

# 硬質層による屈折地震波の震動特性

島 通 保

## ON THE REFRACTION OF A CYLINDRICAL PULSE IN AN INFINITE ELASTIC MEDIUM WITH A SINGLE RIGID LAYER

by Dr. Sci. Michiyasu Shima

### Synopsis

The present paper deals with the elastic SV wave refracted through a single rigid layer, when a semi-infinite elastic medium is excited by a buried impulsive line SV source. Following L. Cagniard, the integral transformation method is used to obtain an exact closed expression for the displacement. It is found that the later phase is derived through the thin rigid layer, which is not deducible by the geometrical method.

### 1. 序 論

1つの半無限弾性体中のある一点に弾性的な擾乱源が働くと、それによって起こされた波は層に達し、一部はそれによって反射され、また一部は他の半無限弾性体中に屈折される。そのような反射波、屈折波が震源のタイプ、層の厚さ、層への入射角および媒質の弾性常数などどのような関係があるかということについての研究は、実際上も重要な問題となっている。<sup>1)</sup>

平面波が周囲に比して硬質の薄い層に入射する場合については、無限長の調和波あるいは衝撃的な波などに対してかなり詳しく調べられている。<sup>2)</sup>

このような問題において特に興味のあるのは、幾何光学に対応する幾何地震学の法則の適用できない領域、つまり入射角がいわゆる全反射の臨界角より大きい場合であって、層の厚さが薄ければこの硬質層は遮蔽の効果が弱まり、透過する屈折波はかなりの強さをもつ。

震源が層にかなり近い所であれば、入射波は平面波として取扱うわけにはいかなくなるから、点状あるいは線状の震源から出た波に対して硬質層がどのように影響するかが、次に問題になってくる。この問題に関しては G. I. Petrashen らによって手をつけられているばかりで、<sup>3)</sup> 未だ詳しく調べられていない。筆者は先に、線状の SH 波が硬質層に入射する問題を扱った。<sup>4)</sup> このような比較的簡単な問題でも、薄い硬質層の弾性波の伝播に及ぼす効果は非常に複雑であって、地震記録は幾何地震学の観点からは正確に解釈されない。特に Fig. 1 における  $H/x$  が小さい場合にはそうである。硬質層が SV 波に対してどのような遮蔽効果を持つかは同様に興味ある問題であるが、今回はこの問題をやはり衝撃的な線状震源が軟質の半無限弾性体中に働いた場合、硬質層を透過して反対側の同じ軟質層に達した屈折波の震動特性について調べた。

方法はやはり L. Cagniard の積分変換の方法で、<sup>5)</sup> 複素積分の積分路を適当に変換すれば、解の形はかなり簡単になり、さらに震源に働く力としてデルタ函数的なものをとれば、変位の厳密解を代数関数の表示で求めることができる。また震源に作用する力がもっと一般的な場合には、これを積分することによって解を得ることができる。

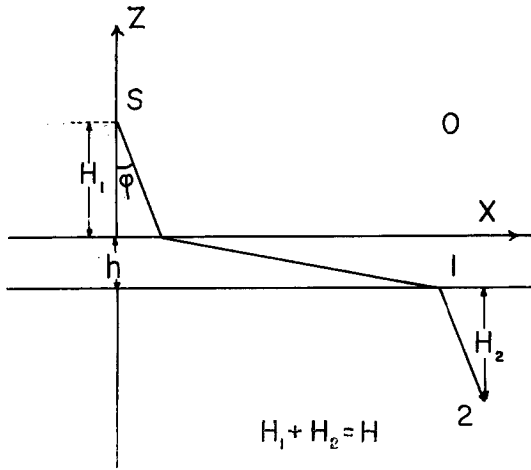


Fig. 1

記号：

- $a_0, b_0$ : 半無限弾性体中の P 波および S 波の伝播速度
- $a_1, b_1$ : 硬質層中の P 波および S 波の伝播速度
- $\mu_0, \mu_1$ : 各層の剛性率
- $u_0, u_1, u_2$ :
- $w_0, w_1, w_2$ : 各層 0, 1, 2 中の変位の水平および鉛直成分

## 2. 形式的な解

ここで考えようとするのは Fig. 1 に示されているような、1つの薄い硬質層、1が2つの半無限弾性体 0, 2, によって挟まれ、線状の震源は半無限弾性体 0 の中の  $(0, H_1)$  に存在しているような問題である。

この震源は時刻  $t=0$  に、軸対称的にパルス的な波を放射する。

中間の層は硬質層であるから、伝播速度は  $a_1 > a_0, b_1 > b_0$  であり、また簡単のため  $a_0 = a_2, b_0 = b_2$  ととる。

変位成分  $u_i, w_i$  はスカラーポテンシャル、ベクトルポテンシャルによって次のように表わせる

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} - \frac{\partial \psi_i}{\partial z} \\ w_i &= \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} + \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \end{aligned} \tag{1}$$

また応力は変位によって次のように表わせる。

$$\begin{aligned} (p_{zx})_i &= \mu_i \left( \frac{\partial w_i}{\partial x} + \frac{\partial u_i}{\partial z} \right) \\ (p_{zz})_i &= \lambda_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial z} \right) + 2\mu_i \frac{\partial w_i}{\partial z} \end{aligned} \tag{2}$$

そうすると  $\varphi_i, \psi_i$  は次の波動方程式の解である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} - \frac{1}{a_i^2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial t^2} &= 0 \quad (i=0, 1, 2) \\ \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial z^2} - \frac{1}{b_i^2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial t^2} &= 0 \quad (i=1, 2) \\ \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial z^2} - \frac{1}{b_0^2} \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial t^2} &= -\delta(x, z-H)f(t) \end{aligned} \tag{3}$$

ここで  $\delta(x, z-H)$  はデルタ関数で、 $f(t)$  は SV 波の線震源の時間の関数としての強さを表わす。そうして  $t < 0$  で  $f(t) = 0$  であるとする。したがって媒質 0 のベクトルポテンシャル  $\psi_0$  は入射波  $\psi_0^i$  の部分と反射波  $\psi_0^r$  の部分とから成っている。

