

自 記 水 管 傾 斜 計

江 頭 庸 夫

A RECORDING WATER TUBE TILTMETER

By Tsuneo ETO

Synopsis

To study the volcanic crustal deformations in the vicinity of Volcano Sakura-jima, one component recording water tube tiltmeter was installed in the underground tunnel at the Hiyamizu observation station which belongs to the Sakura-jima Volcanological Observatory.

The recording methods of the apparatus contain two groups: instruments with visual point readings by micrometers, and instruments with continuous recordings by the optical method.

A hardend vinyl chloride tube with an inside diameter of 16 mm. and 45 meters in length serves as the water tube. The sensitivity on the recording photographic paper can be changed to 0.0069 "/mm., 0.011 "/mm. and 0.013 "/mm., by the diameter of the pulley.

Good results have been obtained when this water tube tiltmeter was set in the underground tunnel where the effects of the atmospheric pressure gradient and the temperature change are few.

1. は じ め に

活動期にある火山の周辺地域においては、しばしば特徴のある地殻変動が観測されている。防災研究所附属桜島火山観測所では、火山性地殻変動を調べる目的で、桜島の内外に五カ所の地殻変動観測室を持ち、水平振り型傾斜計、伸縮計などで連続観測を行なっている。さらに、毎年一回、定期的に精密水準測量を実施している。

精密水準測量は、その精度において、信用値の高いデータが得られるが、測量作業には多くの時間と労力とが要求される。次回の測量までの時間的間隔には、おのずから制限があり、連続的な情報を得ることはできない。したがって、地殻の垂直変動に関する連続的記録を得るには、なんらかの新しい観測装置が必要となる。こういう必要と、火山活動に関係する地殻変動を観測する目的で、自記水管傾斜計を試作した。

2. 水管傾斜計の動作

2.1 運動方程式

いま、Fig. 1 の水管傾斜計において、pot 1 の水面に平衡状態からはずれた変位が与えられた場合の、液面の運動を考察する²⁾。水管内部の流体

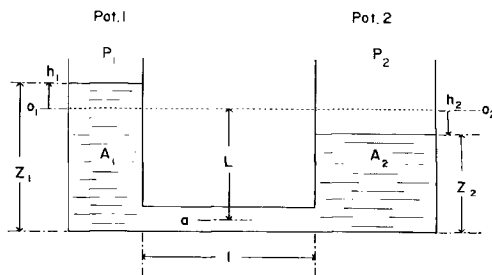


Fig. 1. Diagram of the Water tube Tiltmeter : movement of water in the system.

が非圧縮性の完全流体であり、体積力が保存力の場合には、Euler の方程式より、

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{2} \cdot V^2 \right) + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial s} + g \cdot \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

ただし、

V : 流体の速度 z : 基準面上の高さ P : 流体の圧力
 g : 重力の加速度 ds : 流線の線要素 ρ : 液体の密度

である。Euler の方程式を、流線にそって、pot 1 の水面から pot 2 の水面まで積分すれば、

$$\frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) + \frac{1}{\rho} \cdot (P_2 - P_1) + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{dV_1}{dt} \int_1^2 \frac{A_1}{A(s)} \cdot ds = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。ただし、1, 2 の符号は、それぞれ pot 1, pot 2 の水面における値を示している。Fig. 1 において、各記号は次の意味を持つ。

A_1, A_2 : pot 1, pot 2 の断面積

a : 水管の断面積

l : 水管の長さ

L : 水管の中心から平衡時の水面までの高さ

h_1, h_2 : 平衡状態の水面から、pot 1, pot 2 の水面までの高さ。

そして、

$$\begin{aligned} \frac{dV_1}{dt} \int_1^2 \frac{A_1}{A(s)} \cdot ds &= \left(L + \frac{A_1 l}{a} + \frac{A_1 L}{A_2} \right) \frac{dV_1}{dt} \\ g(z_2 - z_1) &= -g \cdot (h_1 + h_2) \\ &= -g \cdot \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) h_1 \\ \frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) &= -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2} \right) \cdot \left(\frac{dh_1}{dt} \right)^2 \end{aligned}$$

