

浮遊流砂による貯水池の堆砂に関する研究

矢野 勝正・芦田 和男・大同 淳之・前田 武志

STUDY ON THE SEDIMENTATION OF SUSPENDED SEDIMENT IN RESERVOIRS

by *Dr Eng. Katsumasa YANO., Dr Eng. Kazuo ASHIDA,*
Atsuyuki DAIDO and Takeshi MAEDA

Synopsis

For the sake of the flood control and water resource development, many dams are constructed now in our country. But generally the rivers in our country transport a lot of the sediments into the reservoir, then many reservoirs constructed years ago have become completely filled with sediment deposits.

Therefore the sedimentation in reservoir is one of the most important problems in river engineering at present.

In this paper, authors studied experimentally on the sediment deposition of the suspended sediment in a reservoir, and made clear some interesting characteristics such as concentration-distributions, relations between suspended and deposited sediment, and sediment bed profiles.

With the use of the experimental results, authors established an analytical equation for the deposited sediment bed profile. Experiment shows fairly good agreements with the results by the above equation. But the estimation of the constant involved should be further discussed.

1. 緒 言

わが国は地形急峻でありかつ降雨量が多いことなどのために、河川の流送土砂量は一般に多く、これにもとづく貯水池堆砂の問題は特に最近非常に大きな問題になっている。主用発電用貯水池 256 個の堆砂資料¹⁾によれば、平均して年々貯水容量の 1.887 % が堆積土砂のために失なわれており、さらに貯水容量の 80% 以上が埋没して、その本来の機能を失っている貯水池数が約 10% にも達している。貯水池の堆砂は貯水容量を減少させて、その機能を喪失させるばかりでなく、ダム上流部の河床上昇をおこさせ水害発生の原因となることもある。

したがって、貯水池の堆砂形状を予知し、かつ適切な防除対策を確立することは現在非常に重要な問題となっている。

貯水池の堆砂には、掃流流砂によるものと浮遊流砂によるものがあり、その機構を異にする。実際の貯水池においては両者が混在するから、この問題を解明するためには、両者を考えなければならないことはいうまでもない。しかし浮遊流砂による堆砂機構を解析的に取り扱っていくことは非常に困難であること、上流の背砂の問題に直接影響するものは掃流流砂によるものであると考えられていることなどのために、従来

の研究は主として掃流流砂による堆砂に重点がおかれてきた。これについては数多くの成果が挙げられている。^{2)~7)} もちろん浮遊流砂の堆砂についても考察がなされていないわけではなく、例えば吉良博士⁵⁾ などのように実際の貯水池における堆砂分布に関する実態調査が行なわれており、その他掃流流砂を対象としたものでも堆砂形状に及ぼす浮遊流砂の影響を経験的に加味しようとするものは多い。

また合田博士⁸⁾ は上水取水の立場から、この問題について解析的、実証的研究を行なっている。

浮遊流砂による堆積形状は有効貯水量の減少に対して非常に大きな影響があるばかりでなく、その上流の掃流流砂の堆積に対してもかなり影響を持つ。しかも堆砂形状は場合によって非常に異なるから、単なる経験的な取り扱いではなしに、水理学的取り扱いによって、堆砂形状を流入土砂の特性や貯水池の水理特性に関連づけていくことが必要である。

浮遊流砂の運動機構そのものものについても現在盛んに研究されている。例えば日野^{9)~10)} や志村¹¹⁾ などは浮遊流砂を含む流れの乱流構造や流速分布特性について研究を行ない、岩垣、土屋および矢野¹²⁾ らは混合砂の浮遊に関する実験的研究を行なっており、それぞれ注目すべき事実が明らかにされているが、さらに解明すべき問題も多く残されている。

こうした現状において非平衡状態ともいべき堆砂現象を解明していくことは非常に困難な問題である。

そこでまず比較的単純化された条件のもとで実験的研究を行ない、堆砂現象に伴う諸特性について考察することにする。さらにこの結果にもとづいて、堆砂形状を推定する解析的方法について考察する。

2. 貯水池の堆砂機構に関する実験

貯水池の堆砂形状は流入土砂の粒度特性と貯水池の水理特性との関係に応じて非常に複雑な変化をする。しかも粒度の篩分け作用や密度流などの影響があらわれる場合には問題は一層複雑になる。Fig. 1 は 2、

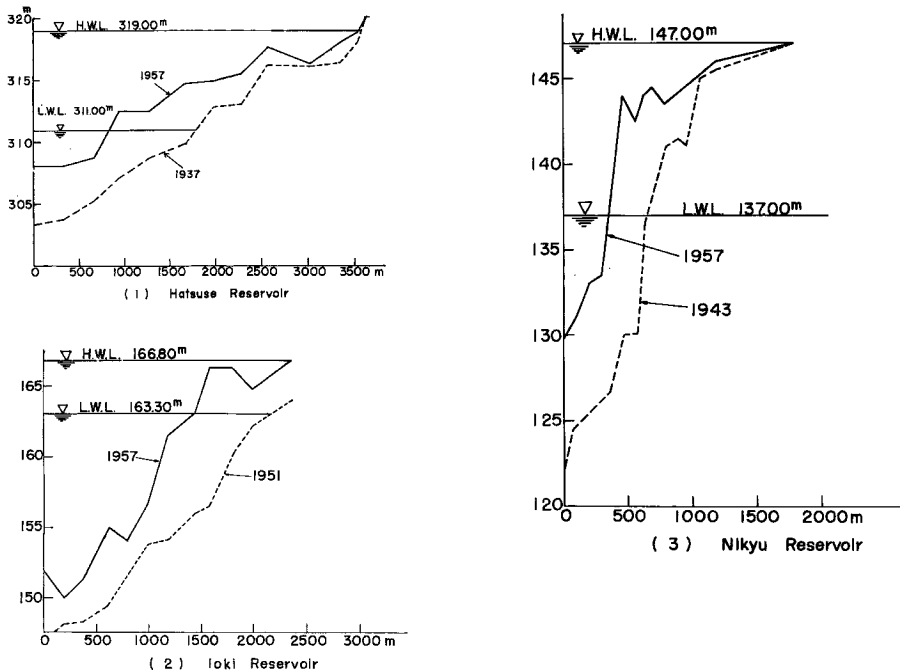


Fig. 1 Examples of the bed profiles of the deposited sediment in actual reservoirs.

3の貯水池における堆砂形状の実例を示したものであるが、デルタが明確に認められない場合(Fig. 1. 1)や認められる場合(Fig. 1. 2, 1. 3)があることがわかる。またデルタが認められる場合においても、その前面の堆砂こう配は場合によって異なる。デルタ前面は浮遊流砂による堆砂領域であると考えられるが、従来これについての研究はほとんど行なわれていない。この問題には関係する要素が非常に多いので、まず単純化された条件のもとで実験的研究を行ない、その堆砂機構について水理学的な考察を加えていくための基礎資料を求めることが必要である。

(1) 実験装置および方法

幅 20 cm の水路に Fig. 2 に示すような貯水池を作り、上流端(セキ上流 16 m)において一定量の流量と流砂を与えながら、堆砂形状の時間的变化、堆積物の粒度構成、濃度分布、浮遊物の粒度構成を測定した。

実際に用いた砂は $\sigma=2.67$ の珪砂で、その粒度分布は Fig. 3 に示すとおりである。

給砂した砂が水と十分混合するように給砂点において Compressor より圧縮空気を吹き出させて攪拌を行なった。

給砂した砂のうち比較的粗い部分は掃流形式で移動し、残りの大半は浮遊形式で移動する状態すなわち掃流流砂と浮遊流砂と混在した状態において、実験が行なわれた。

実験の種類および測定事項は Table 1 のとおりである。

Table 中測定断面の No. はセキの位置を基準にして上流向きに測った距離(m)で表わしてある。例えば No. 9 はセキより 9 m 上流の断面である。

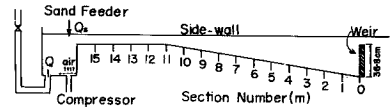


Fig. 2 Experimental flume.

