

組立圧縮材の座屈に関する実験的研究

若林 実・野中泰二郎・小城 修

AN EXPERIMENTAL STUDY ON THE BUCKLING OF
STEEL LATTICED COLUMNSBy *Minoru WAKABAYASHI, Taijiro NONAKA and Osamu KOSHIRO***Synopsis**

An experimental study is made of the buckling strength and behavior of steel latticed columns under central thrust. Two angles or channels constitute a column specimen with a few connections across them. A total of twelve specimens are tested, using sections of $L-65 \times 65 \times 6$ and $\square 100 \times 50 \times 5 \times 7.5$. Test results are compared in the elastic range with an approximate theory which regards a latticed column as a portal frame with rigid beams and contractive columns, to have a general consensus. It is observed both from the theory and tests that the existence of a single connection at the mid-height increases the buckling strength for a column of angles, but not appreciably for a column of channels; the difference is due to the torsional deformation possible in the angle column, which breaks down the symmetry of the buckling mode.

記号

 A : 断面積 E : 圧縮弾性係数 G : せん断弾性係数 h : 剛節骨組の張間きより I : 断面の重心を通り構面に平行な軸に関する断面 2 次モーメント I_x, I_y : x 軸, y 軸まわりの断面 2 次モーメント I_{\max}, I_{\min} : 断面の最大, 最小断面 2 次モーメント i : $\sqrt{I/A}$ i_{\max} : $\sqrt{I_{\max}/A}$ i_{\min} : $\sqrt{I_{\min}/A}$ K_x, K_y : x 軸, y 軸, まわりの曲げ剛度 k : 剛比 l : 材長 l_0 : 基準材長 M_x^A, M_y^A, M_z^A : 節点 A での x 軸, y 軸, z 軸まわりの材端モーメント Q_x^A, Q_y^A, Q_z^A : 節点 A での x 軸, y 軸, z 軸方向の材端せん断力 R^{AB}_x, R^{AB}_y : AB 材の x 軸, y 軸まわりの部材回転角 I_D : ねじり定数 y_M : 断面のせん断中心と重心とのきより x, y, z : 空間に固定された座標

\bar{x} : 主材断面の非対称主軸
 \bar{y} : 主材断面の対称主軸
 \bar{z} : 主材の材軸
 $\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$: $\bar{y}-\bar{z}$ 面内でのたわみ角法係数
 $\alpha_y, \beta_y, \gamma_y, \delta$: $\bar{x}-\bar{z}$ 面内でのたわみ角法係数
 $\delta_x^A, \delta_y^A, \delta_z^A$: 節点 A の x 軸, y 軸, z 軸方向変位
 φ^A : 節点 A での z 軸に関する断面の回転角
 θ_x^A, θ_y^A : 節点 A の x 軸, y 軸まわりの回転角
 λ : l_0/i
 σ_{cr} : 座屈応力度
 σ_y : 降伏応力度

1. 序

近年、H形鋼やT形鋼の出現、また溶接技術の進歩により、鋼構造物に充腹部材が多く用いられるようになってきたが、それでもなおトラス構造物等では従来からの山形鋼やみぞ形鋼を用いて組立部材としたものが多く用いられている。組立部材が圧縮力を受けるとき、単一材の場合とは異った性状を示すことが知られているが、従来の組立圧縮材についての研究は、組立材の主材相互を結ぶつなぎ材が数多く設けられる場合についてのものが多い¹⁾。つなぎ材が数少ない場合についての研究は少なく、これについての研究の必要が痛感される。

ここでは、組立材を構成する主材として、より一般的な山形鋼、みぞ形鋼を用い、つなぎ材の数が少ないときの組立圧縮材の座屈耐力、座屈挙動を実験的にとらえ、特に弾性域について解析を行ない、実験値と比較、検討する。

2. 実験計画

実験の対象を特にトラス構造の腹材に考える。Fig. 1 に示すトラスで、鉛直材が圧縮力を受けるときのトラス面外への座屈を対象とする。材端部はガセットプレートにより応力伝達を行なっているので、端部拘束条件はトラス面内に対しては、ガセットプレートの剛性より固定に近いと考えられ、またトラス面外に対してはピンの状態に近いと考えられる。

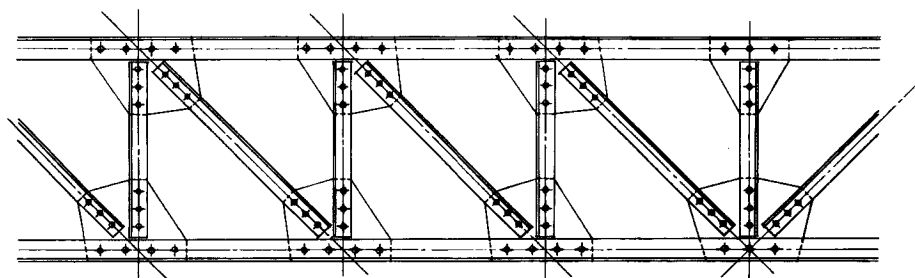


Fig. 1 Profile of Pratt truss

3. 試験体

試験体Aはシリーズ、Cシリーズの2シリーズよりなる。Aシリーズは組立材の主材に 2Ls-65×65×6 を用いたもの、Cシリーズは 2[C s-100×50×5×7.5 を用いたものである。Fig. 2 に試験体の形状を示す。

Aシリーズ、Cシリーズとも、非弾性座屈を起すと思われる材長 L_1 のもの、弾性座屈を起すと思われる材長 L_2 の2種の材長のものを用意した。同一の材長に対して、つなぎ材の数が0, 1, 2の3体ずつの計12体について中心圧縮実験を行なった。Fig. 2 に示すように、材端部でガセットプレートによる応力伝達を行なうために、厚さ 12 mm の鋼板より溶接によって組立てたH形材のウェブ部分に2個の山形鋼、あるいはみぞ形鋼を高力ボルトによって接合した。またつなぎ材として、12 mm 厚の鋼板を用い、高力ボルトで接合した。使用材料は SS41 相当品である。各試験体構成主材の材長、断面性能を Table 1 に、降伏応力度を Table 2 に示す。

4. 実験方法

前節でも述べたように、今回の実験はトラス構造における腹材の面外座屈を対象としているため、現実に近い材端拘束条件として、ナイフエッジを用いた。Photo 1 にナイフエッジの様子を示す。ナイフエッジをアムスラー100 t 長柱試験機のヘッド部分、ベッド部分にそれぞれ取り付け、ナイフエッジに取り付けた耐圧板に試験体をセットした。試験体取り付け部を Photo 2 に示す。実験装置概要を Photo 3 に示す。