であり、pot 1, pot 2 の水面にかかる気圧が同じであるとすれば、

$$\frac{1}{\rho} (P_2 - P_1) = 0$$

したがって、(1) 式は

$$\left(L + \frac{A_1 l}{a} + \frac{A_1 L}{A_2} \right) \frac{dV_1}{dt} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2} \right) \cdot \left(\frac{dh_1}{dt} \right)^2 - g \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) h_1 = 0$$

各項に ρ をかけ、

$$V_1 = -\frac{dh_1}{dt} = -\frac{dh}{dt}$$

とすれば、

$$\rho \cdot \left(L + \frac{A_1 l}{a} + \frac{A_1 L}{A_2} \right) \cdot \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\rho}{2} \left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2} \right) \cdot \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 + \rho g \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) h = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。上式は完全流体の場合の水管傾斜計の運動方程式である。

実際の水管傾斜計においては、液体は粘性流体であるので、粘性による水管両端における圧力差を考える。

Hagen-Poiseuille の法則により、圧力差 P は、

$$P = 8 \eta l \cdot \frac{u_m}{r^2}$$

である。ただし、 η : 流体の粘性係数、 r : 水管の半径、 u_m : 水管の流体の平均速度である。

$$u_m = \frac{A_1}{a} \cdot \frac{dh_1}{dt} = \frac{A_1}{a} \cdot \frac{dh}{dt}$$

であるから、

$$P = \frac{8\pi\eta l A_1}{a^2} \cdot \frac{dh}{dt}$$

(2) 式に, この項を加えれば,

$$\rho \left(L + \frac{A_1 l}{a} + \frac{A_1}{A_2} L \right) \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\rho}{2} \left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2} \right) \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 + \frac{8\pi\eta l A_1}{a^2} \cdot \frac{dh}{dt} + \rho g \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) h = 0 \quad \dots (2')$$

考えている水管傾斜計においては, $L \ll l$ であり, $a \ll A_1, A_2$, $A_1 \ll A_2$, であるので,

$$L + \frac{A_1 l}{a} + \frac{A_1}{A_2} L \approx \frac{A_1 l}{a}$$

$\left(\frac{dh}{dt} \right)^2$ の係数は, 他の項の係数に比して微小量であるので, この項を無視すれば, (2') 式は

$$\frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{8\pi\eta}{\rho a} \cdot \frac{dh}{dt} + \frac{ga}{A_1 l} \cdot \frac{(A_1 + A_2)}{A_2} \cdot h = 0 \dots \dots \dots (3)$$

となり, 水面の運動は振動の運動方程式で表わされる。

水管傾斜計の記録をとる上で, 地震動, 地殻変動などによって与えられた水面の変位はできるだけ早く減衰することがのぞましい。

$$\frac{8\pi\eta}{\rho a} = 2\beta\omega_0, \quad \frac{ga}{A_1 l} \cdot \frac{(A_1 + A_2)}{A_2} = \omega_0^2$$

とすれば,

$$\frac{d^2 h}{dt^2} + 2\beta\omega_0 \frac{dh}{dt} + \omega_0^2 h = 0 \dots \dots \dots (3')$$

$t=0$ において, $\frac{dh}{dt}=0$, $h=h_0$ と初期条件を与えれば, 臨界減衰の状態 ($\beta=1$) のとき, (3') より

$$h(t) = h_0 \omega_0 t e^{-\omega_0 t} \dots \dots \dots (4)$$

となる。そのときの水管の断面積を a_c 直径を d_c とすれば,

$$a_c^3 = \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot \eta^2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot l}{\rho^2 \cdot g \cdot (A_1 + A_2)}$$

$$d_c = 2 \cdot \left(\frac{\eta}{\rho} \right)^{1/3} \cdot \left\{ \frac{4 l D_1^2 D_2^2}{g (D_1^2 + D_2^2)} \right\}^{1/6} \dots \dots \dots (5)$$