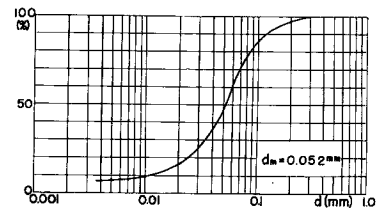


Fig. 3 Grain-size accumulation curve of used sand.

Table 1 Extent of Experiment

No. of experiment	Q (l/s)	Q _s (gr/s)	Profile of bed	Distribution of concentration	Grain accumulation of suspended bed	Grain accumulation of deposited bed
1	5	58.87	$h_r = 0'$	No. 5 9 10 11		
			42'	3 5 10		1 3 5 7 10
			117'	2 3 5 10		// // // // //
			162'	1 3 5		// // // // //
			227'			
2	5	30.4	$h_r = 0'$	1 3 5 7 9 11		
			60'	// // // // //	3 7 10	3 7 10
			120'	// // // // //	// // //	// // //
			180'	// // // // //		
			240'			

堆砂形状は一定の時間通水後静かに水を止めて測定したものであり、測定完了後ふたたび通水して実験を継続した。

濃度分布の測定は 30 mm×2 mm の長方形断面を持つ pipe を用いてサイフォン式に採水して行なった。河床付近の濃度を測定する場合には河床砂を吸い込まないように注意した。

浮遊砂および河床砂の粒度構成は V. A-tube¹³⁾ を用いた沈降速度分布によって表わした。

(2) 実験結果およびその考察

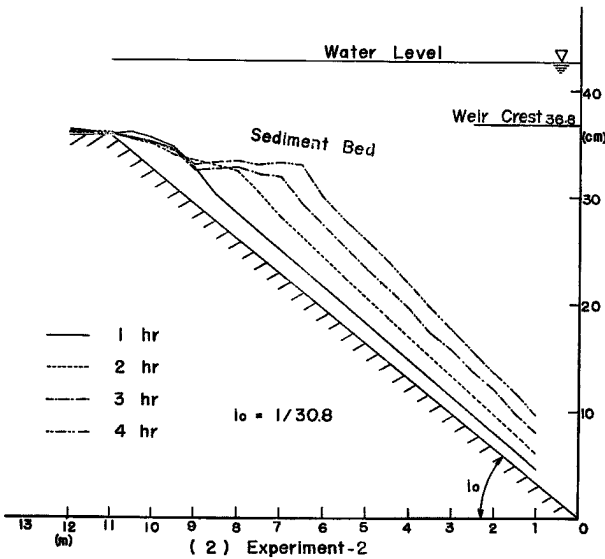
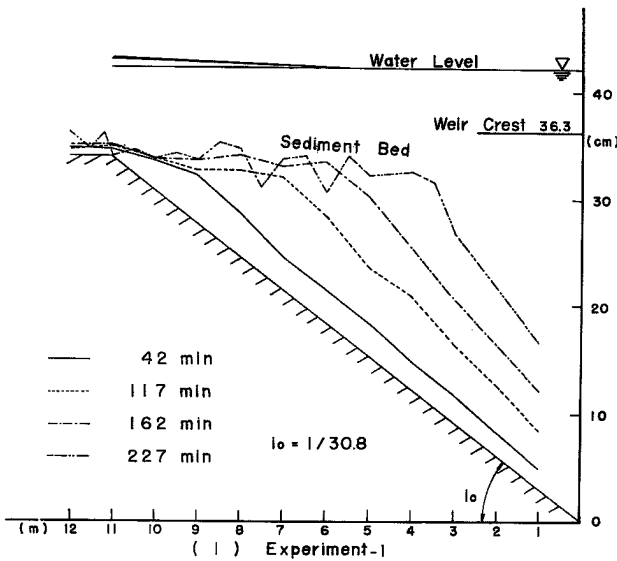


Fig. 4 Bed profile of deposited sediment.

間目および3時間目, No. 7 の3時間目のものであり, それ以外は浮遊流砂の堆積領域の資料であるが, 両者において濃度分布の特性はいちじるしく異なる。一定の場所においてもデルタの先端がそこに到達して浮遊流砂の堆積領域から掃流流砂の領域に移ると濃度分布の形状は不連続的に変化する。

(b) 浮遊流砂の堆積領域では河床付近かなりの簡阻にわたって濃度一定の層が存在する。すなわち河床付近においては $\frac{\partial c}{\partial z} = 0$ であるが, これは堆積が進行しつつある状態では乱れの効果が非常に小さいことを示している。

(i) 堆砂形状: 堆砂形状は Fig. 4 に示すとおりであり, Fig. 1 の実例とかなりよく似ている。すなわち, 河床こう配の急変点があられ, これを境にして分けられる上下流2つの領域において堆砂の特性は非常に異なる。こう配急変点より上流の領域においては砂澱が発達しているが, こう配急変点より下流において急激に減少し, ごくわずかの距離で完全に消失する。

このことは, 上流の領域が掃流形式で移動している領域であるに対して, 下流の領域は浮遊流砂の堆積領域であることを示している。

下流領域の堆砂形状はこの場合にはもとの河床にほぼ平行になり, かなり急こう配である。しかも時間の経過とともに多少急になる傾向がある。

デルタの先端はほぼ水平面上を移動するという事実は従来より実験的に認められているが, この実験においても認められる。

デルタ先端の進行状況は Fig. 5 のとおりであり, その移動速度はほぼ一定とみなすことができる。

(ii) 濃度分布: 実験-2 に対する各点の濃度分布を示すと Fig. 6 (1) ~ (6) のとおりであり, これからつぎの事実が認められる。

(a) 掃流流砂の領域の資料は No. 11 の全時刻, No. 9 の2時

(c) 浮遊流砂の堆積領域では同一の時刻においては、下流に行くほど濃度が減少し、同一の場所においては時間の経過とともに濃度が増大する。後者は、堆積することによってデルタの先端が次第に近づいてくることによるものであり、前者と同一の現象である。

(d) 掃流領域における濃度分布は Ippen が与えた平衡状態における分布式

$$\frac{c}{c_a} = \left(\frac{h-z}{z} \cdot \frac{a}{h-a} \right)^\zeta, \quad \zeta = w/\kappa u_* \quad (1)$$

を満足する。

(e) 掃流領域では時間の経過とともに濃度はほとんど変化しない。したがってデルタの先端においては濃度分布はほぼ一定に保たれており、この点において浮遊流砂の堆積形状を解析する場合の境界条件を与えることが合理的であると考えられる。

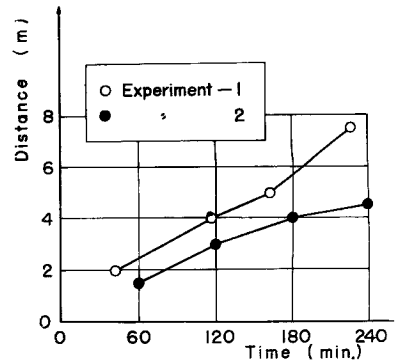
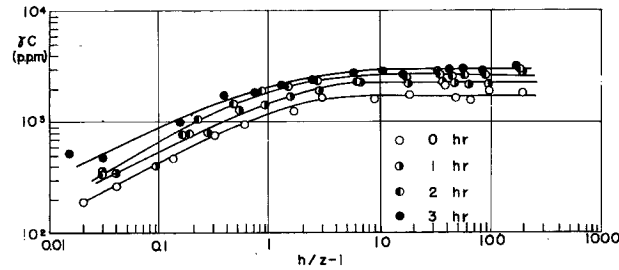
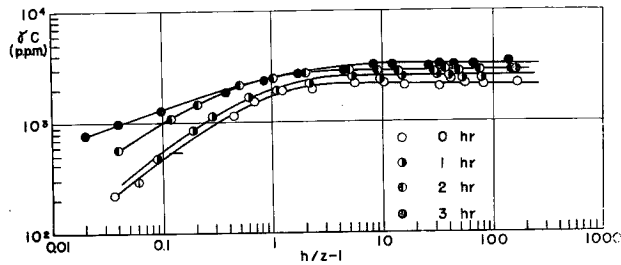


