

円弧形防潮水門の耐震性について

後 藤 尚 男・土 岐 憲 三・小 国 俊 樹
岡 村 秀 夫・富 岡 紘

STUDIES ON ASEISMICITY OF ARCH-TYPE TIDE GATE

By Hisao GOTO, Kenzo TOKI, Toshiki OGUNI,
Hideo OKAMURA and Hiroshi TOMIOKA

Synopsis

Although an arch-type tide gate resists the horizontal static force effectively, it is doubtful if it has a good nature against the actual dynamic earthquake motion. In this study an arch-type tide gate is represented by an idealized model, whose vibrational characteristics and the earthquake responses have been investigated theoretically in detail and some model tests have been added. Applying the results of these investigations to the actual tide gates planned by the authority of Osaka Prefecture, it has been confirmed generally that these gates are expected to have the suitable aseismicity against the design earthquake motions.

1. 緒 言

台風時の高潮の遡上を防ごうとする防潮水門には種々の形式があろうが、ここでは比較的軽量で常時の引揚状態における重心点が低くて耐震的に有利であろうと期待され、また舟航に支障少なく外観にもすぐれるであろう円弧形の防潮水門を研究の対象としている。このような形式の本格的な水門はオランダのレック河に流量調節用のものがある以外はほとんど見受けられず、しかもオランダでは問題となるような地震がなからうことから、その耐震性は究明されていないようである。

最近大阪府によって大阪湾に注ぐ安治川・尻無川・木津川の各河口部近くに、このような円弧形の防潮水門を建設することが計画され、その一部の下部構造はすでに着工されている。本研究はこれらの計画・設計の段階より開始されたものであって、円弧形防潮水門の振動と地震応答の解析、模型実験、耐震性の考察などを内容としており、その数値計算例、模型実験などはすべて大阪府によって設計段階にあった実例のものを対象とした。

2. 水門扉面内の振動性状

円弧形水門扉 (Fig. 4 参照) はいうまでもなく力学的に円形アーチで表示され*、面内と面外の振動が考えられるが、ここではまず面内の振動を対象とする。2 ヒンジ形式と 3 ヒンジ形式が考えられようが、ここでは大阪府の実例からして代表的に 3 ヒンジの場合を例にとり取り扱う。3 ヒンジがとられたのはそれが静定構造物であるため、両支点の不等沈下・両支点への作用地震動の位相差・その他による応力的な悪影響を避けようとするためである。

* 実水門扉は変断面であらうが、簡単のため等断面と考える。

2.1 自由振動

円形アーチの自由振動の運動方程式はすでに F. W. Waltking によって導かれているが¹⁾, Fig. 1 において実質上はアーチ軸線が伸縮しないと仮定することにより, 接線方向の変位 u および法線方向の変位 v について, 次の運動方程式を書くことができる。

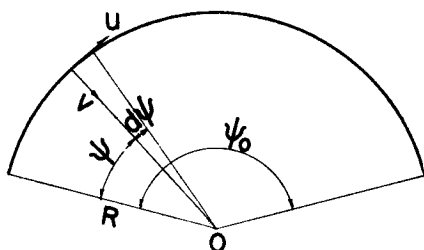


Fig. 1 General View of Arch

$$\frac{EI}{R^4} \left(\frac{\partial^6 u}{\partial \psi^6} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial \psi^4} + \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right) + \frac{wA}{g} \left(\frac{\partial^4 u}{\partial \psi^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = 0, \quad v = \frac{\partial u}{\partial \psi} \quad (1)$$

ここに, EI : 曲げ剛性, R : 半径, w : 単位体積重量, A : 断面積, g : 重力加速度。式(1)₁に着目して,

$$u = U(\psi) e^{i\omega t}, \quad -\frac{wAR^4}{EIg} \omega^2 = \lambda \quad (2)$$

とおく ($U(\psi)$: 振動モード, ω : 固有円振動数)。しかれば

$$\frac{d^6 U}{d\psi^6} + 2 \frac{d^4 U}{d\psi^4} + (1 - \lambda) \frac{d^2 U}{d\psi^2} + \lambda U = 0 \quad (3)$$

上式の一般解は結局次式のように求めることができる²⁾。

$0 < \lambda < 0.1134$ および $\lambda > 17.6366$ のとき:

$$U = C_1 \sinh s_1 \psi + C_2 \cosh s_1 \psi + C_3 \sinh s_2 \psi + C_4 \cosh s_2 \psi + C_5 \sin s_3 \psi + C_6 \cos s_3 \psi \quad (4)$$

$0.1134 < \lambda < 17.6366$ のとき:

$$U = C_1 \cosh \alpha \psi \cos \beta \psi + C_2 \cosh \alpha \psi \sin \beta \psi + C_3 \sinh \alpha \psi \cos \beta \psi + C_4 \sinh \alpha \psi \sin \beta \psi + C_5 \cos s_3' \psi + C_6 \sin s_3' \psi \quad (5)$$

ここに, $s_1, s_2, s_3, s_3', \alpha, \beta$: いずれも定数 λ のみの関数³⁾。しかして Fig. 2 のように3ヒンジのとき*の境界条件はアーチが逆対称変形のときは,

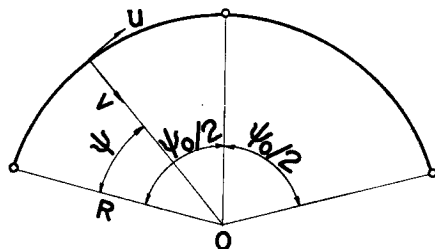


Fig. 2 Three Hinged Arch

* Fig. 4 などのアーチの支点は面内には完全なヒンジではないが, 巨視的にヒンジとみなす。

$$\left. \begin{aligned} \psi=0: U=0, U'=0, U'''=0 \\ \psi=\frac{\psi_0}{2}: U'=0, U'''+U'=0, U''=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ただし微分記号 $'=d/d\psi$ 。同様にアーチが対称変形するときは、

$$\left. \begin{aligned} \psi=0: U=0, U'=0, U'''=0 \\ \psi=\frac{\psi_0}{2}: U=0, U'''+U'=0, U'''+U''=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

結局式(4)、式(5)を式(6)、式(7)に入れてえられるそれぞれ $C_1 \sim C_6$ に関する6個の連立方程式の係数による行列式=0 といった式が振動数方程式を与える。それより定まる固有円振動数 ω を式(6)、式(7)に入れると $C_1 \sim C_6$ 間の比が決まるので、それらを式(4)、式(5)に用いると振動モード $U(\psi)$ が求まる。

一方法線方向の変位 v はかくして定まる u を用いて式(1)₂ より求まることはいうまでもない。

また接線方向の変位 u を無視して法線方向の変位 v のみに着目するときは、式(1)₂ を式(1)₁ に入れて $u \rightarrow 0$ とすれば、次の運動方程式がえられる。

$$\frac{EI}{R^4} \left(\frac{\partial^4 v}{\partial \psi^4} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial \psi^2} + v \right) + \frac{wA}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$v = V(\psi) e^{i\omega t}, \quad \frac{wAR^4}{EIg} \omega^2 = \lambda \dots\dots\dots (9)$$

とおくと、

$$\frac{d^4 V}{d\psi^4} + 2 \frac{d^2 V}{d\psi^2} + (1 - \lambda) V = 0 \dots\dots\dots (10)$$

これは式(3)よりは簡単であり、上記と同様にして結局4個の連立方程式の係数による行列式=0 が振動数方程式を与え、それより振動モード $V(\psi)$ も定められる。

2.2 強制振動

Fig. 3 に示したように水平加速度 $\ddot{x}$ 、鉛直加速度 $\ddot{y}$ なる地動がアーチの両支点に作用する場合を考える。接線・法線両方向の変位 u, v を考慮するときは、Fig. 3 を参照して式(1)₁ の右辺に外力としての地動加速度を導入することにより、次の運動方程式を書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{EI}{R^4} \left(\frac{\partial^6 u}{\partial \psi^6} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial \psi^4} + \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right) + \frac{wA}{g} \left(\frac{\partial^4 u}{\partial \psi^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \\ = \frac{2wA}{g} \left\{ \ddot{x} \cos \left(\frac{\psi_0}{2} - \psi \right) + \ddot{y} \sin \left(\frac{\psi_0}{2} - \psi \right) \right\} \\ v = \frac{\partial u}{\partial \psi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

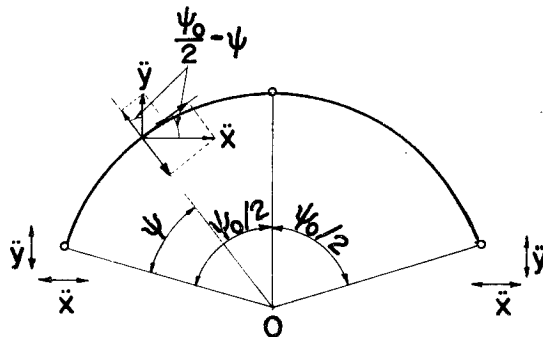


Fig. 3 Three Hinged Arch Excited by Seismic Motion

2.3 固有周期と振動モードの計算例

大阪府で当初計画設計された下記の諸元をもつ Fig. 4 の水門扉を計算例に引用した（その後波圧のため断面が Fig. 26 のように増強された）。

$$R=3\,416.4\text{ cm}, \psi_0=150^\circ, I=116.77\times 10^5\text{ cm}^4, A=2\,886\text{ cm}^2, E=2.1\times 10^6\text{ kg/cm}^2, \\ w=7.85\times 10^{-3}\text{ kg/cm}^3 \text{ (} I, A \text{ は} 1/4 \text{断面での値を使用*)}。$$

2.1で求めた複雑な超越方程式よりなる振動数方程式を電子計算機で数値計算して Table 1 の結果をえた。これより耐震的に問題になるような低次の振動モードを算出して図示したのが Fig. 5 である。

