

建築構造物の地震応答の適正化の一方法

小堀 鐸二・南井良一郎・河野 允宏

ON THE STATISTICAL ASEISMIC DESIGN DETERMINING THE OPTIMUM DYNAMIC CHARACTERISTICS OF STRUCTURE

By *Takuji* KOBORI, *Ryoichiro* MINAI
and *Masahiro* KAWANO

Synopsis

This paper presents the aseismic design method which satisfies the optimum condition for aseismic safety, by making use of the statistical technique. The optimum condition is defined in the form of the performance index which describes the stochastic response of a structural system subjected to a stationary random input. The optimum dynamic characteristics are determined so as to minimize the performance index and to limit non-dimensional displacement or ductility factor within the allowable value. Spectral densities and standard deviations of three-degree-of-freedom system to white noise excitation are calculated to examine the validity of the above-mentioned method. As a result, it is found that the statistical method is adequately applicable to the aseismic design of a structural system.

1. ま え が き

構造物系の動的耐震設計を行う場合、動的解析によって提供された地震入力特性、動力学特性及び出力応答に関する設計資料をもとにして対象とする構造物の動的特性の差を評価する事が現段階では必要である。これは地震波入力、構造物系の動力学特性のモデル化の段階での評価法及び構造物系の出力応答評価に関して耐震安全性を確定的に規定する物理量が明確には定まっていないからである。従って、入力、動力学特性、出力応答という耐震設計に前提となる三要素中、ある要素を仮定して他の要素との関連を比較しながら構造物の本質的な動的挙動を規定する物理量及び条件を調べて行かざるを得ない。従って、動的耐震設計の為の動的解析という意味は入力、構造物の動力学特性を一般的な概括的なものとし、その動的応答特性を Synthesis と Analysis の立場から検討して得られた一般的设计資料をもとにし対象とする個々の構造物系の特殊条件を考慮して設計構造物系各部の耐震安全性を詳細に検討するという事になる。このような事情を背景にすると構造物系の機能やそれが建設される地盤性状によって種々の耐震設計原理が適用できるがまたその限界も存在する。例えば、弾性設計法、弾塑性終局設計法、制震設計法等がそれである。特に、入力条件を考えると地震外乱が地震発生機構、規模、波動伝播体としての地盤性状、構成、震源からの距離に応じてその強度及び波形関数が異なり種々の要素が複雑に絡り、その結果、時系列として極めて不規則な性質を示すので設計に予想すべき地震波としては本質的に確率統計的に把握されるべきでありそれ故に確率統計的耐震設計法という立場も存在する可能性がある。ここでは地震入力とその出力応答を定常確率過程とみなし確率統計的方法によって構造物系の平均的な出力応答を解析的に表現しその数値解析によって構造物系の耐震設計を行う場合の適正耐震設計に関する一つの方法について論ずる。このような方法によれば動的解析に於けるフィードバックの過程を経ずにすべての条件を同時に考慮できる。その為には構造物系の耐震安全性の定義を確率統計的表現で行わなければならない。ここでは構造物の動作挙動を規定する評価関数を変位の

標準偏差を使って定義し、この評価関数の目的動作に適合するような動力学特性を有する入力条件に対して求める Synthesis の問題について検討を行うと同時に、このようにして設計された構造物を中心に構造物の基本的な動的挙動を Analysis の立場から検討を加えた。

