

Ground Compliance を考慮した構造物の 地震応答 (第2報)

小堀 鐸二・南井良一郎・井上 豊

EARTHQUAKE RESPONSE OF THE STRUCTURE CONSIDERING THE EFFECT OF GROUND COMPLIANCE

By *Takuji KOBORI, Ryoichiro MINAI and Yutaka INOUE*

Synopsis

The effect of the ground foundation properties upon the structural response due to an earthquake is considered. The elasto-plastic response representations of a coupled ground structural system subjected to random ground motion, made by an analog computer, are described. The results indicate that these structural responses may be influenced by the yielding of the subsoil around the foundation configuration designated as the boundary elasto-plastic layer.

1. ま え が き

弾塑性構造物の地震応答におよぼす基礎地盤の動力学特性の影響を明らかにし、さらに構造物の動的耐震設計法における定量的な設計基礎資料を誘導するため、基礎地盤—構造物系を構造物、周辺地盤（境界層地盤）および地震波動媒体地盤からなる連成動力学系とし、ランダム性地震外乱波による非正常地震応答解析を行なう。ここで、構造物と特に強震時に非線形化し易いと考えられる周辺地盤は *bi-linear* 履歴特性を有する1次元剪断形質点系とし、一方地震波動媒体地盤の動力学特性は3次元弾性地盤上の矩形基礎の *dynamical compliance* から得られる有理関数形近似伝達関数として表現する。斯様な連成動力学系の非正常地震応答解析に対する基礎的事項と基本的方法に関しては既に筆者等が発表した論文^{1,2)}に詳論したところであり、本論文はこれ等の方法の具体化に主眼を置いた続報となるものである。特に本論文では、斯様な減衰性状の互に異なる構造物および地盤からなる連成動力学系を解析の対象とする場合、系の動力学特性を規定する最も基本的なパラメーターとなる線形領域における連成系の固有周波数の算定や任意の線形分枝における単位衝撃マトリックスならびに一般解の解析的表現に必要な複素固有値問題を論ずるとともに、アナログ計算機による非線形地震応答解析の結果を表示してそれに若干の考察を加える。

2. 無次元基礎方程式

Fig. 1 に示すような剪断形の非線形伝達特性を有する構造物および周辺地盤と線形伝達特性を有する波動媒体地盤からなる連成動力学系が水平地震外乱を受ける場合の運動座標に関するラプラス変換された形の無次元基礎方程式は次のように書ける。

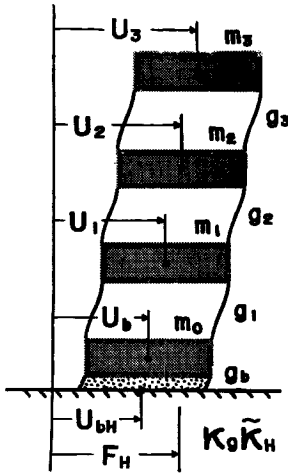


Fig. 1. Model of dynamic system considering ground compliance.

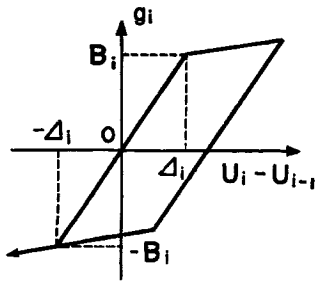


Fig. 2. Bi-linear hysteretic characteristics of non-linear dynamic system.

$$\begin{aligned}
 m_i s^2 u_i + g_i(u_i - u_{i-1}) - g_{i+1}(u_{i+1} - u_i) &= -m_i f + \sigma_i \\
 i &= 1, 2, \dots, n; u_0 = u_b, u_n = u_{n+1} \\
 m_0 s^2 u_b + g_b(u_b - u_{bH}) - g_1(u_1 - u_b) &= -m_0 f + \sigma_b \\
 \kappa_g \tilde{\kappa}_H(qs) u_{bH} - g_b(u_b - u_{bH}) &= \sigma_{bH} \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

こゝで s は元の無次元方程式の独立変数 τ に関するラプラス変換複素パラメーターであり $\sigma_i, \sigma_b, \sigma_{bH}$ は初期条件演算子を含む非斉次項である。有次元量で記述される元の基礎方程式、無次元基礎方程式およびラプラス変換系無次元基礎方程式の独立変数、従属変数ならびに非斉次項の間に次の対応が成立つ。

$$\begin{aligned}
 \tau &= \sqrt{\frac{K}{M}} \cdot T, u_i = U_i - F_H \subset \eta_i = \frac{Y_i - \bar{Y}_H}{\bar{A}}, U_i \subset \frac{Y_i}{\bar{A}} \\
 i &= bH, b, 1, 2, \dots, n \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_H &= \frac{\bar{Y}_H}{\bar{A}}, f = s^2 F_H \subset \alpha \cdot \alpha(\tau), \\
 \alpha &= \frac{A\bar{M}}{B} = \frac{A\bar{M}}{K\bar{A}}, \alpha(\tau) = \left(\frac{d^2}{dT^2} \right) \frac{\bar{Y}_H}{\bar{A}} \Big|_{T = \sqrt{M/K} \cdot \tau} \dots \dots \dots (3)
 \end{aligned}$$

g_i, g_b はそれぞれ構造物および周辺地盤の無次元非線形伝達特性を表わすが、こゝでは特に、Fig. 2 に示すような bi-linear 履歴特性に限定して次のように表わす。

$$\begin{aligned}
 g_i &= \kappa_i \varphi_i(\eta_i - \eta_{i-1}; r_i, \delta_i) \\
 &= \frac{1}{B} \Phi_i(Y_i - Y_{i-1}; K_{1i}, K_{2i}, \Delta_i) |_{Y_i - Y_{i-1} = \bar{A}(\eta_i - \eta_{i-1})} \\
 g_b &= \kappa_b \varphi_b(\eta_b - \eta_{bH}; r_b, \delta_b) \\
 &= \frac{1}{B} \Phi_b(Y_b - Y_{bH}; K_{1b}, K_{2b}, \Delta_b) |_{Y_b - Y_{bH} = \bar{A}(\eta_b - \eta_{bH})} \\
 &\dots \dots \dots (4)
 \end{aligned}$$

$\tilde{\kappa}_H(qs)$ は地震波動媒体地盤の無次元線形伝達特性を示す。こゝでは理論的に得られた半無限弾性地盤上の矩形基礎の dynamical compliance³⁾ に基づく有理関数形の近次伝達関数に限定して扱う。

$$\begin{aligned}
 \tilde{\kappa}_H(qs) &= \frac{\sum_{k=0}^N c_{kH}(qs)^k}{\sum_{k=0}^{N-1} d'_{kH}(qs)^k} = \tilde{\kappa}_H(s') = \kappa_H(-js') \\
 \kappa_H(\omega') &\cong \frac{c}{b} \cdot \frac{1}{f_{1H}(\omega') + jf_{2H}(\omega')} \dots \dots \dots (5)
 \end{aligned}$$

こゝで、

$$\begin{aligned}
 s' &= j\omega', s' = qs = jq\omega, \tau = q\tau', \omega' = q\omega, \\
 q &= \lambda \frac{1}{1\omega_s} \frac{\omega_s'}{\omega_s}, \lambda = \frac{1\omega_s}{1\omega_g} = \frac{1Q_s}{1Q_g}, \tau' = \sqrt{\frac{H}{\rho}} \cdot \frac{T}{b} \dots \dots \dots (6)
 \end{aligned}$$

の関係があり、変数 (τ, ω, s) および (τ', ω', s') の組はそれぞれ上部構造物および下部基礎地盤に関して独立に定義し得る無次元時間と対応する角振動数およびラプラス変換複素パラメーターである。このとき、矩形基礎の無次元の dynamical compliance $f_{1H}(\omega) + jf_{2H}(\omega)$ は基礎形状指数 c/b および弾性地盤のポアソン比のみをパラメーターに含んで一意的に定め得る。両者の変数の組は例えば上部構造物と下部質量および基礎地盤からなる下部構造物との固有周波数比 λ によって対応付けられる。なお、こゝで扱う連成動力

学系を規定する無次元パラメーターには次に定義されるものがある。

$$\begin{aligned}
 m_i &= \frac{M_i}{\bar{M}}, \quad \kappa_i = \frac{K_{1i}}{\bar{K}}, \quad r_i = \frac{K_{2i}}{K_{1i}}, \quad \delta_i = \frac{d_i}{\bar{d}}, \quad i=1, 2, \dots, n \\
 m_0 &= \frac{M_H}{\bar{M}}, \quad \kappa_b = \frac{K_{1b}}{\bar{K}}, \quad r_b = \frac{K_{2b}}{K_{1b}}, \quad \delta_b = \frac{d_b}{\bar{d}}, \\
 m_H &= \frac{M_H}{\rho b^3}, \quad \kappa_0 = \frac{K_H(0)}{\bar{K}} = \frac{1}{G_H(0)\bar{K}}, \quad \kappa_g = \frac{\mu b}{\bar{K}} = \frac{m_0}{m_H q^2} = \frac{\kappa_0}{\kappa_H(0)} \dots\dots\dots(7)
 \end{aligned}$$

こゝで、(1)~(7) 式の無次元量を規定する元の有次元量はそれぞれ次を意味する。

T : 時間, Y_i, Y_b, Y_{bH} ; 上部構造 i 層, 境界層 (下部質量), 弾性基礎地盤の静座標に関する変位, \bar{Y}_H : 水平地動変位, A : 最大地動加速度振幅, Φ_i, Φ_b : 上部構造, 境界層 (周辺地盤) の bi-linear 履歴特性, $K_{1i}, K_{2i}; K_{1b}, K_{2b}; \Phi_i, \Phi_b$ の第1, 第2分枝剛性, $d_i, d_b; \Phi_i, \Phi_b$ の弾性限変位, $G_H(\Omega) = K_H(\Omega)^{-1}$; 基礎地盤の水平方向の dynamical compliance, Ω ; 角振動数, b, c ; 矩形基礎の地動方向および地動直角方向半幅, ρ, μ ; 弾性地盤密度および Lamé の定数, ${}_1\omega_s, {}_1\omega_g$; 上部構造および下部質量と基礎地盤からなる下部構造をそれぞれ独立としたときの最低次固有角振動数, M_i, M_H ; 上部構造および下部構造質量, i ; 上層構造の下層よりの層番号, n ; 上部構造質点総数, $\bar{M}, \bar{K}, \bar{d}, \bar{B} = \bar{K}\bar{d}$; 質量, 剛性, 変位, 強度の規準量 (通常上部構造の $i=1$ に対応する量を採用する)。なお, \bar{B} を用いて, Φ_i, Φ_b の無次元弾性限強度を次式で定義する。

$$\beta_i = \kappa_i \delta_i = \frac{B_i}{\bar{B}}, \quad i=b, 1, 2, \dots, n \dots\dots\dots(8)$$

かような構造物, 境界層および弾性基礎地盤からなる連成動力学系の無次元モデルを規定する上に述べたような無次元パラメーターはすべては互に独立ではない。これ等のうち独立なものは、上部構造物については、質量分布係数 $\{m_i\}$, 第2, 第1分枝剛性比 $\{r_i\}$ および初期剛性分布係数 $\{\kappa_i\}$, 弾性限変位分布係数 $\{\delta_i\}$, 弾性限強度分布係数 $\{\beta_i\}$ の3個のベクトルのうちの2個であり, 下部質量, 境界層, 弾性基礎地盤からなる下部構造物については、下部質量分布係数 m_0 , 境界層の第2, 第1分枝剛性比 r_b および初期剛性分布係数 κ_b , 弾性限変位分布係数 δ_b , 弾性限強度分布係数 β_b の3個のうちの2個, ならびに弾性基礎地盤の基礎形状指数 c/b , ポアソン比 ν' , および下部質量—基礎地盤質量比 m_H である。これ等に上部構造と下部構造を結合するパラメーターとして, 上部—下部構造周波数比 λ , 上部—下部構造時定数比 q , 基礎地盤—上部構造剛性比 κ_g または κ_0 のうちいづれか1個を加えれば, 連成動力学系の無次元モデルは確定する。たゞし, この場合に (5)~(7) 式から判るように, $\{m_i\}, \{\kappa_i\}, c/b, \nu'$ が与えられたとき, m_H, λ, q のうち2個は互に独立であり, また, m_0, m_H, λ と κ_g (あるいは κ_0) のうち3個は互に独立であるので, m_0, m_H の代りに λ, q, κ_g (あるいは κ_0) のうちの2個を選ぶこともできる。またこゝに挙げた無次元パラメーターの代りに他の物理的に重要な意味をもつ無次元パラメーターを用いることもできるが, それ等は一組の独立な無次元パラメーターの関数として表現できる。例えば初期弾性域における上部構造, 下部質量—基礎地盤系, 下部構造物, 上部—下部連成系の無次元最低次固有周波数 ${}_1\omega_s, {}_1\omega'_g, {}_1\omega_{gs}$ (あるいは ${}_1\omega'_{gs}$), ${}_1\omega$ はそれぞれ次の関数関係で表わされる。

$$\begin{aligned}
 {}_1\omega_s &= {}_1\omega_s(\{m_i\}, \{\kappa_i\}) \\
 {}_1\omega'_g &= {}_1\omega'_g(m_H, c/b, \nu') \\
 {}_1\omega_{gs} &= {}_1\omega_{gs}(m_0, \kappa_b, m_H, \lambda, c/b, \nu') \\
 {}_1\omega'_{gs} &= {}_1\omega'_{gs}(m_0, \kappa_b, m_H, \lambda, c/b, \nu') \\
 {}_1\omega &= {}_1\omega(\{m_i\}, \{\kappa_i\}, m_0, \kappa_b, m_H, \lambda, c/b, \nu') \dots\dots\dots(9)
 \end{aligned}$$