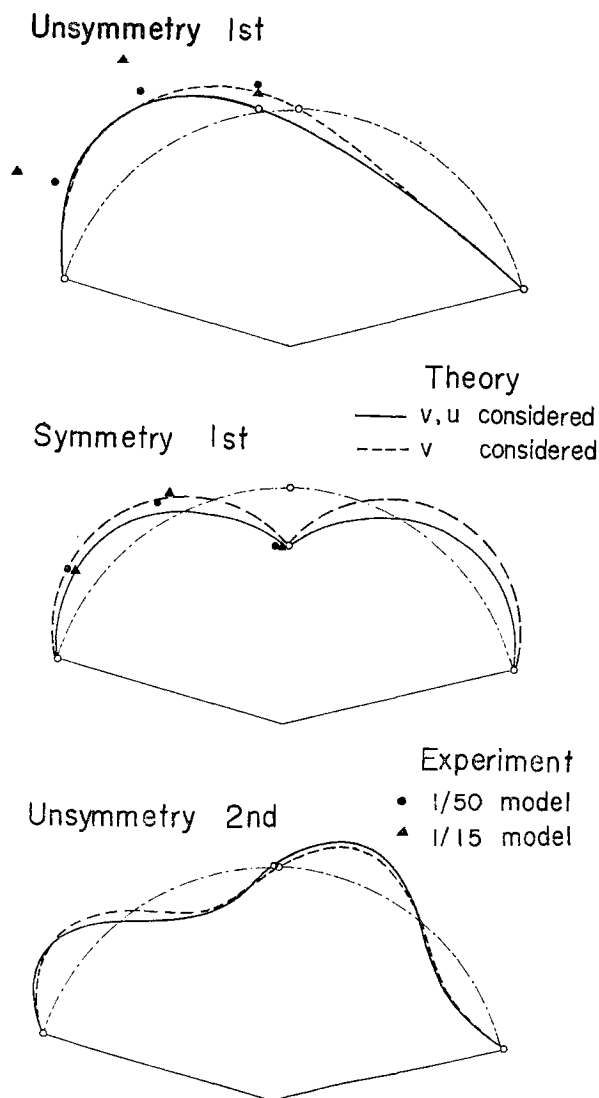


Fig. 5 Modes of Vibration of Three Hinged Arch

* 全長にわたっての平均断面より大。

ここで参考のため耐震的に最も重要な逆対称1次 (Fig. 5 参照) の固有振動数を Rayleigh 法によって近似的に求めてみる。Fig. 1 の u, v についての1次モードに近似的であって式 (6) を満足するアーチの変形曲線として次式を用いる³⁾。

$$v \cong \bar{v} = B \sin \frac{2\pi}{\psi_0} \psi \cos \omega t, \quad u \cong \bar{u} = B \frac{\psi_0}{2\pi} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\psi_0} \psi \right) \cos \omega t \quad (13)$$

これを運動・位置の両エネルギー T, V の表示式に用いると、

$$T = \frac{1}{2g} wAR \int_0^{\psi_0} (\dot{v}^2 + \dot{u}^2) d\psi \cong \frac{1}{4g} wAR B^2 \omega^2 \psi_0 \left(1 + \frac{3\psi_0^2}{4\pi^2} \right) \sin^2 \omega t$$

$$V = \frac{R}{2EI} \int_0^{\psi_0} (v'' + u'')^2 d\psi \cong \frac{EIB^2\psi_0}{4R^3} \left\{ 1 - \left(\frac{2\pi}{\psi_0} \right)^2 \right\} \cos^2 \omega t$$

$$T_{max} = V_{max} \text{ より}$$

$$\omega^2 = \frac{gEI}{wAR^4\psi_0^4} \frac{\psi_0^4 - 8\pi^2\psi_0^2 + 16\pi^4}{1 + \frac{0.75\psi_0^2}{\pi^2}} \quad (14)$$

上式によって前掲の資料に対して計算すると $T = 2\pi/\omega = 0.5834$ sec をうる。これは Table 1 の中に示された厳密値 0.5836 sec とよく一致しており、逆対称1次に関しては式 (14) が精度の高い近似値を与えることがわかった。

2.4 模型実験

原型に対する相似条件として振動モードを一致させる方針をとった。そのためまず式 (3) に式 (2) の λ を入れ、 $U = L \cdot \xi$ (L : 代表長さ, ξ : 無次元量) とおくと、式 (3) は

$$\frac{EIL}{wAR^4} \left(-\frac{d^6\xi}{d\psi^6} + 2\frac{d^4\xi}{d\psi^4} + \frac{d^2\xi}{d\psi^2} \right) - \frac{\omega^2 L}{g} \left(\frac{d^2\xi}{d\psi^2} - \xi \right) = 0 \quad (15)$$

のように無次元表示される。これより上式の各係数を模型 (m) と原型 (p) とで一致させればよいので、

$$\left(\frac{EIL}{wAR^4} \right)_m = \left(\frac{EIL}{wAR^4} \right)_p, \quad \left(\frac{\omega^2 L}{g} \right)_m = \left(\frac{\omega^2 L}{g} \right)_p \quad (16)$$

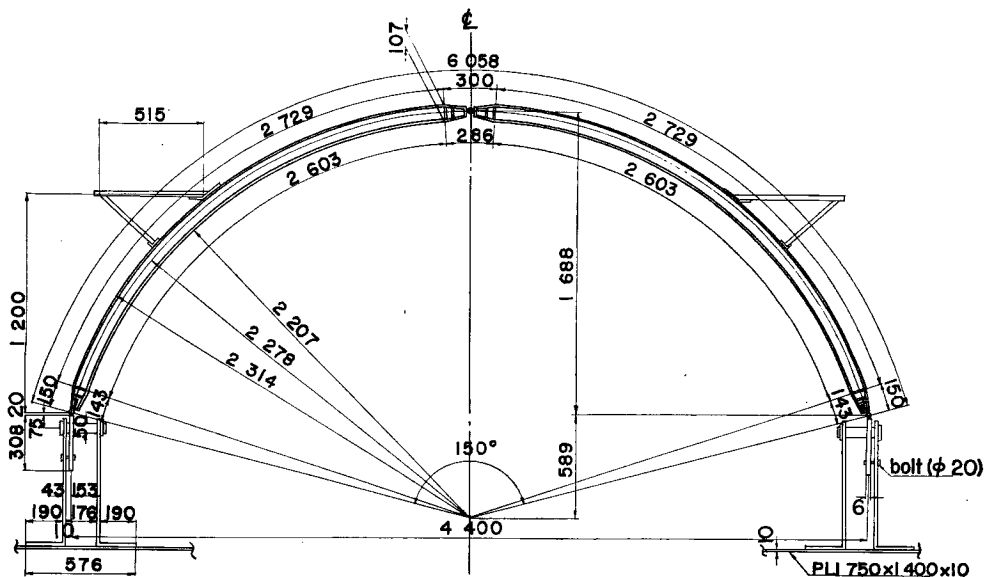


Fig. 6 Elevation of 1/15 Model (unit mm)

ここで、 $g_m = g_p$ であり、かつ scale factor を n として半径 R を代表長さ L に選ぶと、 $L_p = R_p = nL_m = nR_m$ であるので、相似条件として次式がえられる。

$$\left(\frac{EI}{wA}\right)_m = \frac{1}{n^3} \left(\frac{EI}{wA}\right)_p, \quad \omega_m = \sqrt{n} \omega_p \quad \dots\dots\dots (17)$$

模型は詳しく振動性状を調べるため Fig. 6, Photo. 1 に示した 1/15 ($n=15$) の模型と振動台による加振実験用として Fig. 7, Photo. 2 に示した 1/50 ($n=50$) の模型とを式 (17)₁ を満足するように作製した。1/15模型では断面形状も相似として高力アルミニウム合金を用い、かつ鉛塊を内蔵させることによって自重分布の不足を補った。一方1/50模型は断面形状にとらわれずに等断面の鋼板を用いた。

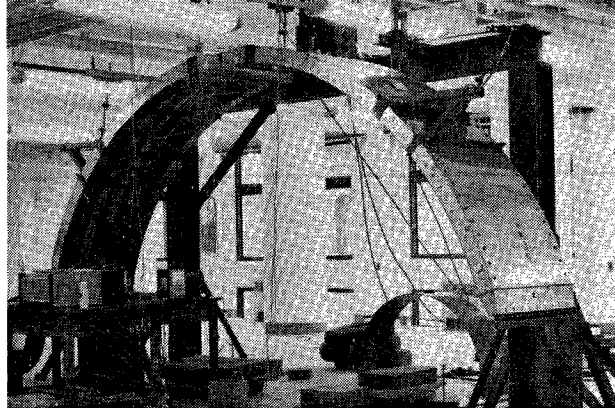


Photo. 1 Whole View of 1/15 Model

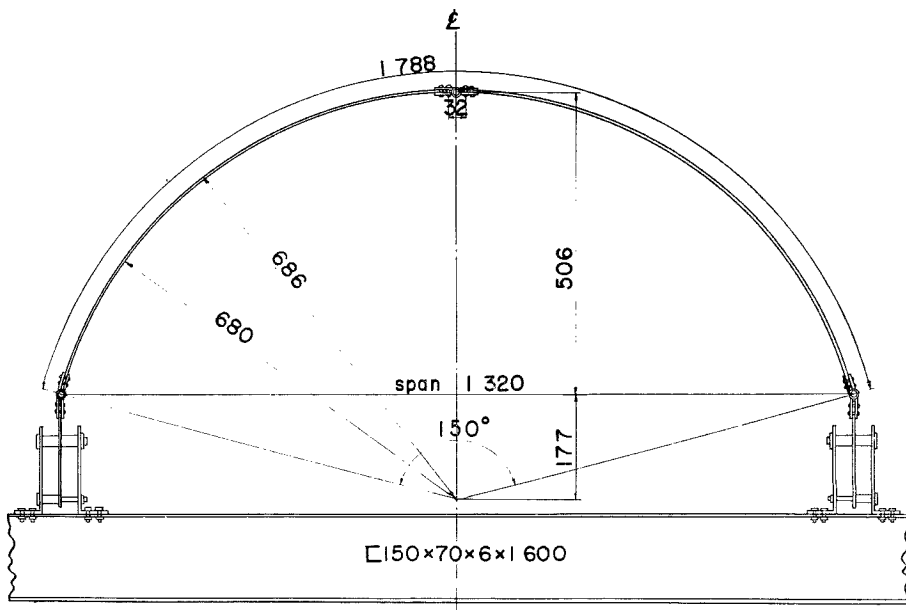


Fig. 7 Elevation of 1/50 Model (unit mm)

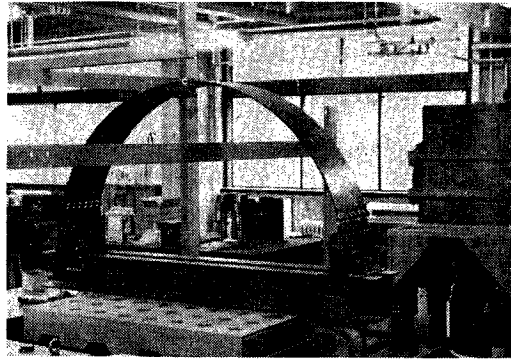


Photo. 2 Whole View of 1/50 Model Set up on Shaking Table

Table 2 Experimental Values and Theoretical Values of Natural Periods of Proto-type Arch Gate (sec)

Mode	Experimental presumed values		Theoretical computed values	
	1/50 model	1/15 model	v considered	v and u considered
U. S. 1 st	0.562	0.747	0.473	0.584
S. 1 st	0.298	0.407	0.272	0.305
U. S. 2 nd	—	0.124	0.102	0.108
S. 2 nd	—	0.088	0.080	0.084

1/15および1/50両模型のそれぞれクラウン，上1/3点，下1/3点における法線・接線両方向に可動コア型の変位計ピックアップを設置して，初期変位を与える方法によって自由振動実験を行なった。えられた記録から固有周期を求め，式(17)₂を用いて Fig. 4 の原型に還元した実験推定値を Table 2 の左半に掲げ，右半の理論計算値 (Table 1 より) と対比した。これより1/50模型による実験推定値が法線・接線両方向の変位を考慮した理論計算値とかなりよく近似していることが認められる。