次に境界条件としては、 $z=0$  の境界面では

$$u_0 = u_1, \quad (p_{zx})_0 = (p_{zx})_1, \quad (p_{zz})_0 = (p_{zz})_1 \tag{4}_1$$

$z=H$  の境界面では

$$u_1 = u_2, \quad (p_{zx})_1 = (p_{zx})_2, \quad (p_{zz})_1 = (p_{zz})_2 \tag{4}_2$$

のように変位および応力の連続の条件が成立っている。

L. Cagniard に従って、すべての関数に、時間に関するラプラス変換をほどこす。震源の関数に対しては

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (5)$$

であり、ポテンシャルに対しては

$$\phi_i(s) = \int_0^{\infty} \phi_i(x, z, t)e^{-st} dt \quad (6)$$

$$\psi_i(s) = \int_0^{\infty} \psi_i(x, z, t)e^{-st} dt \quad (7)$$

である。ここで  $s$  は積分 (5), (6), (7) を収束させるような充分大きい正の実数である。 $\phi_i, \psi_i$  およびその時間微分は連続であるから、波動方程式 (3) に対してラプラス変換をほどこすと

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} - \frac{s^2}{a_i^2} \phi_i &= 0 & (i=0, 1, 2) \\ \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial z^2} - \frac{s^2}{b_i^2} \psi_i &= 0 & (i=1, 2) \\ \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial z^2} - \frac{s^2}{b_0^2} \psi_0 &= -\delta(x, z-H)F(s) \end{aligned} \quad (8)$$

$z \rightarrow \infty$  において有限であるような入射波のポテンシャル  $\psi_0$  は次の式によって与えられる。

$$\psi_0 = \frac{F(s)}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{\exp(spz - s\beta_0|z-H|)}{2\beta_0} dp \quad (9)$$

ここで

$$\beta_0 = \sqrt{b_0^2 - p^2}$$

であって、 $\beta_0$  はリーマン面上においてその real part が正であるような分枝として定義されている。この事は切目を **Fig. 2** のように実軸に沿って入れることを意味する。

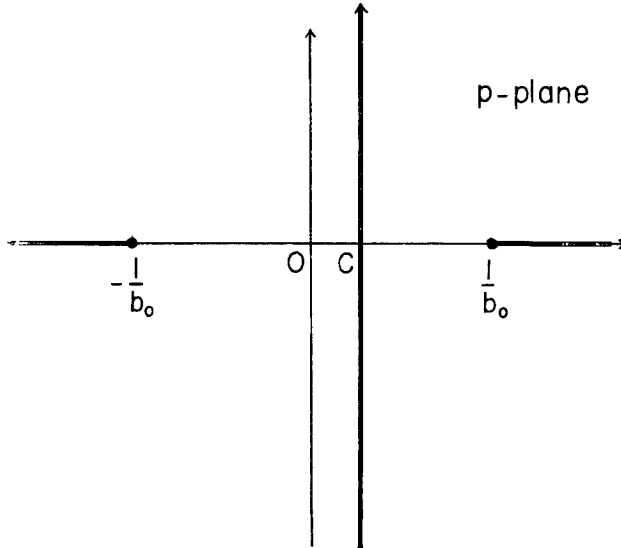


Fig. 2

(8)式を満足する解  $\phi_i$  および  $\psi_i$  はラプラス変換の定理によって、次のように表わせる。

$$\phi_0 = \frac{F(s)}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{1}{2\beta_0} \left\{ J e^{s(pz - \alpha_0 z - \beta_0 H_1)} \right\} dp$$

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_1 &= \frac{F(s)}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{1}{2\beta_0} \{J_1 e^{s(\beta_0 \alpha_1 z - \beta_0 H_1)} + J_2 e^{s(\beta_0 \alpha_1 z - \beta_0 H_1)}\} dp \\
 \Phi_2 &= \frac{F(s)}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{1}{2\beta_0} \{J_3 e^{s(\beta_0 H)}\} dp \\
 \Psi_0 &= \frac{F(s)}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{1}{2\beta_0} \{e^{s(\beta_0 z - \beta_0 H_1)} + K_2 e^{s(\beta_0 z - \beta_0 H_1)}\} dp \\
 \Psi_1 &= \frac{F(s)}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{1}{2\beta_0} \{K_1 e^{s(\beta_1 z - \beta_0 H_1)} + K_2 e^{s(\beta_1 z - \beta_0 H_1)}\} dp \\
 \Psi_2 &= \frac{F(s)}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{1}{2\beta_0} (K_3 e^{s(\beta_0 H)}) dp
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} (10) \\ (11) \end{array}$$

ここで

$$\alpha_0 = \sqrt{a_0^2 - p^2}, \quad \alpha_1 = \sqrt{a_1^2 - p^2}, \quad \beta_1 = \sqrt{b_1^2 - p^2}$$

であって、リーマン面の分枝は  $\beta_0$  の時と同様にとつてある。

(10), (11)を境界条件の式(4)に入れ、得られる連立一次方程式を変位に関して解く。そのうち反対側の層に屈折して出て来る SV 波の係数  $K_3$  は次のようになる。