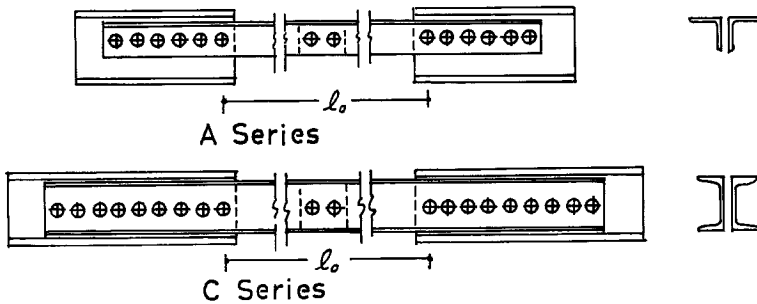


Fig. 2 Specimen

Table 1 Dimensions of Specimen

Specimen	A (cm^2)	I_{\max} (cm^4)	I_{\min} (cm^4)	I (cm^4)	$i_{\max} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{A}}$ (cm)	$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$ (cm)	$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ (cm)	l_0 (cm)
A-0L1	7.452	45.133	11.199	28.479	2.461	1.226	1.955	204.6
A-1L1	7.378	44.737	11.094	28.225	2.462	1.226	1.967	204.6
A-2L1	7.442	45.304	11.772	28.487	2.467	1.258	1.960	205.0
A-0L2	7.432	45.317	11.770	28.592	2.469	1.259	1.961	298.6
A-1L2	7.429	45.440	11.797	28.667	2.473	1.260	1.964	298.6
A-2L2	7.386	44.909	11.660	28.332	2.466	1.264	1.959	298.6
C-0L1	12.044		27.833			1.520		146.2
C-1L1	12.245		27.594			1.501		144.4
C-2L1	12.279		28.145			1.514		146.1
C-0L2	11.656		27.189			1.513		227.2
C-1L2	11.672		26.655			1.512		227.2
C-2L2	12.062		26.734			1.513		227.1

A : Cross-sectional Area, I_{\max} : Maximum Moment of Inertia, I_{\min} : Minimum Moment of Inertia, I : Centroidal Moment of Inertia with respect to a line parallel to a leg, l_0 : Distance between the inmost bolts.

Table 2 Yield point stress

Specimen	A-0L1	A-1L1	A-2L1	A-0L2	A-1L2	A-2L2
σ_y (ke/cm^2)	3.285	3.266	3.304	2.733	3.360	3.278
Specimen	C-0L1	C-1L1	C-2L1	C-0L2	C-1L2	C-2L2
σ_y (kg/cm^2)	2.442	2.951	3.005	2.316	2.406	2.439

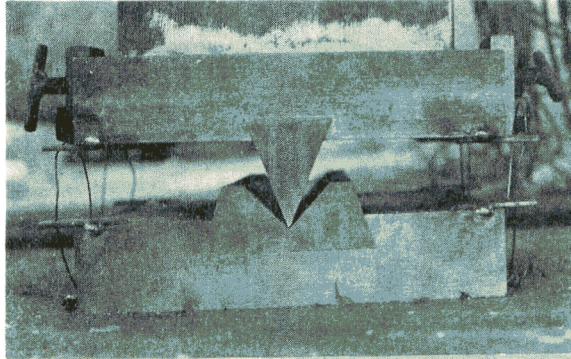


Photo 1 End Support

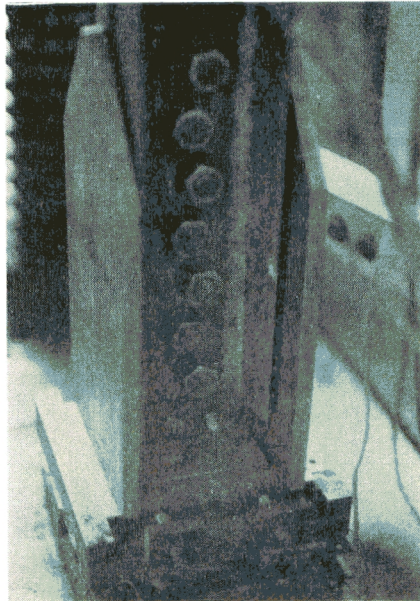


Photo 2 Specimen End

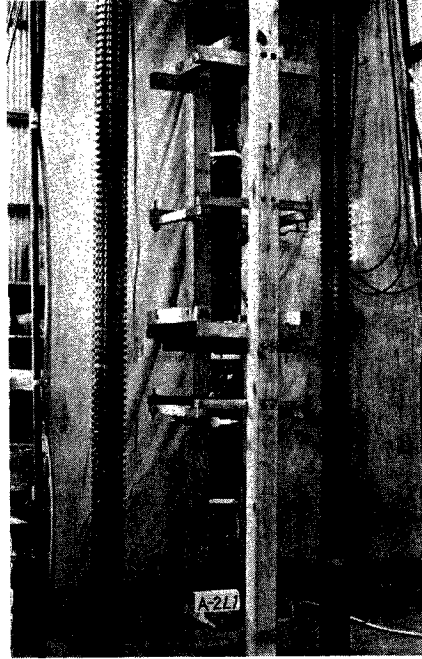


Photo 3 General View of the Experiment

変形測定に関しては従来の実験²⁾とほとんど同様である。すなわち、試験体中央部、およびつなぎ材の接合部に取り付けたダイヤルゲージにより、各点のたわみ、断面の回転角を測定し、試験体の上端部、中央部、下端部に貼付した電気抵抗線歪計により各点のひずみを測定した。

座屈実験を行なう前に予備荷重を行ない、ダイヤルゲージ、電気抵抗線歪の測定結果より、耐圧板を移動した。この際、耐圧板はナイフエッジに対して直角方向にのみ移動できるようになっているので、従来の座屈実験と比較して容易に中心圧縮の状態を実現できた。予備荷重を数回繰り返して、ほぼ中心圧縮の状態となったことを確認してのち、本荷重に移り、予想耐力まで約25段階の荷重階で荷重し、各点で変形を測定した。

5. 変形挙動

5.1 Aシリーズの変形挙動

Aシリーズの変形の測定例として、Fig. 3 に弾性座屈を起す材長 L_2 のつなぎ材のない試験体の荷重—変形曲線を示す。充腹軸方向へのたわみでは、組立材を構成する各主材が、低荷重では互いに外へはらみ出し、座屈荷重近くで、一方のたわみが減少しはじめ、座屈荷重に到って、両主材が同方向にたわんでいる。非充腹軸方向へのたわみでは、両主材とも最初から同じ方向に変形が進行している。このことは、ガセットプレートと山形鋼との接合部において、ボルト重心線と山形鋼の重心線との不一致による偏心の影響と考えられる。座屈荷重に到って、主材の片方は変形がますます進行するが、他方は変形が減少している。これより最終的に曲げ圧縮側となる山形鋼は、その対称軸方向に変形していることが明らかである。変形の状態をPhoto 4 に示す。中央部断面の主材の回転角は、充腹軸方向への変形と同様に、低荷重では、両個材が逆に回転を起しているが、座屈荷重に到って、変形が戻っている。