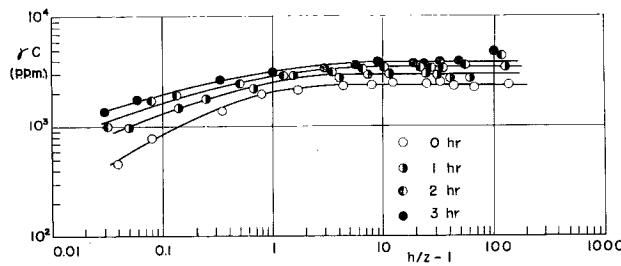
Fig. 5 Travelling velocity of the delta front.



(1) Experiment-2, Sec. No.1

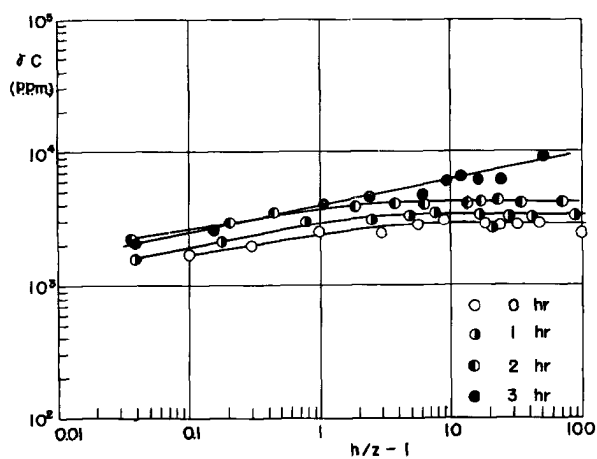


(2) Experiment-2, Sec. No.3

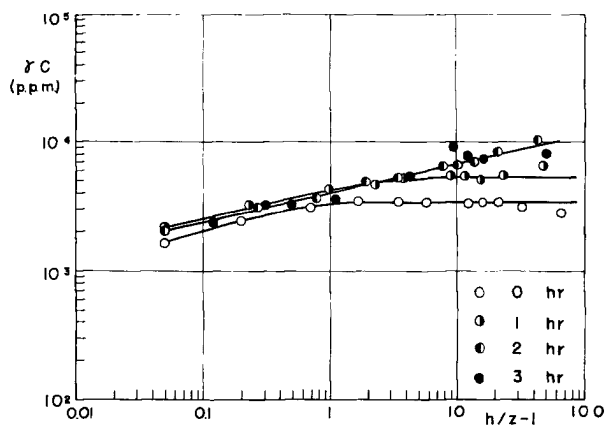


(3) Experiment-2 Sec. No.5

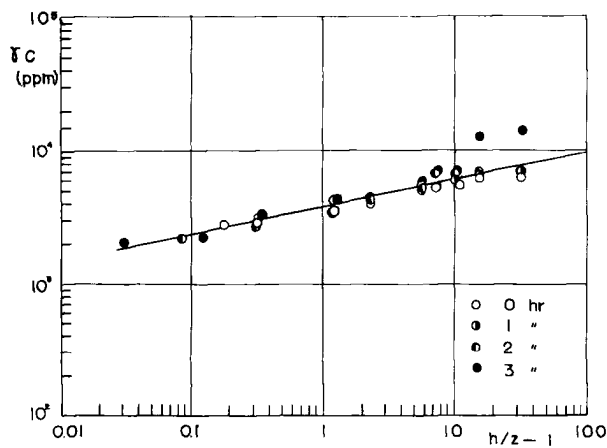
Fig. 6 Concentration of suspended sediment.



(4) Experiment-2, Sec. No 7



(5) Experiment-2, Sec. No. 9



(6) Experiment-2, Sec. No. 11

Fig. 6 Concentration of suspended sediment.

(iii) 浮遊砂と河床砂の粒度分布：この実験においては資料の採取方法および V-A tube の操作に多少不備の点もあって、粒度分布の資料は若干信頼性に欠ける点がある。しかし多くの資料から一般的に認められる傾向があるので、ここではこれらの点について述べることにする。Fig. 7 および Fig. 8 はそれぞれ河床砂および河床付近の浮遊砂の粒度分布を示したものである。Fig. 7 の No. 10 は掃流領域、No. 7 はデルタの先端、No. 5 以下は浮遊流砂の堆積領域であるが浮遊堆積の領域の粒度分布は比較的均一であり、流下方向の変化も少ない。しかし下流ほど多少粒径が小さくなる。浮遊流砂の粒度分布についても同様である。

Fig. 8 の No. 7 はほぼデルタの先端であるが、これと No. 3 との粒度スペクトルを比較すると Fig. 9 となる。この図からも浮遊砂による堆積領域の粒度分布が掃流領域のそれに比べて均一であることがうかがわれる。

デルタより下流の沈降の著しい領域では、河床上ある厚さにわたって濃度一定の層が存在することはすでに述べたが、この層では粒度分布も Fig. 10 に示すようにほぼ一定である。

(iv) 河床砂と浮遊砂の粒度分布の関係

沈降速度 w 以上の粒子の累加百分率を $F(w)$ 、河床砂のそれを $G(w)$ とし $F(w)$ 、 $G(w)$ のスペクトルをそれぞれ $f_s(w)$ 、 $f_b(w)$ とする。 $F(w)$ 、 $G(w)$ 、 $f_s(w)$ 、 $f_b(w)$ を schematic にえがくと Fig. 11 のようになる。Fig. 11 において w_{s1} 、 w_{b1} はそれぞれ浮遊砂および河床砂の最小粒径の沈降速度、 w_{s2} 、 w_{b2} はそれぞれの最大粒径の沈降速度である。これらの間にはつぎの関係が成立する。

$$F(w) = - \int_{w_{s2}}^w f(w) dw \quad (2)$$

ただし $\int_{w_{s1}}^{w_{s2}} f_s(w) dw = \int_0^{100} dF = 100 (\%)$ (3)

$$G(w) = - \int_{w_{b2}}^w f dw \quad (4)$$

ただし $\int_{w_{b1}}^{w_{b2}} f_b(w) dw = 100 (\%)$ (5)

(4)式を書きなおすとつぎのようになる。

$$G(w) = - \int_{w_{s2}}^w f_b(w) dw + G \quad (4')$$

ただし $G = - \int_{w_{b2}}^{w_{s2}} f_b(w) dw$ (6)

沈降の著しい河床付近では $w f_s(w) \propto f_b(w)$ (7)

が成立するものと考えられる。また Fig. 12 から分かるように、 $G \neq 0$ すなわち $w_{b2} \neq w_{s2}$ である。したがって

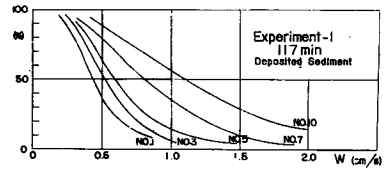


Fig. 7 Grain-size accumulation of deposited sediment.