$$K_3 = \frac{2\beta_0 [\beta_1 \xi_1 \xi_2 e^{sh\alpha_1} - p^2 \alpha_1 \xi_1 \xi_2 e^{sh\beta_1} + \beta_1 \xi_1 \xi_2 e^{-sh\alpha_1} + p^2 \alpha_1 \xi_1 \xi_2 e^{-sh\beta_1}]}{b_0^2 \beta_1^2 \sigma_1^2 e^{sh(\alpha_1 + \beta_1)} [(R')^2 - (\eta_1')^2 e^{-2sh\alpha_1} - (\eta_2')^2 e^{-2sh\beta_1} + 2(\eta_2')^2 e^{-sh(\alpha_1 + \beta_1)}] / \alpha_1 \beta_1 + (\eta_1')^2 e^{-2sh(\alpha_1 + \beta_1)}} \quad (12)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned}
 \xi_{1,5} &= -2(p^2 \pm \alpha_0 \beta_1)(1 - \sigma_2) \\
 \xi_{2,6} &= -2(p^2 \pm \alpha_1 \beta_0)(1 - \sigma_2) \\
 \xi_{3,7} &= -\{2p^2(\pm \alpha_1 - \alpha_0) + b_1^2 \alpha_0\}(1 - \sigma_2) + (b_1^2 \alpha_0 \pm b_0^2 \alpha_1) \\
 \xi_{4,8} &= -\{2p^2(\pm \beta_1 - \beta_0) + b_1^2 \beta_0\}(1 - \sigma_2) + (b_1^2 \beta_0 \pm b_0^2 \beta_1)
 \end{aligned} \right\} (13)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \eta_1' &= \sigma_2^2 [-p^2 \{(b_1^2 - b_0^2 \sigma_1) - 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 + b_0^2 b_1^2 \sigma_1 (\alpha_1 \beta_0 - \alpha_0 \beta_1) \\
 &\quad + \alpha_1 \beta_1 \{b_0^2 \sigma_1 + 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 - \alpha_0 \beta_0 \{b_1^2 - 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 + 4p^2(1 - \sigma_1)^2 \alpha_0 \beta_0 \alpha_1 \beta_1] \\
 (\eta_2')^2 &= -\frac{\alpha_1 \beta_1}{p^2} (\eta_1' \eta_3' - R' \eta_4')
 \end{aligned} \right\} (14)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \eta_3' &= \sigma_2^2 [-p^2 \{b_1^2 - b_0^2 \sigma_1 - 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 - b_0^2 b_1^2 \sigma_1 (\alpha_1 \beta_0 - \alpha_0 \beta_1) \\
 &\quad + \alpha_1 \beta_1 \{b_0^2 \sigma_1 + 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 - \alpha_0 \beta_0 \{b_1^2 - 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 + 4p^2(1 - \sigma_1)^2 \alpha_0 \beta_0 \alpha_1 \beta_1] \\
 \eta_4' &= \sigma_2^2 [-p^2 \{b_1^2 - b_0^2 \sigma_1 - 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 + b_0^2 b_1^2 \sigma_1 (\alpha_1 \beta_0 + \alpha_0 \beta_1) \\
 &\quad - \alpha_1 \beta_1 \{b_0^2 \sigma_1 + 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 - \alpha_0 \beta_0 \{b_1^2 - 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 - 4p^2(1 - \sigma_1)^2 \alpha_0 \beta_0 \alpha_1 \beta_1]
 \end{aligned} \right\} (15)$$

$$\left. \begin{aligned}
 R' &= -\sigma_2^2 [p^2 \{(b_1^2 - b_0^2 \sigma_1) - 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 - b_0^2 b_1^2 \sigma_1 (\alpha_1 \beta_0 + \alpha_0 \beta_1) \\
 &\quad + \alpha_1 \beta_1 \{b_0^2 \sigma_1 + 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 + \alpha_0 \beta_0 \{b_1^2 - 2p^2(1 - \sigma_1)\}^2 + 4p^2(1 - \sigma_1)^2 \alpha_0 \beta_0 \alpha_1 \beta_1]
 \end{aligned} \right\} (16)$$

$$\sigma_1 = \frac{\mu_0}{\mu_1} = \sigma_2^{-1} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \xi_1' &= -\sigma_1 \xi_2, & \xi_2' &= -\sigma_1 \xi_1, \\
 \xi_3' &= \sigma_1 \xi_4, & \xi_4' &= \sigma_1 \xi_3
 \end{aligned} \right\} (17)$$

### 3. 積分の変換と計算

ここでは硬質層を透過してきた SV 波について調べる。そのため  $K_3$  の分母を次のように書きかえて展開する。

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{(R')^2} [1 + \{- (\eta_1')^2 e^{-2sh\alpha_1} - (\eta_2')^2 e^{-2sh\beta_1} + 2(\eta_2')^2 e^{-sh(\alpha_1 + \beta_1)} / \alpha_1 \beta_1 \\
 &\quad + (\eta_1')^2 e^{-2sh(\alpha_1 + \beta_1)}\} / (R')^2]^{-1}
 \end{aligned} \quad (18)$$

そうすると第1近似に対応する項として

$$(K_3)_1 = \frac{2\beta_0}{b_0^2 b_1^2 \sigma_1^2 (R')^2} [\beta_1 \xi_3 \xi_3' e^{-sh\beta_1} - p^2 \alpha_1 \xi_1 \xi_2' e^{-sh\alpha_1}] \quad (19)$$

が得られる。〔 〕の中の第1項は硬質層中をS波として伝わる波に対応し、第2項はP波として伝わる波に対応する。その次の高次の項として

$$(K_3)_2 = \frac{2\beta_0}{b_0^2 b_1^2 \sigma_1^2 (R')^2} \left[ \frac{\beta_1 \xi_3 \xi_3' \eta_3'^2}{R'^2} e^{-3sh\beta_1} - \frac{p^2 \alpha_1 \xi_1 \xi_2' \eta_1'^2}{R'^2} e^{-3sh\alpha_1} \right. \\ \left. + \left\{ p^2 \alpha_1 \xi_1 \xi_2' \left( \frac{2\eta_2'^2}{\alpha_1 \beta_1 R'^2} - \frac{\eta_1'^2}{R'^2} \right) + p^2 \alpha_1 \xi_3 \xi_3' \right\} e^{2sh\beta_1 - sh\alpha_1} \right] \\ - \left[ \beta_1 \xi_3 \xi_3' \left( \frac{2\eta_2'^2}{\alpha_1 \beta_1 R'^2} - \frac{\eta_1'^2}{R'^2} \right) - \beta_1 \xi_1 \xi_1' \right] e^{-2sh\alpha_1 - sh\beta_1} \quad (29)$$