つなぎ材のある試験体では、両個材の変形の違いが、つなぎ材のない場合ほど顕著には表われず、両個材

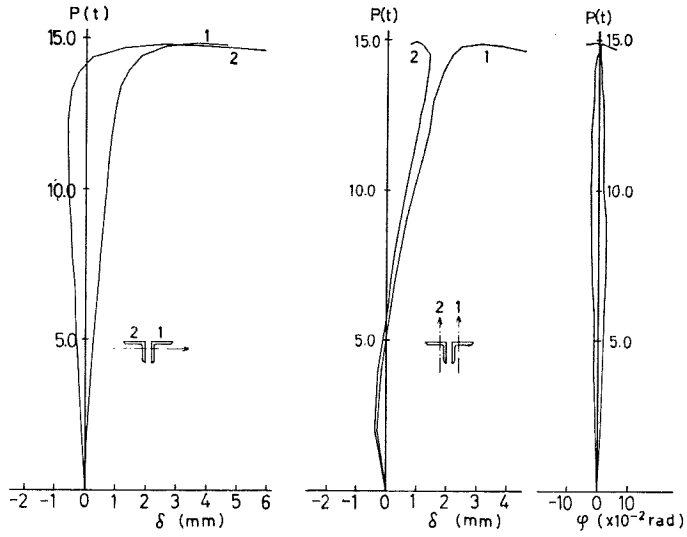


Fig. 3 Load-Deflection Relation (A-OL2)

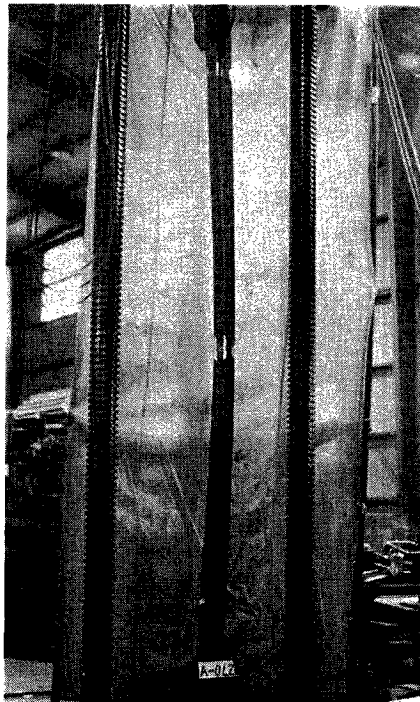


Photo 4 Specimen after Test (A-OL2)

ともほぼ同様の変形状態を示した。

5.2 Cシリーズの変形挙動

Cシリーズの変形測定例として、Fig. 4で弾性座屈の試験体で、つなぎ材のないものについて荷重-変形曲線を示す。充腹軸方向への変形では、Aシリーズと同様に、低荷重では両主材互いに外へはらみ出す傾向があり、座屈荷重近くで、一方の変形が減少しはじめ、座屈荷重に到ると両主材とも同じ方向へたわんでいる。非充腹軸方向への変形は、Aシリーズとは異なり、座屈荷重に到ってもほとんど変形していない。

つなぎ材のある場合、充腹軸方向への変形でも、両主材にはほとんど違いは観られず、変形挙動としては単一材に近くなることはいえる。

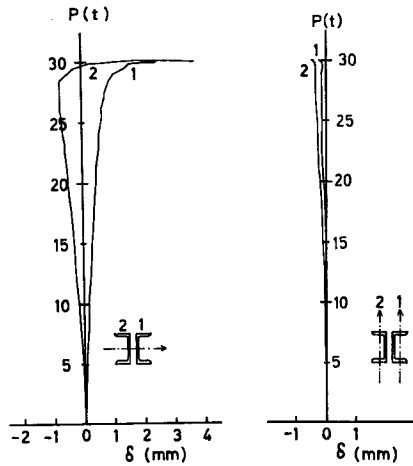


Fig. 4 Load-Deflection Relation (C-OL2)

6. 実験結果

各試験体の座屈応力度を Table 3 に示す。ここに N はつなぎ材の数を表わす。

Table 3 Critical stress

Specimen	A-0L1	A-1L1	A-2L1	A-0L2	A-1L2	A-2L2
λ	104.66	104.00	104.39	152.28	151.95	152.46
$\sigma_{c\phi}$ (kg/cm ²)	1741.17	1897.00	2183.48	1002.48	1257.20	1307.26
N	0	1	2	0	1	2
Specimen	C-0L1	C-1L1	C-2L1	C-0L2	C-1L2	C-2L2
λ	90.47	96.20	96.57	150.17	150.23	150.13
σ_{cr} (kg/cm ²)	1961.58	1927.27	1856.68	1266.69	1290.80	1221.34
N	0	1	2	0	1	2

N : Number of Intermediate Connections, $\lambda \equiv l_0/i$

7. 解 析

前記実験に対する解析を次の仮定に従って行なう。

- 1) 山形鋼, みぞ形鋼をそれぞれ線材とし, つなぎ材, ガセットプレートに剛に接合されているものとする。
- 2) 山形鋼, みぞ形鋼はすべて弾性とする。
- 3) つなぎ材, ガセットプレート, およびナイフエッジは山形鋼, みぞ形鋼に比べて剛であるものとする。
- 4) つなぎ材のせん断力によって, 主材の軸力は変化するが, たわみ角法係数は変化しないものとする。
- 5) 主材の曲げ変形による節点の材軸方向の変位は無視する³⁾。
- 6) 座屈を起こすまで, 各部材は変形しない。
- 7) 接合部の変形は材軸と合成断面の充腹主軸を含む面内でのみ考える。

7.1 基本解法

前記の仮定に従い, 山形鋼, みぞ形鋼で構成された組立圧縮材を剛節骨組として座屈荷重を計算する。山形鋼, みぞ形鋼は薄肉開断面材と考えられるから, 1軸対称薄肉開断面材に対するたわみ角法(付録参照)を用いて, 構成部材の変形諸量と断面力の関係を表わすことができる。さらに節点 A の主材材軸方向の変位を δ_z^A , 節点 B の主材材軸方向の変位を δ_z^B で表わせれば, つなぎ材の材端せん断力 Q_z^A, Q_z^B との関係は次のように表わすことができる。

$$Q_z^A = -\frac{EA}{l}(\delta_z^A - \delta_z^B) \dots\dots\dots(1)$$

$$Q_z^B = -\frac{EA}{l}(-\delta_z^A + \delta_z^B) \dots\dots\dots(2)$$

たわみ角法による関係式と(1), (2)を行列表示をすれば, 部材座標軸に関する部材の断面力と変形量の関係を表わすことができる。さらに, 座標変換行列を用いて, 以上の関係式を固定座標系に変換する。

各部材について, 固定座標系に変換した関係式を求め, 重ね合わせれば, 構造物全体に対する外力と節点変形量との関係式が求まる。その関係式に, 外力, 変形の境界条件を導入すれば, 未知変形量に関する方程式が得られ, 未知変形量がすべて零ではない条件より, 座屈条件式が得られる。座屈条件式は軸力 P に関する方程式であるから, P について解けば座屈荷重 P_{cr} を得る。