ただし, D_1, D_2 は pot 1, pot 2 の直径である。

冷水観測室に設置した自記水管傾斜計では, $l=45$ m, $D_1=10.4$ cm, $D_2=50.0$ cm であり, $\rho=1$ gr/cm³, $g=980$ cm/sec², $\eta=0.013_0$ poise (10°C の水), 0.011_4 poise (15°C の水), とすれば, (5) より

$$\begin{cases} 10^\circ\text{C} \dots \dots d_c = 16.57 \text{ mm} \\ 15^\circ\text{C} \dots \dots d_c = 15.87 \text{ mm} \end{cases}$$

となる。冷水観測室の温度は, 年間を通じて 14°C~15°C であるので, これらの値に近い市販の硬質塩化ビニール管 (内径 16 mm) をもって水管とした。

変位を与えてから, 平衡状態に達するまでの時間を求めるために, (4) 式より求めた $\frac{h(t)}{h_0}$ の計算値 ($\eta=0.011_4$ poise のとき) と感度検定記録 (Photo. 1) よりの実測値とを, Table 1 に比較した。この水管傾斜計においては, 水面に与えられた変位は, 約 140 sec たてば, はほとんど平衡状態になることがわかる。

2.2 傾斜変化と水面変位

Table 1. Comparison of h/h_0 vs. time obtained from the equation (4) with h/h_0 from a record of the calibration test.

Time	h/h_0	
	calculation	observation
0 sec.	1.00	1.00
20	0.30	0.47
40	0.10	0.05
60	0.025	-0.04
80	0.0056	-0.03
100	0.0012	-0.01
120	0.00023	-0.004
140	0.000045	0.0
160	8.6×10^{-6}	0.0
180	1.6×10^{-6}	0.0

いま, Recording pot の断面積が A_1 , Compensating reservoir の断面積が A_2 , ($A_1 \ll A_2$) なる水管傾斜計を考える (Fig. 2)。

Pot 1 に対して, pot 2 の方が Δh だけ相対的垂直変動を起したとする。両水面はそれぞれ h_1 , h_2 だけ水位を変化させ, しばらくして新しい平衡状態の水面 O_1O_2 になる。中の水を密度 ρ の均質な非圧縮性の液体と考えれば,

$$\begin{cases} \rho \cdot h_1 \cdot A_1 = \rho \cdot h_2 \cdot A_2 \\ \Delta h = h_1 + h_2 \end{cases}$$

である。したがって

$$\begin{cases} h_1 = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \cdot \Delta h \\ h_2 = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \cdot \Delta h \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

$A_1 \ll A_2$ なるように断面積を決めれば, 垂直変動 Δh による水面変位は, 大部分が Recording pot にあらわれることがわかる。

相対的垂直変動量 Δh に対応する傾斜角を ΔT とすると, ΔT は次式で与えられる³⁾。

$$\begin{aligned} \Delta T'' &= \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi} \frac{\Delta h}{l} \\ &= 20.626 \frac{\Delta h (\mu)}{l (\text{cm})} \\ &= \frac{20.626}{l (\text{cm})} \cdot \frac{A_1 + A_2}{A_2} \cdot h_1 (\mu) \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