2. 適正設計の定義とその方法

確率統計的方法による構造物の耐震設計を行うには構造物のモデルの設定の他に確率統計領域で対象とすべき地震外乱のパターンの設定及び構造物系の出力応答に関する耐震安全性を示す尺度を選定する必要がある。入力としては地震波の非予測性とランダム性に着目し定常過程としての取扱いにはランダム・パルス列、white noise、地盤の卓越周期の概念を含んだ white noise による粘性減衰を有する一質点系のスペクトル密度、卓越周期成分としての δ -function と noise 成分としての band limited white noise をスペクトル密度領域で示した入力パターンモデル等が考えられる。この入群に対する出力応答の耐震安全性評価の尺度として瞬間的破壊を規定するものとして最大値の確率分布の推定が行われたり、大巾な弾塑性域に於ける動的破壊を規定する量としてはこれ等の変位関係の尺度がある限界値内に存在しても履歴の繰返し回数、履歴消費エネルギー、疲労等を同時に評価した場合の構造物の破壊に耐える能力を安全率で評価し Reliability の推定も行われている。確率統計的方法による適正耐震設計とは、地震外乱による構造物系主要部への伝達エネルギーを可及的に抑制すること、伝達されたエネルギーは安全に消散することの二原理に基づいて、上記の研究成果を応用し構造物系各部の耐震安全性の尺度を示す地震応答が各部固有の破壊又は機能障害を規定する限界量以内に収まるように最も合理的かつ経済的な構造物系の動力学特性を見出すことである。

しかし、現段階では過去求められた動的耐震設計資料と新しい設計条件をもつ構造物の動的解析により Analysis の立場から検討して得られた動的性質と比較して動的設計が行われている。しかし、確率統計的方法によればある程度迄は構造物系の出力応答を解析的に表現出来るので入力条件と出力条件が確率統計的表現で規定されておれば Synthesis の立場からその条件に最も適合する構造物の動力学特性を見出すことが出来る。ここでは、構造物の出力条件に関して適正化の表現となるような目的関数を設定しこの目的関数を最大もしくは最小にするような動的応答を行う構造物の動力学特性を求める方法について述べる。以上の議論を数式で定義すると一般的には以下の展開となるであろう。いま、構造物の耐震適正度判定を使いある耐震安全性に対して適正となる適正動力学特性を次式で条件づける。

$$I = \langle J[\mathbf{Q} = (\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_n)] \rangle_{\mathbf{R}} = J[\mathbf{Q} = (\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_n), \mathbf{R} = (\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_n)] \leq \epsilon \dots\dots\dots(2.1)$$

上式に於いて $J[\mathbf{Q}]$ は動力学特性を示すベクトル $\mathbf{Q} = \{\mathbf{Q}_i\}$ を含み構造物系各部の耐震安全性を示す出力応答を規定する評価関数 (Performance Index) で $\langle \rangle_{\mathbf{R}}$ は不規則な地震外乱について確率統計的に予測される性質についての耐震解析領域 $\mathbf{R} = \{\mathbf{R}_i\}$ に於ける平均を示す。 $J(\mathbf{Q}, \mathbf{R})$ は $\langle \rangle_{\mathbf{R}}$ を関数 J の中に含んだ形に書き直したもので $\mathbf{R} = \{\mathbf{R}_i\}$ は不規則外乱の特性を規定するランダム変数であるとする。(2.1) 式の意味する所は評価関数 $J(\mathbf{Q}, \mathbf{R})$ を構造物の設計に関する種々の制約のもとに出来る限りある許容値を以内で小さくするという事が適正な動力学特性の条件と考えることが出来る。(2.1) 式は次式で示すような表現にもおきかえることが出来る。

$$\left[\frac{\partial J(\mathbf{Q}, \mathbf{R})}{\partial \mathbf{Q}} \right]_{\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^*} = 0 \dots\dots\dots(2.2)$$

(2.2) 式は動力学特性を示すベクトル \mathbf{Q} が (2.2) 式を満足するようなものとして \mathbf{Q}^* が存在した場合ある不規則外乱に対し課された設計制約を最もよく満足する動力学特性、即ち、最適動力学特性を導く式である。一方最適動力学特性は最適動力学特性分布と対応する最適動力学特性規準量の 2 個の組に分けて考えると次のようになる。

$$[\mathbf{1}\bar{Q}\{1q_i\}, 2\bar{Q}\{2q_i\}, \dots, n\bar{Q}\{nq_i\}]_{optimum} \sim [\{1q_i\}, \{2q_i\}, \dots, \{nq_i\}] ; [1\bar{Q}, 2\bar{Q}, \dots, n\bar{Q}]_{optimum} \dots\dots\dots(2.3)$$

