

# 残留応力をもつH形断面柱の 偏心圧縮座屈耐力について

## その1 理想断面の場合

若 林 実・辻 文 三

### ULTIMATE STRENGTH OF ECCENTRICALLY LOADED WIDE FLANGE COLUMNS WITH RESIDUAL STRESSES

#### PART 1, ON IDEAL I-SECTION

By *Minoru* WAKABAYASHI and *Bunzo* TSUJI

#### Synopsis

The existence of residual stresses reduces the buckling strength of columns, because of early yielding that occurs locally at certain portions of the cross section. Ultimate strength of eccentrically loaded columns is determined for the ideal I-section containing linearly distributed residual stresses. The reduction in ultimate strength is more pronounced, as result of residual stresses, for members bent about the weak axis than about the strong axis. The influence of residual stresses decreases as the eccentricity increases.

#### 1. 序

鋼構造物、鋼構造部材には、その製造過程において受ける熱サイクル、強制変形等による塑性変形に伴って残留応力が存在している。一つの部材について考えると、熱サイクルによる残留応力は材端部を除けば材軸に沿ってほぼ一様に分布しているものと考えられ、その分布形、大きさは断面形、温度分布（冷却条件）、材質等により異なる。H形断面、箱形断面等軸対称断面材は、断面の対称軸に関して対称な熱サイクルを受ければ、残留応力も軸対称に分布する。しかし対称軸をもたない断面材、または対称軸に関して対称な熱サイクルを受けない材では残留応力も対称形には分布しない。歪矯正等強制変形に伴う残留応力は一般に非対称形に分布し、材軸に沿っても一様に分布せず局所的なものである。構造物の挙動はこの残留応力により種々の影響を受けるが、その効果は断面内における残留応力の分布形、大きさにより異なる。中心軸圧を受ける材の座屈耐力と残留応力の関係については、二軸対称断面であるH形断面、箱形断面、一軸対称断面である山形断面、T形断面等に関して若干の実験的、理論的研究があり、中程度の細長比をもつ材では残留応力の影響が大きいことが認められている。ここでは偏心軸圧を受ける部材の座屈耐力が残留応力によりどの程度影響を受けるかを二軸対称断面であるH形断面を例に検討する。偏心軸圧を受ける材の座屈耐力は Kärman, Chwalla の方法により厳密に求め得るが非常に繁雑な計算を必要とする。Jezek は略解法として、材のたわみ曲線を仮定し、中央部断面の釣合式のみを用いて比較的簡単に座屈耐力を求め得ることを示しており、この略解法による耐力は、厳密解、実験値によく一致する。本報では Jezek の略解法に基づき、残留応力をもつ理想断面柱について、両主軸まわりの偏心圧縮曲げ座屈耐力式を導き、若干の数値計算を行こなって、偏心圧縮柱の耐力と残留応力の大きさとの関係を検討した。

## 2. 座屈耐力式

残留応力をもつ材の偏心圧縮座屈耐力を求めるために以下の仮定を設ける。

- (1) 材は無載荷状態で真直であり、たわみ曲線は Fig. 1 に示すように正弦半波形である。
- (2) 荷重により生ずるひずみは平面保持の法則に従う。

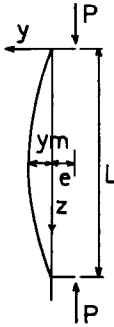


Fig. 1 Column Deflection.

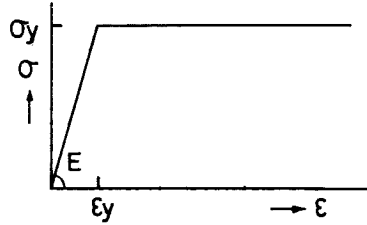


Fig. 2 Stress Strain Relation.

- (3) 材の応力-ひずみ関係は Fig. 2 に示すように理想弾塑性である。
- (4) 軸方向力及び曲げモーメントの釣合式は中央部断面のみで成立する。
- (5) 残留応力は材軸方向に一様に分布する。
- (6) 断面は少なくとも一軸対称形であり、残留応力はこの軸に関して対称に分布する。
- (7) 偏心は断面の対称軸上にあり、ねじれ変形は防止されている。

上記の仮定により、断面のひずみ分布は二つの独立な量を決めれば決定し、Fig. 3 に示すように残留応力分布を決めれば応力分布は定まる。残留応力を  $\sigma_r$ 、荷重による付加応力を  $\sigma_0$  とすれば、軸方向力、曲げモーメントの釣合式は

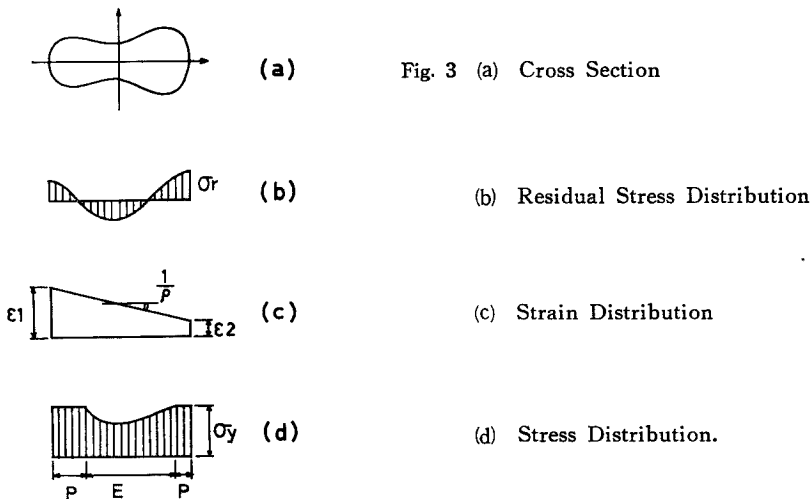


Fig. 3 (a) Cross Section

(b) Residual Stress Distribution

(c) Strain Distribution

(d) Stress Distribution.