また実験でえられた振動変位の相対量を Fig. 5 の振動モード図上に示したが，これより両者が割合よく対応していることがわかる。なお自由振動実験による減衰定数測定値は0.6～1.2%なる金属構造物としての通常の値がえられた。

一方1/50模型の振動台による定常強制振動実験からは，水平加振により逆対称モードが，また鉛直加振により対称モードがそれぞれ現われることが確かまり，それらの共振点は自由振動より求めた固有周期とよく一致した。さらに1/15模型を小型起振器で定常加振した結果からは，逆対称2次および対称2次の固有周期が求めたので，これらを Table 2 の中に記入した。

3. 水門扉面内の地震応答

3.1 地震応答解析

接線・法線両方向の変位を考慮した式(11)を解析するのが困難であるので，法線方向の変位 v のみによる式(12)に減衰項 $c(\psi, t)$ を考慮した場合を対象とし，その解を次式のように置いてモーダルアナリシス法を適用する。

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} V_m(\psi) q_m(t) \dots\dots\dots (18)$$

ここに， $V_m(\psi)$ ， $q_m(t)$ ：第 m 次の振動モード，規準座標。しかれば式(12)に減衰項を加えた結果は，

$$\frac{EI}{R^4} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{d^4 V_m}{d\psi^4} + 2 \frac{d^2 V_m}{d\psi^2} + V_m \right) q_m + c(\psi, t) + \frac{wA}{g} \sum_{m=1}^{\infty} V_m \dot{q}_m$$

$$= -\frac{2wA}{g} \left\{ \ddot{x} \sin\left(\frac{\psi_0}{2} - \psi\right) - \ddot{y} \cos\left(\frac{\psi_0}{2} - \psi\right) \right\} \dots\dots\dots (19)$$

次に式(10)に式(9)₂を入れた結果を式(19)に適用すると、

$$\frac{wA}{g} \sum_{m=1}^{\infty} V_m q_m \omega_m^2 + c(\psi, t) + \frac{wA}{g} \sum_{m=1}^{\infty} V_m \dot{q}_m$$

$$= -\frac{2wA}{g} \left\{ \ddot{x} \sin\left(\frac{\psi_0}{2} - \psi\right) - \ddot{y} \cos\left(\frac{\psi_0}{2} - \psi\right) \right\} \dots\dots\dots (20)$$

上式の両辺に V_m を乗じて 0 から $\psi_0/2$ まで積分し、3 ヒンジアーチでも次の直交条件

$$\int_0^{\psi_0/2} V_m V_n d\psi = 0 \quad (m \neq n) \dots\dots\dots (21)$$

が成り立つことを考慮し、かつ振動モードを

$$\int_0^{\psi_0/2} V_n^2 d\psi = \frac{\psi_0}{2} \dots\dots\dots (22)$$

のように正規化する。さらに減衰については粘性減衰を考え、次の積分が可能として、

$$\frac{g}{wA} \int_0^{\psi_0/2} V_n c(\psi, t) d\psi = 2h_n \omega_n \dot{q}_n \dots\dots\dots (23)$$

とおくと、結局次式がえられる。

$$\ddot{q}_n + 2h_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = W_{nx} \ddot{x} + W_{ny} \ddot{y} \quad (n=1, 2, 3, \dots\dots)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} W_{nx} &= -\frac{4}{\psi_0} \int_0^{\psi_0/2} V_n \sin\left(\frac{\psi_0}{2} - \psi\right) d\psi, \\ W_{ny} &= \frac{4}{\psi_0} \int_0^{\psi_0/2} V_n \cos\left(\frac{\psi_0}{2} - \psi\right) d\psi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

式(24)は実質的には1自由度振動系の運動方程式であるので、 $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ を地震入力によってその応答を数値計算し、式(18)のように各次数の結果を重ねればよいことになる。

3.2 地震応答計算例

数値計算例の対象とする Fig. 4 の原型水門の建設地点 (Fig. 19) の地盤性状と Table 1, 2 の結果とより、水門扉の高次の振動は地震応答にあまり関係なからうとみて、逆対称1次、対称1次、逆対称2次の3者を考える。法線方向の変位 v のみによる振動モード V は Fig. 4 の原型が $\psi_0 = 150^\circ = 5/6 \cdot \pi$ であることより、

$$\left. \begin{aligned} \text{逆対称1次: } V_1 &= C \sin \frac{2\pi}{\psi_0} \psi = \sqrt{\frac{12}{5}} \sin \frac{12}{5} \psi \\ \text{逆対称2次: } V_3 &= C \sin \frac{4\pi}{\psi_0} \psi = \sqrt{\frac{24}{5}} \sin \frac{24}{5} \psi \\ \text{対称1次: } V_2 &= C_2 \sinh s_1 \psi + C_4 \sin s_2 \psi \\ &= 0.06107 (\sinh 2.6974 \psi - 22.79 \sin 3.0456 \psi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

しかるに Table 1, 2 でみたとおり、接線方向の変位 u を考慮した場合としない場合とでは固有周期に若干の差があるので、本計算例では一便法として上述の式(24)において、振動モードは式(25)を用い、固有円振動数 ω_n だけを法線・接線両方向の変位を考慮した厳密な値を用いることにする。このことは結果的には式(2)₂、式(9)₂、式(14)などをみるまでもなく実物より EI を若干小さく、あるいは wA を若干大きく仮想的にとったことに相当しよう。

次に減衰項 $c(\psi, t)$ についてはなお不詳の点があるが、a) 振動次数に共通に一定値の減衰定数 h , b) 復元項に相似な減衰項 ($h_n \propto \omega_n$), c) 慣性項に相似な減衰項 ($h_n \propto 1/\omega_n$), の3者を考える。

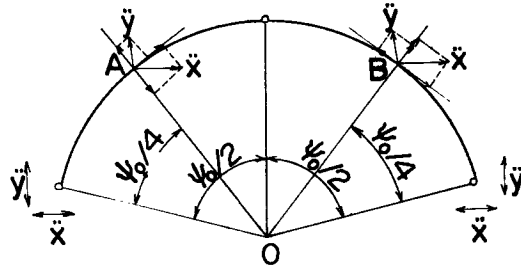


Fig. 8 Quarter Points of Arch Excited by Earthquake Motion

これより式 (24) を計算することによってえられる q_n を式 (18) に入れれば、任意点 ψ における応答 v が求まることになる。ここでは最大の応答を示す点に近いと考えられるアーチ1/4点 (Fig. 8 のA点, B点) について数値計算する。1/4点 は $\psi = \psi_0/4$ であるので、その点では式 (25) で $V_3 = 0$ となり、結局 V_1, V_2 のみを考慮すればよいことになる。したがって上記の a), b), c) 3者の場合の減衰定数として次の各値をとる。

a) $h_1 = h_2 : 0, 1\%, 3\%, 5\%$

b) $h_1 = 3\%, h_2 = 5.74\%$,

c) $h_1 = 3\%, h_2 = 1.57\%$

かくして $\psi = \psi_0/4 = 5/6 \cdot \pi/4 = 5\pi/24$ なるA点, B点の相対変位応答 v_A, v_B は次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{A点: } v_A = [V_1]_{\psi=5\pi/24} q_1 + [V_2]_{\psi=5\pi/24} q_2 \\ \text{B点: } v_B = -[V_1]_{\psi=5\pi/24} q_1 + [V_2]_{\psi=5\pi/24} q_2 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

また絶対加速度応答 $\ddot{v}_{abs}$ は $\ddot{v}$ と地動加速度成分の和であるので、

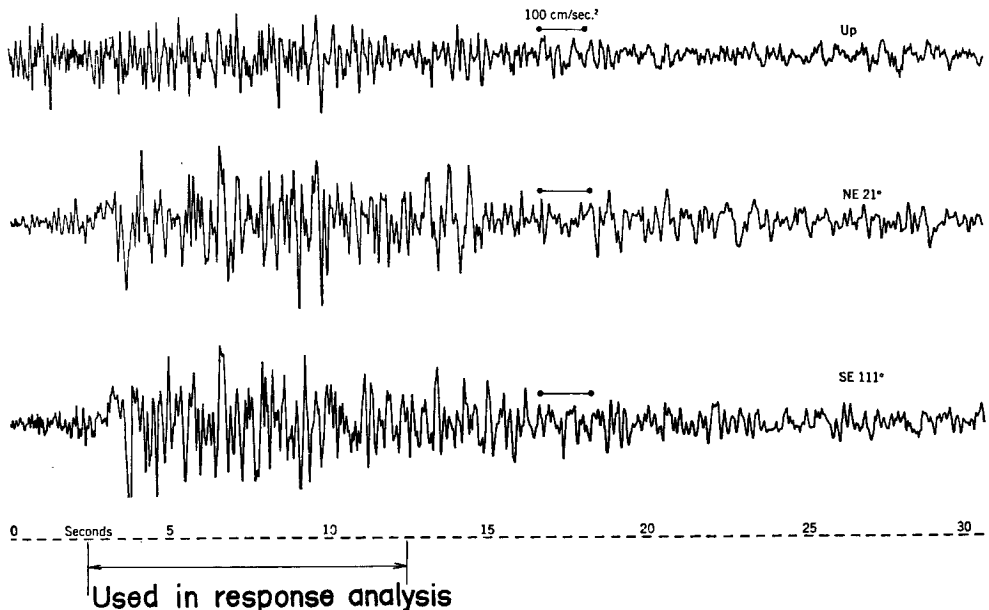


Fig. 9 Accelerograph Record at Taft, California, July 21, 1952

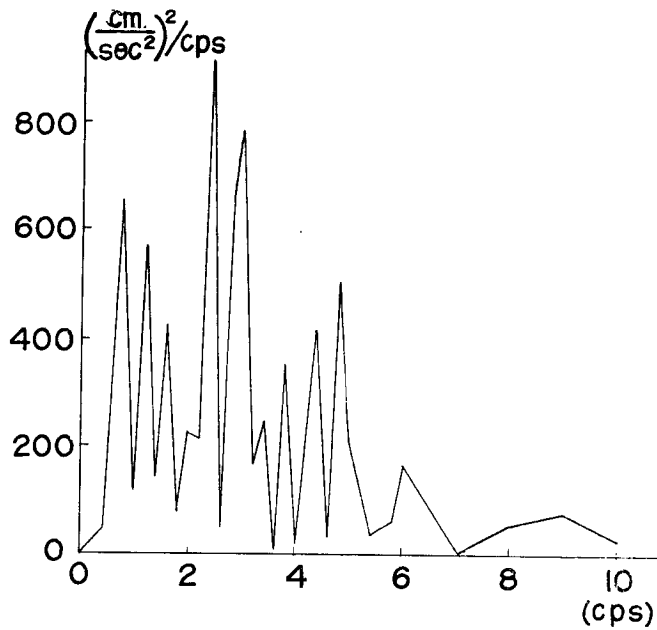


Fig. 10 Spectral Density of Taft Accelerogram, 1952, SE 111° Component (after Artur Ravara)