そこで最適動力学特性を分布と規準量に分けて求める。最適分布は構造物の平均応答又は平均最大応答を無次元構造物モデルと無次元外乱領域で求め、これから(2.2)式を満足するようにすれば原則的に決定出来る。従って、次のような平均的な意味での最適分布特性が求まる。

$$\mathbf{q} = [\{1q_i\}, \{2q_i\}, \dots, \{nq_i\}] \dots\dots\dots(2.4)$$

従って、(2.2)式によって規定される最小値問題は無次元量だけで論じられる。最適分布は与えられた無次元波形関数に対して予め定められた領域 R で定義された目的関数 J を最小にするように定める。

一方、最適規準量は無次元靱性率応答と許容靱性率から求まる。これは無次元靱性率応答が地震外乱の最大加速度振幅の周波数特性を含んでいるので次式のような形で決まる。即ち、構造物系の最大靱性率応答を $\mathbf{D} = \{D_i(\mathbf{Q}, \mathbf{R})\}$ で示すとこのベクトルの中の入力に関するベクトル \mathbf{R} は最大加速度振巾を含んだ入力に関する規準量 ($1\bar{R}, 2\bar{R}, \dots, n\bar{R}$) を使えば

$$\mathbf{R} = [1\bar{R}, 2\bar{R}, \dots, n\bar{R}; r(\tau)] \dots\dots\dots(2.5)$$

のように書き直される。ここで、 $r(\tau)$ は定常確率過程で示された入力。従って、許容靱性率を $\{D_{allow}\}$ とすれば $\mathbf{D} = \{D_i(\mathbf{Q}, \mathbf{R})\}$ は次式を満足するように規定する。

$$\{D_i(\mathbf{Q}, \mathbf{R})\} \leq \{D_{allow}\} \dots\dots\dots(2.6)$$

一方、 $D(\mathbf{Q}, \mathbf{R})$ は \mathbf{R} の最大加速度振巾に関して増加関数であるから(2.6)式の左辺と右辺の符号を取ることにより $r(\tau)$ についてとけば原則的に求まる。よって、規準量が次のように求まる。

$$i\bar{Q} = [1\bar{Q}, 2\bar{Q}, \dots, n\bar{Q}] \dots\dots\dots(2.7)$$

従って、最適動力学特性は(2.4)式の最適分布と(2.7)式の最適規準量との積で示されるが、最適分布については構造物系の力学的な耐震安全性を意図し最適規準量は最も経済的な耐震安全性の確保を意図している。

3. 線形不連続構造物系の適正設計

ここでは、2.節で述べられた適正設計の構造物への適用性を検討する為に線形不連続構造物系の場合の適正設計の定義を示し確率統計の方法による構造物の最適設計の一方法について論議する。この議論の為に必要な基礎運動方程式及び確率量は以下のようにして求められる。

3.1 不連続系構造物系の基礎運動方程式

一般に不連続系非線形構造物の変位に関する無次元基礎運動方程式は運動座標系で次式のように示され

$$[a] \frac{d^2}{d\tau^2} \{\eta\} + [b] \frac{d}{d\tau} \{\eta\} + [k] \{\varphi\} = \{f\} \dots\dots\dots(3.1)$$

る。ここに、 $[a]$ ：無次元質量分布、 $[k]$ ：無次元剛性分布、 $\{\eta\}$ ：無次元変位、 $\{\varphi_i\}$ ：無次元履歴特性、 $\{f\}$ ：無次元外乱、 τ ：無次元時間で次式のように示される。

$$[a] = \begin{pmatrix} m_1 & & & 0 \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & m_n \end{pmatrix}, \quad [b] = \begin{pmatrix} b_1 + b_2 & -b_2 & & \dots & 0 & \dots & \\ -b_2 & b_2 + b_3 & -b_3 & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & & \\ 0 & & & & -b_{n-1} & & \\ & & & & -b_{n-1} & b_{n-1} + b_n & \end{pmatrix} \dots\dots\dots(3.2)$$

$$[k] = \begin{pmatrix} \kappa_1 & -\kappa_2 & \dots & 0 \\ 0 & \kappa_2 & -\kappa_3 & 0 \\ & & \ddots & \\ & & & -\kappa_{n-1} \\ & & & -\kappa_{n-1} & \kappa_n \end{pmatrix}, \quad \{\eta\} = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_n \end{pmatrix}, \quad \{\varphi\} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix}, \quad \{f\} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \dots\dots(3.3)$$