また, これ等を用いて上部構造におよぼす下部構造の連成効果が直接判断し易いと考えられる連成系—上部構造最低次固有周期比を定義し, これとたとえば λ を入れ換えることができる。

$$p = \frac{1\tau}{1\tau_s} = \frac{1\omega_s}{1\omega} \dots\dots\dots(10)$$

あるいはまた次の式で下部構造等価質量，等価剛性，等価最低次周波数を定義することもできる。

$$m_e = m_e(m_0, m_H, c/b, \nu') = \frac{\kappa_0}{1\omega_g^2} = \frac{m_0}{m_H} \cdot \frac{\kappa_H(0)}{1\omega_g'^2} = \frac{c}{b} \cdot \frac{m_0}{m_H} \cdot \frac{1}{f_{1H}(0)1\omega_g'^2}$$

特に, $m_e(m_0, \infty, c/b, \nu') = m_0 \dots\dots\dots(11)$

$$\kappa_e = \kappa_e(\kappa_b, \kappa_0) = \kappa_e(m_0, \kappa_b, m_H, \lambda, c/b, \nu') = \frac{\kappa_b \kappa_0}{\kappa_b + \kappa_0} \dots\dots\dots(12)$$

$$1\omega_{ge} = 1\omega_{ge}(m_0, \kappa_b, m_H, \lambda, c/b, \nu') = \sqrt{\frac{\kappa_e}{m_e}} \dots\dots\dots(13)$$

その他にも種々の無次元パラメーターを定義することができるが、いづれにしても合計 $4n+8$ 個の独立な無次元パラメーターを適当に選べば、連成系の無次元モデルは確定し、他の無次元パラメーターも一組の独立な無次元パラメーターで表現できる。

上に述べたような bi-linear 履歴特性を持つ非線形連成動力学系を含んで一般に(1)式で示される動力学系は Fig 3 のブロック・ダイアグラムに示されるようなフィード・バック系を形成する。

3. 線形連成系の複素固有値問題と一般解の表現

こゝで設定したような粘性減衰を含まない1次元剪断形質点系と3次元弾性基礎地盤の有理関数形近似伝達関数を含む弾性連成系ないし poly-linear 形履歴特性を持つ弾塑性系の任意の線形分枝上の動的性質は伝達マトリックスあるいはそのラプラス逆変換である単位衝撃マトリックスに集約され、これ等の特徴付ける固有値，固有ベクトルあるいは単位衝撃マトリックスの解析的表現を求めることは漸次基礎方程式の固有値問題に帰着されるが、減衰性状の相異なる要素からなる連成系であるため一般に複素固有値問題として扱わねばならない^{4),5),6)}。特にこゝで扱う連成系は lumped system に属するが、対称剛性分布マトリックスに有理関数形の微分演算子を含むことになり、従って固有値マトリックスは対称ではあるが、2次の Lambda matrix とは限らなくなる。然し乍ら前論文^{4),5),6)}に論じた単位衝撃マトリックスのラプラス変換系における複素，一般化直交，非完全固有値問題を中介とした表現では、固有値マトリックスは非対称かつその要素はラプラス変換複素パラメーター s の任意の関数として一般的に扱っているので、固有値，固有ベクトルおよび単位衝撃マトリックスに関しては前論文の議論がそのまま適用できる。こゝでは特に固有値列の重複度数列を $\{1\}$ ，すなわち複素一般化直交完全固有値問題の固有値重複度数列 $\{1\}$ の特殊な場合に限定して単位衝撃マトリックスのさらに具体的な表現を論じ、こゝで扱う連成系に関する複素固有値問題の数値列を示す。

3.1 複素固有値と正規一般化直交複素固有ベクトル

(1) 式に示される基礎方程式は線形分枝上においては次の vector-matrix 表現に帰せられる。

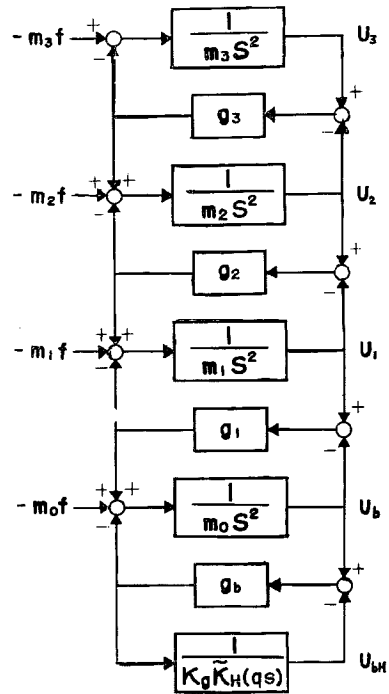


Fig. 3. Block-diagram of dynamic system considering ground compliance.

$$[w(s)]\{u\} = -[a]\{1\}f + \{\sigma\} \dots\dots\dots(14)$$

$$[w(s)] = [a]s^2 + [c(s)] \dots\dots\dots(15)$$

$$[a] = \begin{pmatrix} 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ 0, & m_0, & 0, & \dots\dots\dots \\ 0, & 0, & m_1, & 0, & \dots \\ & & & \ddots & \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & m_n \end{pmatrix} \quad \{u\} = \begin{pmatrix} u_{bH} \\ u_b \\ \vdots \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

$$[c] = \begin{pmatrix} \kappa_g \tilde{\kappa}_H(qs) + \kappa_b, & -\kappa_b, & 0, & \dots\dots\dots \\ & -\kappa_b, & \kappa_b + \kappa_1, & -\kappa_1, & 0, & \dots\dots\dots \\ & & & & & \dots\dots\dots \\ & & & & & \dots\dots\dots \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & -\kappa_n, & \kappa_n \end{pmatrix} \dots\dots\dots(16)$$

(16) 式で与えられる質量分布マトリックス $[a]$ および剛性分布マトリックス $[c]$ は対称行列であり、従って (15) 式の固有値マトリックス $[w(s)]$ は有理関数形要素からなる対称行列となるが、一般に $[w(s)]$ を非対称かつ s の任意の関数で次数 m の square な固有値マトリックスとして、固有値方程式は次式で与えられる。

$$\Delta_c(s) = \det. [w(s)] = 0 \dots\dots\dots(17)$$

(17) 式の解として定まる複素固有値列を $\{s_\nu\}$, $\nu=1, \dots, M$ とすれば対応する2種の複素固有ベクトル $\{\varphi_\nu\}(m \times 1)$, $\{\psi_\nu\}(1 \times m)$ は次式で定義される。

$$[w(s_\nu)]\{\varphi_\nu\} = \{0\}, \quad \{\psi_\nu\}[w(s_\nu)] = \{0\} \dots\dots\dots(18)$$

このとき、一般化直交演算子および正規一般化直交複素固有ベクトル $\{n\varphi_\nu\}$, $\{n\psi_\nu\}$ は次式で定義される。

$$[\{n\psi_\lambda\}, \{n\varphi_\mu\}] = [\{n\psi_\mu\}, \{n\varphi_\lambda\}] = \{n\psi_\mu\} \frac{[w(s_\lambda)] - [w(s_\mu)]}{s_\lambda^2 - s_\mu^2} \{n\varphi_\mu\} = \delta_\mu^\lambda \dots\dots(19)$$

こゝで δ_μ^λ は cronecker の delta であるが、特に $\lambda = \mu = \nu$ の場合、(19) 式は零固有値を除き次を意味する。

$$[\{n\psi_\nu\}, \{n\varphi_\nu\}] = \{n\psi_\nu\} \frac{[w^{(1)}(s_\nu)]}{2s_\nu} \{n\varphi_\nu\} = 1 \dots\dots\dots(20)$$

こゝで $^{(1)}$ は s に関する1階微分を示す。特に固有値の重複度 m_ν を1とすれば、 $\{\varphi_\nu\}$, $\{\psi_\nu\}$ は (18) 式からそれぞれ次のように定まる。

$$\{\varphi_\nu\} = \{^{(1)}D_{\lambda\nu}^i\}, \quad \{\psi_\nu\} = \{^{(1)}D_{j\nu}^{\mu}\} \dots\dots\dots(21)$$

従って、 $\{n\varphi_\nu\}$, $\{n\psi_\nu\}$ は (19) 式に定義された一般化直交演算子によってそれぞれ次式で決められる。

$$\{n\varphi_\nu\} = \frac{\{^{(1)}D_{\lambda\nu}^i\}}{[\{^{(1)}D_{j\nu}^{\mu}\}, \{^{(1)}D_{\lambda\nu}^i\}]^{1/2}}, \quad \{n\psi_\nu\} = \frac{\{^{(1)}D_{j\nu}^{\mu}\}}{[\{^{(1)}D_{j\nu}^{\mu}\}, \{^{(1)}D_{\lambda\nu}^i\}]^{1/2}} \dots\dots\dots(22)$$

こゝに、 $^{(1)}D_{j\nu}^{\mu}$ は $[w]$ の要素 $w_{j\nu}^{\mu}$ の cofactor で $^{(1)}D_{\lambda\nu}^i \neq 0$ とする。

3.2 単位衝撃マトリックスと一般解の表現

単位衝撃マトリックス $[g]$ は $\{m_\nu\} = \{1\}$ の場合次の形に表現される^{5),6)}。

$$[g] = [P][D][Q] \dots\dots\dots(23)$$

$$[P] = [\{^{(1)}D_{\lambda_1}^i(s_1)\}, \dots, \{^{(1)}D_{\lambda_M}^i(s_M)\}] \dots\dots\dots(24)$$

$$[Q] = \begin{pmatrix} \{^{(1)}D_{j_1}^{\mu}(s_1)\} \\ \vdots \\ \{^{(1)}D_{j_M}^{\mu}(s_M)\} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(25)$$

$$\begin{aligned}
 [D] &= \left[\delta_{\kappa}^{\nu} \frac{e^{s_{\nu} \tau}}{(1) D_{\lambda_{\nu}}^{\mu_{\nu}} d_{\epsilon_{\nu}}^{(1)}(s_{\nu})} \right] \\
 &= \left[\delta_{\kappa}^{\nu} \frac{e^{s_{\nu} \tau}}{2s_{\nu} [\{ (1) D_{\lambda_{\nu}}^{\mu_{\nu}}(s_{\nu}) \}, \{ (1) d_{\epsilon_{\nu}}^{(1)}(s_{\nu}) \}]} \right] \dots\dots\dots(26)
 \end{aligned}$$

上式は (22) 式の正規一般化直交複素固有ベクトルを用いると次のように書ける。

$$\begin{aligned}
 [P] &= [\{ {}_n \varphi_1 \}, \dots, \{ {}_n \varphi_M \}], [Q] = \left(\begin{array}{c} \{ {}_n \psi_1 \} \\ \vdots \\ \{ {}_n \psi_M \} \end{array} \right) \\
 [D] &= \left[\delta_{\kappa}^{\nu} \frac{e^{s_{\nu} \tau}}{2s_{\nu}} \right] \dots\dots\dots(27)
 \end{aligned}$$

こゝで, $[w(s_{\nu})]$ を実数係数の固有値マトリックスとすれば, $[g]$ の表現は次のように具体化される。

$$[g] = [g_j^i] = \left[\sum_{\nu=1}^l |{}_n \varphi_{\nu}^i| \cdot t_{\nu j}^i(\tau) \cdot |{}_n \psi_{\nu}^j| \right] \dots\dots\dots(28)$$

$$t_{\nu j}^i(\tau) = \frac{e^{s_{\nu} \tau}}{2s_{\nu}} \quad \text{for } \mathbf{I}(s_{\nu})=0 \dots\dots\dots(29)$$

$$t_{\nu j}^i(\tau) = \frac{e^{\mathbf{R}(s_{\nu}) \tau}}{|s_{\nu}|} \cdot \sin(\mathbf{I}(s_{\nu}) \tau + \gamma_{\nu} + \delta_{\nu j}^i)$$

$$\begin{aligned}
 \delta_{\nu} = \tan^{-1} \frac{\mathbf{R}(s_{\nu})}{\mathbf{I}(s_{\nu})}, \quad \delta_{\nu j}^i = \tan^{-1} \frac{\mathbf{I}({}_n \varphi_{\nu}^i \quad {}_n \psi_{\nu}^j)}{\mathbf{R}({}_n \varphi_{\nu}^i \quad {}_n \psi_{\nu}^j)} \\
 -\pi < \gamma_{\nu}, \delta_{\nu j}^i \leq \pi, \quad \text{for } \mathbf{I}(s_{\nu}) \neq 0 \dots\dots\dots(30)
 \end{aligned}$$

こゝで, \mathbf{R}, \mathbf{I} はそれぞれ実数部, 虚数部を示し, $l = l_r + l_c$ において l_r は実数固有値の数, l_c は共軛複素固有値の組の数である。従って, $l_r + 2l_c = M$ が成立つ。また ${}_n \varphi_{\nu}^i, {}_n \psi_{\nu}^j$ はそれぞれ列ベクトル $\{ {}_n \varphi_{\nu} \}$, 行ベクトル $\{ {}_n \psi_{\nu} \}$ の要素を示す。通常 $[w(s)]$ は (15)~(16) 式に示されるように, 対称マトリックスであるが, このときは次式が成立して単純になる。

$$[Q] = [P]^T, \quad \text{i.e., } \{ {}_n \psi_{\nu} \} = \{ {}_n \varphi_{\nu} \}^T \dots\dots\dots(31)$$

こゝで右上添字 T は transposed matrix を示す。単位衝撃マトリックス $[g(\tau)]$ は伝達マトリックス $[G(s)]$ とラプラス変換の対をなし, また $[G(s)]$ は固有値マトリックス $[w(s)]$ と互に逆行列の関係にある。

$$[g(\tau)] \supset [G(s)] = [w(s)]^{-1} = \frac{[v(s)]}{d_c(s)} = \frac{[(1) d_j^i]}{d_c(s)} \dots\dots\dots(32)$$