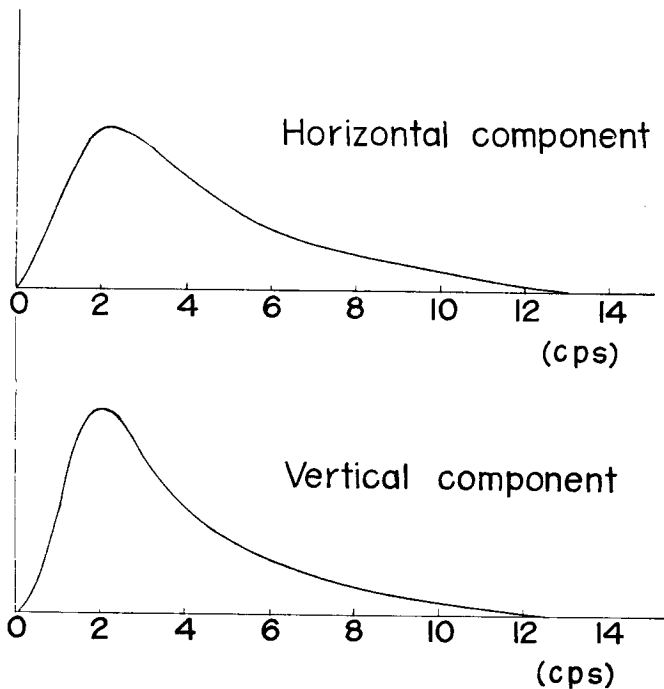


Fig. 11 Probability Density for Generation of Artificial Earthquakes

$$\left. \begin{aligned} \text{A点: } \dot{v}_{As}, A = \dot{v}_A + \ddot{x} \sin \frac{5\pi}{24} - \ddot{y} \cos \frac{5\pi}{24} \\ \text{B点: } \dot{v}_{Bs}, B = \dot{v}_B - \ddot{x} \sin \frac{5\pi}{24} - \ddot{y} \cos \frac{5\pi}{24} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

さらに曲げモーメント応答は次式を適用すればよい。

$$M = -\frac{EI}{R^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \psi^2} + v \right) = -\frac{EI}{R^2} \sum_{n=1}^2 (V_n'' q_n + V_n q_n) \dots\dots\dots (28)$$

入力地震波としては、本水門の現地盤が軟いこと、設計水平地震度が0.2であることなどより、まず Fig. 9 に掲げた (Taft, 1952 の強震記録の SE 111° 成分 (最大 0.18 g) と上下成分 (最大 0.12 g) の両者を用いた。さらに Taft の水平加速度のスペクトル密度 Fig. 10⁴⁾ にかかなり類似した確率密度 (Fig. 11) を有する地震波 (Fig. 12, 水平・上下最大加速度 200 gal, 120 gal) を電子計算機内に発生させて⁵⁾、これを別の入力とした。人工地震波は構造物とその地点の地盤特性にある程度見合ったものを作りうる長所がある。

数値計算に当っては以上いずれの入力波も初めの 10 sec 間 (Fig. 9, Fig. 12) を対象とし、Newmark 教授の β 法を適用し、分割時間 Δt は Taft 地震入力波では 0.01 sec, 人工地震入力波では 0.02 sec とし計算した。

かくしてえられた数値計算の結果の1例を Fig. 13, Fig. 14 に掲げた。これらの応答曲線は入力地震波形よりもかなり滑らかであり、その傾向は当然変位応答において著しい。Fig. 13, Fig. 14 の相対変位応答の平均周期は $10/16.5 \cong 0.6$ sec 程度で、これは本水門扉水平振動逆対称1次の固有周期 0.584 sec (Table 2 右上欄) にほぼ対応するので、逆対称1次の振動が支配的であろうことがわかる。しかし加速度応答の波形から対称1次 (固有周期 0.305 sec : Table 2 右中欄) もある程度影響を及ぼしているだろうことが推察される。

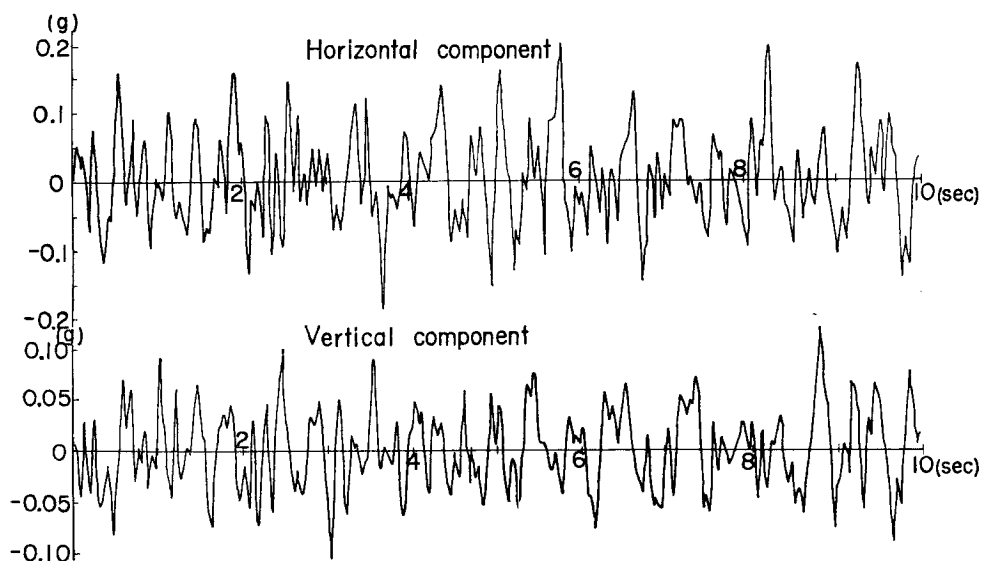


Fig. 12 Artificial Earthquakes Used for Response Analysis

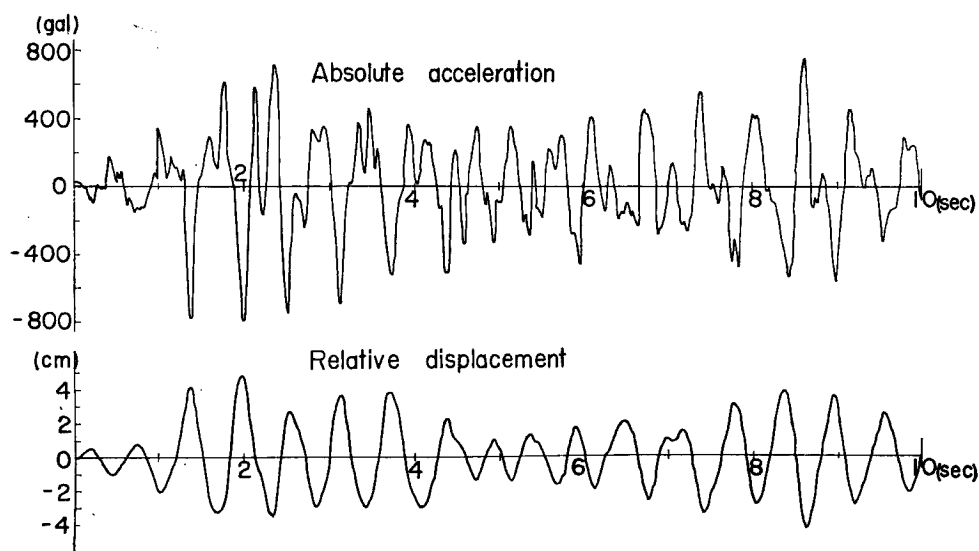


Fig. 13 Response at Quarter Point B to Artificial Earthquake,
 $h_1 = h_2 = 5\%$

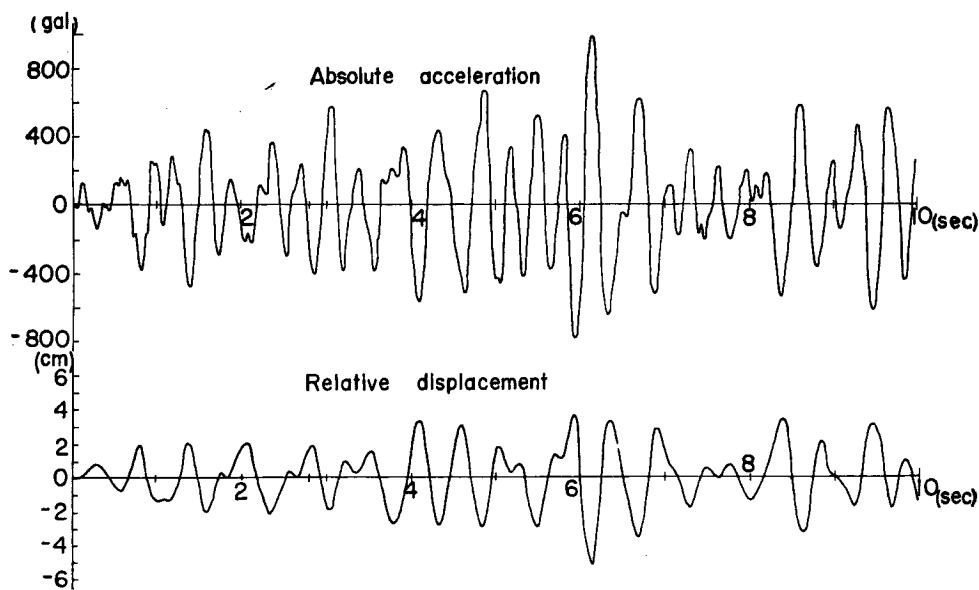


Fig. 14 Response at Quarter Point B to Artificial Earthquake,
 $h_1 = h_2 = 5\%$

Table 3 Maximum Response to Taft Accelerogram, Quarter Point A

Damping factor (%)	Max. relative displacement (cm)	Max. absolute acceleration (gal)	Max. bending moment (t·m)	Max. bending stress (kg/cm ²)
$h_1=h_2=0$	13.8	2215.7	1579.36	1454.8
$h_1=h_2=1$	8.5	1318.2	941.18	866.9
$h_1=3, h_2=1.57$	5.7	950.2	654.14	602.5
$h_1=h_2=3$	5.7	926.5	630.02	580.3
$h_1=3, h_2=5.74$	5.5	850.9	601.82	554.4
$h_1=h_2=5$	4.8	792.1	544.14	501.2
* $h_1=h_2=5$	4.2	658.3	487.94	449.5

* SE 111° only

Table 4 Maximum Response to Artificial Earthquake, Quarter Point A

Damping factor (%)	Max. relative displacement (cm)	Max. absolute acceleration (gal)	Max. bending moment (t·m)	Max. bending stress (kg/cm ²)
$h_1=h_2=0$	8.0	2021.0	1246.65	1148.3
$h_1=h_2=1$	6.6	1364.0	899.38	828.4
$h_1=3, h_2=1.57$	5.5	1135.3	789.60	727.3
$h_1=h_2=3$	5.1	961.7	691.90	637.3
$h_1=3, h_2=5.74$	4.8	887.4	608.01	560.1
$h_1=h_2=5$	4.5	871.8	581.70	535.8