$$N = \iint_A (\sigma_r + \sigma_0) dx dy \dots\dots\dots(1)$$

$$M = \iint_A (\sigma_r + \sigma_0) y dx dy \dots\dots\dots(2)$$

残留応力は無載荷状態で存在している応力であるから

$$\iint_A \sigma_r dx dy = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\iint_A \sigma_r y dx dy = 0 \dots\dots\dots(4)$$

となる。従って釣合式は以下のように荷重による付加応力のみでも示すことが出来る。

$$N = \iint_A \sigma_0 dx dy \dots\dots\dots(5)$$

$$M = \iint_A \sigma_0 y dx dy \dots\dots\dots(6)$$

たわみ曲線は Fig. 1 に示すように

$$y = y_m \sin \frac{\pi z}{L} \dots\dots\dots(7)$$

中央部断面の曲率  $1/\rho$  は

$$y'' = \frac{1}{\rho} = -\frac{\pi^2}{L^2} y_m \dots\dots\dots(8)$$

中央部断面の軸方向力、曲げモーメントの釣合式は

$$N = N(\rho, \varepsilon_i, \sigma_r) = P \dots\dots\dots(9)$$

$$M = M(\rho, \varepsilon_i, \sigma_r) = P(y_m + e) \dots\dots\dots(10)$$

ここで  $\varepsilon_i$  は  $\rho$  と共にひずみ分布を規定する量である。(8), (9), (10) 式より  $\rho, \varepsilon_i$  を消去すれば、軸力  $P$  と材中央部のたわみ  $y_m$  の関係は

$$F = F(P, y_m, L, e, \sigma_r) = 0 \dots\dots\dots(11)$$

または

$$P = P(y_m, L, e, \sigma_r) \dots\dots\dots(12)$$

従って座屈耐力は

$$\frac{dF}{dy_m} = \frac{\partial F}{\partial P} \frac{dP}{dy_m} + \frac{\partial F}{\partial y_m} = 0 \dots\dots\dots(13)$$

即ち

$$\frac{\partial F}{\partial y_m} = 0 \dots\dots\dots(14)$$

または

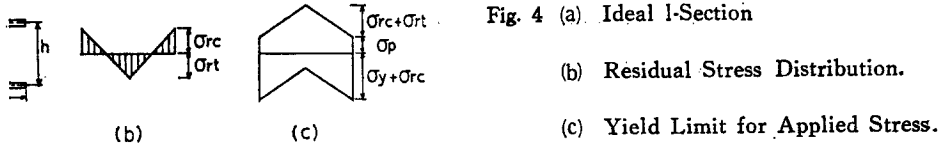
$$\frac{dP}{dy_m} = 0 \dots\dots\dots(15)$$

により求まる。

Fig. 4 (a) に示すような理想断面について以下に座屈耐力式を導く。各フランジの残留応力分布を Fig. 4 (b) に示すように二本の直線で示せば、(3), (4) 式の関係から最大圧縮残留応力  $\sigma_{rc}$  と最大引張残留応力  $\sigma_{rt}$  とは相等しくなる。材の応力-ひずみ関係は Fig. 2 に示すように理想弾塑性であるから、付加応力が弾性的に挙動出来る限界は Fig. 4 (c) に示すような領域となり、付加応力はこの領域を越えることはない。

2-2 強い軸(X軸)まわりの座屈

Fig. 5 に示すように曲げ圧縮フランジをフランジ 1、曲げ引張フランジをフランジ 2 とする。各フランジのひずみを  $\varepsilon_i$ 、作用軸力を  $N_i$  ( $i=1, 2$ ) とする。応力分布が Fig. 6 (a), (b), (c) のとき  $N_i$  はそれぞれ



$$N_t = E \epsilon_i b t \dots\dots\dots(16)$$

$$N_t = \frac{bt}{4 \sigma_{rc}} [-(E \epsilon_i)^2 + 2(\sigma_y + \sigma_{rc}) E \epsilon_i - (\sigma_y - \sigma_{rc})^2] \dots\dots\dots(17)$$

$$N_t = \frac{bt}{4 \sigma_{rc}} [(E \epsilon_i)^2 + 2(\sigma_y + \sigma_{rc}) E \epsilon_i + (\sigma_y - \sigma_{rc})^2] \dots\dots\dots(17')$$

座屈問題のみを取り扱うので、全断面についての応力分布状態は軸方向圧縮力を受けていること、たわみの増大に対して軸方向力は減少しないことを考慮すれば、Table 1 に示すような4種類が考えられる。但し Table 中の記号 a, b, c は Fig. 6 の記号に対応する。

Table 1

Patern	A	B	C	C'
Flange 1	a	b	b	b
Flange 2	a	a	b	c

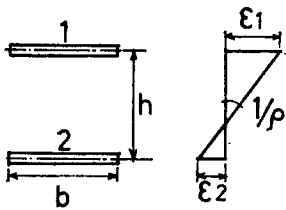


Fig. 5 Strain Distribution.

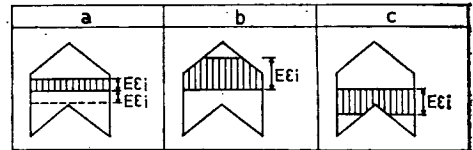


Fig. 6 Stress Distribution Patern.

2. 1. 1) 応力状態A.