こゝに, $[v(s)]$ は $[w(s)]$ の adjoint matrix である。従って任意の線形分枝上の一般解は (14) 式から次のように表わされる。

$$\{ \eta \} = [g] * \{ \bar{f} \}, \quad \{ \bar{f} \} = -[a] \{ 1 \} \alpha \cdot \alpha(\tau) + \{ \bar{\sigma} \}, \quad \{ \bar{\sigma} \} \supset \{ \sigma \} \dots\dots\dots(33)$$

こゝで, $\{ \bar{f} \}$ は一般化外乱ベクトル, $\{ \bar{\sigma} \}$ は初期条件演算子, $*$ は積分範囲 $0 \sim \tau$ の convolution を示す。

(28), (33) 式から判るように所謂 mode の coupling が生ずる動力学系においても, 複素固有値問題として扱うならば modal analysis が成立つ場合がある。たゞ(30)式に示されるように, 単位衝撃マトリックスの time factor $t_{\nu j}^i(\tau)$ の位相が動力学系の入出力の空間座標 j, i の関数となることが特徴である。modal analysis は一般にはさらに広く複素固有値, 固有ベクトルが完全性を有する場合には成立する⁴⁾。

3.3 複素固有ベクトル, 正規一般化直交固有ベクトルの数値例

本論文で扱う上部構造, 境界層, 弾性基礎地盤連動動力学系の無次元モデルにおいて, 特に, $\{ m \} = \{ 1, 1, 1 \}$, $\{ \epsilon \} = \{ 1, 7/9, 5/9 \}$, $\kappa_b = 40$, $m_0 = 0.5$, $m_H = 8.0$, $\lambda = 0.3$ の場合の複素固有値と対応する一般化直交複素固有ベクトルを Table 1 に示す。表第1行は $|s_{\nu}|$ の小さい順で順序付けた次数の複素固有値を示し, 上段

Table 1. Complex eigen values and vectors of linear dynamic system, $\{m\}=\{1, 1, 1\}$, $\{\kappa\}=\{1, 7/9, 5/9\}$, $\kappa_b=40$, $m_0=0.5$, $m_H=8.0$, $\lambda=0.3$.

	1st mode	2nd mode	3rd mode	4th mode	5th mode
Eigen Value	-8.015×10^{-3} 3.440×10^{-1} (3.441×10^{-1})	-3.691×10^{-2} 9.163×10^{-1} (9.171×10^{-1})	-5.467×10^{-2} 1.444 (1.445)	-3.794×10^{-1} 2.033 (2.068)	-1.708×10 9.451 (1.952×10)
3rd Story	7.239×10^{-1} 1.683×10^{-2}	6.350×10^{-1} 1.266×10^{-3}	2.741×10^{-1} -3.750×10^{-2}	2.953×10^{-3} -1.796×10^{-2}	4.919×10^{-9} -4.270×10^{-9}
2nd Story	5.699×10^{-1} 6.057×10^{-3}	-3.233×10^{-1} -7.668×10^{-2}	-7.633×10^{-1} 2.508×10^{-2}	-6.810×10^{-2} 1.028×10^{-1}	-6.846×10^{-7} -4.419×10^{-6}
1st Story	3.733×10^{-1} -6.599×10^{-3}	-6.661×10^{-1} -1.978×10^{-2}	5.431×10^{-1} 1.576×10^{-1}	4.340×10^{-1} -2.028×10^{-1}	-2.014×10^{-3} -8.737×10^{-4}
Boundary Layer	1.762×10^{-1} -1.772×10^{-2}	-3.756×10^{-1} 8.611×10^{-2}	4.539×10^{-1} -1.530×10^{-1}	-1.219 -3.012×10^{-1}	-6.935×10^{-1} 4.719×10^{-1}
Elastic Ground	1.710×10^{-1} -1.798×10^{-2}	-3.644×10^{-1} 8.817×10^{-2}	4.396×10^{-1} -1.577×10^{-1}	-1.205 -2.652×10^{-1}	-5.612×10^{-1} 4.477

は実数部, 中段は虚数部, 下段は絶対値を示す。第2行~第6行は連成動力系の各位置に対応する運動座標に関する各次数の正規一般化直交固有ベクトルでそれぞれ上段は実数部, 下段は虚数部を示す。この表から, (28)~(31)に従って対称な単位衝撃マトリックス $[g]$ を計算できる。また連成系の各次のモードに対応する等価粘性減衰係数,

$$h_v = -\frac{R(s_v)}{|s_v|} \dots \dots \dots (34)$$

を各次モードの減衰性の大略の指標として計算すれば次のようになる。

$$h_1 = 2.328 \times 10^{-2}, h_2 = 4.025 \times 10^{-2}, h_3 = 3.781 \times 10^{-2}, h_4 = 1.831 \times 10^{-1},$$

$$h_5 = 8.745 \times 10^{-1}$$

こゝで, これ等の値は無減衰の上部構造, 境界層と波動エネルギーの拡散に起因する減衰性を有する基礎地盤との連成系として現われる値であり, 連成系として計測した実験値には当然含まれる性質のものであるが故に, 通常行なわれる上部構造のみを対象とした地震応答解析における上部構造の粘性減衰係数の評価には斯様な実測値は保証となり得ないことに注意すべきである。従って構造物系の地震応答におよぼす減衰効果を正当に評価するためには, 連成系の各部分, 例えば, 上部構造, 境界層, 基礎地盤に対応してそれぞれそれ等の有する減衰機構を明らかにして定量化して行かねばならない。

4. 非線形連成系のアナログ計算機による地震応答解析

(1) 式および Fig. 3 に示される非線形連成系の非定常地震応答解析は数値積分法に基づき, あるいは非線形性が poly-linearize される限り, 3 に記述した一般解の表現に基づいてデジタル計算機により実施することもできるが, 構造物の非定常地震応答におよぼす地盤の動力特性の影響を考慮した第1段耐震設計資料^{6,7)}を得ることを目的として, 連成動力系および地震外乱波に関する広範な無次元パラメータ領域において, 系の各部の耐震安全性の尺度を出力応答とする非定常地震応答性状をパラメトリック・サーベイによって明らかにするには, 現段階では計算速度の点でアナログ計算機によるのも有利であり, 従って本論文では地震応答解析の手段として低速間接形アナログ計算機を選んだ。

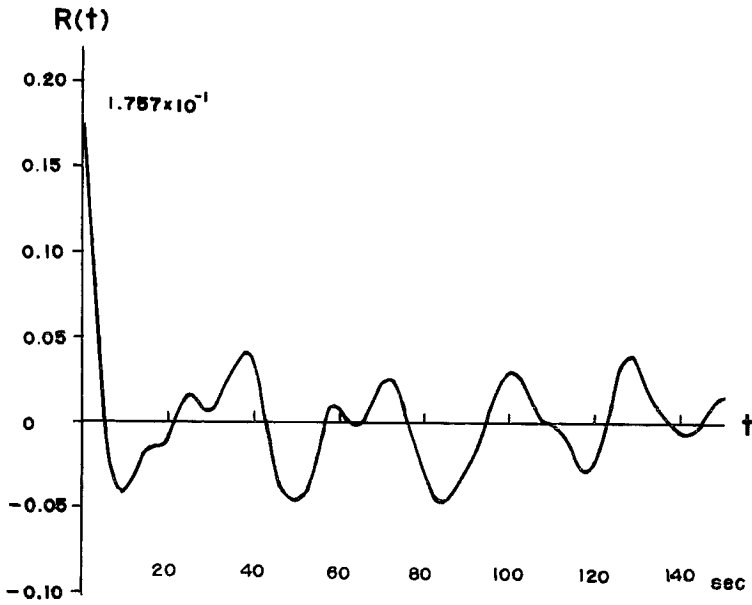


Fig. 4. Auto-correlation function of normalized ground acceleration.

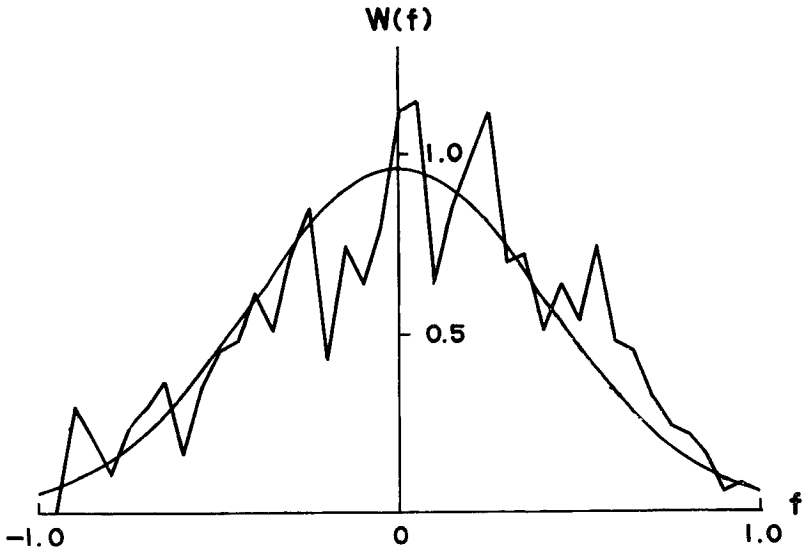


Fig. 5. Amplitude probability density distribution function of normalized ground acceleration.

4.1 地震外乱波パターンの選定

通常地震応答解析においては実測地震波が入力として選ばれるが, それは計測器の設置されたある特殊な連成動力学系の計測位置の地震応答と考えられるので, 本論文で扱う連成動力学系の入力としては適当ではないと判断される。一方, 斯様な系の地震外乱波の選定の基礎となる適当な実測記録もないので, 本論文では非定常地震加速度外乱波の波形関数として, 線形地震応答解析を扱った前論文²⁾と同様, 公称上下限周波数比50の band limited white noise generator の出力波形の一部を採用した。その正規化波形関数の定常化波形関数の自己相関関数および振巾確率密度関数をそれぞれ Fig. 4, Fig. 5 に示す。Fig. 4 に示される自己相関関数 $R(t)$ から $\nu=t/Dt, Dt=0.4\text{sec}$ で独立変数も無次元化した上で, band limited white noise と卓越周波数成分を想定して近似的に定めた無次元自己相関関数 $\bar{R}(\nu)$ と対応するスペクトル密度 $\bar{S}(w)$ は次式で示される^{6),8)}。

$$\bar{R}_{se}(\nu) = \frac{2c_0}{\pi\nu} \sin \frac{w_u - w_l}{2} \nu \cos \frac{w_u + w_l}{2} \nu + \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^2 c_i \cos w_i \nu \dots \dots \dots (35)$$

$$\bar{S}_{se}(w) = c_0 \{s(w+w_u) - s(w+w_l) + s(w-w_l) - s(w-w_u)\} + \sum_{i=1}^2 c_i \delta(|w| - w_i) \dots \dots \dots (36)$$

$$c_0 = 2.04; w_u = 0.25, w_l = 0.0050, c_1 = 0.038, c_2 = 0.012; w_1 = 0.079, w_2 = 0.017.$$

こゝで, $s(w)$ は step function, $\delta(w)$ は delta function を示し, $c_0; w_u, w_l$ はそれぞれ band limited white noise のスペクトル密度レベル, 上限周波数, 下限周波数を, $c_1, c_2; w_1, w_2$ はそれぞれ卓越周期成分パワーの強度および卓越周波数を示す。これから, こゝで採用した地震加速度外乱波の定常化パターンの確率統計モデルの周波数的性格を規定する諸種の無次元パラメーターは次のように計算される。

$$r_p = \frac{\sum_i c_i \int_0^\infty \delta(w - w_i) dw}{c_0(w_u - w_l)} = \frac{c_1 + c_2}{c_0(w_u - w_l)} = 0.10, \quad r_s = \frac{c_2}{c_1} = 0.32$$

$$r_{f1} = \frac{w_l}{w_u} = 0.02, \quad r_{f1} = \frac{w_1}{w_u} = 0.31, \quad r_{f2} = \frac{w_2}{w_u} = 0.067$$

こゝで, r_p は卓越周波数成分と雑音成分のパワー比, r_s は卓越周波数成分パワーの強度比, r_{f1}, r_{f1}, r_{f2} はそれぞれ band limited white noise の上限周波数に対する下限周波数比, 卓越周波数比である。一方 Fig. 5 に示される振巾確率密度関数 $W(f)$ から, 正規分布からの歪みを示す無次元パラメーターは次の如く計算される⁸⁾。

$$s_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{R}_{se}(0)}} \cdot \frac{1}{W(0)} = 0.85, \quad s_2 = s_1^2 = 0.72$$

$$s_3 = \frac{1}{\sqrt{\bar{R}_{se}(0)}} = 2.39, \quad W(0) = 1.12, \quad \bar{R}_{se}(0) = 0.178$$

こゝで, s_1 は振巾 $f=0$ における確率密度 $W(0)$ と正規分布を前提して分散から計算された $f=0$ における密度の比であり, s_2 は $W(0)$ から正規分布を前提して得られる分散と自己相関関数の argument を零と置いて得られる分散の比で共に振巾の小さい領域での歪を示す。これに対し s_3 は最大振巾と標準偏差の比であり振巾の大きい領域での歪を表わす。なお, Fig. 5 に分散から計算した正規分布曲線を示す。比較のため El. centro 地震, May 18, 1940, N-S 成分 0~29 sec の加速度記録から得られた数値を挙げると次の如きである。

$$r_p = 0.084, \quad r_{f1} = 0.54, \quad s_1 = 0.62, \quad s_2 = 0.39, \quad s_3 = 4.8$$