それらの結果より各応答の最大値を左1/4点Aについて一括したのが **Table 3**, **Table 4** であり (右1/4点Bの値もAのそれにかなり類似), 両表間には大きな差は認められない。なお曲げ応力は内縁応力で, いままでもなく $\sigma = M/Z$ (Z : 断面係数) より算出したものである。減衰定数 h の値は不確かであるが, 原型水門扉が鋼構造であることから $h \cong 1\%$ とみても, 最大相対変位応答量は 7~8 cm 程度であり, また最大曲げ応力応答量は約 850 kg/cm² 程度であるので, 応力的にはかなり余裕があることになる。実際にはヒンジ部その他の影響で h は 1% より幾分大きく, したがって応答量もこれらの表の値よりある程度減少するように思われる。なお **Table 3** における下側の 2 欄を比較することにより, 鉛直入力地震波の影響は全体の 10% 余り程度であろうことがわかる。

さらに応答加速度最大値/入力水平加速度最大値 $= \beta_a$, 応答加速度最大値/設計応答加速度 (250 gal) $= \beta_a'$, 応答曲げ応力最大値/震度法計算値 $= \beta_\sigma$ を動的係数として **Table 5**, **Table 6** に一括した。これらの値がいずれも 1.0 よりかなり大きいことは, 本水門扉の場合静的な震度法による慣用計算では不十分なことを警告しているものとして注目される。

3.3 ランダム加振模型実験

Fig. 7 (Photo. 2) の 1/50 模型を動電型のランダム振動台 (VS-HVE-3202 L 型, 国際機械振動研究所製) の上に載せ, ランダム振動発生装置によって white noise 外力を模型に与えて実験した。加振外力はその加速度の自乗と平均値 (r. m. s.) が 0.15 g, 振動数の範囲は実地震 (1~10 cps 程度を考慮) のそれに式 (17)₂ で示された time factor の平方根 $\sqrt{n} = \sqrt{50} \cong 7$ を乗じた 7~70 cps とした。かかる外力を定常確率過程とみなして約 40 分間ずっと連続的に加振し, 振動台の変位と加速度, 模型アーチのクラウン, 1/4 点, 1/8 点の変位, 加速度およびひずみなどをデータレコーダーの磁気テープに収録した。

Fig. 15 の例のように再生した記録より, 実地震の継続時間 (約 35 sec 程度と仮定) を上記の $\sqrt{50} \cong 7$ で除した 5 sec 間ごとのブロックに区切り, 各ブロックにおける応答の最大値を 1 サンプルとみなし, それ

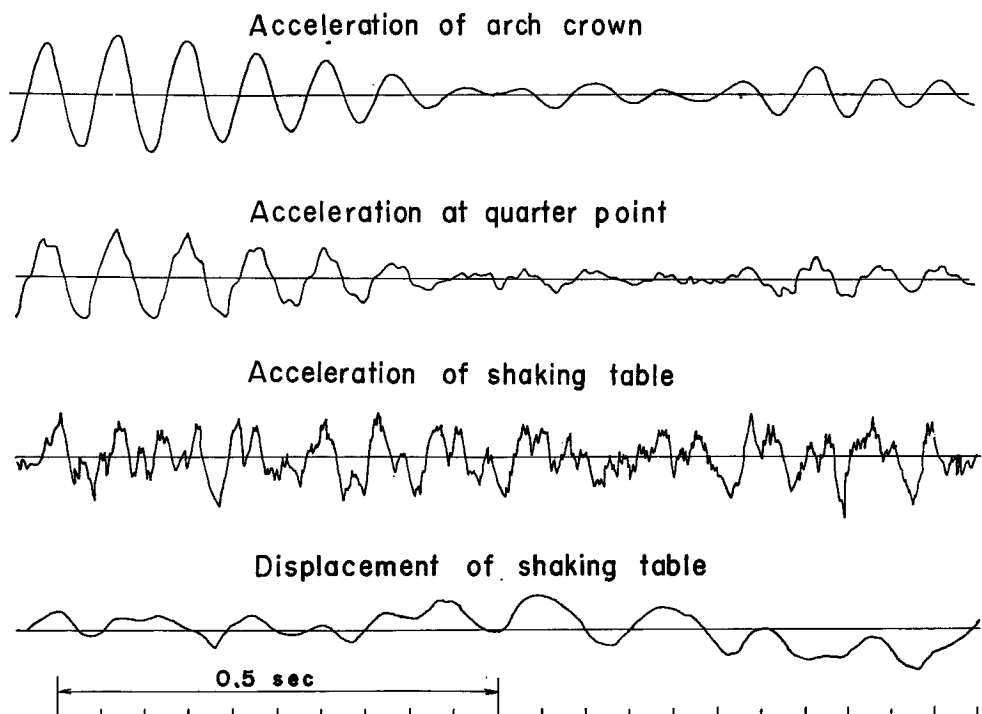


Fig. 15 Excitation and Responses in Random Vibration Test

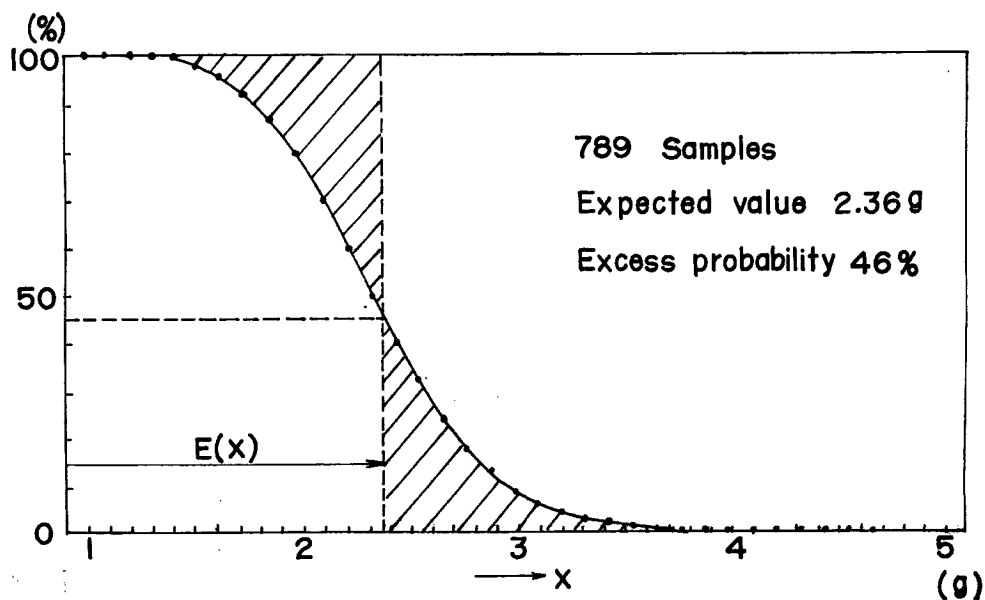


Fig. 16 Excess Probability of Absolute Acceleration at Quarter Point, in the Direction Normal to Arch Axis

Table 5 Dynamic Coefficient of Response to Taft Accelerogram, Quarter Point A

Damp. factor (%)	β_a	β_a'	β_σ
$h_1=h_2=0$	11.5	8.9	5.5
$h_1=h_2=1$	6.8	5.3	3.3
$h_1=3, h_2=1.57$	4.9	3.8	2.3
$h_1=h_2=3$	4.8	3.7	2.2
$h_1=3, h_2=5.74$	4.4	3.4	2.1
$h_1=h_2=5$	4.1	3.2	1.9
$*h_1=h_2=5$	3.4	2.6	1.7

* SE 111° only

Table 6 Dynamic Coefficient of Response to Artificial Earthquake, Quarter Point A

Damp. factor (%)	β_a	β_a'	β_σ
$h_1=h_2=0$	10.7	8.5	4.4
$h_1=h_2=1$	8.4	6.7	3.6
$h_1=3, h_2=1.57$	7.3	5.8	3.1
$h_1=h_2=3$	6.1	4.9	2.7
$h_1=3, h_2=5.74$	5.1	4.1	2.3
$h_1=h_2=5$	5.0	4.0	2.2

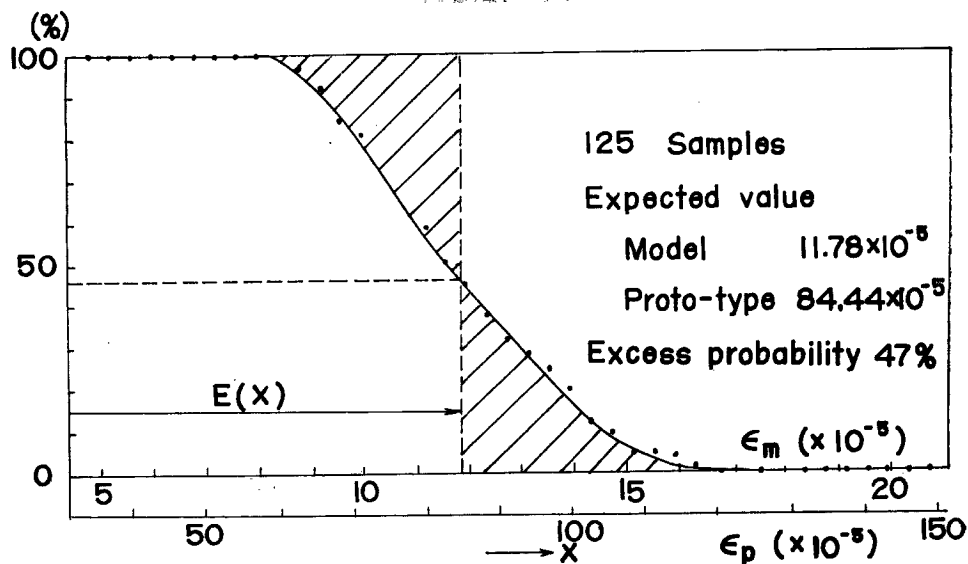


Fig. 17 Excess Probability of Strain at Quarter Point

らがあるレベルの量 x を越す個数の全サンプル数（全ブロック数に一致）に対する比，すなわち超過確率曲線 $x-L(x)$ をえた。ここでは応答の最大値を正負同等とみて絶対値で整理しているので，その期待値 $\{E(x)\}$ は次式で与えられる。

$$\{E(x)\} = \int_0^{\infty} xp(x)dx = \int_0^{\infty} L(x)dx \quad \dots\dots\dots (29)$$

ここにいうまでもなく $p(x):x$ の確率密度関数。上式の第1項を $1.0 \times \{E(x)\}$ とみることにより， $\{E(x)\}$ はFig. 16, Fig. 17などの斜線部分の面積が等しいような横軸の値として求まる。なおFig. 17の横軸における原型のひずみ ε_p は模型のひずみ ε_m より， $\varepsilon_p = \varepsilon_m y_p / n y_n = 7.17 \varepsilon_m$ として求めたものである（ $n=50$ ， y_p, y_n ：中立軸より内縁までの距離）。