冷水に設置した水管傾斜計では, $A_1 = 85.6 \text{ cm}^2$, $A_2 = 1962.5 \text{ cm}^2$, $l = 4.5 \times 10^3 \text{ cm}$ である。 $h_1 = 1000 \mu$ に対する $\Delta T''$ は, (7) より $\Delta T = 4.785''$ となる。すなわち, Recording pot の水面変化 1000μ は, 傾斜角の $4.785''$ に相当する。Recording pot の水面変化 $h_1 (\mu)$ を光学的に拡大して記録させるとき, 光学的倍率を Q とすれば, 水管傾斜計の記録紙上の感度 S は, (7) 式を使って, 次式により与えられる。

$$\begin{aligned} S (''/\text{mm}) &= \frac{\Delta T'' \cdot 10^3}{h_1 (\mu) Q} \\ &= \frac{20.626 (A_1 + A_2) \cdot 10^3}{l \cdot A_2 \cdot Q} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

2.3 感度の検定

一度設置した水管傾斜計は, 地面に固定するので, pot 2 に垂直変動を与える方法での感度の検定は不可能である。感度の検定は, ある体積の物質を Compensating reservoir に入れて水面変位を起させる方法が有効である。

密度が1より大で, $V \text{ cm}^3$ なる体積の物体を Compensating reservoir に入れると, はじめ $\Delta h = V/A_2$ だけ水面が上昇する。しばらくたつと, 両水面は平衡状態になる。 V なる物体の投入による両方の水面変化量 $h_1 h_2$ は,

$$\begin{cases} h_1 = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \Delta h = \frac{V}{A_1 + A_2} (\text{cm}) \\ h_2 = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \Delta h = \frac{A_1 \cdot V}{A_2 \cdot (A_1 + A_2)} \end{cases}$$

h_1 を光学的倍率 Q に拡大して記録すれば,

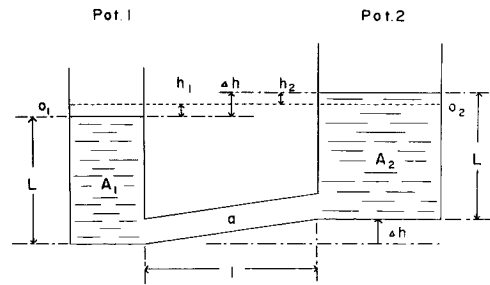


Fig. 2. Movement of water in the system when vertical displacement Δh is given at the pot 2.

$$Q \cdot h_1 (\text{mm}) = \frac{10VQ}{A_1 + A_2}$$

Compensating reservoir の水面に、初め Δh なる変位を与えることは、Recording pot に対して Compensating reservoir に Δh だけ相対的に垂直変動を与えることに等しい。その傾斜角 $\Delta T''$ は (7) 式によって求められる。

$$\begin{aligned} \Delta T &= 20.626 \cdot \frac{\Delta h (\mu)}{l (\text{cm})} \\ &= \frac{20.626 \cdot 10^4 V}{l (\text{cm}) \cdot A_2} \end{aligned}$$

したがって、記録紙上の感度 S は

$$\begin{aligned} S (''/\text{mm}) &= \frac{\Delta T''}{Q \cdot h_1 (\text{mm})} \\ &= \frac{20.626 \cdot 10^4 V}{l} \cdot \frac{A_1 + A_2}{A_2} \cdot \frac{1}{10 \cdot V \cdot Q} \\ &= \frac{20.626 \cdot (A_1 + A_2) \cdot 10^3}{l \cdot A_2 \cdot Q} \end{aligned}$$

となる。この式は、すなわち (8) 式に外ならない。

光学的倍率が Q になるように設計しても、実際に観測する場合には、滑車軸のまさつなどによって Q の値は若干小さくなる。この場合の倍率を Q' とし、 V なる体積の投入によって、記録に $f (\text{mm})$ の変位が記録されたとすると、

$$\begin{aligned} h_1 \cdot Q' &= f \\ \therefore Q' &= \frac{f}{h_1} = \frac{A_1 + A_2}{10 \cdot V} \cdot f \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

そのときの記録紙上の感度 $S' (''/\text{mm})$ は、

$$\begin{aligned} S' (''/\text{mm}) &= \frac{\Delta T''}{f (\text{mm})} \\ &= \frac{20.626 \cdot V \cdot 10^4}{l \cdot A_2 \cdot f} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