7.2 ガセットプレートについての条件

材端部にガセットプレートを持ち, ナイフエッジに接合される場合, ガセットプレートの内端における曲げモーメント M_y^A , 軸力 P は, ガセットプレート長さ a, 主材断面重心間きより h とすれば次の関係式で表われる⁴⁾。

$$M_y^A - Pa \cdot \frac{2\delta_z^A}{h} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

(3) の M_y^A を節点 A に接合される部材の材端モーメント M_y^A とガセットプレートの節点 A での材端モーメント M_G^A で表わせれば, (4) となる。

$$M_y^A = M_y^A + M_G^A \dots\dots\dots(4)$$

7.3 Aシリーズに対する解析

部材座標軸 x_1, y_1, x_2, y_2 と固定座標軸 x_1, y_1, x_2, y_2 の関係を Fig. 5 (a) のようにとる。

7.3.1 つなぎ材のない場合

Fig. 6 (a) に示すように節点 A, B, C, D, および l, h, a を定める。AB 材, CD 材は材端で同じ変形をするとすれば, 変形未知量は節点 A の非充腹軸まわりの回転角 θ_y^A , 節点 B の非充腹軸まわりの回転

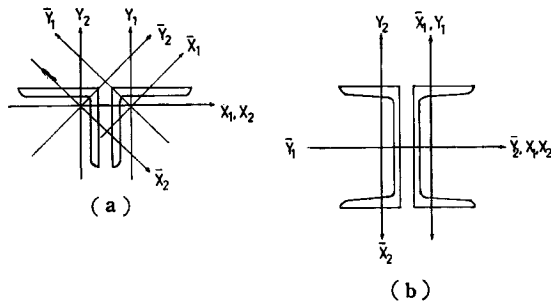


Fig. 5 Coordinate Axes of Cross-Section.

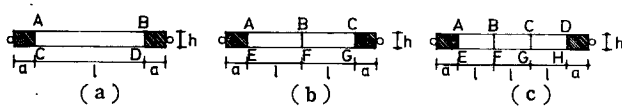


Fig. 6 Simplification of Analysis,

角 θ_y^B , 節点 A の材軸方向変位 δ_z^A , 節点 B の材軸方向変位 δ_z^B となるが, $\theta_y^B = -\theta_y^A$, $\delta_z^B = -\delta_z^A$ であるから, 未知変形量は θ_y^A , δ_z^A となる。 θ_y^A , δ_z^A に関する方程式はガセットプレートの剛比を k , $n=a/l$ とすれば,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \{K_x(\alpha_x - \beta_x) + K_y(\alpha_y - \beta_y)\} + 6kK_y & -(6k + K_y n z^2) \\ 1 & -(1 + \frac{EAh^2}{12kKy}l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_y^A \\ \frac{2}{h} \delta_z^A \end{bmatrix} \dots\dots(5)$$

(5) より座屈条件式は

$$\left(1 + \frac{EAh^2}{12kKy}l\right) \left\{ \frac{1}{2} K_x(\alpha_x - \beta_x) + \frac{1}{2} K_y(\alpha_y - \beta_y) \right\} - K_y n z^2 + \frac{EAh^2}{2l} = 0 \dots\dots(6)$$

$k \rightarrow \infty$ とすれば

$$K_x(\alpha_x - \beta_x) + K_y(\alpha_y - \beta_y) - 2K_y n z^2 + \frac{EAh^2}{2l} = 0 \dots\dots(6)'$$

(6)' より P を試索法によって求めれば, 座屈荷重 $2P_{cr}$ を得る。

7.3.2 つなぎ材を1ヶ用いた場合

Fig. 6 (b) のように, 節点 A, B, C, E, F, G および l, h, a を定める。前項と同様に考えれば, 未知変形量は θ_y^A , δ_z^A , および節点 B の充腹軸方向変位 δ_z^B となる。 θ_y^A , δ_z^A , δ_z^B に関する方程式は (7) で表わされる。

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (K_x \alpha_x + K_y \alpha_y) + 6K_y k & \frac{1}{2l} (K_x \gamma_x + K_y \gamma_y) & -6K_y k - K_y n z^2 \\ \frac{1}{l} (K_x \gamma_x + K_y \gamma_y) & \frac{1}{l^2} \{ K_x (2\gamma_x - z_x^2) + K_y (2\gamma_y - z_y^2) \} & 0 \\ 1 & 0 & -(1 + \frac{EAh^2}{24kKy}l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_y^A \\ \delta_z^B \\ \frac{2}{h} \delta_z^A \end{bmatrix} \dots\dots(7)$$

(7) で $k \rightarrow \infty$ とすれば, 座屈条件式は (8) で表わされる。

$$\begin{aligned} & \left(K_x \alpha_x + K_y \alpha_y - 2K_y n z y^2 + \frac{EA h^2}{2l} \right) \left\{ K_x (2r_x - z_x^2) + K_y (2r_y - z_y^2) \right\} \\ & - (K_x r_x + K_y r_y)^2 = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(8)$$

(8)より試索法により，座屈荷重を求め得る。

7.3.3 つなぎ材を2ヶ用いた場合

Fig. 6 (c)のように節点 A, B, C, D, E, F, G, H, および l, h, a を定める。前項と同様に考えれば，未知変形量は $\theta_y^A, \delta_x^B, \delta_x^A$, および δ_x^B , 節点 B の非充腹軸まわりの回転角 θ_y^B となる。未知変形量に関する方程式は (9) で表わされる。

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(K_x \alpha_x + K_y \alpha_y) & \frac{1}{2l}(K_x \beta_x + K_y \beta_y) & \frac{1}{2l}(K_x r_x + K_y r_y) & 0 & -6K_y k \\ +6K_y k & & & & -nK_y k \\ \frac{1}{2}(K_x \beta_x + K_y \beta_y) & (K_x \alpha_x + K_y \alpha_y) & \frac{1}{2l}(K_x r_x + K_y r_y) & -6k'K_y & 0 \\ -\frac{1}{2}(K_x \beta_x + K_y \beta_y) & & & & \\ +6k'K_y & & & & \\ \frac{1}{2l}(K_x r_x + K_y r_y) & \frac{1}{2l}(K_x r_x + K_y r_y) & \frac{1}{2l^2} \left\{ K_x (2r_x - z_x^2) + K_y (2r_y - z_y^2) \right\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\left(1 + \frac{EA h^2}{12K_y k' l}\right) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{EA h^2}{24K_y k l} - \left(1 + \frac{EA h^2}{24K_y k l}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_y^A \\ \theta_y^B \\ \delta_x^B \\ \delta_x^B \\ \delta_x^A \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(9)$$