が得られる。

以上の各項を(11)式に入れ、おのおのに対して Cagniard の積分変換を適用する。 $(K_3)_1$ 、 $(K_3)_2$  の  $p$ -平面上の特異点は分岐点  $\pm a_0^{-1}$ 、 $\pm b_0^{-1}$ 、 $\pm a_1^{-1}$ 、 $\pm b_1^{-1}$  と Stonely の極  $\pm v_s^{-1}$  である。そうして  $p$ -平面において  $\text{Re}(\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1) \geq 0$  であるような面上での積分をとる。この事は **Fig. 3** のように分岐点の切目を入れることを意味する。

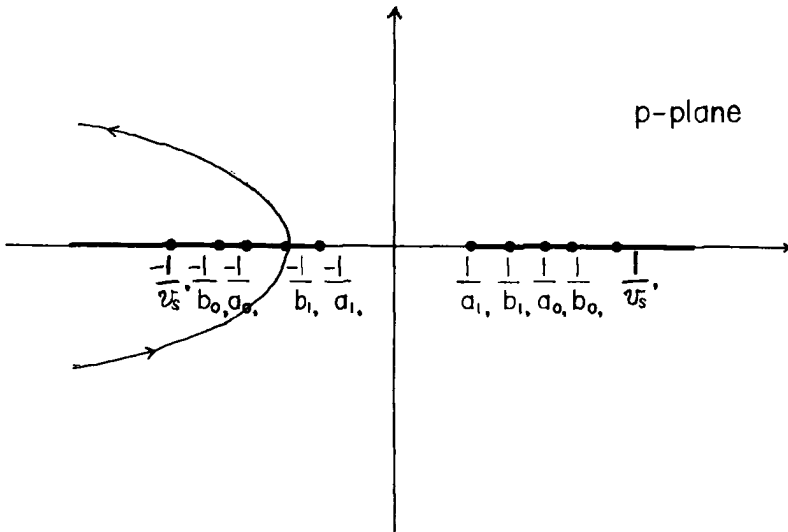


Fig. 3

Cagniard のやり方は(11)式の右辺の積分が、時間の函数のラプラス変換になるように積分路を変える。すなわち(19)の第1項に対する積分では

$$-px + \beta_0 H + \beta_1 h \quad (21)$$

が、第2項に対する積分では

$$-px + \beta_0 H + \alpha_1 h \quad (22)$$

が常に正の実数になるような積分路に変えることである。この積分路は **Fig. 3** に示されているような放物線に類似のものである。このような積分路に変える際、特異点を横切らないから、コーシイの定理とジョルダンの補助定理によって、最初の虚軸に平行な積分路と変形された積分路は等価であることは容易に証明できる。

また以上の事は

$$t = -px + \beta_0 H + \beta_1 h$$

のような新しい変数  $t$  の積分面において、正の実軸にその積分をとることと同じことになる。そうすると

$$\frac{dp}{dt} = - \left\{ r + \frac{pH}{\beta_0} + \frac{ph}{\beta_1} \right\}^{-1} \quad (23)$$

あるいは、

$$\frac{dp}{dt} = - \left\{ x + \frac{pH}{\beta_0} + \frac{ph}{\alpha_1} \right\}^{-1} \quad (24)$$

となる。 $p$  平面における変形された積分路が実軸に関して対称であることを考慮すると、入射波に対する変位は次のようになる。

$$U_0^s = \frac{F(s) \cdot s}{2\pi} \int_{t_0}^{\infty} \frac{xzt}{r^2 \sqrt{t^2 - r^2 b_0^2}} e^{-st} dt \quad (25)$$

屈折 SV 波の(19)の第1項に対応する変位は

$$(U_2)_{1s} = I_m \left[ \frac{F(s) \cdot s}{2\pi} \int_{t_{0p}}^{\infty} \frac{2\beta_0 \beta_1 \xi_3 \xi_1'}{b_0^2 b_1^2 \sigma_1^2 R'^2} \frac{dp}{dt} e^{-st} dt \right] \quad (26)$$

$$t_{0p} = \frac{H}{b_0 \cos \varphi} + \frac{b_0 h}{a_1^2 \sqrt{(b_0/a_1)^2 - \sin^2 \varphi}} \quad (27)$$

となり、第2項に対応する変位は

$$(U_2)_{1p} = I_m \left[ \frac{F(s) \cdot s}{2\pi} \int_{t_{0p}}^{\infty} \frac{-2p^2 \beta_0 \alpha_1 \xi_1 \xi_2'}{b_0^2 b_1^2 \sigma_1^2 R'^2} \frac{dp}{dt} e^{-st} dt \right] \quad (28)$$

となる。ここで  $t_{0p}$  は最初の波の到達時刻である。

これらの表示は次のような一般的な形をもっている。すなわち

$$U = F(s) \cdot s \int_0^{\infty} \ddot{u}(x, z, t) e^{-st} dt \quad (29)$$

$F(s) \cdot s e^{-st}$  に対してラプラス変換の Shift rule を適用すると、 $u$  に対して次式を得る。

$$u = \int_0^t f'(t-\tau) u(x, z, \tau) d\tau \quad (30)$$

例えば入射波に対しては

$$u_0^s(x, z, t) = \begin{cases} 0 & (0 < t < t_0) \\ \frac{1}{2\pi} \int_{t_0}^t f'(t-\tau) \frac{xz\tau}{r^2 \sqrt{\tau^2 - r^2 b_0^2}} d\tau & (t_0 < t < \infty) \end{cases} \quad (31)$$

$f'(t)$  がデルタ関数であれば

$$u_0^s = \begin{cases} 0 & (0 < t < t_0) \\ \frac{1}{2\pi} \frac{xzt}{r^2 \sqrt{t^2 - r^2 b_0^2}} & (t_0 < t < \infty) \end{cases} \quad (32)$$