したがって、 $V (\text{cm}^3)$ および $f (\text{mm})$ を測定すれば、水管傾斜計の観測感度 S' が求められる。

冷水観測室の水管傾斜計において、光学距離 2 m, 滑車の直径 8 mm, 16 mm および 22 mm の 3 つを用い、 $V = 12 \text{ cm}^3$ の金属製のおもりを用いて感度検定、および減衰時間の記録を得た。滑車の直径 8 mm のものを使用して得られた記録を **Photo. 1** に示し、設計感度と観測感度との比較を、**Table 2** にまとめた。

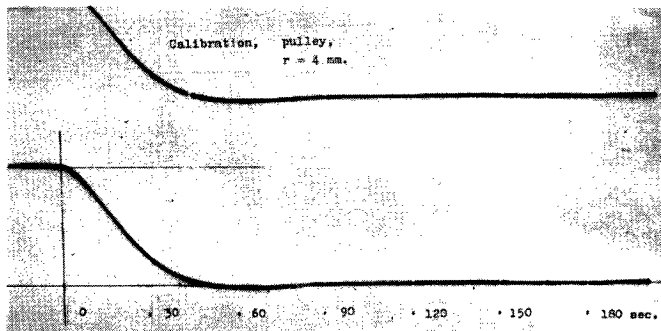


Photo. 1. Calibration. Diameter of the pulley : 8 mm.

Table 2. Comparison of the planned sensitivity on the recording paper with the observed sensitivity.

Optical length : 200 cm. Optical magnification : Q .

Diameter of the pulley.	plan		calibration		
	Q	$S''/\text{mm.}$	f mm.	Q'	$S' ''/\text{mm.}$
8 mm.	1000	0.0048	40.5	692	0.0069
16 mm.	500	0.0096	25.0	427	0.011
22 mm.	364	0.0132	21.0	359	0.013

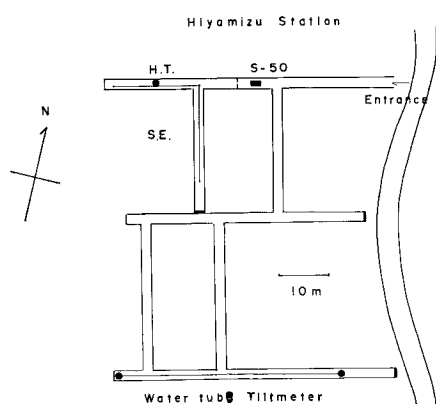


Fig. 3. Hiyamizu observation station.

S-50 : S-50 seismographs (NS, EW).

S.E. : Sassa type Extensometers (NS, EW)

H.T. : Horizontal pendulum type Tiltmeters (NS, EW).



Fig. 4. Position of the Hiyamizu Station and the direction of the recording water tube tiltmeter.

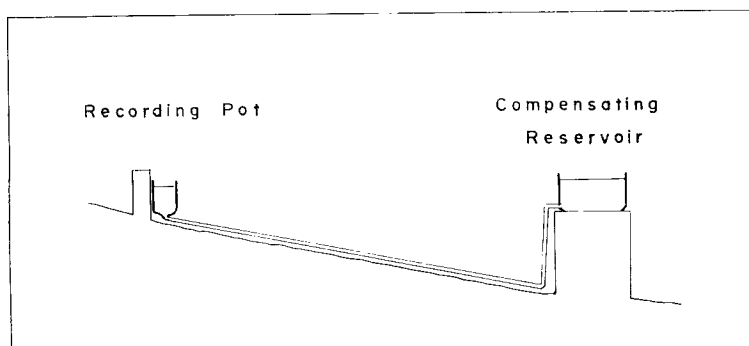


Fig. 5. Arrangement of the water tube.