全断面が弾性応力状態であり、座屈荷重は Euler の座屈荷重に等しくなる。

2. 1. 2) 応力状態B

中央部断面における軸方向力、曲げモーメントの釣合式は

$$P = N_1 + N_2 = \frac{bt}{4 \sigma_{rc}} [-(E \epsilon_1)^2 + 2(\sigma_y + \sigma_{rc}) E \epsilon_1 - (\sigma_y - \sigma_{rc})^2 + 4 \sigma_{rc} E \left( \epsilon_1 + \frac{h}{\rho} \right)] \dots\dots(18)$$

$$M = \frac{h}{2} (N_1 - N_2) = \frac{bt h}{8 \sigma_{rc}} [-(E \epsilon_1)^2 + 2(\sigma_y + \sigma_{rc}) E \epsilon_1 - (\sigma_y - \sigma_{rc})^2 - 4 \sigma_{rc} E \left( \epsilon_1 + \frac{h}{\rho} \right)] = P (y_m + e) \dots\dots(19)$$

ここで  $m = \frac{2e}{h}$ ,  $\beta = \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}$ ,  $\delta = \frac{y_m}{h}$ ,  $\alpha_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}$ ,  $\alpha_e = \frac{\sigma_e}{\sigma_y}$  とすれば、座屈条件式より座屈耐力は

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \left[ 1 - \frac{2\beta \left(1 - \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e}\right)^2 + m\alpha_{cr} \left(2 - \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e}\right)^2}{(1 + \beta - \alpha_{cr}) \left(2 - \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e}\right)^2 - 2\beta} \right] \dots\dots\dots(20)$$

2. 1. 3) 応力状態 C

中央部断面における軸方向力, 曲げモーメントの釣合式は

$$P = N_1 + N_2 = \frac{bt}{4\sigma_{rc}} \left\{ -E^2 \left[ \varepsilon_1^2 + \left( \varepsilon_1 + \frac{h}{\rho} \right)^2 \right] - 2(\sigma_y - \sigma_{rc})^2 + 2E(\sigma_y + \sigma_{rc}) \left( 2\varepsilon_1 + \frac{h}{\rho} \right) \right\} \dots\dots\dots(21)$$

$$M = \frac{h}{2}(N_1 - N_2) = \frac{bth}{8\sigma_{rc}} \left\{ E^2 \left[ \left( \varepsilon_1 + \frac{h}{\rho} \right)^2 - \varepsilon_1^2 \right] + 2E(\sigma_y + \sigma_{rc}) \left( \frac{h}{\rho} \right) \right\} = P(y_m + e) \dots\dots\dots(22)$$

軸方向力と中央部のたわみの関係は

$$\alpha_{cr} = \frac{\alpha_e \delta}{2m\beta} \left[ \sqrt{\beta(1 - \alpha_{cr}) - (\alpha_e \delta)^2} + \beta - 1 \right] \dots\dots\dots(23)$$

座屈条件式は

$$\alpha_{cr} = \frac{\alpha_e}{\beta} \frac{(1 - \alpha_{cr})\beta - 2(\alpha_e \delta)^2}{\sqrt{(1 - \alpha_{cr})\beta - (\alpha_e \delta)^2}} \dots\dots\dots(24)$$

(23), (24) 式より座屈耐力を求めると。

2. 1. 4) 応力状態 C'

中央部断面における軸方向力, 曲げモーメントの釣合式は

$$P = N_1 + N_2 = \frac{bt}{4\sigma_{rc}} \left\{ 2E\varepsilon_1 \left[ 2(\sigma_y + \sigma_{rc}) + \frac{Eh}{\rho} \right] + 2(\sigma_y + \sigma_{rc}) \left( \frac{Eh}{\rho} \right) + \left( \frac{Eh}{\rho} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(25)$$

$$M = \frac{h}{2}(N_1 - N_2) = \frac{bth}{8\sigma_{rc}} \left[ -2(E\varepsilon_1)^2 - 2(E\varepsilon_1 + \sigma_y + \sigma_{rc}) \left( \frac{Eh}{\rho} \right) - \left( \frac{Eh}{\rho} \right)^2 - 2(\sigma_y - \sigma_{rc})^2 \right] = P(y_m + e) \dots\dots\dots(26)$$

軸方向力と中央部のたわみの関係は

$$8\alpha_{cr}\beta \left( \delta + \frac{m}{2} \right) = 4\beta - (1 + \beta - 2\delta\alpha_e)^2 - 4 \left( \frac{\beta\alpha_{cr}}{1 + \beta - 2\delta\alpha_e} \right)^2 \dots\dots\dots(27)$$

座屈条件式は

$$4\beta\alpha_e\alpha_{cr} = (1 + \beta - 2\delta\alpha_e)^2 \left[ \sqrt{(1 + \beta - 2\delta\alpha_e)^2 + 4\alpha_e^2} - (1 + \beta - 2\delta\alpha_e) \right] \dots\dots\dots(28)$$

(27), (28) 式より座屈耐力を求めると。

2-2 弱い軸 (Y 軸) まわりの座屈

断面内の応力分布状態は強い軸まわりの場合と同様な条件のもとで考えれば, Fig. 7 に示すような6種類が考えられる。重心から圧縮側塑性域の境界までの距離を  $X_1, X_2$ , 引張側塑性域の境界までの距離を  $X_2'$  とし, 残留応力分布の勾配を  $E\varphi$  とする。

2. 2. 1) 応力状態 D

全断面が弾性応力状態であり, 座屈荷重は Euler の座屈荷重に等しい。

2. 2. 2) 応力状態 E

中央部断面における軸方向力, 曲げモーメントの釣

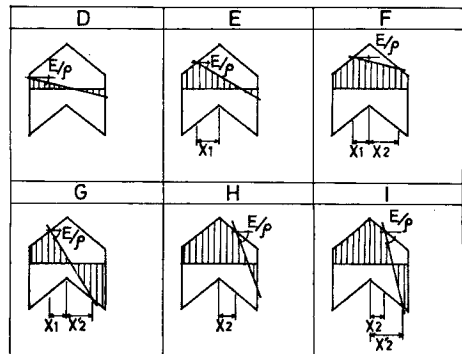


Fig. 7 Stress Distribution Pattern.