以上の実験結果は水平成分の入力の加速度のr. m. s. が $0.15g$ なる場合を対象としたものであるが，Taft地震のSE 111°成分（Fig. 9）のr. m. s. が $0.051g$ であることより，線形性が成り立つものとしてFig. 16, Fig. 17の期待値を $0.15/0.051 \approx 3$ で除して $2.36g/3 = 771gal$ ， $844.4 \times 10^{-6} \times 2.1 \times 10^6 kg/cm^2/3 = 591kg/cm^2$ を求めてTable 7の左半に記入した。同表中の右半は3.2の応答計算で求めたうち模型の減衰定数に近い $k_1=k_2=1\%$ に対する計算値（A点：Table 3とB点の平均値）を示したものである。この表で左側の実験期待値は水平入力のみ，右側の計算最大値は水平・鉛直両入力をとっていることに注意しても，なお後者の方が若干大きい値がでるであろうことは，後者が前者より本アーチ構造により大きな応答を生じさせるような周波数特性を有する入力がとられた結果であろうと解される。

Table 7 Expected Values of the Maximum Response in Random Shaking Test and Maximum Computed Values of Earthquake Response, Point A and B

	Expected values	Computed values
Absolute acceleration (gal)	771	1282
Bending stress (kg/cm ²)	591	875

なお参考のために本実験における振動台入力および応答の自己相関関数を計算した結果，大きくはないが振動台入力波にある程度の自己相関関数が認められたので，純粹なwhite noiseで加振されたとは限らないことがわかった。しかしこれは振動台に対する模型の慣性力が小さくないことなどによるやむをえない結果であろうと思われる。

4. 基礎を考慮した扉体面内の地震応答

4.1 基礎の振動と扉体の振動

上述の解析では扉体の基礎を考慮せずに，扉体に直接地震波が入るものとして取り扱ったが，さらに基礎—扉体を一連の力学系と考えることが望まれる。しかしケーソン・ビヤーなどの基礎は一般に剛体に近くその重量がかなり大であるのに対して，アーチ扉体はたわみやすく比較的軽量である（大阪府の例ではケーソン：11000～20000t，ビヤー：3600t，アーチ扉体：250～500t）。しかも扉体とビヤーとは巨視的にはヒンジに近い結合となっているので，扉体とその基礎との連成効果はそれほど大きくないとみて大過なからう。このようなことからここでは扉体に対する地震波入力を以下のように考えて，地震応答の計算を進める。

4.2 基礎を考慮した扉体への入力波

扉体の振動が基礎（ケーソン・ビヤー）の振動に及ぼす影響は大きくないとみて，扉体の重量をビヤー部の単なる重量増とみなし，地震動によるケーソン・ビヤーの動揺振動を解いてビヤー頂部の応答を求め，それを近似的に扉体への入力波と考える。しからばまずFig. 18のように並進 z ，回転 θ なる連成振動を行なうケーソン・ビヤー系が水平地震動 x を受けるときの運動方程式は次式で書ける。

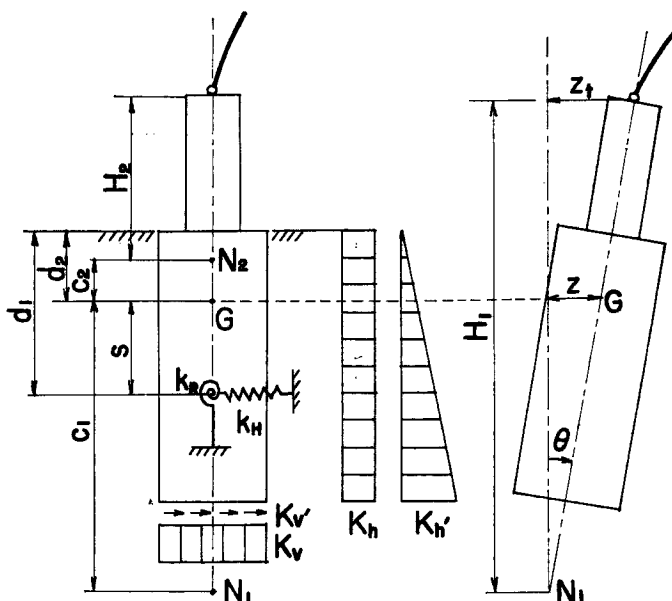


Fig. 18 Rocking Vibration of Pier-Caisson System

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{z} + k_H z - k_{HS}\theta &= -M\ddot{x} \\ J_G\ddot{\theta} + (k_R + k_{HS}^2)\theta - k_{HS}z &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 M ：全質量、 J_G ：重心 G のまわりの質量慣性モーメント、 k_H 、 k_R ：水平・回転のばね定数。 k_H 、 k_R は水平・鉛直の地盤係数 K_h 、 K_v などによって表示される⁶⁾。上の式 (30) は結局 1 次 ($j=1$) および 2 次 ($j=2$) のロッキング中心 N_j まわりの回転振動 (動揺) θ_j に関する次の 1 自由度系の式に変換できる⁷⁾。

$$\ddot{\theta}_j + 2h_j\omega_j\dot{\theta}_j + \omega_j^2\theta_j = -\frac{Mc_j}{J_j}\ddot{x} \quad (j=1, 2) \dots\dots\dots (31)$$

ここに、 h_j 、 ω_j 、 J_j ： j 次ロッキング振動のそれぞれ減衰定数、固有円振動数、回転中心 N_j まわりの質量慣性モーメント。 ω_j は式 (30) の左辺に $z = Ze^{i\omega t}$ 、 $\theta = \theta e^{i\omega t}$ を入れてえられる行列式=0 (振動数方程式) からえられることはいうまでもない。地動入力 $\ddot{x}$ による応答 θ_j は式 (31) を step by step に数値計算することによって求まる。これよりピアー頂部の絶対加速度応答は Fig. 18 の右側をも参照することによって次式で与えられる。

$$\ddot{z}_t + \ddot{x} = \sum_{j=1}^2 H_j\ddot{\theta}_j + \ddot{x} \quad (j=1, 2) \dots\dots\dots (32)$$

したがって式 (32) で求まるピアー頂部の絶対加速度応答を扉体への入力とみなして、式 (24) などの右辺における $\ddot{x}$ の代りに用いればよいことになる。なお式 (32) には地盤—基礎系の振動特性そのものが入っていることはいうまでもない。

一方地震波は地盤—基礎—扉体と伝達されるので、不規則振動のスペクトル解析の手法を用いて扉体への入力波を求めることもできよう。すなわち地盤から基礎に働く地震波加速度のパワースペクトルを $S_a(p)$ 、地盤—基礎系の周波数伝達関数 (周波数応答関数) を $|A(p)|$ とすると、扉体に入る振動加速度のパワースペクトル $S_p(p)$ は周知の関係より次式で与えられる。

$$S_p(p) = |A(p)|^2 S_a(p) \dots\dots\dots (33)$$

ここに $S_a(p)$ は設計地震波、対象地盤が定まればこれを設定することは可能であろう。また $|A(p)|$ は

調和波加振による応答振幅の加振振幅に対する比の周波数についての分布，すなわち共振曲線の形で求める。このようにして式(33)の $S_p(p)$ を定めうるので，そのようなスペクトルを有する地震波形を電子計算機で発生させて，それを扉体に対する入力波にとってもよいことになる。

4.3 扉体の地震応答計算適用例

2.3および3.2などで計算例に引用した大阪府の防潮水門を再び対象とする。これらの水門の建設地点は Fig. 19 に示された3地点で，それらは Fig. 20 にみるようにかなり厚い沖積地盤で，いずれもケーソン

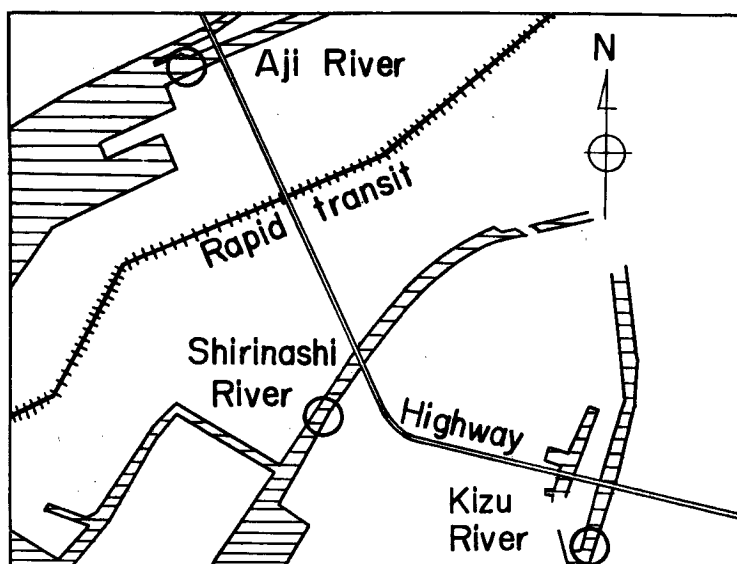


Fig. 19 Locations of Tide Gates (near the Osaka Bay)

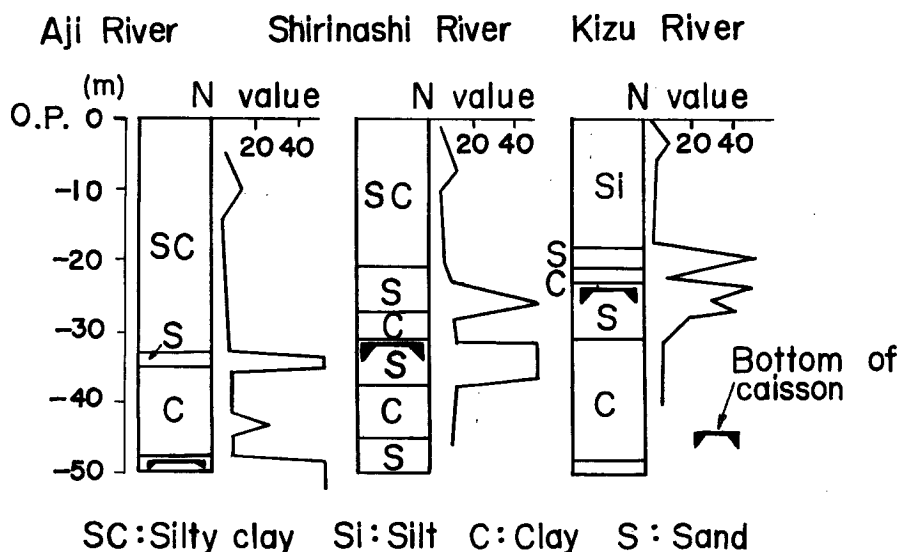


Fig. 20 Soil Profile at the Locations of Tide Gates

基礎となっている。

現地盤における自然地震の記録がないので、常時微動を測定して一資料とした。すなわち磁気テープに収録した常時微動の再生記録を 0.04 sec 間隔でサンプリングし、各測点について 20 sec 間のパワースペクトルを次式によって算出した。

$$S(f) = \frac{2\tau}{N} \left[\left\{ \sum_{k=1}^N x(k\tau) \cos(2\pi f k\tau) \right\}^2 + \left\{ \sum_{k=1}^N x(k\tau) \sin(2\pi f k\tau) \right\}^2 \right]$$