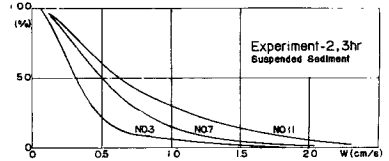


Fig. 8 Grain-size accumulation of suspended sediment.

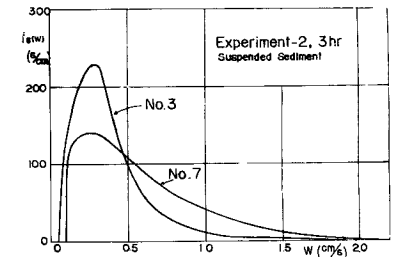


Fig. 9 Spectrum of fall-velocity distribution.

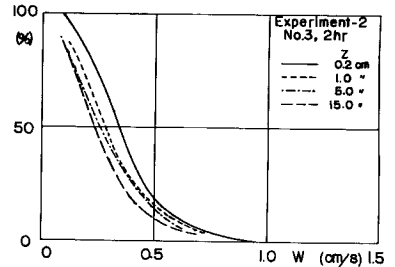


Fig. 10 Vertical variation of grain-size accumulation curve.

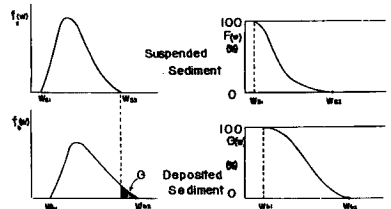


Fig. 11 Schematic diagram of grain-size accumulation of suspended and deposited sediment.

$$G(w) = \frac{\int_{w_{s2}}^w w f_s(w) dw}{\int_{w_{s2}}^{w_{b1}} w f_s(w) dw} \times 100$$

$$= \frac{\int_{w_{s2}}^w w dF}{\int_{w_{s2}}^{w_{b1}} w dF} \times 100 \quad (8)$$

Fig. 13 は(3)式を用いて浮遊砂の粒度分布から河床砂の粒度分布を計算したものと実測の粒度分布を比較したものであるが両者はかなりよく一致し、(8)式の関係が成立していることがわかる。

(v) 河床付近の濃度：河床付近の粒子濃度は浮遊砂を取り扱っていく場合において非常に重要な要素であって、これに関しては種々の研究が行なわれている。^{14), 15), 16), 17)}特に河床構成材料との関係においてとらえた Kalinske の方法は実用上の観点からみて有効な方法であると考えられる。Fig. 14 はその関係を示すものであり、 N_0 はある粒径範囲の粒子の河床付近における濃度 (P. P. M.) であり、 N_b は同じ粒径範囲の粒子が河床物質の中でしめる (%) である。実線は平衡状態における河床付近の濃度を求める曲線である。

いまこの関係について実測値を用いて検討してみよう。

Fig. 14 において $w/u_* \approx 1$ が浮遊限界を与えているが、

実験値において u_* より大きい沈降速度を持つ粒子の割合を示すと Table 2 のようにごく少量であって、上の事実を実証している。

Fig. 14 には No. 3 (2 hr) と No. 7 (3 hr) の資料について w/u_* と N_0/N_b の関係をプロットしているが、沈降のいちじるしい No. 3 については平衡条件の曲線からかなりはずれる。しかし w_{s2} に近づくとつれて平衡条件の曲線に接近する。また No. 7 (3 hr) はほぼデルタの先端であり、濃度分布の資料からみても (Fig. 6) 平衡状態になっていると思われる点である。しかし Fig. 14 の平衡条件の曲線とは一致しない。これは Kalinske の曲線は実際河川の実測資料によるものであって曲線自体がある幅を持ったものの平均線であること、No. 7 の u_* の推定値に実験上の誤差を伴っていると考えられることなどいろいろの原因によると考えられるのでさらに検討していきたい。

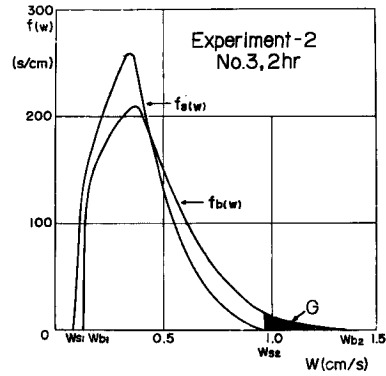


Fig. 12 Spectrum of fall-velocity distribution of suspended and deposited sediment.

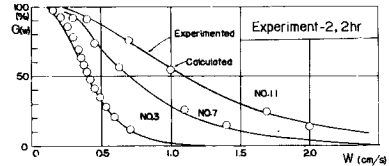


Fig. 13 Experimented and Calculated grain-size accumulation.

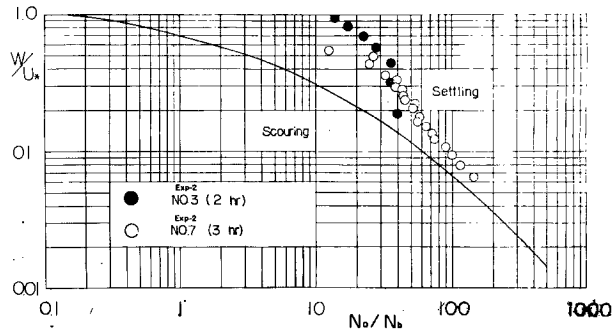


Fig. 14 Relation between w/u_* and N_0/N_b under equilibrium condition.

Table 2 $F(w = u_*)$

No. of section	Time	u_*	$F(w = u_*)$
3	120'	0.793	3 %
	180'	0.940	6
7	120'	2.13	1.5
	180'	3.47	0

いずれにしても河床付近の濃度に対しては u_* / w と河床粒径が支配的な影響を持つと考えられるが、浮遊の堆積領域においては河床砂の粒径は浮遊砂のそれと密接な関係を持っているので、これも u_* / w の要素のなかに含めて考え、 γc_0 と u_* / w_{50} の関係を調べてみる。Fig. 15 に示すように、ほぼ

$$\gamma c_0 = a(u_* / w_{50})^{0.81} \tag{9}$$

の関係がみられる。ただし a の値は時間的に多少変化している。この関係についてはさらに粒度特性と水理特性とを種々変えて検討していかねばならないが、以下の解析において便宜的に(9)式を用いることにする。

3. 堆砂形状に関する理論的考察

(1) 貯水池内の浮遊砂分布の基礎式

浮遊流砂の濃度分布に関する基礎方程式は従来より種々の形で表わされているが、大別すると拡散係数にテンソル表示を用いるものとベクトル表示を用いるものとなる。前者には速水¹⁸⁾や志村¹⁹⁾が与えたものなどがあり、後者のものは野満をはじめ数多く用いられている。一般にはベクトル表示で差いつかえないが、拡散係数の内容を乱流構造との関連において明確に把握しようという点から見るとテンソル表示で与えておく方がよいと考えられる。

拡散現象というのは一つの状態例えば平均濃度などがその濃度変化に応じて拡散輸送される現象であると考えられる。こうした考え方に立つと、一つ一つの砂粒子の運動は取り扱いの対象にはならない。ところが高濃度の流れや混合粒径などを取り扱う場合には、さらに内部に立ち入って、土砂および水についての Mass の保存を同時に追究し、その運動の内部機構を解明していく必要が生じてくる。こうした立場を取っているものに Hunt²⁰⁾ や志村²¹⁾ などがあるが、土砂の空間を考慮する Hunt 流の考え方を取り入れ志村とほぼ同様な取り扱いによって浮遊流砂の濃度分布の一般式を導いておく。さらに貯水池における場合に対して各項の order を比較検討して一般式の簡略化を行なうことにする。