合式は

$$\frac{P}{2t} = b(\sigma_y + \sigma_{rc}) - \frac{1}{2} E \left( \varphi - \frac{1}{\rho} \right) b^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{X_1}{b} \right)^2 \dots\dots\dots(29)$$

$$\frac{M}{2t} = -\frac{1}{6} E \frac{b^3}{\rho} \left[ \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left( \frac{X_1}{b} \right) - \left( \frac{X_1}{b} \right)^3 \right] - \frac{2}{3} \sigma_{rc} b^2 \left[ \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \left( \frac{X_1}{b} \right) + \left( \frac{X_1}{b} \right)^3 \right] = \frac{P}{2t} (y_m + e) \dots\dots\dots(30)$$

座屈耐力は

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \left[ 1 - \frac{2\beta + \alpha_{cr} \left( m - 2 \frac{\beta}{\alpha_e} \right)}{3(1+\beta) - 3\alpha_{cr}} \right]^3 \dots\dots\dots(31)$$

但し  $m = \frac{6e}{b}$

### 2. 2. 3) 応力状態F

中央部断面における軸方向力，曲げモーメントの約合式は

$$\frac{P}{2t} = b \left\{ \sigma_y - \frac{1}{2} E \varphi b \left[ \left( \frac{X_1}{b} \right)^2 + 2 \left( \frac{X_1}{b} \right) \left( \frac{X_2}{b} \right) - \left( \frac{X_2}{b} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \frac{E b}{\rho} \left( \frac{X_1 + X_2}{b} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(32)$$

$$\begin{aligned} \frac{M}{2t} &= \frac{E \varphi b^3}{6} \left[ - \left( \frac{X_1}{b} \right)^3 + 3 \left( \frac{X_1}{b} \right) \left( \frac{X_2}{b} \right)^2 - 2 \left( \frac{X_2}{b} \right)^3 \right] \\ &+ \frac{1}{6} \frac{E b^3}{\rho} \left[ \left( \frac{X_1}{b} \right)^3 - 3 \left( \frac{X_1}{b} \right) \left( \frac{X_2}{b} \right)^2 - 2 \left( \frac{X_2}{b} \right)^3 \right] = \frac{P}{2t} (y_m + e) \dots\dots\dots(33) \end{aligned}$$

座屈耐力は

$$\alpha_{cr} = -\frac{1}{18} \frac{\beta \alpha_{cr}}{\alpha_e} \left[ 1 - \frac{1 - \alpha_{cr}}{\beta \left( \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e} \right)^{\frac{2}{3}}} \right]^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(34)$$

(34) 式からわかるように，この応力分布状態に対する座屈耐力は求まらない。すなわちこの応力分布状態では，いかなる偏心，材長，残留応力の大きさに対しても，軸力とたわみの関係は単調に増大するのみである。

### 2. 2. 4) 応力状態G

中央部断面における軸方向力，曲げモーメントの約合式は

$$\frac{P}{2t} = b \left[ 2\sigma_y \left( \frac{X_2'}{b} \right) + E \varphi b \left( \frac{X_2'}{b} \right)^2 - \frac{1}{2} E \left( \varphi - \frac{1}{\rho} \right) b \left( \frac{X_1 + X_2'}{b} \right)^2 \right] \dots\dots\dots(35)$$

$$\begin{aligned} \frac{M}{2t} &= b^2 \sigma_y \left[ \frac{1}{4} - \left( \frac{X_2'}{b} \right)^2 \right] - \frac{1}{6} E \left( \varphi - \frac{1}{\rho} \right) b^3 \left[ \left( \frac{X_1}{b} \right)^3 - 3 \left( \frac{X_1}{b} \right) \left( \frac{X_2'}{b} \right)^2 \right] \\ &- \frac{1}{3} E \left( \varphi + \frac{1}{\rho} \right) b^3 \left( \frac{X_2'}{b} \right)^3 = \frac{P}{2t} (y_m + e) \dots\dots\dots(36) \end{aligned}$$

座屈耐力は

$$\alpha_{cr} = \frac{(1+\beta)^3}{\alpha_e^2 \left( \frac{3-\beta}{3\alpha_{cr}} - \frac{\alpha_{cr}}{1-\beta} + \frac{4}{3} \frac{\beta}{\alpha_e} - \frac{2}{3} m \right)^3} \dots\dots\dots(37)$$

### 2. 2. 5) 応力状態H

中央部断面における軸方向力，曲げモーメントの約合式は

$$\frac{P}{2t} = b \left[ \sigma_y + \frac{1}{2} E b \left( \varphi + \frac{1}{\rho} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{X_2}{b} \right)^2 \right] \dots\dots\dots(38)$$

$$\frac{M}{2t} = -\frac{E b^3}{6} \left( \varphi + \frac{1}{\rho} \right) \left( 1 + \frac{X_2}{b} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{X_2}{b} \right)^2 = \frac{P}{2t} (y_m + e) \dots\dots\dots(39)$$

座屈耐力は

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \left[ 1 - \frac{\alpha_{cr} \left( 2 \frac{\beta}{\alpha_e} + m \right)}{3 - 3\alpha_{cr}} \right]^3 \dots\dots\dots(40)$$

## 2. 2. 6) 応力状態 I

中央部断面における軸方向力，曲げモーメントの釣合式は

$$\frac{P}{2t} = b \left[ \frac{1}{2} E b \left( \varphi + \frac{1}{\rho} \right) \left( \frac{X_2 - X_2'}{b} \right)^2 + 2\sigma_y \left( \frac{X_2}{b} \right) \right] \dots\dots\dots(41)$$

$$\frac{M}{2t} = b^2 \left\{ \sigma_y \left[ \frac{1}{4} - \left( \frac{X_2}{b} \right)^2 \right] + 2 \frac{\sigma_y^2 \left( \frac{X_2}{b} \right)}{E b \left( \varphi + \frac{1}{\rho} \right)} - \frac{4}{3} \frac{\sigma_y^2}{E^2 b^2 \left( \varphi + \frac{1}{\rho} \right)^2} \right\} = \frac{P}{2t} (y_m + e) \dots\dots\dots(42)$$

座屈耐力は

$$\alpha_{cr} = \frac{1}{\alpha_e^2 \left( \frac{1}{\alpha_{cr}} - \alpha_{cr} - \frac{4}{3} \frac{\beta}{\alpha_e} - \frac{2}{3} m \right)^2} \dots\dots\dots(43)$$