たゞしこの場合, 自己相関関数の近似は band limited white noise の下限周波数を零, 卓越周波数成分は1個として行なっている^{6),8)}。

上に述べたようにこゝで採用する地震加速度外乱波の定常化波形関数の確率統計的特性はほとんど正規分布に近い振巾確率密度分布を有し, 2個の卓越周波数成分を内部に含む上, 下限周波数比50の band

limited white noise で表わされ、強震加速度記録の定常化波形関数の確率統計的性質とそれほど異なるものではないといえる。こゝで地震応答解析に用いる非定常地震外乱波の波形関数 $a(\tau)$ の継続時間 τ_d は band limited white noise の最小周期の30倍、すなわち最大周期の3%と定める。

$$\frac{\tau_d}{2\pi} = \frac{T_d}{2\pi} = \frac{\nu_d}{2\pi} = 30 \dots\dots\dots(37)$$

$$\frac{\tau_d}{\omega_u} = \frac{T_d}{\Omega_u} = \frac{\nu_d}{w_u}$$

4.2 連成動力学系モデルの選定

地震応答解析の対象とする連成動力学系は、bi-linear 履歴特性を有し、粘性減衰をもたない1次元3質点剪断形上部構造物および同様な動力学特性の1質点境界層と有理関数形近似伝達関数で表わされる基礎地盤で構成される下部構造物からなる。この構造物系の動力学モデルは2で規定した独立な無次元パラメータの組を選定すれば定まる。

上部構造物パラメーター：上部構造物の動力学特性分布は上部構造のみを対象とした既往の地震応答解析の結果適性分布と判断した次の値を採用する。

$$\{m_i\} = \{1, 1, 1\}, \{\kappa_i\} = \{\beta_i\} = \{1, 7/9, 5/9\}, \{r_i\} = 0.1\{1, 1, 1\}$$

$$\text{従って, } \{\delta_i\} = \{1, 1, 1\}, {}_1\omega_s = {}_1\omega_s(\{m_i\}, \{\kappa_i\}) = 0.40732$$

下部構造物パラメーター：下部質量分布係数は通常予想される範囲で適当に選ぶが、境界層の弾塑性性状に関する実測ないし実験資料には適当なものは見当らないので、こゝではごく薄い層厚と上部構造に対し比較的大きな剛性と同等以上の強度を有する境界層を想定し、剛弾塑性性状を与える。

$$m_0 = 0.5, 2.0; \kappa_b = 40, \beta_b = 1.0, 2.0, r_b = 0.05$$

$$\text{従って, } \delta_b = 0.025, 0.05, r_b \kappa_b = 2.0$$

一方、半無限弾性基礎地盤に関しては、ポアソン比 $1/4$ 、矩形基礎の形状指数 $c/b=2$ と定め、(5)式において次数 $N=2$ の有理関数形近似伝達関数を設定する^{1),2)}。

$$\bar{\kappa}_H(s') = \frac{s'^2 + c_1 s' + c_0}{d_1 s' + d_0} \dots\dots\dots(38)$$

$$c_0 = 3.132, c_1 = 3.007, d_0 = 1.015, d_1 = 0.165$$

$$\text{従って, } \kappa_g = 0.1628 \kappa_0$$

下部質量-基礎地盤質量比は通常予想できる範囲で次のように定める。

$$m_H = 1.6, 8.0, 16.0$$

$$\text{従って, } {}_1\omega_g' = 1.1066, 0.7682, 0.5800$$

上部-下部構造結合パラメーター：上部-下部構造結合パラメーターとしては λ を選び、上部構造に対し比較的下部構造が硬く、(10)式に示される連成系-上部構造最低次固有周期比 p が1.2~1.3程度までの場合を想定して次のように定める。

$$\lambda = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$$

次にこゝで設定された無次元パラメーターの組合わせに対して(15)~(17)式を解いて得た最低次(絶対値最小)の複素固有値を Table 2 に示す。表中上段は実数部、下段は虚数部を示す。Table 3 は Table 2 の虚数部 (${}_1\omega$) と設定した $\{m\}, \{\kappa\}$ から得られた ${}_1\omega_s$ から計算した(10)式の周期比 p を百分率で表わしたものである。上段は参考のため、 $\kappa_b = \infty$ の場合を示し、中段は $\kappa_b = 40$ (第1分枝)、下段は $\kappa_b = 2$ (第2分枝)の場合を示す。なお、Table 4 に(5)~(6)式から得られる次式で計算した基礎地盤-上部構造剛性比を示す。

$$\kappa_g = \frac{\mu b}{K} = \frac{m_0}{m_H q^2} = \frac{m_0 {}_1\omega_s^2}{m_H \lambda^2 {}_1\omega_g'^2}$$

$$\kappa_0 = \frac{K_H(0)}{K} = \kappa_H(0) \kappa_g = \frac{c}{b} \cdot \frac{1}{f_{1H}(0)} \kappa_g \dots\dots\dots(39)$$

上段に κ_g 、下段に κ_0 を示す。

Table 2. First eigen value and corresponding eigen vector of linear dynamic system.

m_0	m_H	λ			
		0.1	0.2	0.3	0.4
2.0	1.6	-0.00007 0.4043	-0.00058 0.4018	-0.00194 0.3979	-0.00448 0.3926
		-0.00012 0.4031	-0.00098 0.3970	-0.00320 0.3871	-0.00718 0.3734
	16.0	-0.00011 0.4028	-0.00084 0.3959	-0.00274 0.3843	-0.00607 0.3685
0.5	1.6	-0.00028 0.4019	-0.00212 0.3925	-0.00639 0.3780	-0.01297 0.3596
		-0.00046 0.3973	-0.00314 0.3754	-0.00802 0.3440	-0.01306 0.3090
	16.0	-0.00040 0.3962	-0.00262 0.3715	-0.00642 0.3368	-0.01000 0.2993

Table 3. Elongation of fundamental period of linear dynamic system by considering lower sub-structure.

m_0	m_H	λ			
		0.1	0.2	0.3	0.4
2.0	1.6	100.2	100.8	101.8	103.2
		100.7	101.4	102.4	103.8
		112.3	113.1	114.3	115.9
	8.0	100.5	102.0	104.6	108.5
		101.0	102.6	105.2	109.1
		112.7	114.5	117.6	121.9
16.0	100.6	102.3	105.4	109.9	
	101.1	102.9	106.0	110.5	
	112.8	114.9	118.4	123.4	
0.5	1.6	100.8	103.3	107.3	112.8
		101.4	103.8	107.8	113.3
		111.7	114.2	118.2	123.6
	8.0	102.0	108.0	118.0	131.5
		102.5	108.5	118.4	131.8
		112.9	118.9	128.5	141.4
	16.0	102.3	109.2	120.5	135.8
		102.8	109.7	121.0	136.1
		113.2	120.0	131.0	145.5

Table 4. Values of non-dimensional parameters κ_g and κ_0 .

m_0	m_H	λ			
		0.1	0.2	0.3	0.4
2.0	1.6	16.94	4.234	1.882	1.058
		104.1	26.01	11.56	6.50
	8.0	7.029	1.757	0.781	0.439
		43.19	10.80	4.80	2.70
	16.0	6.165	1.541	0.685	0.385
		37.88	9.47	4.21	2.37
0.5	1.6	4.234	1.058	0.470	0.265
		26.01	6.50	2.89	1.63
	8.0	1.757	0.439	0.195	0.110
		10.80	2.70	1.20	0.67
	16.0	1.541	0.385	0.171	0.096
		9.47	2.37	1.05	0.59

4.3 地震外乱波無次元パラメーターの選定

基礎方程式(1)式非斎次項すなわち(3)式は無次元地震加速度外乱を表わし、これは強度パラメーター(無次元加速度最大振巾) α と波形関数 $\alpha(\tau)$ で規定される。波形関数のパターンに関しては4.1に規定したが、 $\alpha(\tau)$ を確定するためにはなお周波数パラメーターを必要とする。ここでは、外乱上限周波数 ω_u と上部構造物最低次固有周波数 ω_s の比として周波数パラメーター ν を次式で定義する。

$$\nu = \frac{\omega_u}{\omega_s} = \frac{w_u}{w_s} = \frac{Q_u}{Q_s} \dots\dots\dots(40)$$

強度パラメーター α の値は、連成系の線形応答から耐震工学的に判断して適当な領域までの非線形応答が得られるように次の値を選ぶ。

$$\alpha = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$$

こゝで、 α とベース・シャー係数 s の関数は次式で与えられる。

$$\alpha = \frac{AM}{B} = \frac{A}{s \cdot g \cdot \sum_{i=1}^n m_i} = \frac{k}{s \sum_{i=1}^n m_i} = \frac{k}{3s} \dots\dots\dots(41)$$

こゝで、 g は重力加速度、 $k=A/g$ は所謂震度の形で与えられた外乱無次元最大加速度振巾である。

一方、周波数パラメーター ν は、低層から高層に至る上部構造物の基本固有周波数帯と普通予想される地震加速度外乱の周波数帯域との相対的関係を覆うような次の数値を選んだ。

$$\nu = 5, 10, 15, 20$$

周波数パラメーターに対応して、4.1で規定したパターンの地震外乱波と構造物系の周波数帯域の相対的関係を示すパラメーターは次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\omega_u}{\omega_s} &= \nu, & \frac{\omega_l}{\omega_s} &= r_{f1} \cdot \nu = 0.02 \nu \\ \frac{\omega_1}{\omega_s} &= r_{f1} \nu = 0.31 \nu, & \frac{\omega_2}{\omega_s} &= r_{f2} \nu = 0.067 \nu \end{aligned}$$

$$\frac{{}_1\omega_g}{{}_1\omega_s} = \frac{1}{\lambda} = \frac{{}_1\omega_{gs}}{{}_1\omega_s} \dots\dots\dots(42)$$

また, 上部構造物の高次固有周波数と最低次固有周波数の関係は次に示される。

$$\left\{ \nu \omega_s \right\} = \{1, 2.545, 3.828\} \quad \text{for } \kappa_b = \infty, \lambda = 0,$$

なお, 連成動力学系の最低次固有周波数と上部構造物の最低次固有周波数の比 (p^{-1}) は, 4.1 で設定したパラメーター領域に対しては次の範囲にあることが **Table 3** の中段から判る。

$$0.735 \leq \frac{{}_1\omega}{{}_1\omega_s} \leq 0.993 \quad \text{for } 0.2 < m_0 < 0.5, \kappa_b = 40, 1.6 < m_H < 16, 0.1 < \lambda < 0.4$$

上に述べたことから, こゝに設定した ν に対しては, 連成動力学系の固有周波数帯はすべて外乱の雑音成分を示す band limited white noise の周波数帯域内にあり, 特に外乱の 2 個の卓越周期成分と上部構造物ないし連成動力学系の最低次固有周波数の関係は次のようになる。

$$\begin{aligned} \omega_l < \omega_2 < {}_1\omega < {}_1\omega_s < \omega_1 & \text{for } \nu = 5, 10 \\ \omega_l < {}_1\omega < {}_1\omega_s = \omega_2 & \text{for } \nu = 15 \\ \omega_l < {}_1\omega < {}_1\omega_s < \omega_2 & \text{for } \nu = 20 \dots\dots\dots(43) \end{aligned}$$

なお, 応答解析において, 外乱上限周波数 Ω_u と下部質量-基礎地盤最低次固有周波数 ${}_1\Omega_g$ の比は, 基礎地盤の有理関数形近似伝関数を求める基礎資料とした半無限弾性体上の矩形基礎の dynamical compliance の数値計算における周波数の上限 $\omega' = 2$ を考慮して一応次の範囲のものに限定した。

$$0 < \lambda \nu = \frac{\omega_u}{{}_1\omega_g} = \frac{\Omega_u}{{}_1\Omega_g} = \frac{\omega_u'}{{}_1\omega_g'} \leq \frac{2}{\max_{1.6 \leq m_H \leq 16} ({}_1\omega_g')} \approx 2.0 \dots\dots\dots(44)$$

すなわち,

$$\begin{aligned} \nu = 5, 10, 15, 20 & \quad \text{for } \lambda = 0.1 \\ \nu = 5, 10 & \quad \text{for } \lambda = 0.2 \\ \nu = 5 & \quad \text{for } \lambda = 0.3, 0.4 \end{aligned}$$

4.1 で設定した地震外乱波のパターンとこゝに定めた ν で決まる連成動力学系の基本固有周波数 $\{\nu\omega\} = \{\nu\omega(\{m_i\}, \{\kappa_i\}, m_0, \kappa_b, m_H, c/b, \nu)\}$ と外乱雑音成分周波数帯域 (ω_l, ω_u) ならびに卓越周波数 ω_1, ω_2 の相対的關係は構造物系の地震応答の性状, すなわち, 大きさ, 分布性状に極めて密接な関係がある。特に (10) 式に定義され **Table 3** に示された無次元パラメーター p は下部構造物の動的特性の上部構造の応答性状におよぼす定性的, 定量的影響の評価に重要である。さらに高次周波数成分まで考慮して弾性域での外乱と構造物系の周波数帯域との関係, 外乱パワーの分布, ならびに応答の塑性挙動に伴う等価的な意味での周期伸張等を考えれば地震応答の性状はほとんど予想できよう。例えば定性的には $\nu = 5$ では第 1 次と第 2 次, $\nu = 10$ では第 1, 第 2, 第 3 次がともに励起されること, $\nu = 15$ では特に低域の卓越周波数成分 ω_2 による第 1 次振動の励起が顕著であること, $\nu = 15 \sim 20$ となると中域の卓越周波数成分 ω_1 の効果は薄れ, 専ら ω_2 による第 1 次, 第 2 次振動が励起されることが容易に判かる。また $p = {}_1\omega_s / {}_1\omega$ に関して, $\partial p / \partial m_0 < 0, \partial p / \partial m_H > 0, \partial p / \partial \lambda > 0, \partial^2 p / \partial m_0^2 > 0, \partial^2 p / \partial m_H^2 < 0, \partial^2 p / \partial \lambda^2 > 0, \partial^2 p / \partial m_0 \partial m_H < 0, \partial^2 p / \partial m_0 \partial \lambda < 0, \partial^2 p / \partial m_H \partial \lambda < 0,$ が成立し, これからパラメーター m_0, m_H, λ の p に対する影響, さらには, 応答性状におよぼす効果が定性的に類推できる。