時刻 t における (x, y, z) 方向の流速を (u, v, w) 、浮遊物質の沈降速度を (u_0, v_0, w_0) とすれば、浮遊物質の (x, y, z) 方向の流速は $(u - u_0, v - v_0, w - w_0)$ である。いま時刻 t における浮遊物質の濃度を c_t とすれば、浮遊物質について Mass Conservation の式は、

$$\frac{\partial c_t}{\partial t} + \frac{\partial c_t(u - u_0)}{\partial x} + \frac{\partial c_t(v - v_0)}{\partial y} + \frac{\partial c_t(w - w_0)}{\partial z} = 0 \tag{10}$$

ここで、志村と同様に (u, v, w, c) を時間的平均値、 (u', v', w', c') を変動値として

$$\begin{aligned} u_t &= u + u', & v_t &= v + v', & w_t &= w + w' \\ c_t &= c + c' \end{aligned} \tag{11}$$

と(10)式に代入して時間的平均を取れば次式がえられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + (u - u_0) \frac{\partial c}{\partial x} + (v - v_0) \frac{\partial c}{\partial y} + (w - w_0) \frac{\partial c}{\partial z} + c \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ - \sum_i \frac{\partial}{\partial i} \left(\sum_j \varepsilon_{ij} \cdot \frac{\partial c}{\partial j} \right) = 0 \end{aligned} \tag{12}$$

ここに ε は拡散係数のテンソルであり

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \overline{u'l_x}, & \varepsilon_{yx} &= \overline{u'l_y}, & \varepsilon_{zx} &= \overline{u'l_z} \\ \varepsilon_{xy} &= \overline{v'l_x}, & \varepsilon_{yy} &= \overline{v'l_y}, & \varepsilon_{zy} &= \overline{v'l_z} \\ \varepsilon_{xz} &= \overline{w'l_x}, & \varepsilon_{yz} &= \overline{w'l_y}, & \varepsilon_{zz} &= \overline{w'l_z} \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

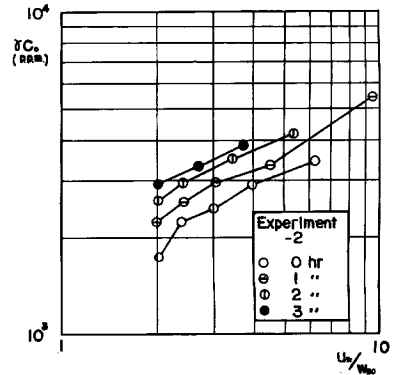


Fig. 15 Relation between γc_0 and u_* / w_{50} .

また l_x, l_y, l_z はそれぞれ x, y, z 方向の混合距離である。

(12)式は志村の式に比して $c\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$ の項が余分についている。これは志村の取り扱いにおいては水流の連続条件によってこの項が消されているためである。この取り扱いでも以下に示すように高濃度を対象としない限り十分である。しかし厳密には水流の連続条件に対して浮遊物質の存在を考慮しなければならず、その取扱いは以下に示すとおりである。

水の実質部分についての Mass Conservation の式は、

$$\frac{\partial(1-c_t)}{\partial t} + \frac{\partial(1-c_t)u_t}{\partial x} + \frac{\partial(1-c_t)v_t}{\partial y} + \frac{\partial(1-c_t)w_t}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

すなわち、

$$\frac{\partial c_t}{\partial t} + \frac{\partial(c_t \cdot u_t)}{\partial x} + \frac{\partial(c_t \cdot v_t)}{\partial y} + \frac{\partial(c_t \cdot w_t)}{\partial z} = \frac{\partial u_t}{\partial x} + \frac{\partial v_t}{\partial y} + \frac{\partial w_t}{\partial z} \quad (15)$$

をうる。また(10)式は

$$\frac{\partial c_t}{\partial t} + \frac{\partial(c_t \cdot u_t)}{\partial x} + \frac{\partial(c_t \cdot v_t)}{\partial y} + \frac{\partial(c_t \cdot w_t)}{\partial z} = u_0 \frac{\partial c_t}{\partial x} + v_0 \frac{\partial c_t}{\partial y} + w_0 \frac{\partial c_t}{\partial z} \quad (16)$$

であるから(15)式と(16)式より

$$\frac{\partial u_t}{\partial x} + \frac{\partial v_t}{\partial y} + \frac{\partial w_t}{\partial z} = u_0 \frac{\partial c_t}{\partial x} + v_0 \frac{\partial c_t}{\partial y} + w_0 \frac{\partial c_t}{\partial z} \quad (17)$$

をうる。(17)式に(11)を代入して時間的平均を取れば、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = u_0 \frac{\partial c}{\partial x} + v_0 \frac{\partial c}{\partial y} + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \quad (18)$$

となり、これが浮遊流砂の存在する場合の水流の連続式である。 $c=0$ の場合にはもちろん

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z = 0 \quad \text{である。}$$

(18)式を(12)式に代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} - (1-c) \left(u_0 \frac{\partial c}{\partial x} + v_0 \frac{\partial c}{\partial y} + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \right) \\ - \sum_i \frac{\partial}{\partial i} \left(\sum_j \varepsilon_{ij} \frac{\partial c}{\partial j} \right) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

これが浮遊流砂の濃度分布に関する一般式である。

座標軸を鉛直上方に取れば、 $u_i = v_i = 0$ と考えられる。またテンソル ε_{ij} の代りにベクトル ε_i を用いることにすれば $c \ll 1$ の場合に対して(19)式は

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial \left(\varepsilon_x \cdot \frac{\partial c}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\varepsilon_y \cdot \frac{\partial c}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\varepsilon_z \cdot \frac{\partial c}{\partial z} \right)}{\partial z} + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \quad (20)$$

となり、これが普通用いられている基本式である。

(20)式はこのままでは解析することが困難であるので、各項の order を比較検討してさらに簡略化する必要がある。いま水路幅が一樣な貯水池において上流から一定濃度の浮遊流砂が供給されている場合を考える。水路幅が一樣であるから y 方向の変化は小さくしたがって左辺第3項および右辺第2項は他の項に比して小さいと考えられる。他の項については実験結果を用いて検討することにするが、この際流速分布形や拡散係数の分布が問題である。ここでは order を概算するのみであるので、流速分布は対数法則に従うものとし、かつ $\varepsilon_x = \varepsilon_z = K u_{*x} \{1 - (z/h)\}$ という簡単な仮定を設けた。実験-1についての計算の結果は Table 3 のとおりであり、 $\partial c / \partial t$ および $\partial(\varepsilon \partial c / \partial x) / \partial x$ の項は他の項に比して無視しうるほど小さい。したがって(20)式は

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} \right) + (w_0 - w) \frac{\partial c}{\partial z} \quad (21)$$

Table 3 Values of each terms in eq. (20) in the case of Exp. 1

	sec No. time	z/h=0.8		z/h=0.1			z/h=0.02		
		No. 3	No. 5	No. 1	No. 3	No. 5	No. 1	No. 3	No. 5
$\partial(\epsilon \frac{\partial c}{\partial x})/\partial x$	162 min	0.005	0.010	0.009	0.011	0.012	0.003	0.004	0.004
$u(\partial c/\partial x)$	"	23	19	36	52	112	20	30	38
$\partial c/\partial t$	42	0.22	0.18		0.30	0.22		0.36	0.15
	117	0.17	0.20		0.21	0.31		0.45	0.38
	162	0.09	0.22		0.07	0.45		0.63	0.74

	time	z/h					
		z/h=0.706	z/h=0.57	z/h=0.43	z/h=0.294	z/h=0.158	z/h=0.018
$\partial(\epsilon \frac{\partial c}{\partial z})/\partial z$	162 min	15	21	15	11	85	120
$w_0 \partial c/\partial z$	"	110	80	70	70	94	2300