3. 自記水管傾斜計の製作および観測例

冷水観測室は、いわゆるシラス台地の地下約 30 m の所に掘られた横穴である (Fig. 3)。N76°E 方向の横穴に、自記水管傾斜計を設置した。(Fig. 4)

3.1 水管

(5) 式より計算して得られた $d_c=15.87\%$ (15°C) に近い市販の内径 16% の硬質塩化ビニール管をつないで、45 m の水管とした。横穴は約 1/40 の勾配を持っているが、Fig. 5 のように配管すれば、水を入れれば管内の空気がぬけて、後の観測記録に、管内の空気泡による disturbance がなくなる。塩化ビニール管は工作が容易で、ゴム管に比べれば水もれもほとんどなく、管の吸水による変化も約一カ月たてば安定した。

3.2 Compensating reservoir (pot 2)

内径 50 cm, 深さ 25 cm のステンレス・スチール製のタライである。水面の蒸発を防ぐために、水面にスピンドル油を浮かべた。マイクロメーターによって水面変化を読みとる装置をつけてある。Compensating reservoir の上面をガラスのふたでおおい、ゴミなどが入らないようにした。(Photo. 2)

3.3 Recording pot (pot 1)

内径 10 cm のガラス製の pot, およびマイクロメーターによる水面読取りのために、内径 3 cm のガラス管を並列につないだ。水面にはいずれもスピンドル油を浮かべてある。(Photo. 3)

3.4 光学的記録装置

Recording pot に直径 8 mm の真ちゅう製のフロートを水面に浮かす。このフロートは、50 μ のインバー線で滑車にかけて、counter-balance で釣り下げる。滑車軸に鏡をとりつければ、縦型レコーダーによって、水面の上下変動の連続記録が得られる。用意した滑車は、直径が、8 mm, 16 mm および 22 mm の 3

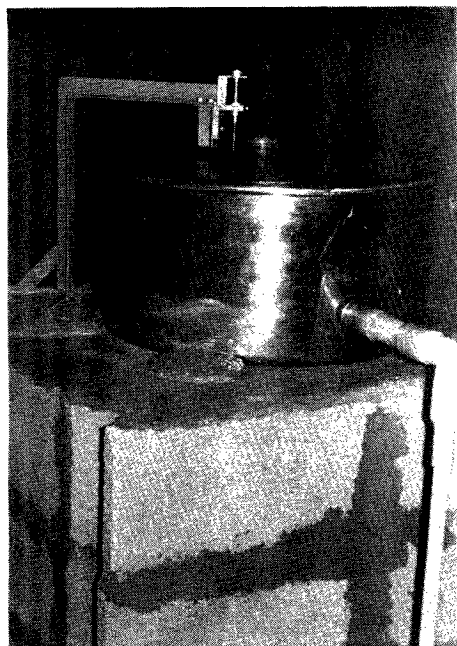


Photo. 2. Compensating Reservoir.

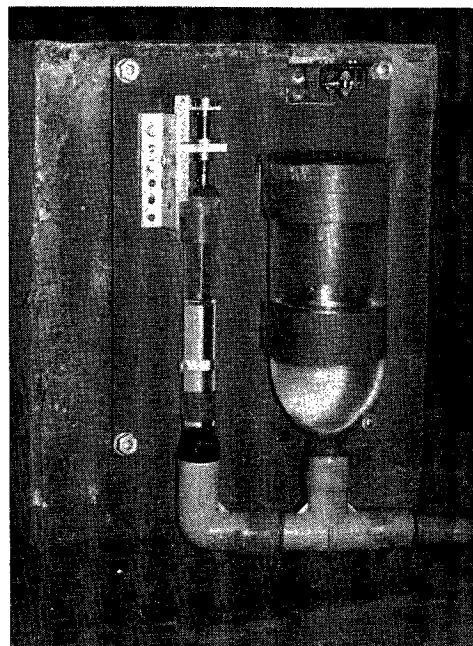


Photo. 3. Recording pot and its Apparatus.