4.4 地震応答量の定義

上部構造物, 周辺地盤, 波動媒体地盤からなる構造物系の耐震安全性を判定し, また下部構造物の動力学特性の上部構造物の応答性状におよぼす影響を評価するに役立つ地震応答量として次のものを考える。

$$\gamma_R = \begin{Bmatrix} \gamma_{rbH} \\ \gamma_{rb} \\ \{\gamma_{ri}\} \end{Bmatrix}, \quad \gamma_D = \begin{Bmatrix} \gamma_{dbH} \\ \gamma_{db} \\ \{\gamma_{di}\} \end{Bmatrix}, \quad \gamma_B = \begin{Bmatrix} \gamma_{ebH} \\ \gamma_{eb} \\ \{\gamma_{ei}\} \end{Bmatrix}$$

$$\tau_F = \left\{ \begin{array}{l} \tau_{fbH} \\ \tau_{fb} \\ \{\tau_{fi}\} \end{array} \right\}, \quad \tau_M, \tau_A \dots \dots \dots (45)$$

こゝで、 τ_R ；最大無次元相対変位， τ_D ；最大靱性率 ($\delta_{bH} = \infty \rightarrow \tau_{dbH} = 0$)， τ_H ；最終履歴消費エネルギー率 ($\tau_{ebH} = 0$)， τ_F は残留変形率 ($\tau_{fbH} = 0$)， τ_M ；最大転倒モーメント率， τ_A ；下部質量最大無次元絶対加速度。而して、これ等の量はそれぞれ次式で定義される⁷⁾。

$$\tau_{ri} = \frac{|Y_i - Y_{i-1}|_{\max}}{\bar{A}}, \quad \tau_{rb} = \frac{|Y_b - Y_{bH}|_{\max}}{\bar{A}}, \quad \tau_{rbH} = \frac{|Y_{bH} - \bar{Y}_H|_{\max}}{\bar{A}} \dots \dots \dots (46)$$

$$\tau_{di} = \frac{\tau_{ri}}{\delta_i}, \quad \tau_{db} = \frac{\tau_{rb}}{\delta_b}, \quad \tau_{dbH} = 0 \quad \dots \dots \dots (47)$$

$$\tau_{ei} = \frac{2U_{pfi}}{D_i}, \quad \tau_{eb} = \frac{2U_{pfb}}{D_b}, \quad \tau_{ebH} = 0 \quad \dots \dots \dots (48)$$

$$\tau_{fi} = (1 - r_i) \left[\frac{(Y_i - Y_{i-1})_f}{D_i} - \text{sgn } \Phi_i((Y_i - Y_{i-1})_f; K_{1i}, K_{2i}, D_i) \right]$$

$$\tau_{fb} = (1 - r_b) \left[\frac{(Y_b - Y_{bH})_f}{D_b} - \text{sgn } \Phi_b((Y_b - Y_{bH})_f; K_{1b}, K_{2b}, D_b) \right]$$

$$\tau_{fbH} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots \dots \dots (49)$$

$$\tau_M = \frac{|\sum_{i=1}^n L_i \Phi_i|_{\max}}{BL} = |\sum_{i=1}^n l_i \kappa_i \varphi_i|_{\max}, \quad l_i = \frac{L_i}{L} = 1 \quad \dots \dots \dots (50)$$

$$\tau_A = \frac{\bar{M} \cdot \left| \frac{d^2 Y_b}{d T^2} \right|_{\max}}{B} = \frac{\bar{M} |\Phi_1 - \Phi_b|_{\max}}{B \cdot M_H} = \frac{|\kappa_1 \varphi_1 - \kappa_b \varphi_b|_{\max}}{m_0} \quad \dots \dots \dots (51)$$

こゝで、 \max は無次元時間に関するものを示す。
 また、 U_{pfi} 、 U_{pfb} はそれぞれ上部構造物、境界層の塑性流れの絶対値和、 $(Y_i - Y_{i-1})_f$ 、 $(Y_b - Y_{bH})_f$ はそれぞれ上部構造物、境界層の最終的弾性挙動の相対変位振巾である。また L_i は上部構造の階高、 L はその規準量、従って BL は弾性限層抵抗モーメントの規準量である。こゝで、階高分布係数 l_i は 1 と定める。また、 τ_A/α を考えると上部構造最下層に対する外乱最大加速度振巾と地震外乱最大加速度振巾の比となり、下部構造物による上部構造物の地震加速度最大振巾増巾率を表わす。

4.5 アナログ計算機による地震
 応答解析と解析結果の表示

4.1 ~ 4.3 に定めた連成構造物系の動力学特性分布係数と入力のパターンおよび強度、周波数パラメーターを与えると基礎方程式(1)式の解は一意的に決まり、4.4 に定義した無次元応答量は確定する。本論文では間接低速度形アナログ計算機によって非線形非定常地震応答解析を行なうが、基礎方程式(1)式および、Fig. 3 に示したブロック・ダイアグラムに基づいて得られるアナログ計算機上の演算回路ブロック・ダイアグラム

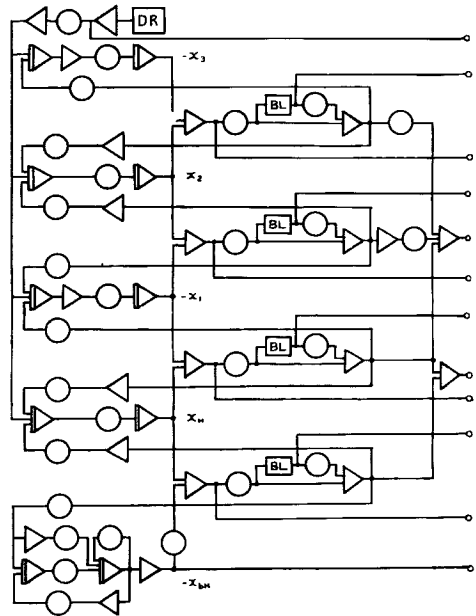


Fig. 6. Block-diagram of analog computer circuit for earthquake response analysis of structural system with lower sub-structure.

ラムを Fig. 6 に示す²⁾。

次に地震応答解析の結果を図示するが、こゝでは 4.4 の地震応答量のうち、最大無次元相対変位 γ_R 、および、最大転倒モーメント率 γ_M のみを挙げる。この場合、最大靱性率 γ_D は γ_R と次の関係にある。

$$\begin{aligned} \{\gamma_{di}\} &= \{\gamma_{ri}\}, \gamma_{db} = \gamma_{rb}/\delta_b, \gamma_{dbH} = 0 \dots\dots\dots(52) \\ \gamma_{rb} &= 1/40, \text{ for } \beta_b = 1.0 \\ \gamma_{rb} &= 1/20, \text{ for } \beta_b = 2.0 \end{aligned}$$

こゝでは、エネルギー関係の応答 γ_B は挙げないが、参考のためこゝで対象とする連成動力学系の弾性限ポテンシャル・エネルギーの規準量と分布係数は次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{E} &= K\bar{A}^2/2 = \bar{B}\bar{A}/2 \\ \{e_i\} &= \{\beta_i\delta_i\} = \{\beta_i\} = \{\kappa_i\} = \{1, 7/9, 5/9\} \dots\dots\dots(53) \\ e_b &= 1/40, \text{ for } \beta_b = 1.0 \\ e_b &= 1/10, \text{ for } \beta_b = 2.0 \\ e_{bH} &= \infty \end{aligned}$$

また、最大転倒モーメント率 γ_M と最大靱性率 γ_D の間には次の関係がある²⁾。

$$\begin{aligned} \gamma_M &\leq \sum_{i=1}^n l_i \beta_i [1 + r_i (\gamma_{di} - 1)] \\ &\leq \sum_{i=1}^n l_i \beta_i [1 + r_i (\max\{\gamma_{di}\} - 1)] \dots\dots\dots(54) \end{aligned}$$

こゝで規定した上部構造物に対しては (54) 式は次のようになる。

$$\gamma_M \leq 2.333 [1 + 0.1 (\max\{\gamma_{di}\} - 1)] \dots\dots\dots(55)$$

Fig. 7 に比較のため、剛な下部構造物 ($\kappa_b = \infty, \lambda = 0$) を有する上部構造物の γ_R に関する基本応答図を示す²⁾。Figs. 8~11 に、 $m_0 = 0.5, 2.0, \beta_b = 1.0, 2.0, m_H = 1.6, 8.0, \lambda = 0.1$ の組についての γ_R に関する基本応答図を示す。Figs. 12~17 に、 $m_0 = 0.5, 2.0, \beta_b = 1.0, 2.0, m_H = 1.6, 8.0, 16.0, \alpha = 0.2 \sim 0.8, \nu = 5$ の場合に対して、 γ_R の λ に関する変動を示す。Figs. 18, 19 に $m_0 = 0.5, 2.0, \beta_b = 1.0, 2.0, m_H = 1.6, 8.0, 16.0, \lambda = 0.2, \nu = 10$ の場合につき、 γ_R の α に関する変動を示す。Fig. 20 に $m_0 = 0.5, 2.0, \beta_b = 1.0, m_H = 16.0, \lambda = 0.1$ に対して、 γ_R に関する基本応答図を示す。最後に Fig. 21 の左に $m_0 = 0.5, \beta_b = 1.0, m_H = 1.6, 8.0, 16.0, \lambda = 0.1$ の場合と、 $\kappa_b = \infty, \lambda = 0$ の場合の γ_M に関する応答図を示し、右に $\nu = 5$ の場合につき、 $m_H = 1.6, 8.0, 16.0$ と、 m_0, β_b, λ の適当な組合わせに対して γ_M の α に関する変動を示す。

4.6 解析結果の考察

Figs. 7~21 に示された最大無次元相対変位 γ_R および、最大転倒モーメント率 γ_M の解析結果に対し、これ等の応答性状に対する地震外乱および下部構造物の無次元パラメーターの影響に関して若干の考察を行なう。

最大無次元相対変位 γ_R : こゝに選定した連成動力学系と入力に対するパラメーター領域では、一般的にいて下部構造の動力学特性の上部構造の $\{\gamma_{ri}\}$ に対する影響はあまり大きくなく、それほど確定的で明確

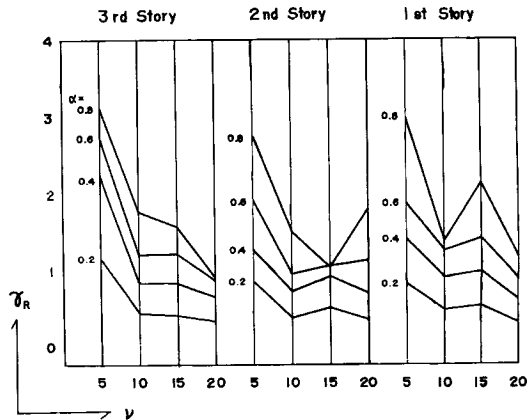


Fig. 7. Basic response diagram of maximum relative displacement of structure with rigid sub-structure. $\kappa_b = \infty, \lambda = 0$.

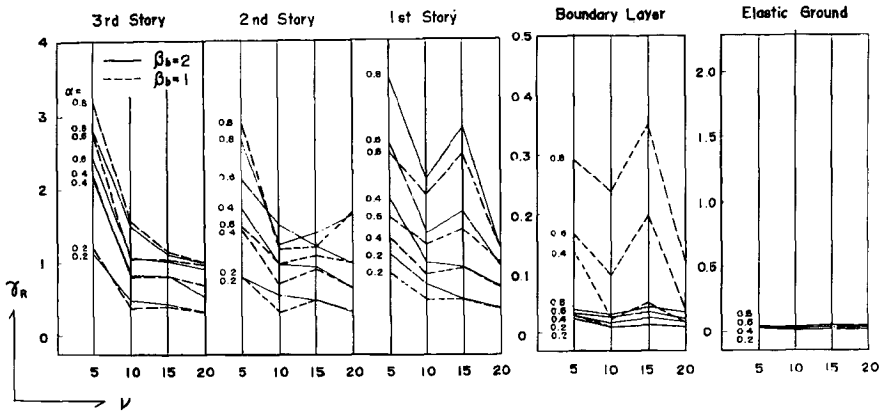


Fig. 8. Basic response diagram of maximum relative displacement,
 $m_0=0.5, m_H=1.6, \lambda=0.1.$

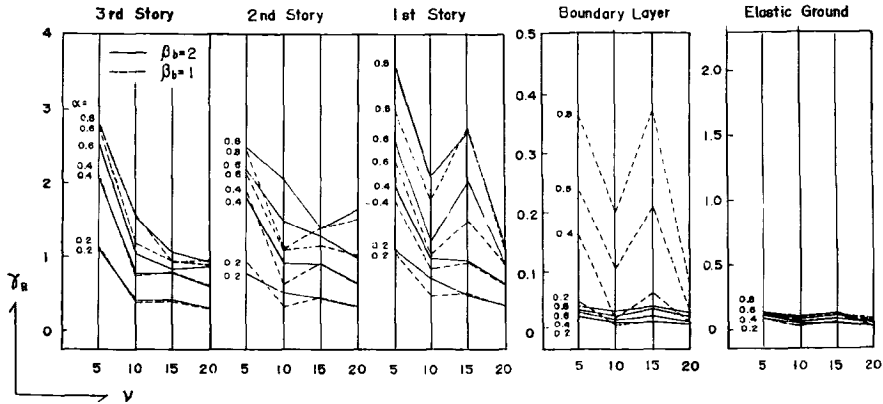


Fig. 9. Basic response diagram of maximum relative displacement,
 $m_0=0.5, m_H=8.0, \lambda=0.1.$