## 2-3 応力状態の境界

各応力分布状態に対する座屈耐力は前述の方法で求まるが，与えられた材長，偏心量，残留応力の大きさに対して真の座屈条件式は唯一つである。しかしながら与えられた条件に対して，あらかじめ真の座屈条件式を見出すことは困難であり，求めた座屈耐力が仮定した応力分布状態に適合しているかどうかを検定しなければならない。ここでは各応力分布状態が座屈曲線上どのような領域にあるかを見出して置く。

## 2. 3. 1) 強い軸 (X軸) まわりの座屈の場合

各応力分布状態の間の関係は Fig. 8 (a) に示すようになる。応力分布状態 B においては

$$\frac{E \varepsilon_2}{\sigma_y} = 2\alpha_{cr} + 4\beta \left[ \frac{\alpha_e - \alpha_{cr}}{2\alpha_e - \alpha_{cr}} + \frac{\alpha_e^2}{(2\alpha_e - \alpha_{cr})^2} - \frac{3}{4} \right] - 1 \dots\dots\dots(44)$$

従って応力状態 B と C の境界は

$$\frac{E \varepsilon_2}{\sigma_y} = 1 - \beta \dots\dots\dots(45)$$

応力状態 B と C' の境界は

$$\frac{E \varepsilon_2}{\sigma_y} = \beta - 1 \dots\dots\dots(46)$$

より求まる。

Fig. 8 (b) に残留応力の最大値と降伏応力  $\sigma_y$  との比  $\beta$  が 0.2~1.0 について各応力状態の境界を示した。鎖線は (45) 式に対応する。各  $\beta$  の値に応じて鎖線の上部が応力状態 C に，鎖線と実線の間が応力状態 B に，実線の下部が応力状態 C' に対応する。 $\beta$  が 1.0 のときには応力状態 B は存在しない。

## 2. 3. 2) 弱い軸 (Y軸) まわりの座屈の場合

各応力状態の間の関係は Fig. 9 (a) に示すようになる。

応力状態 E と H の境界は

$$\frac{X_1}{b} = -\frac{1}{2} + \left( \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e} \right)^{\frac{1}{3}} = 0 \dots\dots\dots(47)$$

応力状態 I と H の境界は

$$\frac{X_2'}{b} = \frac{1}{2} \alpha_{cr} + \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots(48)$$

応力状態 I と G の境界は

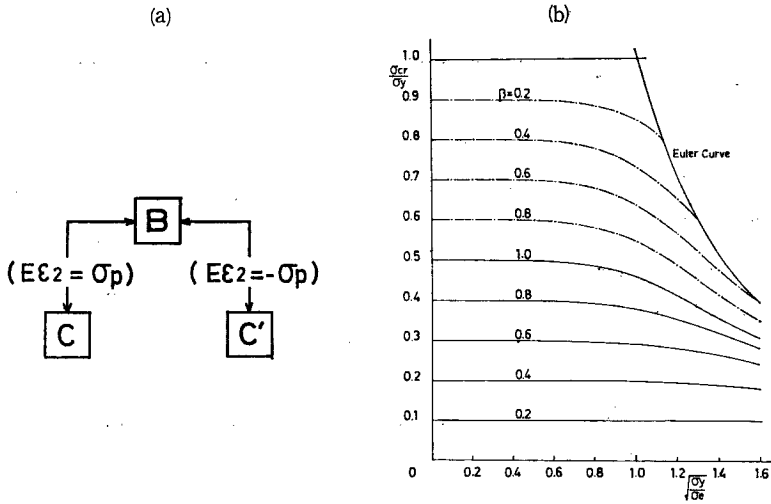


Fig. 8 Pattern Classification (bending about X-axis).

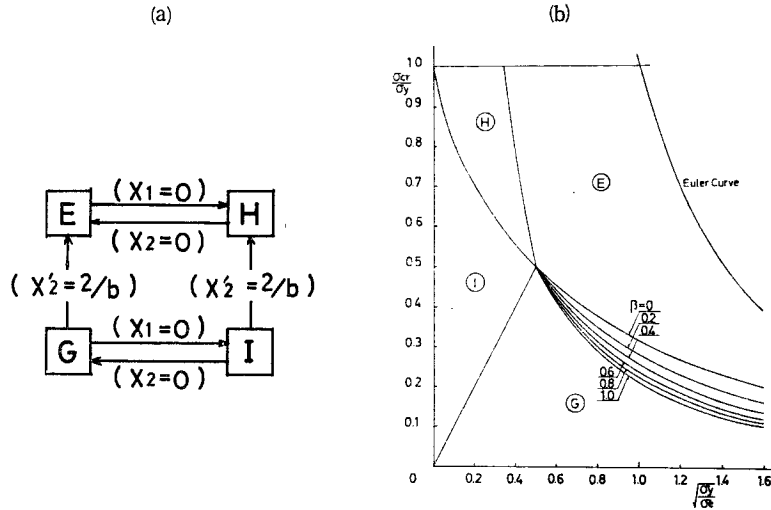


Fig. 9 Pattern Classification (bending about Y-axis).

$$\frac{X_2}{b} = \frac{1}{2} \alpha_{cr} - \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e} \right)^{\frac{1}{3}} = 0 \quad \dots\dots\dots(49)$$

応力状態GとEの境界は

$$\frac{X_2'}{b} = \frac{1}{2} \frac{1}{\beta} \left( \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e} \right)^{\frac{1}{3}} \left\{ \left[ \beta^2 + \frac{1+4\beta\alpha_{cr}}{4} \left( \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_e} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{2}} + \beta \right\} - 1 = \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots(50)$$

(47) ~ (50) 式の関係を Fig. 9 (b) に示す。応力状態GとEの境界のみが残留応力の大きさに応じて変わり、他の場合はすべて残留応力の大きさに無関係に定まる。 $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}$  が 0.5,  $\sqrt{\frac{\sigma_y}{\sigma_e}} = 0.5$  においてすべての境界が1点に交わる。これは  $X_1, X_2$  が 0,  $X_2'$  が  $0.5b$  に対応している。