となる。

同様に(26)、(28)は  $f'(t)$  がデルタ関数であれば、次のようになる。

$$(u_2)_{1s} = I_m \left[ -\frac{1}{2\pi} \frac{2\beta_0 \beta_1 \xi_3 \xi_1'}{b_0^2 b_1^2 \sigma_1^2 R'^2} \frac{dp}{dt} \right] \quad (33)$$

$$(u_2)_{1p} = I_m \left[ -\frac{1}{2\pi} \frac{2p^2 \beta_0 \alpha_1 \xi_1 \xi_2'}{b_0^2 b_1^2 \sigma_1^2 R'^2} \frac{dp}{dt} \right] \quad (34)$$

硬質層の中で反射をくり返してから透過してくる波の(20)に対しても同様に変位を得ることができる。ただし  $\frac{dp}{dt}$  は各項ごとに異っており、例えば第1項、第2項に対するものとしてはそれぞれ次のように表わせる。

$$\frac{dp}{dt} = - \left\{ x + \frac{pH}{\beta_0} + \frac{3ph}{\beta_1} \right\}^{-1}$$

$$\frac{dp}{dt} = - \left\{ x + \frac{pH}{\beta_0} + \frac{3ph}{\alpha_1} \right\}^{-1}$$

#### 4. 変位の数値解

ここでは  $x, H, h$  の色々な値に対して、硬質層を通過した屈折波の変位の時間的な変化の有様を調べた。硬質層を通過した波は層に対して垂直にかなり近い角度で出てくるので、SV 波の変位の水平成分のみを計算した。パラメーターを色々としての繰返し計算には、京都大学のデジタル電子計算機、KDC-I が使用された。震源に作用する力としては

$$f(t) = \delta(t)$$

で、弾性常数は

$$a_1/a_0 = b_1/b_0 = 2,$$

$$a_0/b_0 = a_1/b_1 = \sqrt{3}$$

$$\rho_0 = \rho_2$$

である。また  $x=10, h=1.0, 2.0, H=6, 8, 12, 16$

などに対して計算された。(19)からの寄与のみで満足できる結果を得るためあまり薄い層に対しては計算されなかった。結果は Fig. 5, 6, 7, 8 に示されている。入射する波は Fig. 4 のような波形である。

比較のために SH 波入射の場合の屈折波のパターンも以前計算されたものは同時に図の中に記されている。SV 波入射の場合は、硬質層中を SV 波として伝播する波のほか P 波として伝播する波があり、最初の鋭い立上りはそれに対応する。第 2 の鋭い立上りは硬質層中を SV 波として伝播した屈折波である。これら 2 つの位相はそれぞれ  $t=t_{op}$  あるいは  $t_{os}$  に到達し、最短時間の条件 (minimum time criterion) を満足し、幾何地震学の法則によって説明されるものである。その波形も震源函数がデルタ函数的である場合には、変位は震源から出る波の波形 (Fig. 4) にほぼ相似の鋭い立上りの波形を持ち、到達時には無限大になる。