のように簡略化してもよいものと考えられる。つぎに w の大きさについて検討する。水流の連続式より、

$$w = - \int_0^z \frac{\partial u}{\partial x} dz \tag{22}$$

であり、その最大値は $z=h$ において生じるが、この値は次式で与えられる。

$$w = \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dz + u_h \frac{\partial h}{\partial x} = u_h \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \tag{23}$$

河床こう配がかなり大きい場合には $\frac{\partial h}{\partial x}$ の値はかなり大きくなり、(23)式で与えられる w は w_0 に比して無視できない order になる。しかし w は z および x の関数であって、これをそのまま残しておいたのでは解析することが困難であるので以後の取り扱いにおいてはこの項を省略することにする。もし必要な場合には w の項を w_0 に含め、 w_0 が見掛け上減少したものと取り扱うことも可能であろうが、この点についてはさらに検討する必要がある。

(2) 堆砂形状に関する理論的考察

定常状態における貯水池内の濃度分布の基本式は上の考察により次式で表わされる。

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial c}{\partial z} \right) + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \tag{24}$$

浮遊流砂と河床変動の連続式は

$$\frac{\partial z_0}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{h_0} c u dz = 0 \tag{25}$$

で与えられる。(記号は Fig. 16)

(24)式の u および c は x, z および t の関数であるが、これを適当な境界条件および初期条件のもとに解いて(25)式に代入すれば Z_0 の微分方程式がえられるからこれを解けば堆砂形状が求まるはずである。

浮遊流砂の基本式の解は多くの人々によって種々の場合について求められている。W. E. Dobbins²²⁾ は

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \tag{26}$$

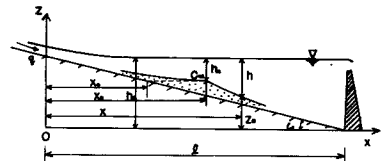


Fig. 16 Definition schetch.

を ε を const とし $z=h$ で、 $\varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} = -w_0 c$; $z=0$ $t=\infty$ で $\varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} = -w_0 c = -w_0 c_*$; $t=0$ で $c=f(x)$

なる初期条件および境界条件のもとに解いている。

さらに A. A. Kalinske²³⁾ は、

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \tag{27}$$

を $u = \text{const.}$, $\varepsilon = \text{const.}$ とし、かつ $x=0$ で $c=0$; $z=\infty$ で $c=0$; $z=0$ で $c=c_0 (= \text{const.})$ の境界条件を用いて解き次式を得ている。

$$c = c_0 e^{-qz} - (2c_0/\pi) \int_0^\infty \{n/(n^2+q^2/4)\} e^{(BEx/u)-(qz/2)} \sin nzd n \tag{28}$$

ここに、

$$q = w_0/\varepsilon, \quad B = -(n^2+q^2/4)$$

合田²⁴⁾は

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = \varepsilon \left(\frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \tag{29}$$

を基本式とし、各種の境界条件を満足する解を求めているが、このうち特に(27)式についてはつぎの境界条件を用いている。

$$\left. \begin{aligned} z=0: & \quad -\varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} = k w c \\ z=h: & \quad \varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} + w_0 c = 0 \\ x=0: & \quad c = c_0(z) \end{aligned} \right\} \tag{30}$$

このうち第1の境界条件は合田が独創的に考案したもので

$k > 1$洗掘の傾向

$k = 1$平衡

$0 < k < 1$堆積の傾向

$k = 0$洗掘量が0すなわち純堆積

この条件は著者らの実験によっても妥当であると考えられる。

(30)式の条件による(27)式の解は

$$c(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} T_m \exp \left[-\frac{1}{R_u} \left(R_m^2 + \frac{R_w^2}{4} \right) \frac{x}{h} - \frac{R_w}{2} \frac{z}{h} \right] Z_m(z) \tag{31}$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} T_m &= \frac{1}{\frac{h}{2} \left(1 + \frac{k_1^2 w_0^2}{\varepsilon^2 \mu_m^2} \right) + \frac{w_0}{4 \varepsilon \mu_m^2} \left(\frac{\mu_m^2 + k_1^2 w_0^2 / \varepsilon^2}{\mu_m^2 + w_0^2 / 4 \varepsilon^2} - 2k_1 \right)} \int_0^h c_0(z) e^{\frac{w_0 z}{2 \varepsilon}} Z_m(z) dz \\ k_1 &= k - \frac{1}{2} \\ \mu_m \cdot h &= \arctan \left(\frac{1}{2} - k_1 \right) \frac{\mu_m \cdot h \cdot R_w}{\mu_m^2 h^2 + (k_1 \cdot R_w^2 / 2)} \quad m = 1, 2, 3, \dots \\ Z_m(z) &= \cos \mu_m z - \frac{k_1 \cdot w_0}{\varepsilon \mu_m} \sin \mu_m \cdot z \\ R_u &= u h / \varepsilon, \quad R_m = \mu_m \cdot h \\ R_w &= w_0 h / \varepsilon \end{aligned} \right\} \tag{32}$$

となる。以上の解は非常に有益なものであるが $u = \text{const.}$ として取り扱われているので、貯水池のように u が x 方向に変化する場合にはそのままでは適用することができない。この場合には x を Δx の interval に区切り、その間では $u = \text{const.}$ であるとして取り扱う方法も考えられる。しかしこの方法では堆砂形状に関

する一般的な性質を知ることは困難であるので非常に近似的ではあるが、前に述べた実験の結果を参照してつぎのような取り扱いを行なう。

(25)式の左辺第2項は、

$$-\frac{1}{(1-\lambda)} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{h_0} c u d z = -\frac{1}{(1-\lambda)} \int_{z_0}^{h_0} c \frac{\partial u}{\partial x} d z + \frac{1}{(1-\lambda)} \int_{z_1}^{h_0} u \frac{\partial c}{\partial x} d z - \frac{[c u]_{z_0}}{(1-\lambda)} \frac{\partial z_0}{\partial x} \quad (33)$$

流速分布は対数法則に従うものとするれば

$$\frac{u}{u_*} = A + \frac{1}{k} \ln \frac{z}{k} \quad (34)$$

である。

(34)式を(33)式の右辺第1項に代入すれば

$$-\frac{1}{(1-\lambda)} \int_{z_0}^{h_0} c \frac{\partial u}{\partial x} d z = \frac{1}{u_*} \frac{d u_*}{d x} c_m u_m (h_0 - z_0) \beta_1 \quad (35)$$

$$\text{ただし } \beta_1 = \frac{\int_{z_0}^{h_0} c u d z}{u_m c_m (h_0 - z_0)} \quad (36)$$

また、

$$\frac{u_m}{u_*} = A - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{k} \quad (37)$$

であるから、

$$\frac{d u_m}{d x} = \frac{u_m}{u_*} \frac{d u_*}{d x} \cdot \beta_2 \quad (38)$$

$$\text{ただし } \beta_2 = 1 + \frac{2}{\kappa u_m / u_*} \quad (39)$$

(38)式を(35)式に代入し、かつ

$$c_m / c_0 = \beta_3 \quad (40)$$

$$\frac{\beta_1 \cdot \beta_3}{\beta_2} = \beta \quad (41)$$

とおけば、

$$\int_{z_0}^{h_0} c \frac{\partial u}{\partial x} d z = \frac{d u_m}{d x} \cdot c_0 \cdot (h_0 - z_0) \cdot \beta \quad (42)$$