3. 計算結果とその検討

Fig. 10, 11 に強い軸まわり及び弱い軸まわりの偏心圧縮座屈耐力，中心圧縮座屈荷重を示す。図の縦軸は座屈耐力を降伏応力で除した無次元量，横軸は細長比に比例する無次元量である。中心圧縮座屈荷重は Tangent-Modulus 理論に基づいて求めたものである。すなわち荷重が増大すれば，断面内で圧縮残留応力を生じている部分から漸次塑性応力状態になる。このときの断面の弾性領域の曲げ剛性を  $EI_0$  とすれば座屈荷重は

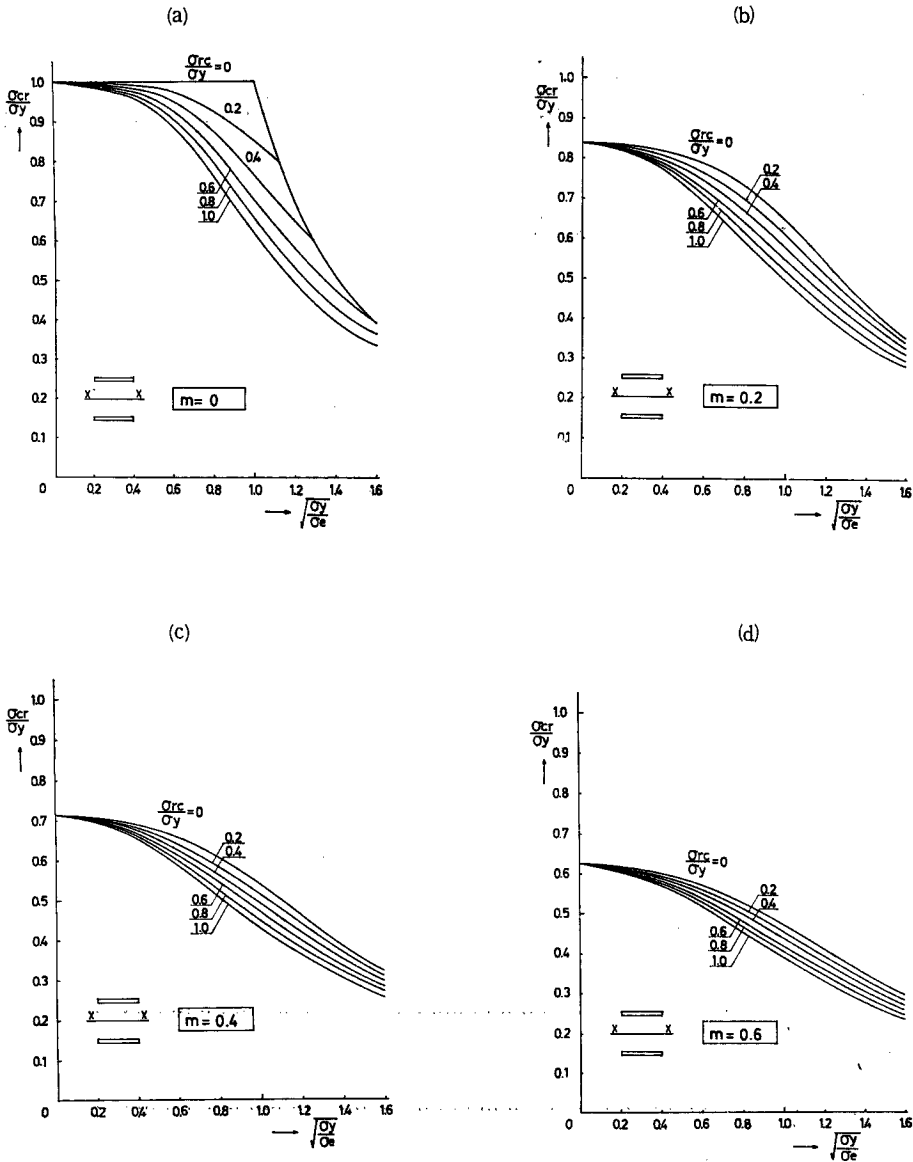


Fig. 10 Column Curve (bending about X-axis).