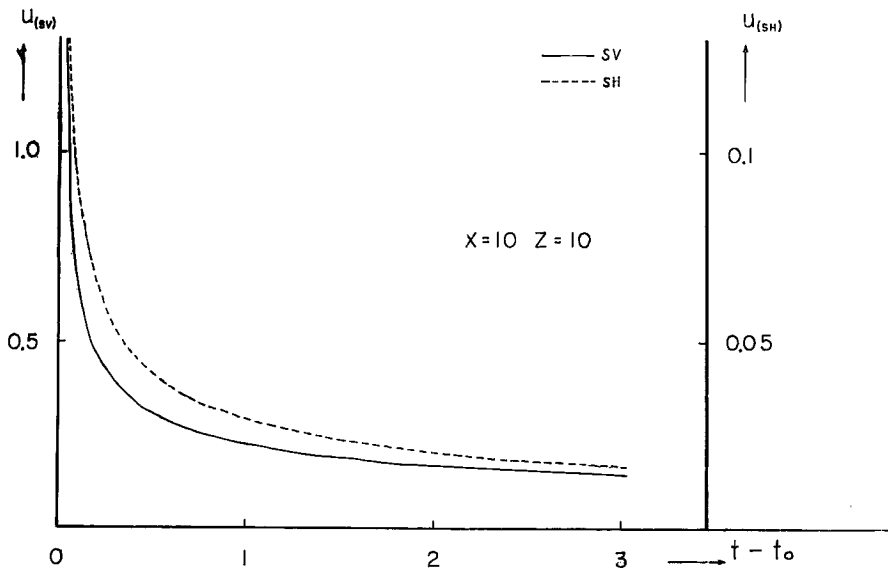


Fig. 4 Horizontal displacement  $u$  of incident pulse

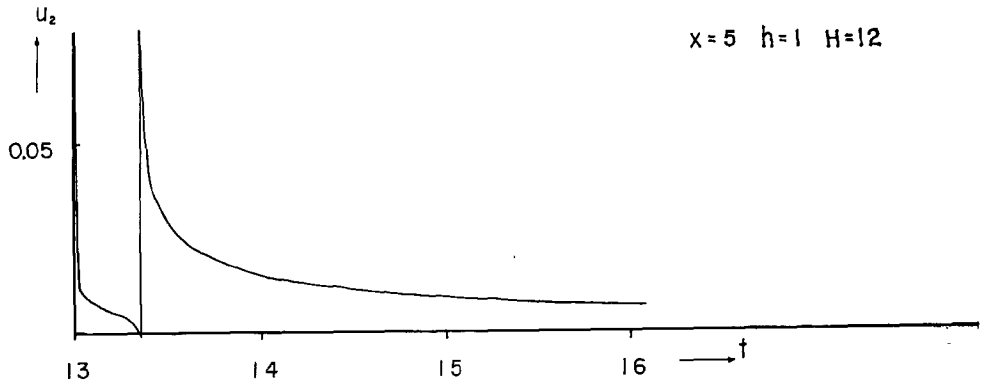
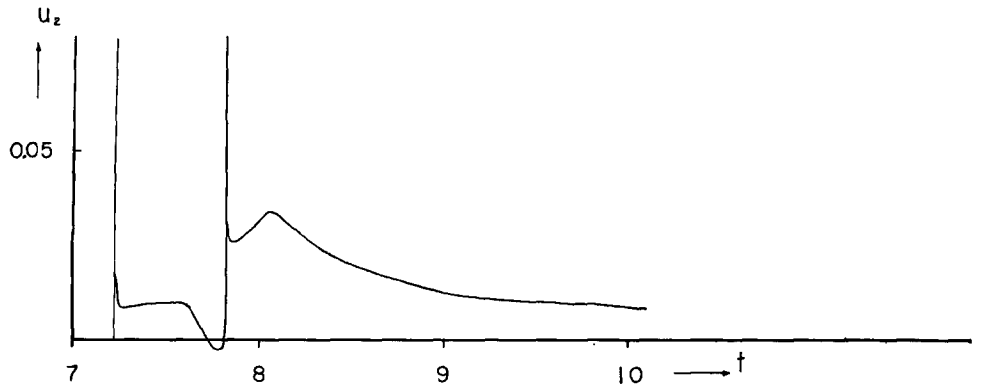
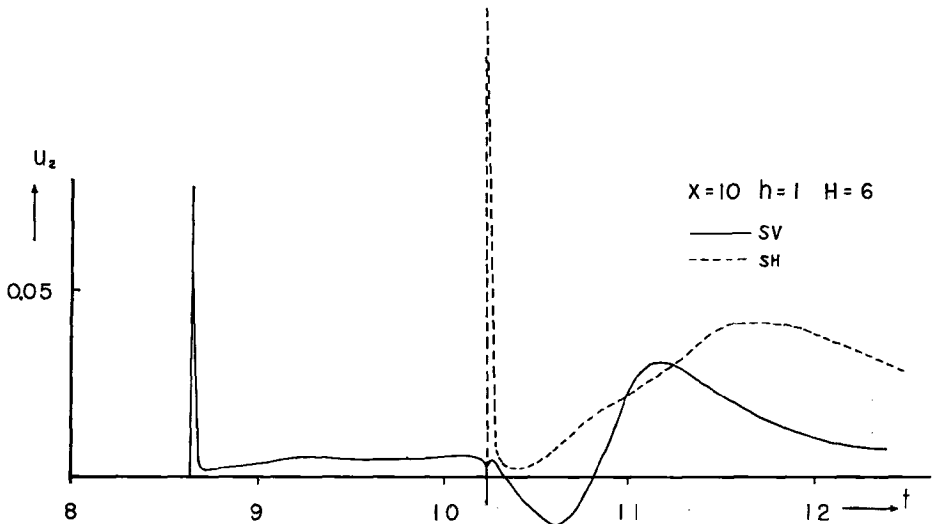