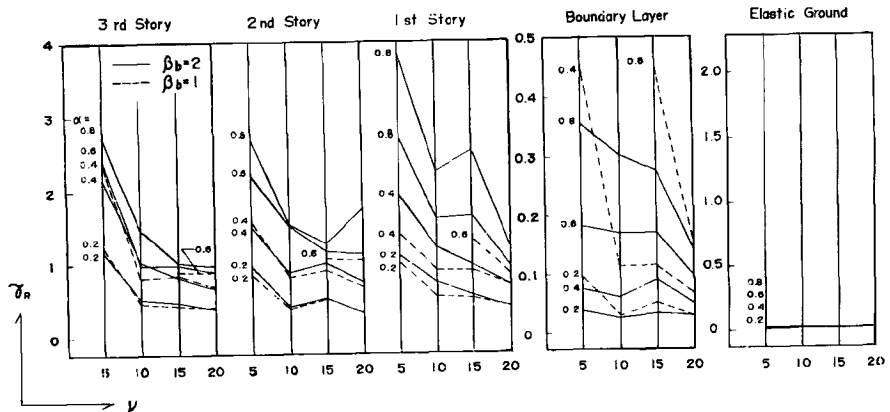


Fig. 10. Basic response diagram of maximum relative displacement,
 $m_0=2.0, m_H=1.6, \lambda=0.1.$

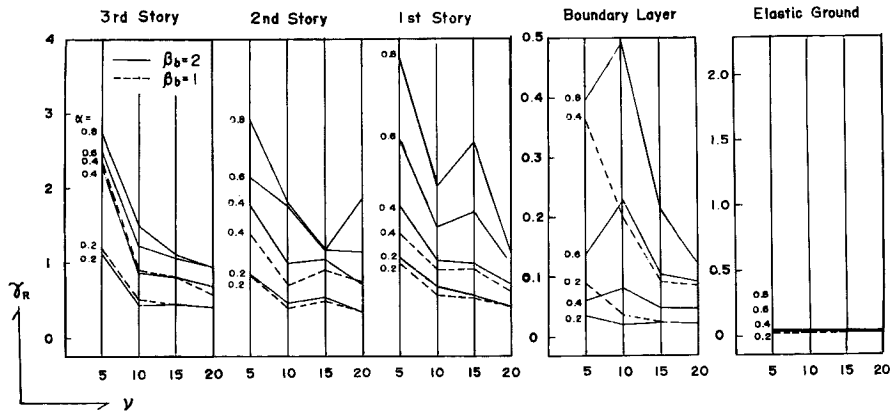


Fig. 11. Basic response diagram of maximum relative displacement, $m_0=2.0$, $m_H=8.0$, $\lambda=0.1$.

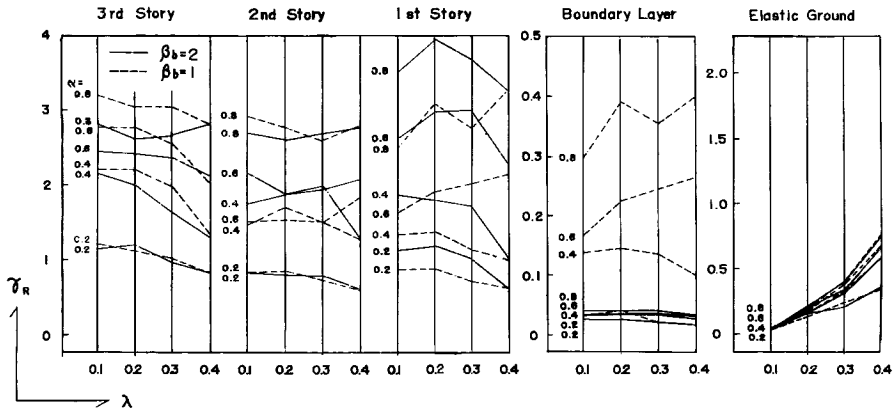


Fig. 12. Response diagram of maximum relative displacement, $\nu=5$, $m_0=0.5$, $m_H=1.6$.

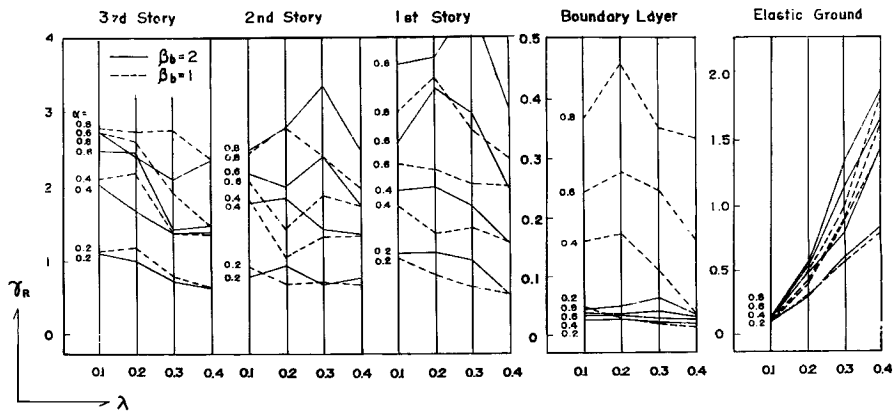


Fig. 13. Response diagram of maximum relative displacement, $\nu=5$, $m_0=0.5$, $m_H=8.0$.

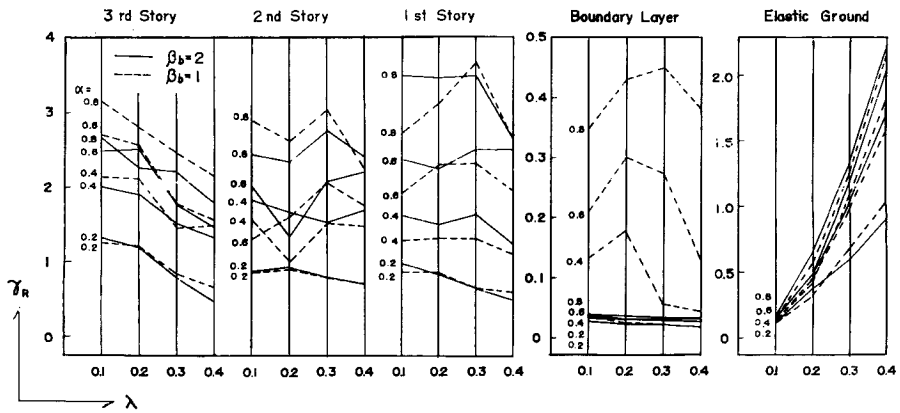


Fig. 14. Response diagram of maximum relative displacement, $\nu=5, m_0=0.5, m_H=16.0$.

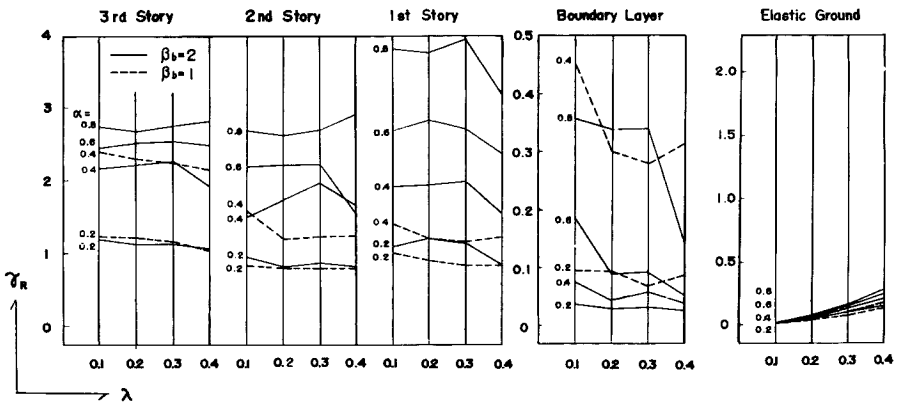


Fig. 15. Response diagram of maximum relative displacement, $\nu=5, m_0=2.0, m_H=1.6$.

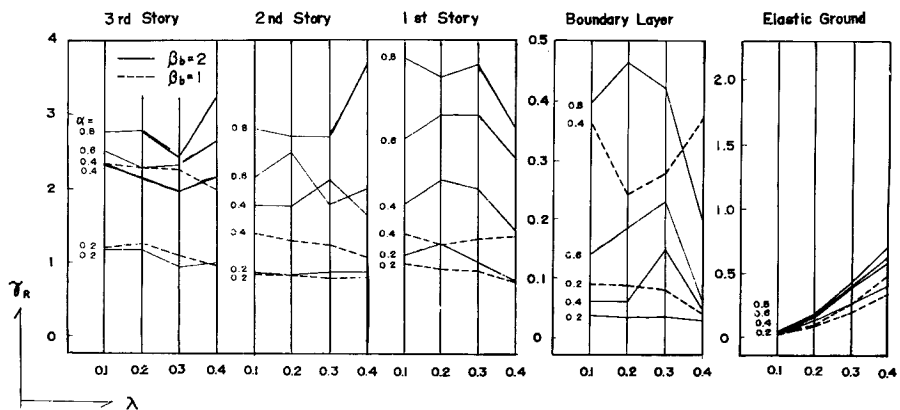


Fig. 16. Response diagram of maximum relative displacement, $\nu=5, m_0=2.0, m_H=8.0$.

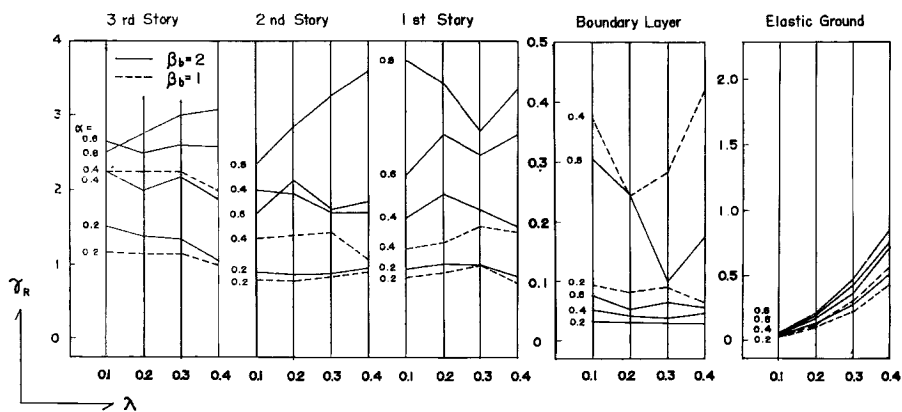


Fig. 17. Response diagram of maximum relative displacement, $\nu=5$, $m_0=2.0$, $m_H=16.0$.

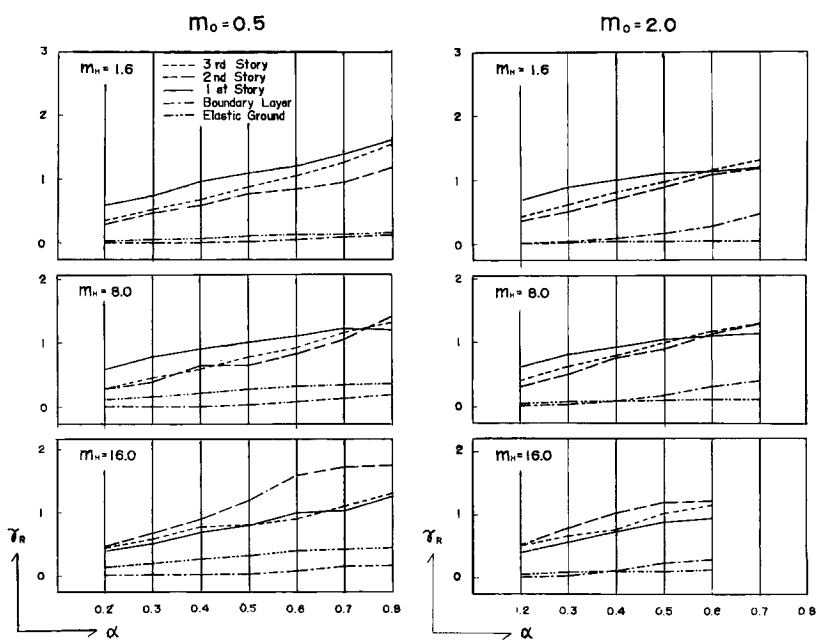


Fig. 18. Response diagram of maximum relative displacement, $\nu=10$, $\lambda=0.2$, $\beta_b=1.0$.