(9)より $k \rightarrow \infty, k' \rightarrow \infty$ とすると座屈条件式は (10) で与えられる。

$$\begin{vmatrix} K_x \alpha_x + K_y \alpha_y - 2nK_y z y^2 + \frac{EA h^2}{2l} & K_x \beta_x + K_y \beta_y - \frac{EA h^2}{2l} & K_x r_x + K_y r_y \\ K_x \beta_x + K_y \beta_y & 2(K_x \alpha_x + K_y \alpha_y) - (K_x \beta_x + K_y \beta_y) + \frac{EA h^2}{l} & K_x r_x + K_y r_y \\ K_x r_x + K_y r_y & K_x r_x + K_y r_y & K_x (2r_x - z_x^2) + K_y (2r_y - z_y^2) \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

(10)より試索法により座屈荷重を求め得る。

7.3.4 近似解

7.3.1, 7.3.2, 7.3.3の解はほぼ精解に近いが，計算がかなり繁雑である。そこで近似解として，固定座標の y 軸に関する断面2次モーメントを用いて，軸力を考慮したたわみ角法により，平面骨組として解析する。座屈条件式は，次項Cシリーズに対する場合と同じ形となる。

7.4 Cシリーズに対する解析

Fig. 5 (b)のように，部材座標，固定座標を定めれば，充腹軸方向に関する変形はすべて主材断面の対称軸方向の変形で表わされる。座屈条件式は以下に示すようになる。

7.4.1 つなぎ材のない場合

$$K_x(\alpha_x - \beta_x) - 2K_x n z_x^2 + \frac{A h^2}{2l} = 0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

7.4.2 つなぎ材を1ヶ用いた場合

$$K_x(2\gamma_x - z_x^2) \left\{ K_x \alpha_x - K_x n z_x^2 + \frac{A h^2}{4l} \right\} - K_x^2 \gamma_x^2 = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

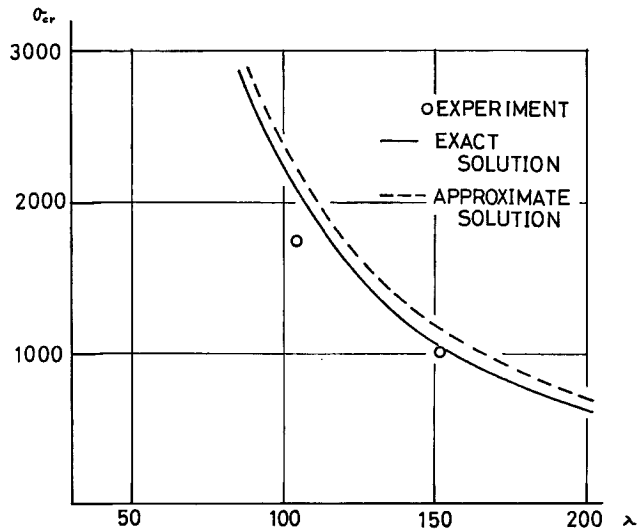
7.4.3 つなぎ材を2ヶ用いた場合

$$\begin{vmatrix} K_x \alpha_x - n K_x z_x^2 + \frac{E A h^2}{4l} & K_x \beta_x - \frac{E A h^2}{4l} & K_x \gamma_x \\ K_x \beta_x & 2 K_x \alpha_x - K_x \beta_x + \frac{E A h^2}{2l} & K_x \gamma_x \\ K_x \gamma_x & K_x \gamma_x & K_x (2 \gamma_x - z_x^2) \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

(11), (12), (13) のいずれの場合も試索法によって座屈荷重を求めることができる。

8. 考 察

実験結果と解析結果を Fig. 7~10 に示す。Aシリーズのつなぎ材のないものについて Fig. 7 (a) に、Aシリーズのつなぎ材1個の場合について Fig. 7 (b) に、Aシリーズのつなぎ材2個の場合について Fig. 7 (c) に示す。縦軸 σ_{cr} は座屈応力度、横軸には材長に比例するパラメーターで表わす。弾性座屈である $\lambda=150$ では、実験値はほぼ解析値に近く、つなぎ材のない場合を除けば、近似解もほぼ実験値に近い値を与えることがわかる。つなぎ材のない場合には、近似解は誤差が大きくなることがわかる。このことはつなぎ材を用いることによって、変形状態が近似解の仮定に近づくことを示すもので、つなぎ材のない場合については、変形挙動からも明らかなように近似解の仮定とは異なることによって、近似解の誤差が大きくなるものと考えられる。



7 (a)

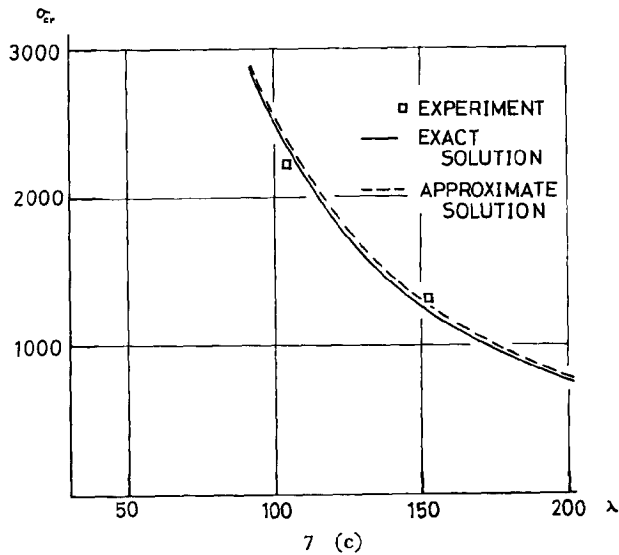
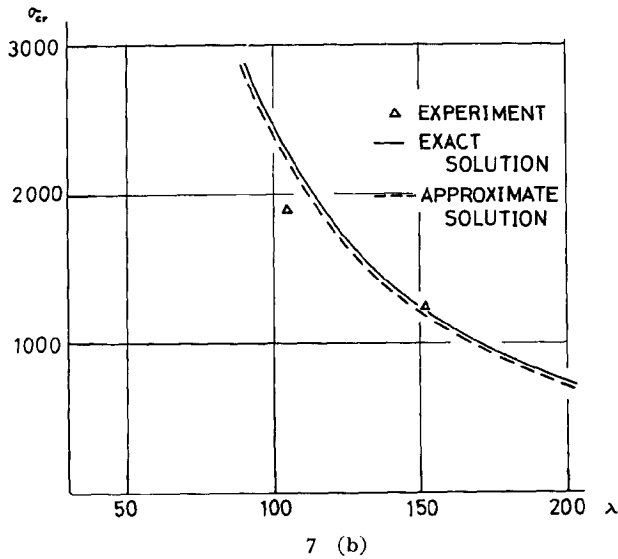


Fig. 7 Column Curve on Latticed Column of Angles.