ここに、 N : データの個数, τ : 時間間隔, f : 振動数。Fig. 21 はその 1 例であり (図中の点線は周期頻度

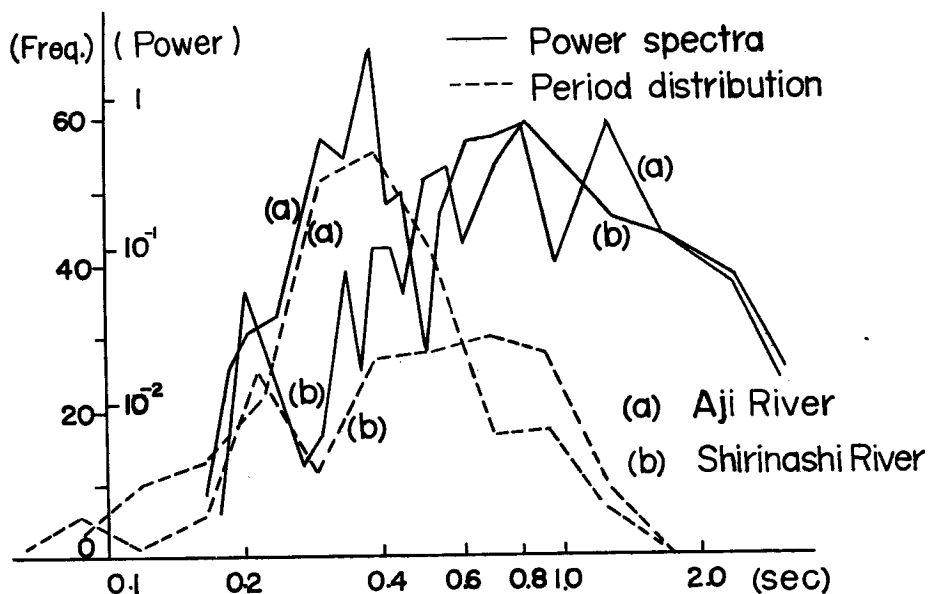


Fig. 21 Power Spectra of Microtremors

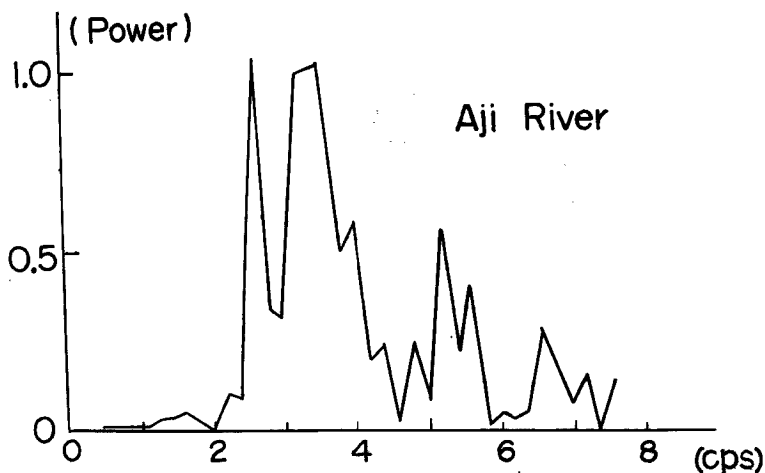


Fig. 22 Acceleration Spectra of Microtremors

曲線), この変位スペクトルに $(2\pi f)^4$ を乗じて加速度スペクトルを求めた 1 例が Fig. 22 である。

常時微動と強い地震動の対応には問題があろうが, Fig. 22 は Fig. 10 に示された Taft 地震記録のそれとある程度似ているように見受けられる。そこでここでも再び Fig. 9 に示した Taft の地震記録を入力にとる。Taft (SE 111°) (a) をケーソン基礎に入れてピラー頂部の応答 (b) を求め, それを扉体への

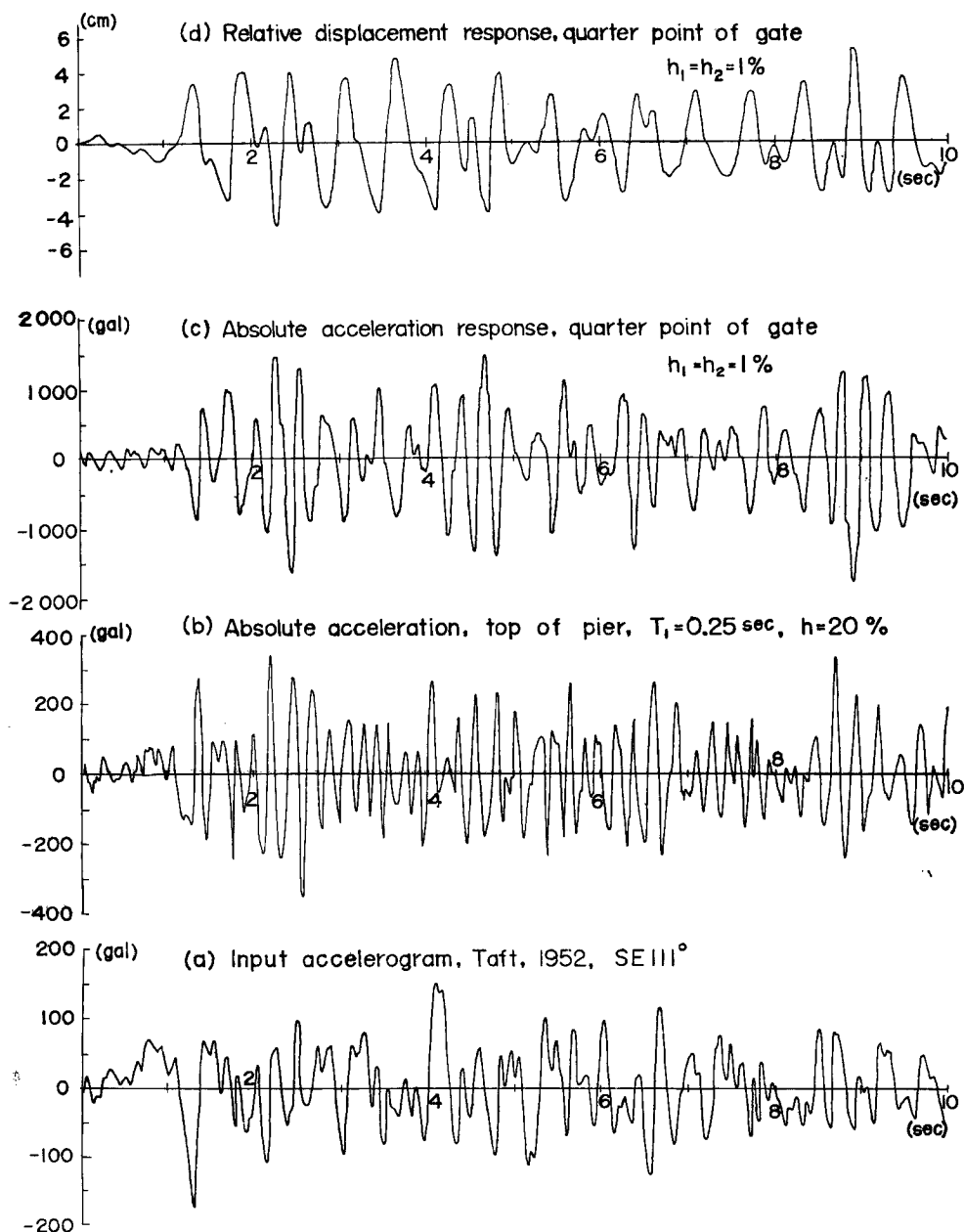


Fig. 23 Earthquake Response with the Effect of Foundation, on Shirinashi River

入力として扉体1/4点の応答 (c), (d) を計算した1例が Fig. 23 である。

Fig. 23 の例は尻無川におけるケーソン基礎 (Fig. 20 参照) でその減衰定数 h は20%, 扉体のそれは $h_1=h_2=1\%$ のときであり, ケーソン側面の水平地盤係数, 底面の鉛直・水平の地盤係数はそれぞれ 2, 50, 30 kg/cm² で, それよりケーソン連成1次の固有周期 $T_1=0.25$ sec となっており, ケーソンの連成2次振動の影響は小さいので省略されている。この1計算例ではビャー頂部の最大絶対加速度は約 350 gal で地盤入力波最大値約 180 gal の2倍近くであり, 扉体1/4点では最大値が約 1800 gal でビャー頂部の約5倍に達しているが, 扉体の変位応答はそれほど大きくはなく比較的ゆるやかとなっている。

上記の計算例でもわかるように入力の周波数特性とケーソンの特に固有周期とが大きく関連し, その応答値が近似的に扉体の入力となると考えられ, 基礎の及ぼす影響は重視されねばならない。以上のようにして求めた基礎を考慮した場合の最大応答値の計算結果を Table 8 の下半に掲げ, 比較のため基礎を考慮しなかったときの計算値を Table 3, Table 4 より引用して Table 8 の上半に再掲した。前者の場合の計算結果はもちろんケーソン基礎の固有周期, 減衰定数, ケーソンの諸元などにより異なろうが, Table 8 の計算の範囲内においては, 基礎を考慮すると加速度応答の最大値はかなり増大するが, 変位応答と曲げ応力応答の最大値はそれほど大きくはならないようである。これは静定構造である3ヒンジアーチの特性のためかと思われる。

いずれにしても Table 8 の計算結果から最大水平加速度 0.18 g なる Taft の地震波入力に対して, 曲げ応力と変位の最大応答値は 1000 kg/cm², 8 cm 程度までとなっているので, 本計算例の原型扉体は耐震的には一応安定であろうと推察される。

なお地震時に扉体の支持点に生ずる水平および鉛直の反力 H および V については次のように検討した。すなわち水平・鉛直地動加速度 $\ddot{x}, \ddot{y}$ および逆対称1次の法線方向変位の加速度 $\ddot{v}_1$ の3者による慣性力の和を両支点反力 H, V として解析し, 本計算例の諸元を入れると結局次の算定式がえられる。

$$H = -143.15\ddot{x} - 77.19\ddot{y} - 55.24\xi_1$$

$$V = -70.84\ddot{x} - 143.15\ddot{y} + 14.87\xi_1$$

ここに, $\xi_1 = [\ddot{v}_1]\psi = \psi_0/4$: 扉体1/4点の法線方向の相対加速度。扉体の減衰定数を $h_1, h_2=1\%$ にとり, 水