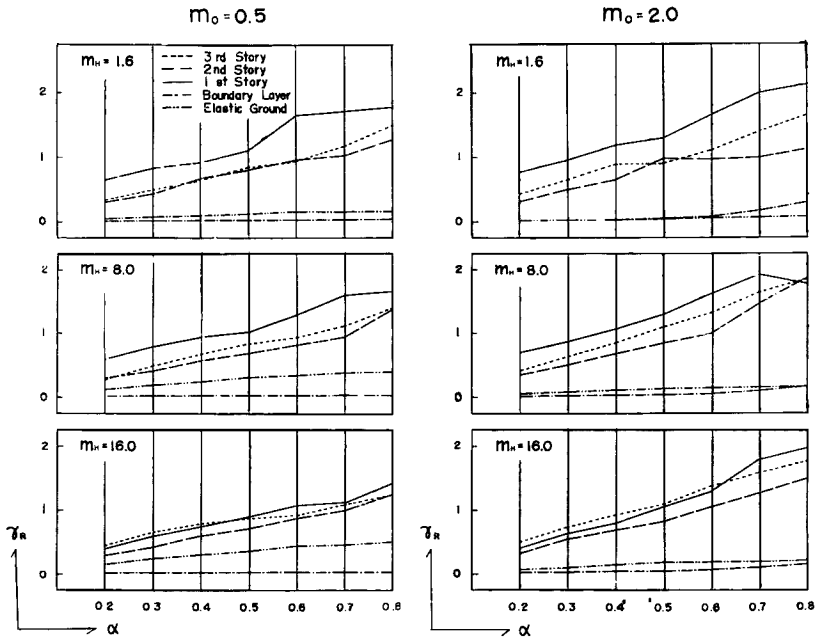


Fig. 19. Response diagram of maximum relative displacement, $\nu=10, \lambda=0.2, \beta_b=2.0$.

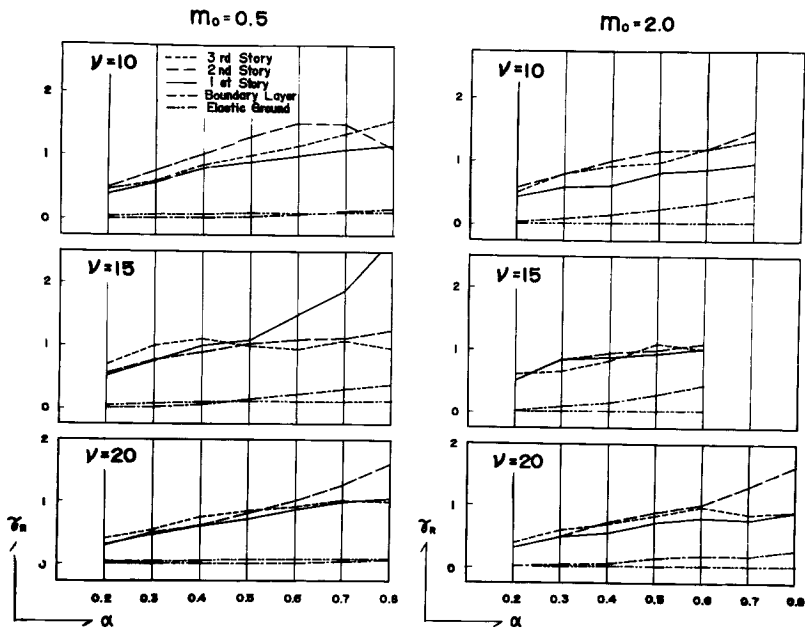


Fig. 20. Basic response diagram of maximum relative displacement, $m_H=16.0, \lambda=0.1, \beta_b=1.0$.

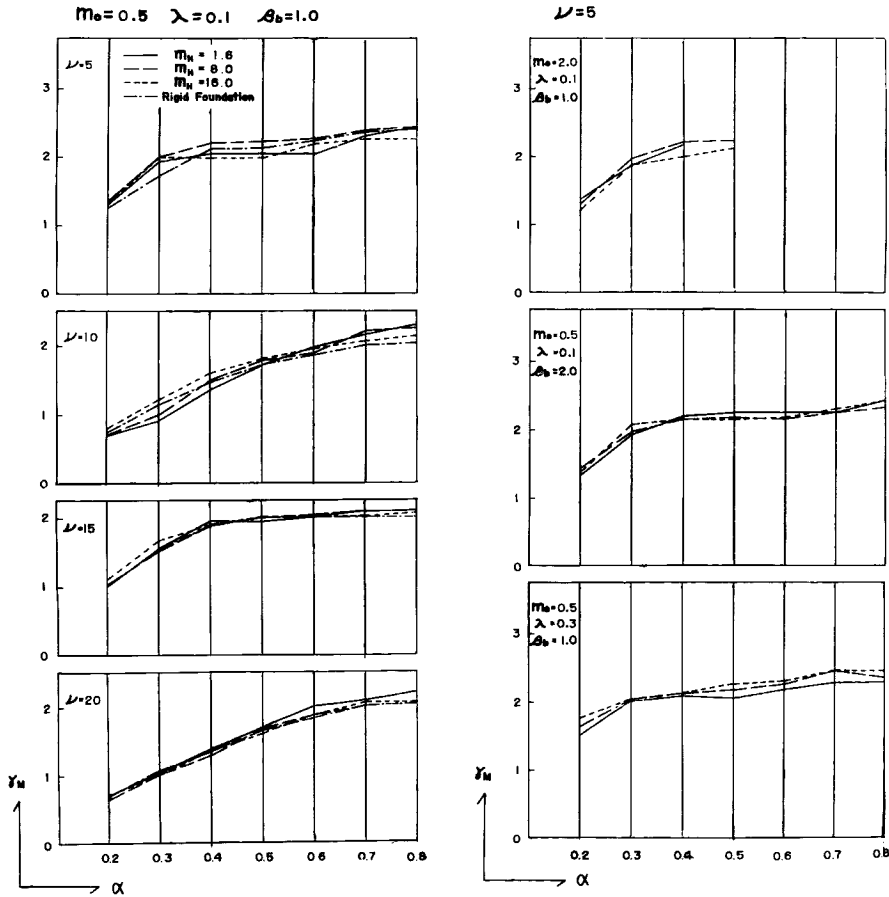


Fig. 21. Response diagram of maximum overturning moment factor, $m_0=0.5, \lambda=0.1, \beta_b=1.0$.

な影響はない。しかしながら、 m_0, β_b は境界層の r_b に、 m_H, λ は基礎地盤の r_{bH} に大きな影響をおよぼすといえる。詳細にみれば、下部構造の動力学特性の上部構造の $\{r_{ri}\}$ におよぼす影響は、 α 小 (弾性的応答)、 ν 大 (長周期構造物あるいは高周波数帯域外乱)、 m_0 大、 m_H 小、 λ 小 (周期伸張比 p 小)、原則として β_b 大 (境界層塑性挙動小) ほど小さいといえる。しかしながら、 α が充分大きくなって応答が弾塑性域におよぶと $\beta_b=1.0$ の場合がむしろ $\beta_b=2.0$ の場合よりも剛な下部構造の場合の応答性状に近づく傾向があり、特に $\nu=5, m_0=0.5, \beta_b=1.0$ の場合には極めて剛下部構造の応答性状に近い。また λ が小さい領域で、 $\nu=5, \beta_b=2.0$ の場合、 r_{r1}, r_{r2} が急増する現象がある。これ等の傾向は構造物系と外乱の周波数帯域の相互関係に起因するところが大いと思われるが、前者の傾向には、境界層の履歴消費エネルギーによる等価的な動的剛性の増大も関係があると思われる。後者の現象は α の増大に伴って、等価的な意味で第1次周波数が ω_2 に第2次、第3次が共に ω_1 に近接するからと推定される。次に各パラメーターの r_R に対する定性的影響について考察する。

$\alpha: \{r_{ri}\}, r_{rb}, r_{rbH}$ ともに α の増加関数である。例外的に $\{r_{ri}\}$ の要素、特に r_{r2} が減少するパラメーター領域があるが、このとき他の要素が急増する傾向があるので、 $\max\{r_{ri}\}$ あるいは平均的には増加関数

とみてよい。また β_b の大きい場合の τ_{rb} , λ が小さい場合の τ_{rbH} は α の弱い関数となる。

$\nu: \{\tau_{ri}\}$ の大きさと分布性状を支配する。 α が小なとき、 $\nu=5, 15$ で各層とも ν に関して極大が存在する。 α が大となると τ_{ri} は増巾した形となるが、 τ_{r2}, τ_{r3} の応答性状は変化する。例えば、 τ_{r2} は $\nu=20$ でも増加の傾向があり、 τ_{r3} は一様に ν の減少関数となる。また m_H が小さいとき、剛下部構造に近い周波数特性を示すが、 m_H が大となると、 α が大きい領域で、 $\nu=10$ で τ_{r1} を小さくし、 α が小さい領域で $\nu=15$ のとき τ_{r3} が増大する。これらの現象は 4.3 に述べた周波数帯域の相互関係から推定できる。また特に、剛下部構造物 ($\kappa_b = \infty, \lambda = 0$) の場合 (Fig. 7) から上部構造の動力学特性分布の適正度をみると、 $\nu=5, 10$ では適正、 $\nu=15, 20$ では弾性域では適正であるが、 α が大きくなると $\nu=15$ では τ_{r1} , $\nu=20$ では τ_{r2} が大きく発達する²⁾。これは外乱の低周波数域の卓越周波数成分 ω_2 によるものである。これは、地震加速度記録の解析からはほとんど見出されないけれども軟弱地盤の場合や、長周期構造物の耐震安全性の保証のためには ω_2 を導入するのが望ましいと思われる。

τ_{rb} に関しては、 α の小さいときは ν に関する変動は小さいが、 $\nu=5, 15$ で増大する傾向があり、 β_b 小、かつ α が大きくなるとこの傾向は強い。また m_0 小で、 β_b が大きくなると ν に関する変動は小さくなる。一方 τ_{rbH} は ν に関してほとんど変動しない。

$m_0: \{\tau_{ri}\}$ に対しては、 α が小さい領域ではほとんど影響しない。 α が大きくなっても分布性状を変化させるだけで m_0 の決定的な影響はみられない。 m_0 が増大すると $\{\tau_{ri}\}$ に対して、多少 τ_{r1}, τ_{r2} を抑制する効果があるが、 $\max\{\tau_{ri}\}$ に対しては大した効果は持たない。

τ_{rb} は明らかに m_0 の増加関数であり、 α 大、 m_H 大、 β_b 大ほど強い関数となる。 τ_{rbH} は m_0 の減少関数であるが、 m_0 に比例する κ_0 の増大の逆比ほどは減少させない。然しこの効果は、 m_H 大、 λ 大ほど顕著になる。 m_0 の τ_{rb}, τ_{rbH} に対する効果の程度は p, κ_0^{-1} あるいは κ_g^{-1} への m_0 の影響と同様な様相を呈する。

$\beta_b: \{\tau_{ri}\}$ の分布性状に影響をもつが、 ν が大きいときは β_b の影響は小さい。また当然 α が小さいとき、 β_b の影響は小である。これ等は両者の場合とも弾性的挙動が強いからである。 τ_{rb} は明らかに β_b の減少関数で、 $m_0=0.5, \beta_b=2.0$ のときは $\alpha \leq 0.8$ ではほとんど τ_{rb} は弾性域に止まる。 $(\tau_{rb} < 1/20)$ 、一方 τ_{rbH} は β_b の影響をほとんど受けない。なお、 β_b が小で、あるいは m_0 が大で τ_{rb} の弾塑性挙動が大きいと τ_{r1}, τ_{r2} 等は減少する。これは境界層の履歴消費エネルギーの効果である。

$m_H: \{\tau_{ri}\}$ に対しては、 α 小、 m_0 大、 λ 小、 ν 大、 m_H 大なほど、 m_H の影響は小さいが、 α が大きくなると m_H により $\{\tau_{ri}\}$ の分布性状は大きく変動する。これは等価的な意味で p の m_H による変動によっても説明できるかも知れないが、バラツキが大となり易い弾塑性応答の本質的な性格にも関係すると思われる。

τ_{rb} に対しては、 β_b が大きいと m_H はほとんど影響をもたない。 β_b が小さいときも α が小さいと m_H は τ_{rb} にほとんど影響しないが、 α が大となり弾塑性挙動にはいると他のパラメーターに関する変動の様相に影響を与える。 τ_{rbH} は明らかに m_H の増加関数である。 m_0 小、 λ 大、 m_H 小なほど、強い増加関数となる。この傾向は、 m_H の p, κ_0^{-1} あるいは κ_g^{-1} におよぼす効果と同様な様相を呈する。

$\lambda: \{\tau_{ri}\}$ に対して確定的な影響は持たぬが、空間的分布を変動させる。これは構造物系と外乱の周波数帯域の相互関係の λ に伴う変動による。もちろん、 λ の p への影響は弾性域で高々 30~40% で大きな周波数帯域の相互変動はないが、 λ の変動が、外乱の 2 個の卓越周波数 ω_1, ω_2 と構造物系の基本固有周波数 $\{\omega\}$ の相互関係を変化させるので分布性状の相当なバラツキは容易に類推できる。また、 m_0 が大であると λ は $\{\tau_{ri}\}$ にはほとんど影響を持たない。たゞ、 λ が小さい領域で、 $\beta_b=2.0$ の場合、 $\nu=5$ かつ α の比較的小さい領域において λ の増大が τ_{r1}, τ_{r2} を急増させ、 τ_{r3} を減少させる現象があるが、 λ に伴う周波数変動の程度からは推定できない。しかしこの傾向は m_0 大、 β_b 小のとき τ_{rb} の弾塑性挙動によって消える。

τ_{rb} に対しては λ は確定的な影響を持たない。 α 小、 m_0 小、 β_b 大なときは特に λ に関する τ_{rb} の変

動は小さい。 m_0 が大となると λ に対する変動の傾向は他のパラメーターによって変動するが、これは γ_{rb} の弾塑性挙動が顕著になり、それに伴う等価的な周波数関係の変動のパラツキによるものと思われる。 γ_{rbH} は明らかに下に凸な比較的滑らかな λ の増加関数であり、 m_0 小、 m_H 大なほどこの傾向は強いのは p におよぼす λ の影響と同様である。