Cシリーズの実験結果と解析結果とを Fig. 8 に示す。弾性座屈を起す $\lambda \cong 150$ では、解析値は実験値に近い値を与えている。解析値は、つなぎ材のない場合と、1個用いた場合は同じ値を与える。このことは、いずれの場合も同じ変形状態であることを示している。

Fig. 9 に Aシリーズにおけるつなぎ材の数と座屈応力度の関係を示す。 $\lambda \cong 152$ では実験値、解析値とも、つなぎ材の増加に伴う座屈応力度の上昇を示している。 $\lambda \cong 104$ では、実験は非弾性座屈であるにもかかわらず、解析値として、弾性解析値を示しているため、実験値と解析値は離れているが、つなぎ材の増加

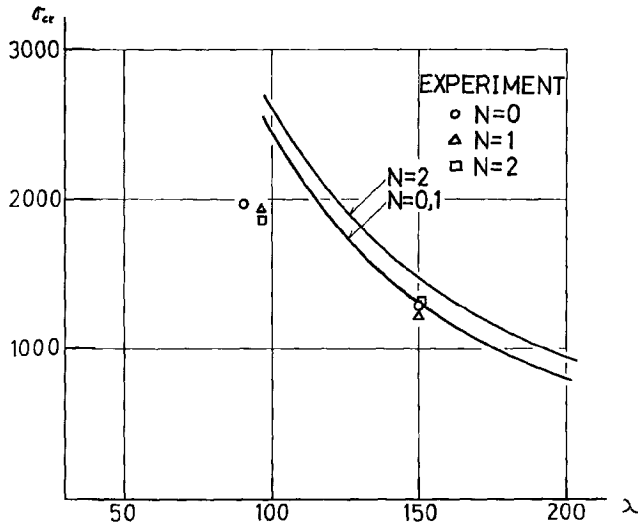


Fig. 8 Column Curve on Latticed Column of Channels

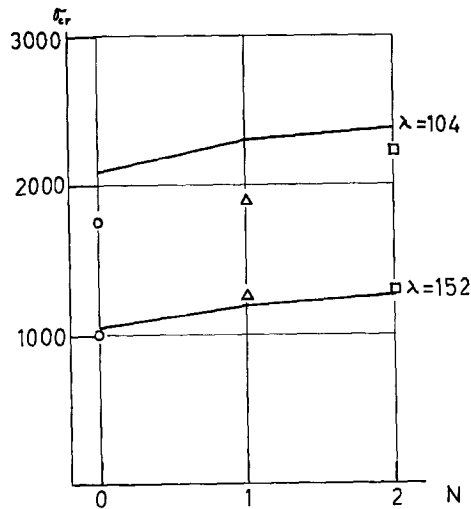


Fig. 9 Effect of the Number of Connections on Critical stress in the case of Angles.

に伴い座屈応力度の上昇があることを示している。

Fig. 10 に C シリーズにおけるつなぎ材の数と座屈応力度の関係を示す。 $\lambda \cong 150$ では実験値、解析値とも、つなぎ材 1 個用いても、つなぎ材のない場合より座屈応力度の上昇はなく、実験値では下降する傾向にある。つなぎ材を 2 個用いたものでは、1 個用いたものより、実験値、解析値とも、座屈応力度は上昇している。 $\lambda \cong 96$ では実験値は非弾性座屈を起しているため、弾性解析値とは離れているが、つなぎ材を 1 個用いても、つなぎ材のない場合に比べて座屈応力度は変りないことがわかる。

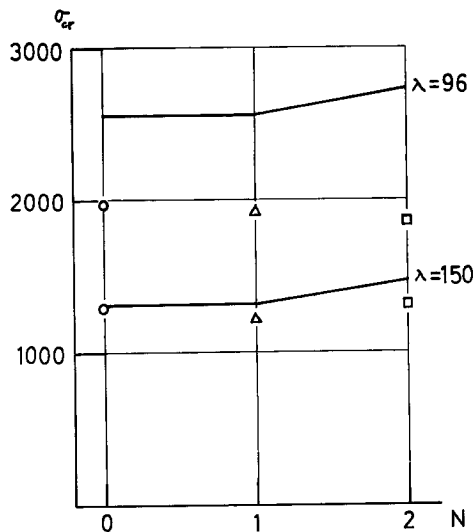


Fig. 10 Effect of the Number of Connections on Critical Stress in the case of Channels

9. 結 論

山形鋼，みぞ形鋼を用いた組立圧縮材が中心圧縮を受けるとき，つぎのことがいえる。

1. 山形鋼を用いた組立圧縮材では，つなぎ材を1個用いることにより，つなぎ材のない場合より，座屈応力度は上昇するが，みぞ形鋼の場合には座屈応力度は上昇しない。
2. 山形鋼を用いた組立圧縮材では，近似解は，つなぎ材のない場合には適用できないが，つなぎ材を用いる場合には誤差は少なくなる。

参 考 文 献

- 1) C. F. Kollbrunner und M. Meister: "Knicken, Biegedrill Knicken, Kippen," Second Edition, Springer-Verlag, Berlin, 1961, S. 123.
- 2) 若林 実, 野中泰二郎: "山形鋼の座屈挙動に関する実験的研究", 京都大学防災研究所年報, 第9号, 昭和41年3月, 327~335頁
- 3) J. Ratzersdorfer: "Die Knickfestigkeit von Stäben und Stabwerken," Julius Springer, Wien, 1936, S. 210.
- 4) 藤本盛久: "座屈論", 建築学大系 第12巻, 彰国社, 東京, 昭和35年, 321頁
- 5) 参考文献 1), S. 157.

付 録

1 軸対称薄肉開断面材におけるたわみ角法基本式

1 軸対称薄肉開断面材が，その断面の重心に圧縮荷重を受けるときの基礎微分方程式は次のように表わされる⁵⁾。

$$EI_y \frac{d^4 \xi}{dz^4} + P \frac{d^2 \xi}{dz^2} + P y_M \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = 0 \dots\dots\dots(14)$$

$$EI_x \frac{d^4 \eta}{dz^4} + P \frac{d^2 \eta}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$EC_M \frac{d^4 \varphi}{dz^4} + \{P(i_p^2 + y_M^2) - GI_D\} \frac{d^2 \varphi}{dz^2} + P y_M \frac{d^2 \xi}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(16)$$

断面のそり抵抗を無視すれば、(16)は(16)'となる。

$$\{P(i_p^2 + y_M^2) - GI_D\} \frac{d^2 \varphi}{dz^2} + P y_M \frac{d^2 \xi}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(16)'$$

ただし

- E : 圧縮断性係数
- I_y : y 軸に関する断面 2 次モーメント
- I_x : x 軸に関する断面 2 次モーメント
- P : 軸圧縮力
- y_M : セン断中心と重心とのきより
- G : セン断弾性係数
- I_D : ねじり定数
- i_p^2 : I_p/A
- I_p : 断面の重心に関する極 2 次モーメント
- A : 断面積
- ξ : セン断中心の x 軸方向変位
- η : セン断中心の y 軸方向変位
- φ : セン断中心まわりの断面の回転角
- x : 断面の非対称主軸
- y : 断面の対称主軸
- z : 材の重心軸
- l : 材長