Table 8 Maximum Responses of Gate with the Effect of Foundation, Quarter Point A

Earthquake, Direction*	Caisson, Damp. factor (%)	Damp. factor of gate $h_1=h_2$ (%)	Max. acceleration (gal)	Max. bending stress (kg/cm ²)	Max. displacement (cm)	Response stress
						Static stress**
Taft H ¹⁾ & V ²⁾	—	1	1318	867	8.5	3.26
		3	927	580	5.7	2.18
Artificial H ³⁾ & V ⁴⁾	—	1	1364	828	6.6	3.11
		3	962	637	5.1	2.40
Taft H ¹⁾	Aji River 10	1	2810	1103	7.6	4.15
		3	2436	944	5.8	3.55
	Aji River 20	1	2146	909	6.0	3.42
		3	1626	642	4.4	2.41
	Shirinashi River 20	1	1775	760	5.4	2.86
		3	1422	560	4.1	2.11

* H: Horizontal, V: Vertical, 1) 0.18g, 2) 0.12g, 3) 200gal, 4) 120gal

** 266 kg/cm²

平・鉛直最大加速度 200 gal, 120 gal なる人工地震波 (Fig. 12) を与えて数値計算した結果, 動的な水平反力の最大値は静的な計算値の1.5倍程度であることが確かめられた。

5. 防潮水門の耐震性

5.1 水門扉面内の耐震性

本文では主として円弧形防潮水門扉面内の振動と地震応答に関して, 理論解析・数値計算・模型実験などよりかなり詳しく研究するとともに, 一実例が耐震的に成り立つことを一応確かめることができた。そしてこのようにたわみやすい構造物は単なる震度法による慣用計算では不十分で, 動的解析を行なうべきことが明らかとなった。しかしながら本構造物の耐震性を高めるための設計計算なる面からは, 次のような問題点をさらに究明すべきであると考えられる。

1) 3 ヒンジ形式にするか, 2 ヒンジ形式にするか 2) 実際上は変断面構造物であるのをいかにして等価な等断面に換算するか 3) 支承部は面内に対して完全にヒンジでないのをいかなる力学機構に表示して境界条件に入れるか 4) 地震動による最大応答変位量をいかに規制するか 5) 両支点に対する地震動の位相差を考慮に入れる場合いかに解析計算するか 6) 接線・法線両方向の変位を考慮した場合の地震応答をいかに解析するか 7) 地盤—基礎—扉体なる全体の系をいかに適切に解析するか 8) この場合基礎地盤の非線形性をいかに取り入れるか。

5.2 水門扉面外の耐震性

円弧形水門扉の面外方向の耐震性としては, 静的な検討のほかに, 扉体の剛体としての動揺安定性とねじれを伴う振動に対する安定性の両者が問題となる。支承部は面外にはいうまでもなく完全にヒンジ機構であるが, 平常の捲揚げ時には Fig. 24 にみるようにそのヒンジによって偏心支持され*, これを捲揚げワイヤ

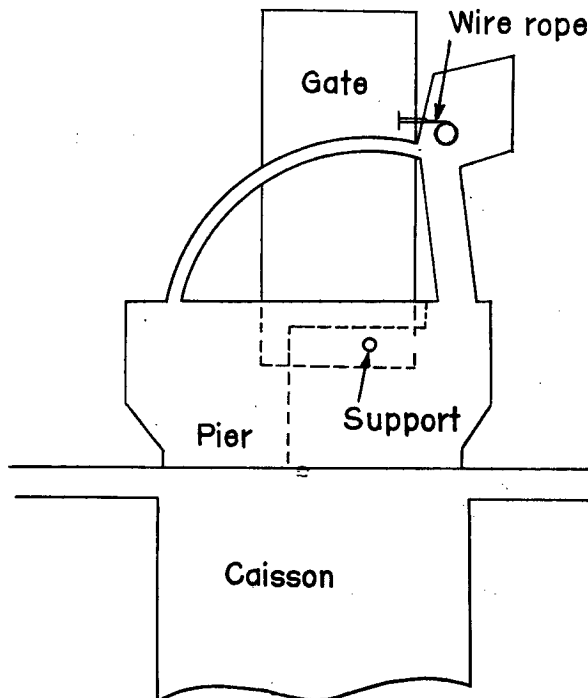


Fig. 24 Whole Side View of Tide Gate

* これは維持管理の面などから, ヒンジ支承部が水面より上位に配置されるためである。

ーロープによって水平方向に引張った状態にある。この場合ワイヤーロープは当然初期引張力以上の圧縮力には抵抗しないので、非線形的なばね支持となる。したがって Fig. 24 は結局 Fig. 25 のようにモデル表示されよう。その振動と地震応答についても解析と計算を進めているので引続き報告できる予定である。

次に扉体面外へのたわみ剛性が大きくないときは、同方向へのねじれ変形振動が問題となり、自由振動については一部の研究が試みられたが⁸⁾、地震応答の解析はかなりむずかしいものと推察される。そして実際上はこのねじれ振動に上記の剛体としての運動が重合されるものと考えられるので、これら両者を考慮に入れた場合の解析はさらに難解なものとなる。

なお2.~4.で引用した大阪府の防潮水門 (Fig. 4) はその後波圧に対するために Fig. 26 の断面のように増強されたので、面外へのねじれ振動はそれほど大きくないのではなかろうかと思われ、さらに捲揚げ時には Fig. 25 のヒンジ部に面接触片が挿入されるような設計となったので、同図にみるより耐震的な安定度は増しているものと考えられる。いずれにしても面外へのねじれ変形振動、地震応答さらに耐震性について

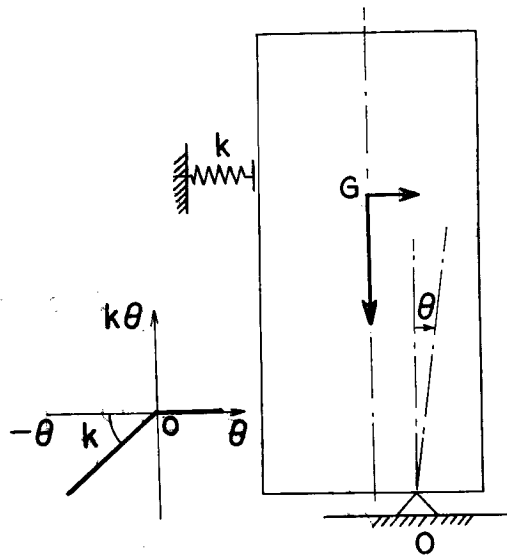


Fig. 25 Model of Vibration in the Direction Perpendicular to the Plane of Arch Axis

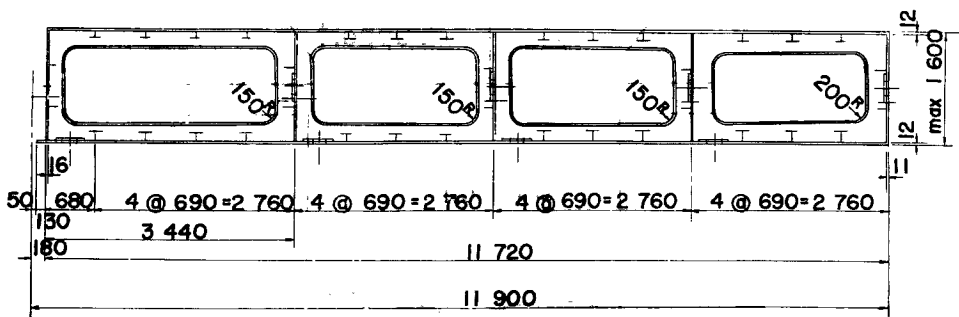


Fig. 26 Standard Cross Section of Gate Body Reinforced Lately (unit mm)

ては今後研究されねばならない問題である。

5.3 水門全体としての耐震性

円弧形の防潮水門も他の土木・建築構造物と同様にその地盤に見合った基礎形式がとられようことはいうまでもないが、地盤—基礎—扉体なる系全体として耐震的に釣合いのとれた設計がなされることが望まれる。そしてそれは上述のように水門扉の面内と面外の両方向が当然対象とされるべきである。設計計算に当っては、まず扉体を仮定して基礎の地震応答を解析し、次に基礎を考慮した扉体の応答解析を行なって、これらより全体としての耐震安定性を確かめるとともに、扉体の応答応力に注目すべきであろう。

しかし地震入力—地盤—下部構造（ケーソン・ピヤ—）—上部構造（扉体）なる系においては当然相互の周波数特性が関連して、計算上多くの組合せが考えられ、それらのうちのいずれのケースを実耐震設計の対象とするかは実際上むづかしい問題である。水門全体としての耐震設計の方針を私見をまじえて記せば概略次のようである。

- 1) 地震入力：特定の強震記録のほか人工地震波も考える。
- 2) 地盤・下部構造：非線形復元力を簡易化して下部構造の動揺振動による地震応答を解く。
- 3) 扉体：下部構造頂部の地震応答を入力にとり、面内ではたわみ振動、面外では動揺振動による応答に重点をおく。
- 4) 水門全体：上記1)～3)における応答増幅度に注目し、必要によって扉体両支点の入力位相差、両下部構造の連結部（地下道など）の影響なども照査する。

6. 結 言

本研究においては円弧形の防潮水門の耐震性を対象として、まず水門扉を円形アーチにモデル表示して、面内における振動と地震応答を解析し、次いで基礎の影響を考慮した場合も取り扱い、さらに面外方向にも一部言及するとともに、大阪府による実例を原型にとった数値計算および模型実験を行なうことによって、その実例がおおむね成り立つことを明らかにした（断面増強後の場合も同様の見込み）。しかし基礎の非線形復元力の影響、面外方向の動揺振動、水門全体としての耐震性の検討などについては引き続き研究中であるので、改めて報告致し度い。

なお本研究における数値計算は京都大学電子計算機 KDC—II によったものであり、また本研究の成果の一部は大阪府より財団法人防災研究協会への委託研究の成果の内容をなすものであり、ここに関係各方面に深謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) Waltring, F. W.: Schwingungszahlen und Schwingsformen von Kreisbogenträgern, Ingenieur-Archiv, V. Band, 1934, S. 429～449.
- 2) 小国俊樹：円形アーチの振動と耐震性に関する研究，京都大学大学院工学研究科（土木工学専攻）修士論文，No. 304，昭和42年3月，pp.14～16，および財団法人防災研究協会：大阪府委託研究，円弧形防潮水門の耐震安定に関する調査研究，報告書，昭和42年3月，pp.9～11.
- 3) 松平 精：基礎振動学，4版，昭和32年，pp.258～261.
- 4) Ravara, A.: Spectral Analysis of Seismic Actions, Proceedings of the Third World Conference on Earthquake Engineering, Vol. I, 1965, p. III—203.
- 5) 後藤尚男・土岐憲三・秋吉 卓：電子計算機による耐震設計用の人工地震波形に関する研究，日本地震工学シンポジウム（1966）講演集，1966.10，pp.25～30.
- 6) 後藤尚男：構造物の基礎，土木・建築構造物の地震応答解析，JSSC, Vol. 3, No. 22, 1967.10, pp.22～23，および同研修会テキスト，No. 4，昭和41年12月，pp.44～52.
- 7) 田治見 宏：建築振動学，再版，昭和41年9月，pp.81～92.

- 8) 白石成人・小国俊樹：円弧アーチリブのねじれ振動に関する基礎的研究，昭和41年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，昭和41年11月，pp. 29～30.