Fig. 5 Horizontal displacement  $u_2$  when  $h=1$  and  $x=5$





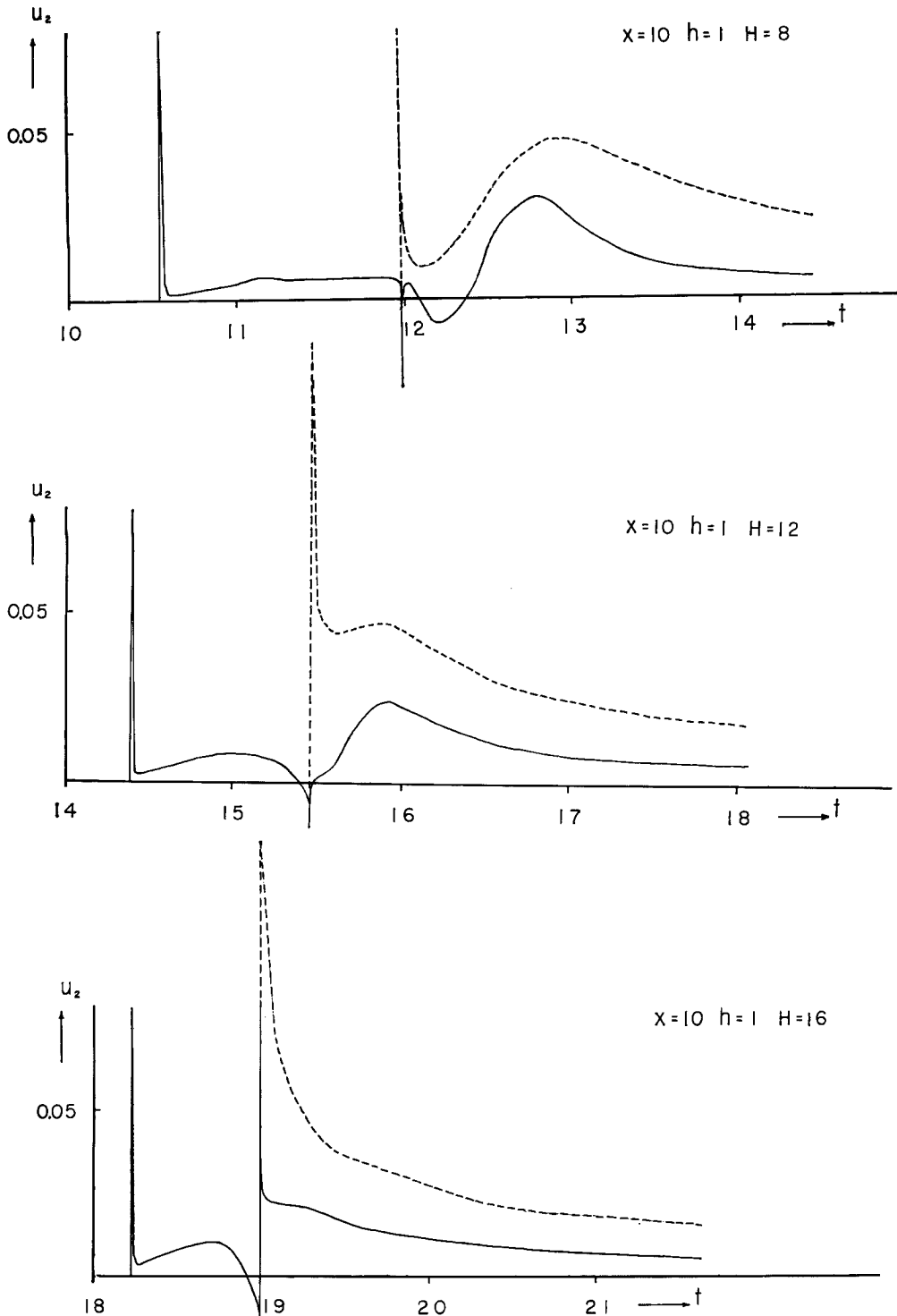


Fig. 6 Horizontal displacement  $u_2$  when  $h=1$  and  $x=10$

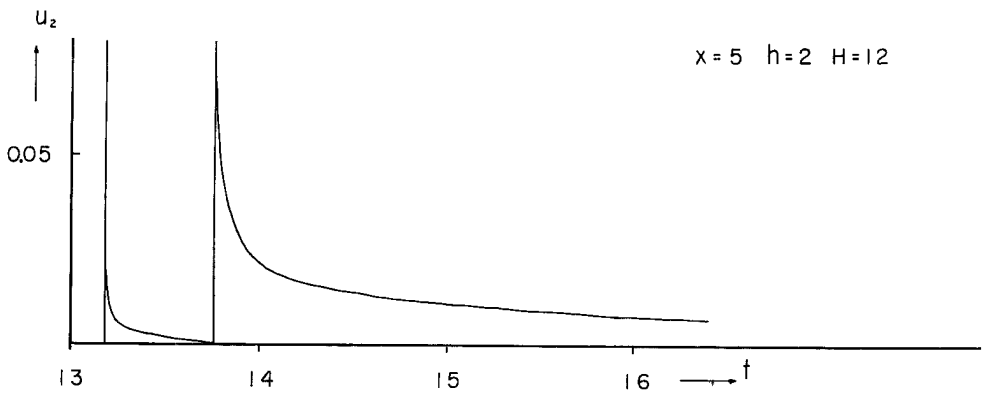
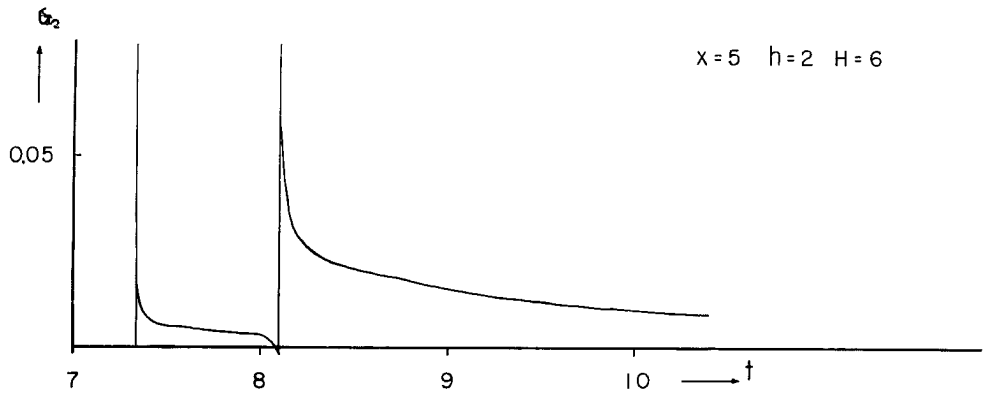
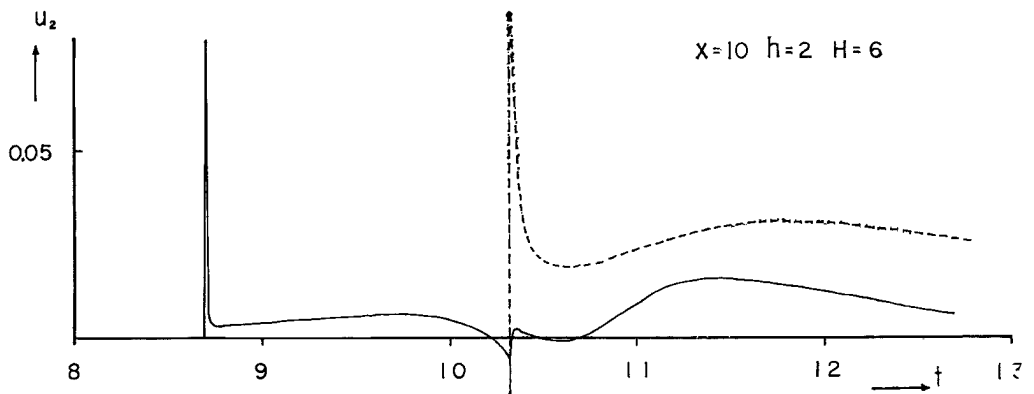
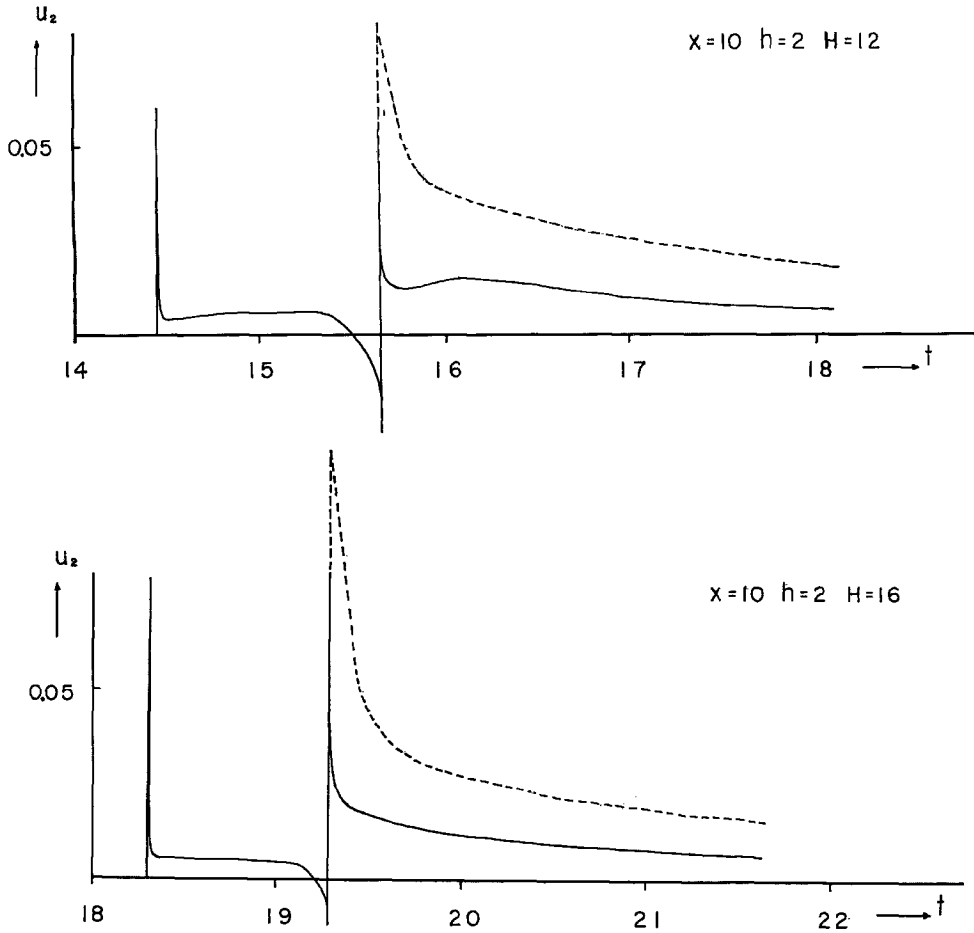