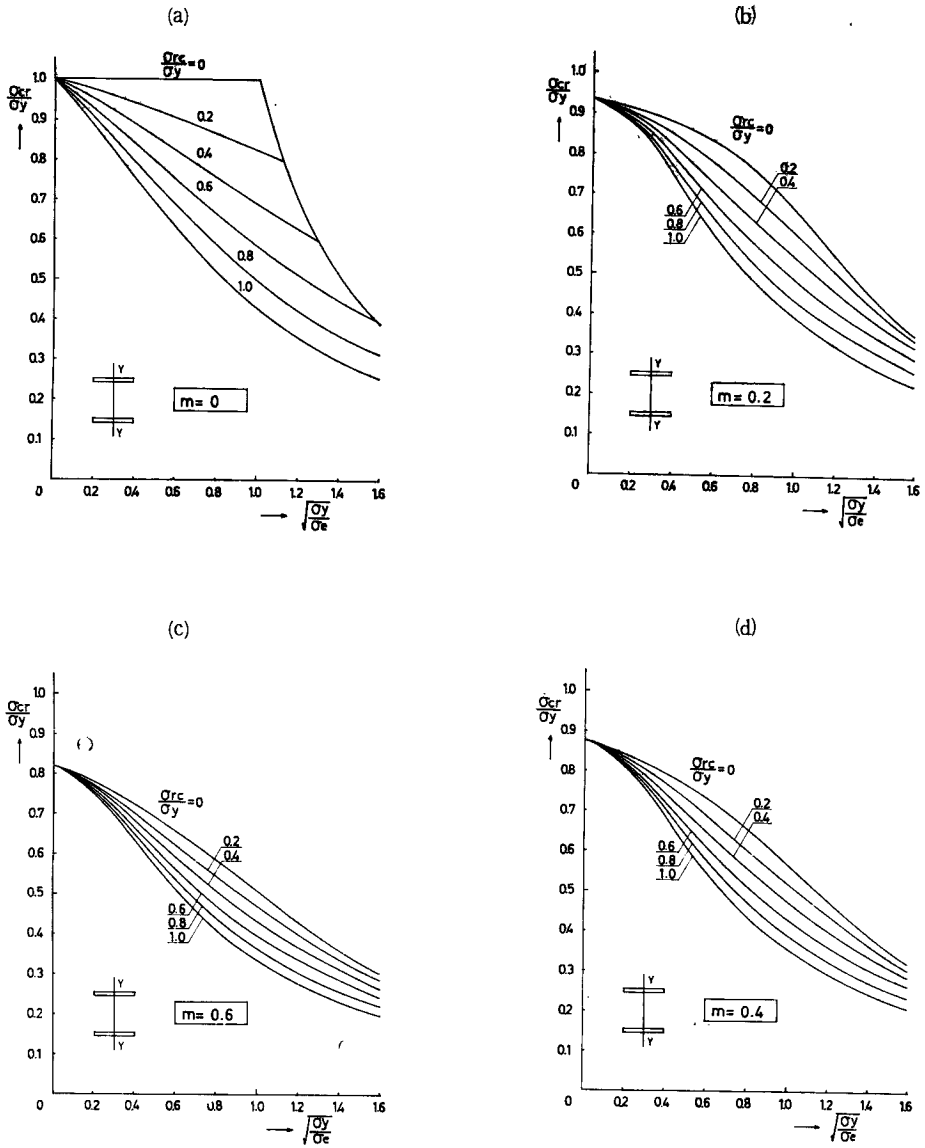


Fig. 11 Column Curve (bending about Y-axis).

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_e}{L^2} \dots\dots\dots(51)$$

従ってX軸, Y軸に関する曲げ座屈応力はそれぞれ

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \sqrt{\frac{1 - \alpha_{cr}}{\beta}} \dots\dots\dots(52)$$

$$\alpha_{cr} = \alpha_e \left( \frac{1 - \alpha_{cr}}{\beta} \right)^{3/2} \dots\dots\dots(53)$$

Fig. 10, 11 (a) にX軸, Y軸に関する中心圧縮座屈曲線を示す。X軸に関する座屈曲線は上に凸な曲線を示し、横軸 $\sqrt{\frac{\sigma_y}{\sigma_e}}=1.0$  すなわち細長比  $\lambda = \pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}$  を中心とした領域で残留応力の影響が大きい、短柱域ではあまり大きくない。Y軸に関する座屈曲線はほぼ直線に近く、残留応力の影響は短柱域でもかなり大きい。Fig. 10, 11 の (b), (c), (d) に偏心率  $m=0.2, 0.4, 0.6$  の場合の座屈曲線を示す。中心圧縮を受ける柱の座屈応力は比例限度力を越える領域で残留応力の影響を受け、比例限度力を越えない領域、すなわち長柱域では残留応力の影響を受けない。一方不安定現象のない場合、断面の耐力、すなわち  $M-N$  Interaction は残留応力に影響されない。偏心圧縮柱の座屈耐力に対する残留応力の影響はこの両者の中間的なものである。Fig. 12, 13 に偏心圧縮柱の座屈耐力に対する残留応力の影響当量を示す。縦軸 $\nu$ は残留応力 $\beta$ なる柱の偏心圧縮座屈力と  $\beta=0$  の柱の偏心圧縮座屈耐力の比であり、横軸は細長比に比例する無次元量である。中心

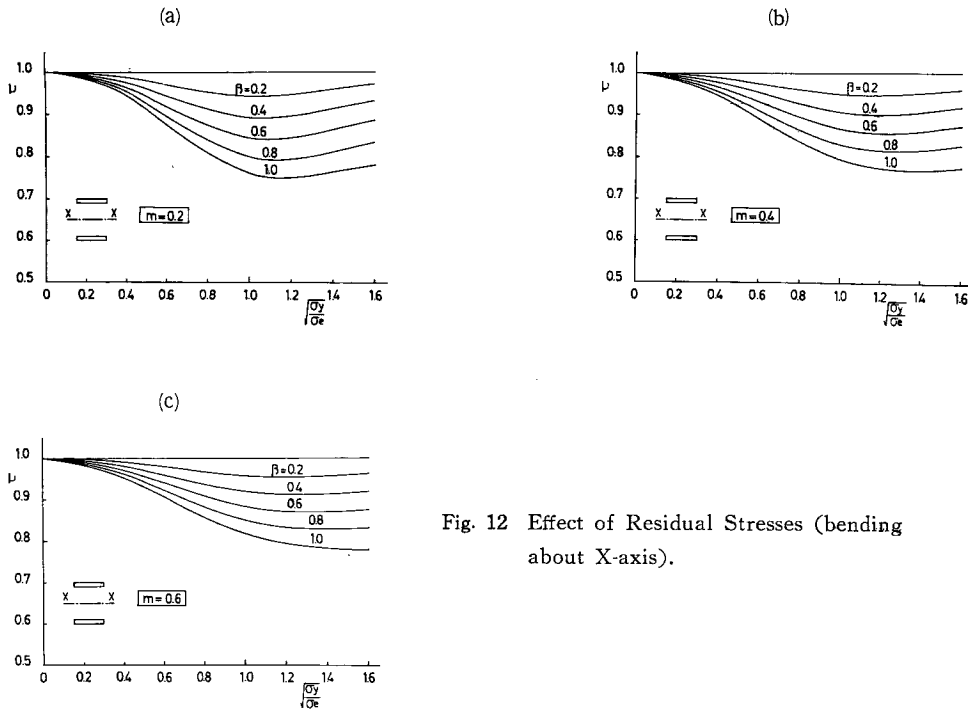


Fig. 12 Effect of Residual Stresses (bending about X-axis).