$p: \{\gamma_{ri}\}$ の空間的分布の変動は p ならびにさらに高次振動を含めた $\nu p = \{\nu\omega_s/\nu\omega\}$ の変動による外乱パワーの分布と $\{\nu\omega\}$ の分布性状の相対的關係の変動で説明され、また各種のパラメーターの下部構造物の応答 γ_{rb} , γ_{rbH} におよぼす影響の程度はほとんど p におよぼすこれらのパラメーターの影響の程度と一致する。従って、 α を固定したとき、 m_0 , m_H , λ の複合パラメーター p の変動に対する応答性状の変動の様相は滑らかな筈であるが、 $\{\gamma_{ri}\}$ に対しては、特に α が大きい場合それほど滑らかな一定の傾向は期待できない。たとえば、 $\{\gamma_{ri}\}$ について、 α が中程度のとき、 $p=1$ 近傍で応答が急激し、少し離れると応答分布は一様化して適正となるとともに、大きさは概して p の弱い減少関数となるが、 α が大きくなると p を構成するパラメーターの個々の影響を生じて応答性状は変動する。また $\beta_b=1.0$ のとき、 γ_{r1} , γ_{r2} は p の弱い関数であるが、 γ_{r3} は p の滑らかな減少関数となり、 p の増大に伴って応答分布は適正化する。このときは、 α が増大しても、 γ_{r1} を除いてあまり応答分布は変動しない。剛下部構造の場合の応答性状と比較すると、この場合、 α 小で γ_{r3} が卓越し、 α が大きくなると大略適正分布を示すが、 $\beta_b=1.0$ の場合には p が小なとき滑らかに剛下部構造の場合に接続し、 p の増大とともに応答分布は適正化するが、 $\beta_b=2.0$ の場合は、 α が中程度の大きさを γ_{r1} , γ_{r2} を増大して急に応答分布は適正化するが、 α が大きくなると、 p が小さな領域で γ_{r1} を急激するとともに γ_{r3} を急激に減じて分布はかえって適正から離れる傾向がある。このことは $\beta_b=1.0$ の場合に顕著な境界層の弾塑性挙動が分布の適正化に役立っていることを示すものである。

次に各パラメーターの γ_R におよぼす定量的な影響を示す一つの尺度として、 α と m_H のある領域で次の量を考える。

$$\max_{\alpha, m_H} \max_i \{\gamma_{ri}\}, \max_{\alpha, m_H} \gamma_{rb}, \max_{\alpha, m_H} \gamma_{rbH}$$

γ_R は大略 α の増加関数とみてよいから、この量はほとんど α の領域の右端で定まる。 m_H は比較的 γ_R に弱い影響しか持たないのでこれを消去する。例えば、 $m_0=0.5$ の場合、 $0.2 \leq \alpha \leq 0.8$, $1.6 \leq m_H \leq 16.0$ の領域で定まる数値を **Table 5** に示す。表中上段は $\beta_b=1.0$ の場合、下段は $\beta_b=2.0$ の場合を示す。なお (a) の最左欄に剛下部構造物の場合を示す。

最大転倒モーメント率 γ_M : 最大転倒モーメント率 γ_M に対しても、 γ_R と同様に一般的にいて下部構造の動力特性の影響はそれほど大ではない。(50) 式に示されるように γ_M は上部構造の無次元履歴特性の出力の荷重和であるから **Fig. 21** にみられるように滑らかな変動を示す。次に各パラメーターの γ_M への定性的影響につき順次考察する。

$\alpha: \gamma_M$ は α の上に凸な滑らかな増加関数であり、 α の増大とともに (54), (55) 式からも判るようには ν 一定値に収束する傾向がある。

$\nu: \gamma_M$ は α について ν の影響を顕著に受ける。これは専ら外乱と構造物系の周波数帯域の相対的關係によるもので、たとえば $\nu=5, 15$ ではそれぞれ ω_1, ω_2 の卓越周波数成分によって第1次振動が励起され γ_M は大きくなる。特に、 $\nu=15$ においては、 α の小ないし中程度の領域で ω_2 による共振現象に起因して γ_M の増大は著しい。このことは、 $\nu=15$ の場合、 $\nu=5$ の場合より、 γ_M の値がより (55) 式の右辺の上限の値に近いことから判かる。次いで、 $\nu=10, \nu=20$ の順の大きくなるが、 $\nu=20$ の場合も ω_2 により第1次振動が励起されるので、相対的に $\{\gamma_{ri}\}$ の場合より、 $\nu=10, \nu=20$ の γ_M の値は接近する。 γ_M の ν によるスペクトラム表示は剛下部構造 ($\kappa_b = \infty, \lambda = 0$) の場合と比較して大局的に大差ないと判断されるが、たゞ $\nu=5$ の場合、 α が小さく弾性挙動が強い場合に剛下部構造の値を上廻る明白な傾向があることと、 $\nu=10$ の場合、特に β_b が大きいとき、 α が大きく弾塑性挙動が強くなると γ_M の値が剛下部構造の場合より大

Table 5. Maximum values of maximum relative displacement in the range $0.2 \leq \alpha \leq 0.8$, $\kappa_b=40$, $m_0=0.5$.

$\nu \backslash \lambda$	$0(\kappa_b = \infty)$	0.1	0.2	0.3	0.4
5	3.1	3.0 3.6	3.5 4.0	3.7 4.7	3.3 3.3
10	1.8	2.0 2.1	1.6 1.8		
15	2.1	2.8 2.7			
20	1.8	1.7 1.6			

(a) $\max_{\alpha, m_H} \max_i \{\tau_{ri}\}$

$\nu \backslash \lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4
5	0.30 0.05	0.48 0.05	0.45 0.07	0.38 0.03
10	0.25 0.03	0.20 0.03		
15	0.37 0.05			
20	0.10 0.05			

(b) $\max_{\alpha, m_H} \tau_{rb}$

$\nu \backslash \lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4
5	0.13 0.13	0.55 0.38	1.3 1.3	2.1 2.2
10	0.12 0.11	0.45 0.50		
15	0.13 0.13			
20	0.10 0.08			

(c) $\max_{\alpha, m_H} \tau_{rbH}$

きくなる傾向がある。一般に $\nu=10$ の場合にパラメーターに関する変動が比較的大きいのは周波数帯域の関係で低次から高次までの振動成分がいつでも励起されうる場合に相当し、帯域相互間の変動が応答の分布性状に強く影響するからであろう。

m_0 : γ_M に対する影響は小さい。たゞ、 $\nu=10$, λ 小のとき、 m_0 が大きいと γ_M の値を α の全領域で大きくする傾向がある。

β_b : γ_M に対する大きな効果はない。 m_0 小, λ 小, ν 大なときはほとんど影響はないとみてよい。他の場合 β_b の影響が多少みられることがあるが、概して α が大きい場合に β_b の増大が γ_M を大きくする傾向が強い。このことは β_b が大きいと α が充分大きくても境界層は弾性挙動が強く、従って境界層における履歴消費エネルギーと非線形化による非共振効果が失なわれるからであろう。

m_H : γ_M に対する影響はほとんどみられないが、たゞ、 $\nu=10$, λ 小の領域で $m_H=16.0$ の場合に γ_M の値が大きくなることがある。

λ : α が小なとき γ_M に対する影響が多少みられるが、確定的な傾向ではなく量的にも小さい。

定量的には Fig. 21 によって明らかであるが、こゝで γ_M の量的な評価の基準として、上部構造の各層が同位相で弾性限変位にある場合の γ_M の値を計算すると次のようになる。

$$\gamma_M = \sum_{i=1}^n \beta_i = 21/9 = 2.333$$

α が大きくなると、 γ_M の値は $\nu=20 \sim 5$ に対して上の値の80~100%に達することが判る。また、例えば、 $m_0=0.5$, $\beta_b=1.0$, $\lambda=0.1$ に対して (55) 式と Table 5 から、 $0.2 \leq \alpha \leq 0.8$, $1.6 \leq m_H \leq 16.0$ の領域における γ_M の上界を計算すると次のようになる。

$$\gamma_M \leq 2.333 [1 + 0.1 (\max_{\alpha, m_H} \max_i \{\gamma_{di}\} - 1)]$$

$$\gamma_M \leq 2.80 \text{ for } \nu=5, \quad \gamma_M \leq 2.56 \text{ for } \nu=10$$

$$\gamma_M \leq 2.76 \text{ for } \nu=15, \quad \gamma_M \leq 2.50 \text{ for } \nu=20$$

この値と比較すると、 $\alpha=0.8$ における γ_M の値はほとんど70~90%に達することが判る。

5. む す び

本論文では、bi-linear 履歴特性を有する1次元剪断形質点系の上部構造物と同様な特性の境界層および有理関数形近似伝達関数で表わされた3次元弾性基礎地盤からなる連成動力学系のランダム性地震外乱波による非線形、非定常応答解析をアナログ計算機により実施するとともに、かような連成動力学系を対象とする場合に生ずる複素固有値問題につき論じ、poly-linear 形非線形動力学系の任意の線形分枝上の単位衝撃マトリックスと一般解の表現を求めた。かくして地盤の動的性状を考慮に入れた動的耐震設計資料の誘導が、この一連の研究^{1),2)}によって可能となることを示した。すなわち、中ないし強震を対象とした確率統計的地震応答解析における共分散マトリックスおよびスペクトル密度マトリックスの表現に必要な線形系の単位衝撃マトリックスおよびそのラプラス変換に相当する伝達マトリックスの解析的表現が具体的な形で求められたし、一方また激震を対象としたかような連成動力学系の非線形、非定常地震応答解析の実用的に可能な方法として本論文で実施した方法が有用であることが検証された。実際こゝで対象とした連成動力学系の動的特性を規定するパラメーター範囲は、上部構造物に対し比較的、剛性、強度ともに大きな境界層と比較的硬い動的性質を与える下部質量-基礎地盤系を想定して設定したので、応答解析の結果明らかになったところでは、本論文に扱ったパラメーター範囲では、境界層と基礎地盤からなる下部構造の動的特性の上部構造の地震応答性状におよぼす影響はそれほど顕著ではないことが判った。地盤の効果を考えないで上部構造物のみを対象にした地震応答解析から得られた適正動力学特性分布の上部構造物モデルを本論文において用いたが、解析結果ではかような上部構造物の地震応答に対しては下部構造の動的特性を表わすパラメーターの効果は比較的小さく、地震応答性状は専ら外乱の強度パラメーター α と周波数パラメーター ν に支配される

が、震答性状の分布は大略適正と判断される。これに対し、境界層応答に対しては、下部質量分布係数 m_0 と境界層の弾性限度分布係数 β_0 が、基礎地盤応答に対しては、下部質量-基礎地盤質量比 m_H および上部-下部構造周波数比が支配的となることが判った。こゝで上部構造の地震応答性状に対してあまり下部構造の動力学的性状の影響がみられなかったのは、上部-下部構造周波数比 λ が小さくて下部構造の連成効果の大きな領域にはっていないこと⁹⁾、境界層の剛性ならびに強度、特に bi-linear 履歴特性の第2分枝の剛性が大き、従って周波数的にも、履歴消費エネルギーの点からも境界層の影響が顕著な領域ではないことに起因すると考えられる^{9),10)}。今後さらに上部構造物に対して動的に同等あるいは比較的柔な下部構造物にも地震応答解析の対象を拡張し本論文に示したような基本応答図を作製する積りである。また上部構造物、境界層ならびに基礎地盤からなる連成動力学系の動力学モデルならびに地震応答性状に大きな影響を有する地震外乱波のパターンにさらに検討、改良を加え、地盤の動力学的特性の影響を妥当に評価した耐震設計資料を導きたい。最後に本論文中、応答計算を実施するに至るまでの地震外乱および連成動力学系に関する数値計算はすべて KDC-1 によったことを報告するとともに、本論文の作製に多大の御協力を戴いた鈴木有氏ならびに小堀研究室の諸兄に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 小堀鐸二, 南井良一郎, 井上豊: 矩形基礎の Ground Compliance とその Simulation について, 京都大学防災研究所年報, 第7号, 昭39.3, pp. 164-178.
- 2) 小堀鐸二, 南井良一郎, 井上豊: Ground Compliance を考慮した構造物の地震応答, 京都大学防災研究所年報, 第7号, 昭39.3, pp. 179-194.
- 3) Thomson, W.T. and Kobori, T.: Dynamical Compliance of Rectangular Foundation on an Elastic Half-space, Journal of Applied Mechanics, 1962, pp. 1-6.
- 4) 小堀鐸二, 南井良一郎: 制震系の解析(制震構造に関する研究1, 2) 日本建築学会論文報告集, 第66号, 昭35.10, pp. 254-264.
- 5) 小堀鐸二, 南井良一郎: 制震系の解析(制震構造に関する研究3, 4) 日本建築学会論文報告集, 第69号, 昭36.10, pp. 405-412.
- 6) 棚橋諒, 小堀鐸二, 南井良一郎: 構造物の動的耐震設計法と地震レスポンス, 京都大学防災研究所年報, 第5号 B, 昭37.3, pp. 1-32.
- 7) Kobori, T. and Minai, R.: Aseismic Design Method of Elasto-plastic Building Structures, Bulletin of Disaster Prevention Research Institute of Kyoto Univ., No. 68, March, 1964, pp. 1-64.
- 8) Tanabashi, R., Kobori, T., Kaneta, K. and Minai, R.: Statistical Properties of Earthquake Accelerograms and Equivalent Earthquake Excitation Pattern, Proc. of the 1st Chilean Sessions on Seismology and Earthquake Engineering, July, 1963, pp. 1-19.
- 9) 棚橋諒, 小堀鐸二, 金多潔, 南井良一郎, 井上豊: 耐震性に及ぼす地盤連成の効果(アナログ・コンピュータによる非線型過渡振動解析6) 日本建築学会論文報告集, 第75号, 昭37.8, pp. 7-12.
- 10) Kobori, T. and Minai, R.: Study on Unstationary Vibration of Building Structure with Plastic Deformation of Substructure, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 1085-1104.