Fig. 7 Horizontal displacement  $u_2$  when  $h=2$  and  $x=5$



Fig. 8 Horizontal displacement  $u_2$  when  $h=2$  and  $x=10$ 

次に入射角  $\varphi$  の小さい値 ( $H$  の大きい値) に対応する場合を除きもう一つの新しい第3の位相が現われている。この位相は常に  $t_{02}$  よりも遅れて現われ、幾何地震学によっては解釈できない。その到達時刻も前の2つの位相のようにはっきりせず、その変位はゆっくりと増大し、ついで減少する。したがってその見かけの周期も前のものよりずっと長い。

またこの最後の位相は硬質層の厚さ  $h$  が減少すると優勢になり、 $h \rightarrow \infty$  の時には完全に消えてしまう。それゆえ、この位相は薄い硬質層の上下の境界の間の相互的な作用によって誘発された一種の廻折波的なものと考えてよいであろう。

$h$  の同一の値に対しては、最後の位相の変位振巾は  $H$  の増大と共に増大するが、 $H$  がかなり大きくなると減少し始め、第2の位相と、第3の位相の到達時刻の差も狭ばまり、遂には融合してしまう。また第3の位相の見かけの周期も次第に小さくなる。

任意の震源函数  $f(t)$  の波が入射してくる場合には(30)によってデルタ函数の場合の結果を積分すればよい。したがって、第1あるいは第2の位相の振巾と第3の位相との振巾の比は、入射波の周期によって異なることが推察される。例えば  $x \gg H$  の観測位置で第1あるいは第2の位相のパルス巾が小さくなるような

場合では、入射の SV 波の波形の立上りがゆるやかであれば、透過したエネルギーはほとんど第3の位相からの寄与によるといってよいであろう。

次に SH 波入射の場合と比べてみると、SH 波の場合、幾何地震学的でない位相の屈折波の現われる時刻とほぼ同時刻に、屈折 SV 波のそれに対応する位相が現われている。数値計算の際とった入射波の振幅が SH 波と SV 波とで違っていることを考慮して、透過した屈折波の振幅を比べてみると、SV 波の方が、ずっと小さくなっており大体、 $3/10$  程度である。硬質層の遮蔽効果は SH 波に対して小さいことがわかる。

したがって薄い硬質層の S 波に対する遮蔽効果は SH 波に対するそれを調べれば大体のことはわかるといってよい。

最後に KDC-1 による計算に御便宜、御協力いただいた京都大学電子計算機室の方々に謝意を表します。

#### 参 考 文 献

- 1) C. G. Knott: Reflection and refraction of elastic waves with seismological application, Phil. Mag., vol. 48, 1899, p.64.  
H. Jeffreys: The reflection and refraction of elastic waves, M.N.R.A.S. Geophys. Suppl., vol. 1, 1926, p. 321.  
Sezawa, K. and Kanai K.: Reflection and refraction of seismic waves in a stratified body, Bull. Earthq. Res. Inst., vol. 10, 1932, 805, vol. 12, 1934, p. 269.  
The nature of transverse waves transmitted through a discontinuity layer, *ibid.*, vol. 14, 1936, p. 157.  
W. T. Thomson: Transmission of elastic waves through a stratified solid medium, J. Appl. Phys., vol. 21, 1950, p.89.
- 2) G. S. Podyapolski: Refractions and Reflection Indices for an Elastic Wave at a layer, *Izvestia, Acad. Sci., USSR, Geophys. Serier*, No. 4, 1961.
- 3) G. I. Petrashen: Problem on the screening of seismic waves by a thin layer, *Uch. Zap. L.G.U.*, No. 177, 1954, p. 5.  
I. M. Xaikovich: Dynamic problem for a elastic layer in a infinite elastic medium, *Uch. Zap. L.G.U.*, No.177, 1954, p. 194.
- 4) M. Shima,: On the Refraction of a Cylindrical Pulse in an Infinite Elastic Medium with a Single Thin Layer, *Geophys. Dedicated to Prof. K. Sassa*, 1963, p. 473.
- 5) L. Cagniard: Reflection and Refraction on progressive seismic waves, McGraw-Hill, 1962. W. W. Garvin: Exact transient solution of the buried line source problem, *Proc. Roy. Soc. London*, A 203, 1956, p. 528.  
A. T. De Hoop: A modification of Cagniard's method for solving seismic pulse problems, *Appl. Sci.Res.*, B vhl. 8, 1960, p. 349.