無次元量として次の諸量を定義する。

$$z_y^2 \equiv \frac{P l^2}{EI_y}, \quad z_x^2 \equiv \frac{P l^2}{EI_x}, \quad z_{y_M^2} \equiv \frac{P y_M l}{EI_y}, \quad z_{D^2} \equiv \frac{P(i_p^2 + y_M^2)}{GI_D}, \quad m^2 \equiv \frac{EI_y}{GI_D} \quad \dots\dots\dots(17)$$

以上の無次元量を用いれば、(14)、(15)、(16)'は(18)、(19)、(20)となる。

$$\frac{d^4 \xi}{dz^4} + \frac{z_y^2}{l^2} \frac{d^2 \xi}{dz^2} + \frac{z_{y_M^2}}{l} \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\frac{d^4 \eta}{dz^4} + \frac{z_x^2}{l^2} \frac{d^2 \eta}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$(z_{D^2} - 1) \frac{d^2 \varphi}{dz^2} + \frac{m^2 z_{y_M^2}}{l} \frac{d^2 \xi}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(20)$$

(19)の解は

$$\eta = C_1 \sin \frac{z_x}{l} z + C_2 \cos \frac{z_x}{l} z + C_3 \frac{1}{l} z + C_4 \quad \dots\dots\dots(21)$$

(18)、(20)の解は

$$\frac{m^2 z_{y_M^2}}{z_{D^2} - 1} - z_y^2 \equiv -\delta^2 < 0 \quad \text{のとき}$$

$$\xi = C_5 \sin \frac{\delta}{l} z + C_6 \cos \frac{\delta}{l} z + C_7 \frac{1}{l} z + C_8 \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$\varphi = \frac{\delta^2 - z_y^2}{lz_{ym}^2} \left(C_5 \sin \frac{\delta}{l} z + C_6 \cos \frac{\delta}{l} z \right) + C_9 \frac{1}{l} z + C_{10} \quad \dots\dots\dots(23)$$

$\frac{m^2 z_{ym}^4}{z_D^2 - 1} - z_y^2 \equiv \delta^2 > 0$ のとき

$$\xi = C_5 \sinh \frac{\delta}{l} z + C_6 \cosh \frac{\delta}{l} z + C_7 \frac{1}{l} z + C_8 \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$\varphi = - \frac{\delta^2 + z_y^2}{lz_{ym}^2} \left(C_5 \sinh \frac{\delta}{l} z + C_6 \cosh \frac{\delta}{l} z \right) + C_9 \frac{1}{l} z + C_{10} \quad \dots\dots\dots(25)$$

ただし $C_1 \sim C_{10}$ 積分定数

境界条件は Fig. 11 を参照して次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} z=0 : & \\ & \xi - y_M \varphi = 0 & \eta = 0 \\ & \frac{d\xi}{dz} - y_M \frac{d\varphi}{dz} = -\theta_y^A & \frac{d\eta}{dz} = \theta_x^A \\ & \varphi = \varphi^A \\ z=l : & \\ & \xi - y_M \varphi = -lR_y^{AB} & \eta = lR_x^{AB} \\ & \frac{d\xi}{dz} - y_M \frac{d\varphi}{dz} = -\theta_y^B & \frac{d\eta}{dz} = \theta_x^B \\ & \varphi = \varphi^B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

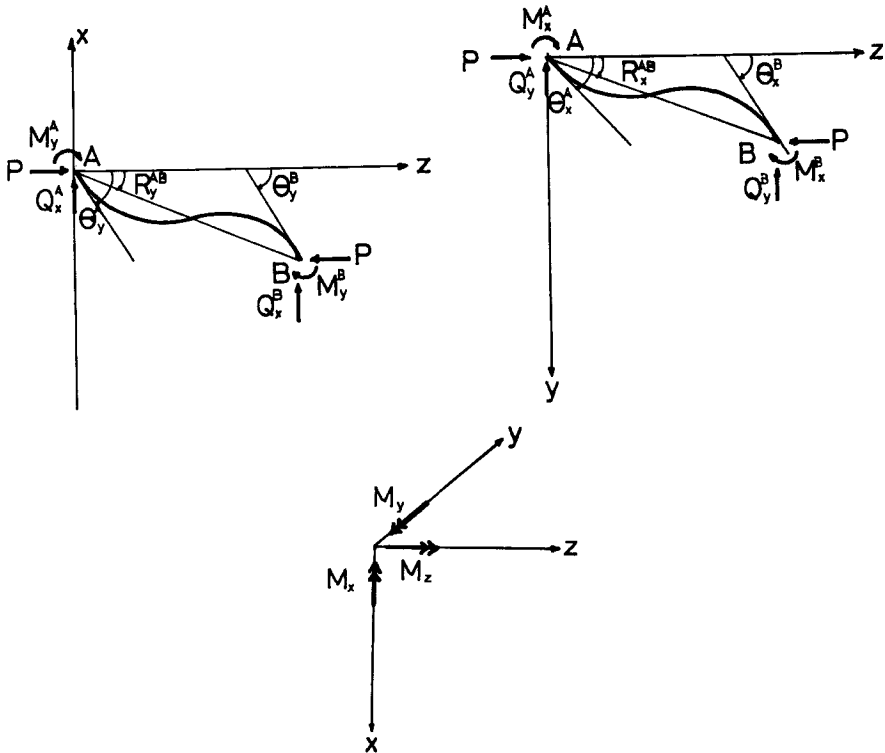


Fig. 11

(21)~(25) と (26) より積分定数を決定する。

$$C_1 = \frac{l}{z_x} \frac{(1 - \cos z_x - z_x \sin z_x) \theta_x^A + (\cos z_x - 1) \theta_x^B + z_x \sin z_x \cdot R_x^{AB}}{2(1 - \cos z_x) - z_x \sin z_x} \dots\dots\dots(27)$$

$$C_2 = \frac{l}{z_x} \frac{(\sin z_x - z_x \cos z_x) \theta_x^A + (z_x - \sin z_x) \theta_x^B - 2(1 - \cos z_x) R_x^{AB}}{2(1 - \cos z_x) - z_x \sin z_x} \dots\dots\dots(28)$$

$\frac{m^2 z_{ym}^4}{z_D^2 - 1} - z_y^2 \equiv -\delta^2 < 0$ のとき

$$C_5 = \frac{(\cos \delta + \delta \sin \delta - 1) \theta_y^A + (1 - \cos \delta) \theta_y^B - \delta \sin \delta \cdot R_y^{AB}}{-\left(\frac{y_M(\delta^2 - z_y^2)}{l z_{ym}^2} - 1\right) \{2(1 - \cos \delta) - \delta \sin \delta\}} \cdot \frac{l}{\delta} \dots\dots\dots(29)$$

$$C_6 = \frac{(\delta \cos \delta - \sin \delta) \theta_y^A + (\sin \delta - \delta) \theta_y^B - (\delta \cos \delta - \delta) R_y^{AB}}{-\left(\frac{y_M(\delta^2 - z_y^2)}{l z_{ym}^2} - 1\right) \{2(1 - \cos \delta) - \delta \sin \delta\}} \cdot \frac{l}{\delta} \dots\dots\dots(30)$$