ただし c_0 は河床付近の濃度一定の領域における濃度

(33)式の右辺第2項は(24)式を代入して積分可能となる。

(33)式の右辺第3項は

$$\frac{[c u]_{z_0}}{(1-\lambda)} \frac{\partial z_0}{\partial x} = \frac{c_0 u_m}{(1-\lambda)} \cdot \alpha \cdot \frac{\partial z_0}{\partial x} \quad (43)$$

$$\text{ただし } \alpha = \frac{u_0}{u_m} \quad (44)$$

ここに u_0 は濃度一定の領域における平均の流速である。これらを(25)式に代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_0}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left\{ (\varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} + w_0 c)_{h_0} - (\varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} + w_0 c)_{z_0} \right\} + \frac{\beta c_0}{(1-\lambda)} \frac{d u_m}{d x} (h_0 - z_0) \\ - \frac{\alpha}{(1-\lambda)} c_0 u_m \cdot \frac{\partial z_0}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (45)$$

(45)式において、

$$\text{水面条件より } (\varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} + w_0 c)_{h_0} = 0 \quad (46)$$

またすでに述べたように堆積しつつある状態においては

$$\left(\varepsilon \frac{\partial c}{\partial z} \right)_{z_0} = 0 \quad (47)$$

であるから、(46)、(47)式を(45)式に代入すれば

$$\frac{\partial z_0}{\partial t} - \frac{1}{(1-\lambda)} \omega_0 c_0 + \frac{1}{(1-\lambda)} \beta c_0 \frac{du_m}{dx} (h_0 - z_0) - \frac{\alpha}{(1-\lambda)} c_0 \cdot u_m \frac{\partial z_0}{\partial x} = 0 \quad (48)$$

となる。これが z_0 の微分方程式であり、これを解けば各時刻における堆砂形状を求めることができる。

いま係数 α, β は浮遊流砂の濃度分布形や流速分布形によってきまる値であり、厳密には x, t の関数であるが、その変化が小さいとしてここでは常数として取り扱う。

c_0 は厳密には(31)式を逐次計算して求めていくべきであるが、実用的な見地から、実験的に用いられた(9)式の関係を用いることにする。

デルタの先端においては c_{0s}, u_{*s}, h_s などの諸量はほぼ一定の値を取るようであるから、これを基準にとれば(9)式は

$$c_0 = c_{0s} \left(\frac{\omega_{0s}}{\omega_0} \right)^{n_1} \left(\frac{u_*}{u_{*s}} \right)^{n_1} \quad (49)$$

幅の広い長方形水路の場合には、

$$u_* = g^{1/2} \cdot n \cdot q / h^{2/6} \quad (50)$$

ここに、 $q = u_m \cdot h$ 、

$$(51)$$

であるから、これらを(48)式に代入すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_0}{\partial t} - \frac{1}{(1-\lambda)} \omega_0 \left(\frac{\omega_{0s}}{\omega_0} \right)^{n_1} \left(\frac{h}{h_s} \right)^{-7n_1/6} c_{0s} + \frac{1}{(1-\lambda)} \cdot \beta c_{0s} \left(\frac{\omega_{0s}}{\omega_0} \right)^{n_1} \left(\frac{h}{h_s} \right)^{-7n_1/6} \\ \cdot \left(-\frac{q}{h^2} \right) \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot h - \frac{1}{(1-\lambda)} \alpha \cdot c_{0s} \left(\frac{\omega_{0s}}{\omega_0} \right)^{n_1} \left(\frac{h}{h_s} \right)^{-7n_1/6} \left(\frac{q}{h} \right) \frac{\partial z_0}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (52)$$

となる。上式の ω_0 の値はもちろん場所的に変化するが、その変化はそれほど顕著でないと考えられるので、ここでは簡単のために、 $\omega_0 = \text{const.}$ したがって $\omega_{0s}/\omega_0 = 1$ とする。

(x, t, z_0) の代りにつぎのような無次元量 (ξ, τ, η)

$$\left. \begin{aligned} x &= \xi \cdot l \\ t &= \tau \cdot (h_0/\omega_0) \\ z_0 &= \eta h_0 \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

を用いて(52)式を無次元化された方程式になおすとつぎのようになる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} + K(1-\eta) \cdot \left(\frac{\tau}{6} n_1 + 1 \right) \frac{\partial \eta}{\partial \xi} - M(1-\eta) \left(\frac{\tau}{6} n_1 \right) = 0 \quad (54)$$

ここに、

$$K = \frac{1}{(1-\lambda)} (\beta - \alpha) c_{0s} \left(-\frac{q}{h_s \cdot \omega_0} \right) i_0 \cdot \left(\frac{h_0}{h_s} \right)^{-\left(\frac{\tau}{6} n_1 + 1 \right)} \quad (55)$$

$$M = \frac{1}{(1-\lambda)} c_{0s} \left(\frac{h_0}{h_0} \right)^{-\frac{\tau}{6} n_1} \quad (56)$$

(54)式は Charpit の方法で解ける。

$$\frac{\partial \eta}{\partial \xi} = p, \quad \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = q \quad (57)$$

とおけば(54)式は

$$f(\eta, p, q) = K(1-\eta) \left(\frac{\tau}{6} n_1 + 1 \right) p + q - M(1-\eta) \left(\frac{\tau}{6} n_1 \right) = 0 \quad (58)$$

とおけ、その特性曲線は

$$\frac{d\xi}{\partial f} = \frac{d\tau}{\partial q} = \frac{d\eta}{p \frac{\partial f}{\partial p} + q \frac{\partial f}{\partial q}} = -\frac{dp}{p \cdot \frac{\partial f}{\partial \eta}} = -\frac{dq}{q \cdot \frac{\partial f}{\partial \eta}} \quad (59)$$

となる。最後の二式より、

$$q = -\alpha_0 p \quad (\alpha_0 > 0) \quad (60)$$

をうる。(58)式より

$$\rho = \frac{M(1-\eta)^{-\frac{7}{6}n_1}}{K(1-\eta)^{-\left(\frac{7}{6}n_1+1\right)} - a_0} \quad (61)$$

また,

$$d\eta = p d\xi + q d\tau = p(d\xi - a_0 d\tau) \quad (62)$$

であるから、(61)式の関係を入れて積分すれば、

$$\xi - a_0 \tau = -\frac{K}{M} \ln(1-\eta) + \frac{a_0}{\left(\frac{7}{6}n_1+1\right)M} (1-\eta)^{\frac{7}{6}n_1+1} + b \quad (63)$$

がえられる。境界条件および初期条件を用いて積分常数 a_0, b を決定しなければならない。

さきにも述べたようにデルタの先端において境界条件を与えるのが合理的であると考えられる。Fig. 16を参照して、

$$t=0: \quad x_s = x_0 \quad (64)$$

$$t=t_s, \quad x_s(t_s): \quad h = h_s = \text{const.} \quad (65)$$

を初期条件および境界条件とする。

(65)式より $h = \text{const.}$ すなわち $d\eta = 0$ の点の ξ と τ の関係は

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{h_0}{lw_0} \frac{dx_s}{dt_s}$$

一方(63)式より、 $d\eta = 0$ において

$$\frac{d\xi}{d\tau} = a_0$$

$$\therefore a_0 = \frac{h_0}{lw_0} \frac{dx_s}{dt_s} \quad (66)$$

となる。(64)式の条件より

$$b = \frac{x_0}{l} + \frac{K}{M} \ln(1-\eta_s) - \frac{a_0}{\left(\frac{7}{6}n_1+1\right)M} (1-\eta_s)^{\frac{7}{6}n_1+1} \quad (67)$$

$$\text{ここに,} \quad \eta_s = 1 - \frac{h_s}{h_0} \quad (68)$$

したがって(63)式は、

$$(\xi - \xi_0) - a_0 \tau = \frac{K}{M} \ln\left(\frac{1-\eta_s}{1-\eta}\right) + \frac{a_0}{\left(\frac{7}{6}n_1+1\right)M} \left\{ (1-\eta)^{\frac{7}{6}n_1+1} - (1-\eta_s)^{\frac{7}{6}n_1+1} \right\} \quad (69)$$

