を求めることがこの解析の目的であつた。そこで，すべての解析結果は架構の最大変位量とその降伏点変位との比すなわち靱性率 (ductility factor)で表示されている。

構造物の降伏強度と相対的な地震動の強さはパラメーター a で表現され，本解析ではこの値が 0.5 ないし 2.0 の間の範囲が問題とされた。これは地震時に振動系に働らく最大慣性力が系の復元力の降伏強度の 0.5 倍ないし 2.0 倍になるような強さの地震動を想定したことになる。弾性振動時の構造物の固有振動周期と地動の一つの加速度 doublet の継続時間を比較した値，T_0/τ，の範囲は 1/2 ないし 16 までとし，その範囲内で7通りの変化を試みた。

このような二つのパラメーター a と T_0/τ の値の組合わせに対して振動系（Masing model と slip model）の振動中の最大変形量を表示すると **Table 1** のようになる。最大変形量は3種の地動変位について計算された。

Table 1 から明らかなことは T_0/τ の値が2より小さいとき，系の塑性変形量は極めて大きいということである。しかし，1組の a と T_0/τ の値を指定すれば3種の地動に対して振動系の ductility factor は略々同じ値になることがわかる。

Table 1

		Masing model			Slip model		
		Ground motions :			Ground Motions :		
a	T_0/τ	Type I	Type II	Type III	Type I	Type II	Type III
0.5	½	1.402	1.042	1.042	14.054	18.203	1.526
0.5	1	3.336	3.292	3.433	4.291	6.965	4.523
0.5	4/3	2.342	3.118	2.593	4.960	4.438	2.560
0.5	2	0.652	0.651	1.632	0.652	0.651	1.797
0.5	4	0.256	0.621	0.829	0.256	0.621	0.829
0.5	8	0.295	0.398	0.137	0.295	0.398	0.137
0.5	16	0.197	0.067	0.029	0.197	0.067	0.029
1.0	½	18.789	18.443	18.789	58.933	49.213	45.794
1.0	1	8.765	8.765	8.747	14.560	9.446	13.365
1.0	4/3	6.382	6.382	6.400	6.640	5.421	8.218
1.0	2	1.422	1.421	3.976	2.847	3.255	4.199
1.0	4	0.511	1.255	1.785	0.511	1.255	1.785
1.0	8	0.589	0.796	0.273	0.589	0.795	0.273
1.0	16	0.394	0.135	0.057	0.394	0.135	0.057
1.5	½	—	51.572	51.267	—	87.720	87.343
1.5	1	16.916	16.937	17.194	28.925	24.244	23.250
1.5	4/3	10.488	10.486	10.518	14.670	13.032	13.322
1.5	2	2.818	2.818	5.143	9.168	4.855	6.938
1.5	4	0.767	2.240	1.938	0.767	2.763	2.223
1.5	8	0.884	1.201	0.410	0.884	1.201	0.410
1.5	16	0.591	0.202	0.086	0.591	0.202	0.086
2.0	½	—	87.782	83.144	—	142.671	119.789
2.0	1	25.792	25.779	24.953	45.246	40.507	32.942
2.0	4/3	13.694	13.695	13.698	25.733	25.419	18.604
2.0	2	4.944	4.952	6.599	10.050	12.342	8.681
2.0	4	1.022	3.768	2.350	1.022	3.848	2.350
2.0	8	1.184	1.669	0.546	1.184	1.669	0.546
2.0	16	0.788	0.270	0.115	0.788	0.270	0.115

a の値が 1.0 よりも小なる場合に地動加速度 doublet の継続時間が振動系の弾性固有周期 T_0 に一致するとき系の塑性変形量は最大となり，また a が1よりも大きい場合は架構の塑性変形量は T_0/τ の値の減少と共に増大する。したがつて，いま仮りに地震波の周期あるいは τ の値を固定して，構造物の固有周期 T_0 が各種の建物によつてそれぞれ相異なるものと考えると，T_0/τ の値が1の近傍（周期の短かい構造物）に対しては構造物の塑性変形量が著しく，T_0/τ の値が大きくなる程，構造物は弾性的な振動を行なうことが認められる。そして，架構の変形が弾性領域に留まる場合を取り挙げて見ると，振動系の最大変形が生ずるのは振動系の弾性固有振動周期と地震動の変位波の周期とが同調するときであることがわかる。このことは結果を ductility factor で整理するよりも変形量 u_{max} の形で表現した方がより明白である。（その資料の掲載は省略する。）これは構造物の復元力特性が Masing model type と slip model type とを問わず一般的にいい得る事柄である。

振動系が塑性変形をなすような状況のもとでは，振動系の復元力特性そのものの差異が非常に重要な意味をもつ。たとえば Masing model では $T_0/\tau<2$ のときに地震波の type や a の値如何に拘らず最大塑性変形量は相等しいが slip model では上記の傾向は殆んど認められない。地震動の強さと継続時間が相等しいという条件のもとでははslip model は大抵の場合 Masing model に比して相当大きな塑性変形量を記録する。このことは Type III の地動よりも Type I あるいはⅡの地震波について特に顕著に認められる事柄であつて，これはすなわち，slip model 構造物が地動の加速度値がたとえ相等しくても変位が大きな地動に対しては特に不利であることを意味するものである。

参　考　文　献

1) Penzien, J. : Elasto-plastic Response of Idealized Multi-Story Structures Subjected to a Strong Motion Earthquakes, Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering, (2WCEE), Tokyo and Kyoto, July, 1960.

2) Berg, G.V. and Thomaides, S.S. : Energy Consumption by Structures in Strong Motion Earthquakes, Proc. 2WCEE, 1960.

3) Newmark, N.M. and Veletsos, A.S. : Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions, Proc. 2WCEE, 1960.

4) Bycroft, G.N. : Analog Computer Techniques in Aseismic Design, Proc. 2WCEE, 1960.

5) Tanabashi, R. : Nonlinear Transient Vibration of Structures, Proc. 2WCEE, 1960.

6) Goto, H. and Kaneta, K. : Analysis with an Application to Aseismic Design of Bridge Piers, Proc. 2WCEE, 1960.

7) Tanabashi, R. : Tests to Determine the Behavior of Riveted Joints of Steel Structures under Alternate Bending Moments, Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, Vol. VIII No. 4, 1935.

8) Jacobsen, L.S. : Damping in Composite Structures, Proc. 2WCEE, 1960.

9) 金多潔：鋲接合部の構造減衰ならびに剛性に関する研究，京都大学防災研究所年報第3号，pp. 111-126，昭34. 12.

10) Jacobsen, L.S. : Frictional Effects in Composite Structures Subjected to Earthquake Vibrations, A Technical Report Submitted to the California State Department of Public Works, Division of Architecture : Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, California, March 1959.

11) Timoshenko, S. P. : Strength of Materials, Part II, 3rd Edition, D. Van Nostrand Co., Inc., 1956, p. 416.