$\frac{m^2 z_{ym}^4}{z_D^2 - 1} - z_y^2 \equiv \delta^2 > 0$ のとき

$$C_5 = \frac{(\cosh \delta - \delta \sinh \delta - 1) \theta_y^A + (1 - \cosh \delta) \theta_y^B + \delta \sinh \delta \cdot R_y^{AB}}{\left(1 + \frac{y_M(\delta^2 + z_y^2)}{l z_{ym}^2}\right) \{2(1 - \cosh \delta) + \delta \sinh \delta\}} \cdot \frac{l}{\delta} \dots\dots\dots(31)$$

$$C_6 = \frac{(\delta \cosh \delta - \sinh \delta) \theta_y^A + (\sinh \delta - \delta) \theta_y^B - (\delta \cosh \delta - \delta) R_y^{AB}}{\left(1 + \frac{y_M(\delta^2 + z_y^2)}{l z_{ym}^2}\right) \{2(1 - \cosh \delta) + \delta \sinh \delta\}} \cdot \frac{l}{\delta} \dots\dots\dots(32)$$

材端モーメント $M_x^A, M_x^B, M_y^A, M_y^B$ は次のように与えられる (Fig. 11)。

$$M_x^A = -EI_x \frac{d^2 \eta}{dz^2} \Big|_{z=0} \dots\dots\dots(33)$$

$$M_x^B = EI_x \frac{d^2 \eta}{dz^2} \Big|_{z=l} \dots\dots\dots(34)$$

$$M_y^A = EI_y \frac{d^2 \xi}{dz^2} \Big|_{z=0} \dots\dots\dots(35)$$

$$M_y^B = -EI_y \frac{d^2 \xi}{dz^2} \Big|_{z=l} \dots\dots\dots(36)$$

材端せん断力 $Q_x^A, Q_x^B, Q_y^A, Q_y^B$ は次のようになる。

$$Q_x^A = -\frac{M_y^A + M_y^B}{l} - PR_y^{AB} \dots\dots\dots(37)$$

$$Q_x^B = -Q_x^A \dots\dots\dots(38)$$

$$Q_y^A = \frac{M_x^A + M_x^B}{l} + PR_x^{AB} \dots\dots\dots(39)$$

$$Q_y^B = -Q_y^A \dots\dots\dots(40)$$

z 軸まわりの材端モーメントは

せん断中心まわりのモーメントを M_x^* とすれば

$$M_x^A = M_x^{*A} - Q_x^A y_M \dots\dots\dots(41)$$

$$M_x^B = -(M_x^{*B} + Q_x^B y_M) \dots\dots\dots(42)$$

(33)~(42) をたわみ角法形式で表わせば、

$$M_x^A = EK_x(\alpha_x \theta_x^A + \beta_x \theta_x^B - \gamma_x R_x^{AB}) \dots\dots\dots(43)$$

$$M_x^B = EK_x(\alpha_x \theta_x^B + \beta_x \theta_x^A - \gamma_x R_x^{AB}) \dots\dots\dots(44)$$

$$M_y^A = EK_y(\alpha_y \theta_y^A + \beta_y \theta_y^B - \gamma_y R_y^{AB}) \dots\dots\dots(45)$$

$$M_y^B = EK_y(\alpha_y \theta_y^B + \beta_y \theta_y^A - \gamma_y R_y^{AB}) \dots\dots\dots(46)$$

$$M_z^A = EK_y \left\{ \delta (\varphi^B - \varphi^A) + \frac{y_M}{l} [\gamma_y \theta_y^A + \gamma_y \theta_y^B - 2(\gamma_y - z_y^2) R_y^{AB}] \right\} \dots\dots\dots(47)$$

$$M_z^B = -M_z^A \dots\dots\dots(48)$$

$$Q_x^A = \frac{EK_x}{l} \{ \gamma_x \theta_x^A + \gamma_x \theta_x^B - (2\gamma_x - z_x^2) R_x^{AB} \} \dots\dots\dots(49)$$

$$Q_x^B = -Q_x^A \dots\dots\dots(50)$$

$$Q_x^A = -\frac{EK_y}{l} \{ \gamma_y \theta_y^A + \gamma_y \theta_y^B - (2\gamma_y - z_y^2) R_y^{AB} \} \dots\dots\dots(51)$$

$$Q_x^B = -Q_x^A \dots\dots\dots(52)$$

ただし

$$K_x \equiv \frac{I_x}{l}, \quad K_y \equiv \frac{I_y}{l}$$

$$\alpha_x \equiv \frac{z_x \sin z_x - z_x^2 \cos z_x}{2(1 - \cos z_x) - z_x \sin z_x}$$

$$\beta_x \equiv \frac{z_x^2 - z_x \sin z_x}{2(1 - \cos z_x) - z_x \sin z_x}$$

$$\gamma_x \equiv \alpha_x + \beta_x$$

$$\frac{m^2 z_{ym}^4}{z_D^2 - 1} - z_y^2 \equiv -\delta^2 < 0 \quad \text{のとき}$$

$$\alpha_y \equiv \frac{\delta \sin \delta - \delta^2 \cos \delta}{-\left(\frac{y_M (\delta^2 - z_y^2)}{l z_{ym}^2} - 1 \right) \{ 2(1 - \cos \delta) - \delta \sin \delta \}}$$

$$\beta_y \equiv \frac{\delta^2 - \delta \sin \delta}{-\left(\frac{y_M (\delta^2 - z_y^2)}{l z_{ym}^2} - 1 \right) \{ 2(1 - \cos \delta) - \delta \sin \delta \}}$$

$$\gamma_y \equiv \alpha_y + \beta_y$$

$$\delta \equiv \frac{z_{ym}^4}{\delta^2 - z_y^2} - \frac{z_{ym}^2}{l} y_M$$

$$\frac{m^2 z_{ym}^4}{z_D^2 - 1} - z_y^2 \equiv \delta^2 > 0 \quad \text{のとき}$$

$$\alpha_y \equiv \frac{\delta^2 \cosh \delta - \delta \sinh \delta}{\left(1 + \frac{y_M (\delta^2 - z_y^2)}{l z_{ym}^2} \right) \{ 2(1 - \cosh \delta) + \delta \sinh \delta \}}$$

$$\beta_y \equiv \frac{\delta \sinh \delta - \delta^2}{\left(1 + \frac{y_M (\delta^2 - z_y^2)}{l z_{ym}^2} \right) \{ 2(1 - \cosh \delta) + \delta \sinh \delta \}}$$

$$\gamma_y \equiv \alpha_y + \beta_y$$

$$\delta \equiv -\left(\frac{z_{ym}^4}{\delta^2 + z_y^2} + \frac{z_{ym}^2}{l} y_M \right)$$