となり、これが堆砂形状を表わす方程式であって求める解である。

堆砂形状は K, M, a_0, n_1 および ξ_0, η_s の値によって定まり、時間的には一定の速度 a_0 で前進することを示している。

いま(69)式による堆砂形状の計算値と実測値とがどの程度一致するか、Exp.-2について検討してみよう。この場合、 $q = 2.5 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$, $i_0 = 3.25 \times 10^{-2}$, $h_0 = 42.7 \text{ cm}$, $l = 13.1 \text{ m}$, $w_0 = 0.5 \text{ cm/s}$, $c_{0s} = 1.88 \times 10^{-3}$, $\lambda = 0.4$ である。 n_1 は実験値 0.5 を用いる。(これについては一般的に成立するかどうかさらに検討の要がある。) $h_s, dx_s/dt$ については掃流流砂の方から求めるべきであると考えられ、前論文²⁵⁾においても検討したが、ここでは実験値を用いることにすれば、 $h_s = 10 \text{ cm}$, $dx_s/dt_s = 0.027 \text{ cm/s}$ 。つぎに K については明確に評価しえない諸係数 α, β が含まれているが、 $\alpha = \beta = 0.5$ 程度であって K の値は 0 に近いと考えられる。したがってここでは一応 $K = 0$ として計算する。

計算値と実測値との比較は Fig. 17 のとおりであって、多くの仮定にもかかわらず、(69)式による計算によって、かなりの程度、堆砂形状の時間的变化を追跡しようとみることができる。なお(69)式に含まれる

諸係数の評価、これらによる堆砂形状の変化などについては、さらに広範囲の資料によって検討していくことが必要である。

4. 結 語

以上、著者らは浮遊流砂による貯水池の堆砂に関して実験的研究を行ない、その水理特性について2, 3の興味ある事実を明らかにするとともに、貯水池における浮遊流砂の基礎式について検討を加え、実験結果を参照して堆砂形状の時間的変化を追跡していく解析の方法を求めた。これらの大要について説明するとつぎのとおりである。

堆砂形状にはこう配の急変点があられ、これを境にして上下流2つの領域に分けられるが、両者においては河床形状、河床面の状態、濃度分布など水理特性がいちじるしく異なる。上流の領域は掃流流砂、下流の領域は浮遊流砂による堆積の領域と考えられる。デルタの先端は一定の濃度分布を持ちながら、ほぼ一定の速度で水平面上を移動する。つぎに掃流領域においてはその濃度分布は Ippen の与えた平衡状態における分布式に従うが、浮遊流砂の堆積領域においてはこれといちじるしく異なった分布を示めし、河床付近にかなりの厚さにわたって濃度ほぼ一定の層が存在する。これは乱れの効果が非常に小さいことを示すものであって、このことは浮遊流砂の粒度のスベクトルから(8)式を用いて算定した河床砂の粒度のスベクトルが実測のそれとかなりよく一致することからも知れる。

つぎに実験結果を参照して求めた堆砂形状の算定式(69)は実測の結果をかなりよく説明しうることが知られた。しかし同式はかなり多くの仮定にもとづいており、同式に含まれる諸係数の評価、これらによる堆砂形状の変化などについてはさらに広範囲の資料によって検討していくことが必要である。

以上本研究は浮遊流砂の堆砂機構の解明、これにもとづく堆砂形状の算定式の誘導を目的としているものであるが、研究の端緒についたばかりであって非常に多くの問題が残されているので、さらに研究を進めていきたいと考えている。

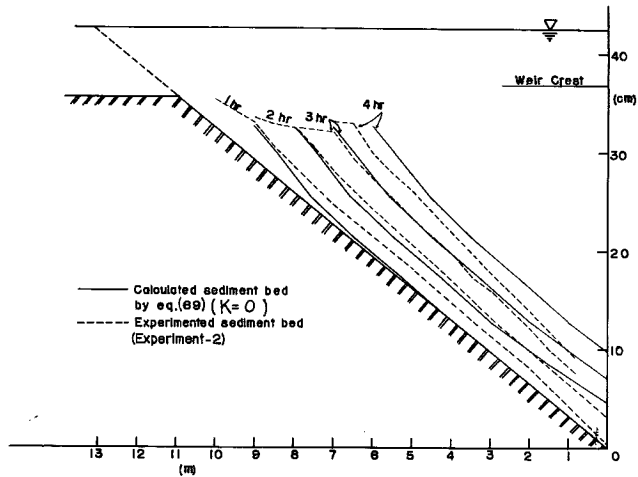


Fig. 17 Calculated sediment bed by eq (69).

参 考 文 献

- 1) 吉良八郎：貯水池の滞砂に関する水理学的研究，香川大学農学部記要，第12号，1963，p.1
- 2) 杉尾捨三郎：堰上流の堆砂現象に関する解析的研究，土木学会論文集第32号，1956.
- 3) 杉尾捨三郎：堰上流の堆砂現象に関する実験，土木学会誌第38巻，第11号，1953.
- 4) 杉尾捨三郎：矩形水路における堆砂現象の実用的一解法，信州大学工学部記要，第9号，1960.
- 5) 吉良八郎：前出(1).
- 6) 矢野勝正，芦田和男，定道成美：ダムの背砂に関する研究(1)―貯水池における砂堆の運動機構について―，京都大学防災研究所年報第6号，昭38.
- 7) 矢野勝正，芦田和男，田中祐一朗：ダムの背砂に関する研究(11)―ダム上流部の河床変動について―，京都大学防災研究所年報第6号，昭38.
- 8) 合田健：上水浄化における水理学上の基礎的諸問題，京都大学学位論文，昭31.
- 9) 口野幹雄：固体粒子を含んだ流れの乱流機構の変化（特に中立粒子の場合），第7回水理講演会講演集，1962.

- 10) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集第92号，昭38.
- 11) 志村博康：浮遊砂を有する水流の諸特性について，土木学会論文集，第46号，昭32.
- 12) 岩垣雄一，土屋義人，矢野洋一郎：混合砂の浮遊に関する実験的研究，土木学会第18回年次学術講演概要，昭38.
- 13) 西平福宏：混合砂礫の二，三の特性とその流砂機構に関する研究，京都大学修士論文，昭36.
- 14) H. Shimura: The effect of density gradient to turbulence and the limit of diffusion rate, Bull. of the Yamagata Univ. Agr. Sci. Vol. 3, No.1, 1959.
- 15) H. Shimura: The capacity of transporting suspended sediment of a flow, Bull. of the Yamagata Univ. Agr. Sci. Vol. 3 No.2, 1960.
- 16) Lane and Kalinske: Relation of suspended to bed-material in rivers, Trans. Amer. Geophys. Union, 1939.
- 17) A. A. Kalinske: Suspended material transportation under non-equilibrium conditions, Trans. Amer. Geophys. Union, 1940.
- 18) S. Hayami: Hydrological studies on the Yangtze river, China 1~VII: Tour. Shanghai Sci., Inst., Section 1, 1938~1941.
- 19) 志村博康：前出論文(11)
- 20) J. N. Hunt: The turbulent transport of suspended sediment in open channels, Proc. Roy. Soc. London, (A) 244, July, 1954.
- 21) 志村博康：前出論文(11)
- 22) W. E. Dobbins: Effect of turbulence on sedimentation, Proc. A. S. C. E., Vol. 69, No.2, 1943.
- 23) A.A. Kalinske：前出論文(17)
- 24) 合田健：前出論文(8)
- 25) 矢野勝正，芦田和男，定道成美：前出論文(6)