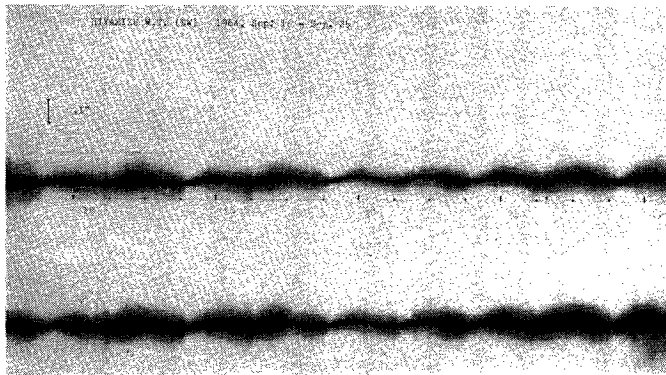


Photo. 6. A record of the Water tube Tiltmeter, in September, 1964.

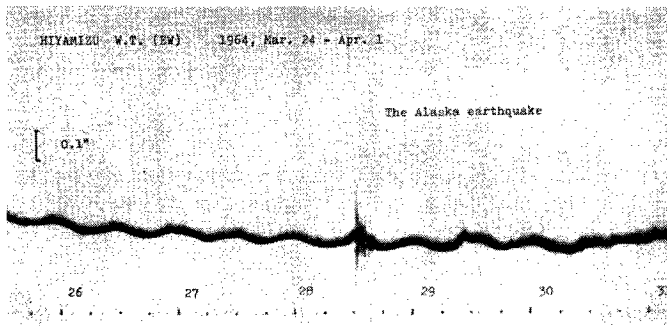


Photo. 7. The Alaska earthquake (28th March, 1964) observed by the Water tube Tiltmeter at the Hiyamizu Station.

3.7 冷水観測室の自記水管傾斜計による観測例

ルーチン観測には、16 mmφ の滑車を用いている。記録紙は1週に1回交換して、交換時に、Compensating reservoir と Recording pot の水面読取りをマイクロメーターで行なっている。

気圧、および温度の水管傾斜計へ与える影響を調べるために、Recording pot の近くに気圧計および温度計を置いて、同時観測を続けている (Photo. 4)。

Photo. 5, 6, 7 に自記水管傾斜計によって得られた記録例を示した。**Photo. 7** は1964年3月28日のアラスカ地震を記録している。この自記水管傾斜計は、傾斜地震計としても有効であるかも知れない。

4. 冷水観測室の自記水管傾斜計によって期待される観測

桜島火山周辺の地殻の変動に関しては、古くからよく調べられていて、1894年より鹿児島湾ぞいに精密水準測量がくり返し行なわれている。1914年の桜島噴火に前後して起った地殻変動に関しては、大森博士⁴⁾がくわしく研究された (Fig. 6)。坪井⁵⁾、宮部⁶⁾両博士は、主として地塊運動の立場から調べられた。坪井によると、G.S.I. BM. 2463 より鹿児島市を經由して BM. 2474 に至る土地は、1891~1914年の間に地塊運動を示した。その傾斜方向は N57°40'E 下りであり、傾斜角は12'となっている。最近茂木は主として弾性論の立場から鹿児島湾ぞいの地殻の垂直変動について論じ、鹿児島湾中心部地下の圧力源によって、その変動