圧縮柱の場合と同様X軸まわりの座屈に比してY軸まわりの座屈の場合の方が残留応力の影響はいちじるしく、比較的細長比の小さい範囲にまでその影響がみられる。図の (a), (b), (c) を比較してみると長柱域を除けば、残留応力の影響は偏心の増大とともに減少していく。残留応力の影響が最大である点は、偏心の大きいほど、また残留応力の大きいほど細長比の大きい側に移行していく。これは残留応力の大きいほど長柱域は細長比の大きい側に移行し、長柱域では偏心の小さい範囲で、偏心が増大するほど残留応力の影響が大きくなることに対応している。

記号

- $N$  : 軸力
- $M$  : 曲げモーメント
- $P$  : 外力
- $A$  : 断面積

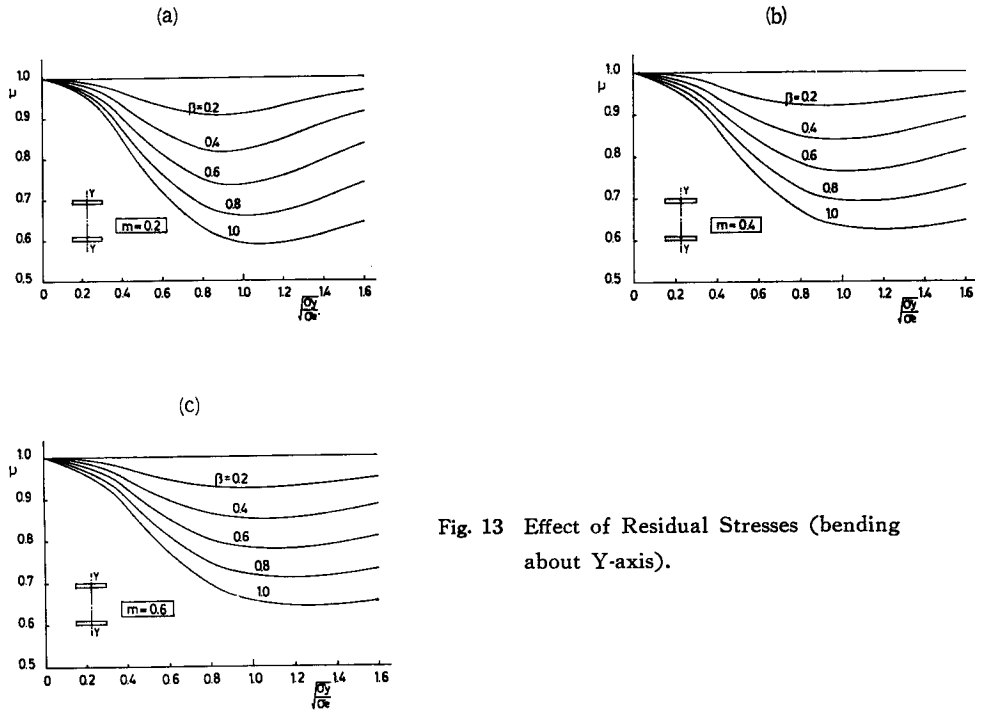


Fig. 13 Effect of Residual Stresses (bending about Y-axis).

- $I$  : 断面二次モーメント
- $L$  : 材長
- $b$  : フランジ巾
- $t$  : フランジ厚
- $h$  : フランジ重心間距離
- $e$  : 偏心距離
- $\rho$  : 曲率半径
- $y$  : たわみ方向の座標
- $y_m$  : 中央部断面のたわみ
- $z$  : 変形前の材軸方向の座標
- $E$  : ヤング係数
- $\sigma_y$  : 降伏応力
- $\sigma_r$  : 残留応力
- $\sigma_0$  : 付加応力
- $\sigma_{ro}$  : 最大圧縮残留応力
- $\sigma_{rt}$  : 最大引張残留応力
- $\sigma_e$  : オイラーの座屈応力
- $E\phi$  : 残留応力分布の勾配
- $\epsilon_t$  : ひずみ
- $X$  : ウェブに直交する断面の主軸
- $Y$  : ウェブ方向の断面の主軸

$X_1, X_2$  : 重心から圧縮側塑性域の境界までの距離

$X_2'$  : 重心から引張側塑性域の境界までの距離

$$m = \frac{2e}{h} \text{ or } \frac{6e}{b} : \text{偏心率}$$

$$\beta = \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}$$

$$\alpha_e = \frac{\sigma_e}{\sigma_y}$$

$$\delta = \frac{y_m}{h}$$

#### 参 考 文 献

- 1) C. F. Kollbrunner und M. Meister, "Knicken, Biegedrillknicken, Kippen", Zweite Auflage 1961 pp.62—99. pp.267—276.
- 2) M. R. Horne and W. Merchant, "THE STABILITY OF FRAMES", First Edition 1965 pp.26—46
- 3) 仲威雄他 "座屈論" 建築学大系12 第1版 昭和35年 pp.68—100.
- 4) 日本熱処理技術協会, ひずみ研究部会編 "残留応力" —発生, 影響, 測定, 対策—初版 昭和38年. 1953年11月
- 5) R. L. Ketter and L. Kaminsky, "Plastic Deformation of Wide Flange Beam Column", Proc. A. S. C. E. Vol. 73 1953 pp.1028—1061.
- 6) A. W. Huber and R. L. Ketter, "The Influence of Residual Stress on the Carrying Capacity of Eccentrically Loaded Columns", Publications Intern. Ass. for Bridge and Structural Engineering XVIII. 1957 p.37.
- 7) L. S. Beedle and L. Tall, "Basic Column Strength", Proc. A. S. C. E. ST7. pp.139—173.
- 8) F. R. Estuar and L. Tall, "Experimental Investigation of Welded Built up Columns", Fritz Laboratory Reprint No. 217 pp.1—13.
- 9) L. Tall, "Recent Developments in the Study of Column Behavior", Fritz Laboratory Reprint No. 248 pp.1—15.
- 10) 日本鋼構造協会機関誌 JSSC Vol.3 No.16 1967年 pp.1—68.