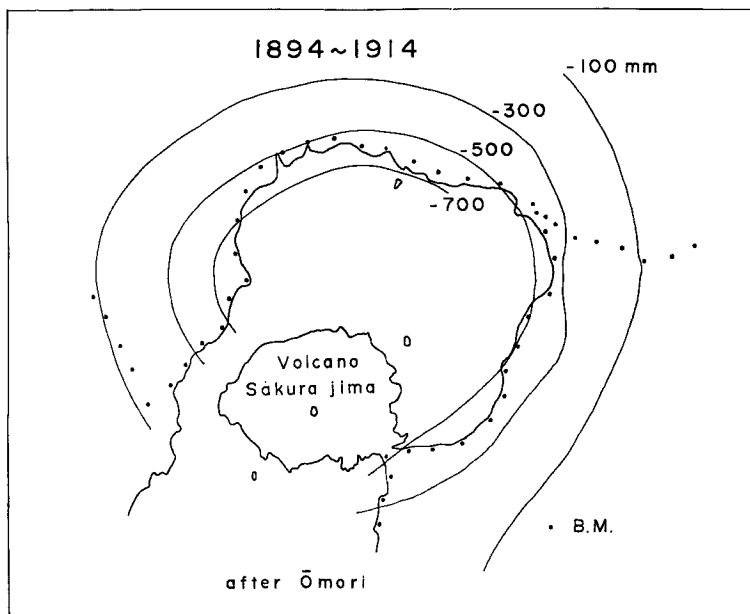


Fig. 6. Contours of change in elevation around the Kinko Bay.
Elevation change was determined by precise level surveys
run in 1894 and repeated in 1914 after the Eruptions.
(after Dr. K. Ōmori)

の機構を説明している⁷⁾。いずれにしろ、桜島の火山活動に前後して、鹿児島湾中心部に中心を持つ、同心円状の土地の隆起、あるいは沈降が生じることが期待される。冷水観測室における水平振り型傾斜計による観測(吉川⁸⁾)にも、それらしい変化があらわれている。

G.S.I. BM. 2467 より BM. 2474 に至る区間が、過去において、大きな垂直変動を示しているので、防災研究所附属桜島火山観測所では、この区間の一等水準路線に10の補助水準点をもうけた。定期的に、この区間の水準測量を実施すれば、鹿児島市より大崎ノ鼻(BM. 2474)に至る間の垂直変動量が求められるであろう。さらに、冷水観測室の自記水管傾斜計によって、この火山性地殻変動の動静が、連続的に観測できるであろうことが将来期待される。

5. お わ り に

自記水管傾斜計の設計ならびに設置にあたって、御指導をいただいた佐々名誉教授、小沢教授に感謝の意を表します。装置の製作をして下さった地球物理学教室の森本喜一郎氏に、深くお礼を申し上げます。冷水観測室における設置ならびに観測にあたっては、吉川助教授はじめ防災研究所附属桜島火山観測所の諸氏の御協力に対して、心から感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) V.F. Bonchkovsky and A.N. Skur'yat: The level Variometer LV, Izv. Geophys. Ser., 1961, pp. 79-90.
- 2) J.P. Eaton: A Portable Water-tube Tiltmeter, Bull. of the Seis. Soc. of Amer., Vol. 49, No. 4, 1959, pp. 301-316.

- 3) 津村建四郎 : 高感度水管傾斜計の試作およびこれによる地球潮汐の観測, 測地学会誌, 第6巻 第3号, 1960.
- 4) F. Ōmori : The Sakura-jima Eruptions and Earthquakes. IV., Bull. Imp. Earthq. Inv. Com., Vol. 8, No. 4, 1920.
- 5) C. Tsuboi : Block Movements as Revealed by Means of Precise Levellings in Some Earthquake Districts of Japan, Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 7, 1929.
- 6) 宮部直巳 : 桜島近傍における地殻の変動について, 地震研究所彙報, 12巻, 1934.
- 7) K. Mogi : Relations between the Eruptions of Various volcanoes and the Deformations of the Ground Surfaces around them. Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 36, 1958.
- 8) K. Yoshikawa : On the Crustal Movement Accompanying with the Recent Activity of the Volcano Sakurajima (Part 2), Bull. Dis. Prev. Res. Inst., No. 50, Feb. 1962.