また特に bi-linear hysteretic type では、

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &= \varphi_i(\xi_i; \tau_i, \delta_i) = \phi_i(Y_i - Y_{i-1}; K_i, \Delta_i, \tau_i) / \Delta K_{1i} \\ \xi_i &= \eta_i - \eta_{i+1}, f_i(\tau) = -m_i \alpha_Y \alpha_Y(\tau) = -m_i \alpha_Y \alpha_Y(\tau / \lambda) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.4)$$

ここで, ξ_i ; 無次元相対変位, τ_i ; 第1第2分枝剛性比,

δ_i ; 弾性限無次元変位, ϕ_i ; 層弾塑性履歴特性

(3・1), (3・2) および (3・3) 式の無次元変数と動力学パラメーターと有次元変数と動力学パラメーターの間には次のような関係式がある。

$$\left. \begin{aligned} m_i &= \frac{M_i}{\bar{M}}, \quad d_i = \frac{D_i}{\sqrt{\bar{M}\bar{K}}}, \quad \kappa_i = \frac{K_{i1}}{\bar{K}}, \quad \tau_i = \frac{K_{i2}}{K_{i1}} \\ \delta_i &= \frac{\Delta_i}{\bar{L}}, \quad \alpha_Y = \frac{\bar{M}A_Y}{\bar{K}\bar{L}}, \quad A_Y = \left| \frac{d^2\bar{Y}}{d\bar{t}^2} \right|_{\max} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.4)$$

また無次元変位及び無次元時間については次式のような関係式がある。

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \sqrt{\frac{\bar{K}}{\bar{M}}} \cdot \bar{t} = \bar{\lambda} \cdot t, \quad \eta_i = \frac{Y_i - \bar{Y}}{\bar{L}}, \quad \alpha_Y(\tau) = a_Y(\tau/\bar{\lambda}) \\ |\alpha_Y(\tau)|_{\max} &= 1, \quad \tau_1 = \bar{\lambda}_1 T, \quad \omega_1 = \bar{\lambda}_1 \omega \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.5)$$

ここに, $\bar{M}, \bar{K}, \bar{L}$ はそれぞれ質量, 剛性, 長さの規準量である。

Y_i ; 静止座標, \bar{Y} ; 並進地動変位, t ; 有次元時間, M_i ; 質量, D_i ; 内部減衰係数, K_1, K_2 ; bi-linear hysteretic characteristics の第1, 第2分枝剛性, Δ ; 弾性限変位, .

$\tau_1 T$ は構造物系の基本周期であり, ω_1 は対応する振動数, ω は無次元振動数である。更に, (3・1) 式の $\{\eta\}$ について無次元弾性限変位 δ で除し無次元靱性率を次のように定める。

$$\{\eta\} = \left\{ \frac{\eta_d}{\delta} \right\}, \quad \{\eta_d\} = \{\delta\eta\} \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

(3・1) の弾塑性質点系モデルの任意線形分枝に於いては (3・1) は次式のように書ける。

$$([a] \frac{d^2}{d\tau^2} + [b] \frac{d}{d\tau} + [c])\{\eta\} = \{f\} \quad \dots\dots\dots(3.7)$$

ここに, $[c]$ については次式のような表現を得る。

$$[c] = \begin{pmatrix} \kappa_1 + \kappa_2, & -\kappa_2 & & & \\ -\kappa_2, & \kappa_2 + \kappa_3, & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & -\kappa_{n-1} & \\ -\kappa_{n-1}; & \kappa_{n-1} + \kappa_n & & & \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.8)$$

無次元動特性 $[a], [b], [c]$ は一般に real square matrix である。

3.2 不連続質点系の最適動力学特性分布

不連続剪断形質点系についての適正設計の条件とは2. 節で論じられた意味を具体的に表現すると, 構造物の各層の耐震安全性を一様にし, しかも, 各層の応答がある許容値内に収まるようにし, かつ, そのような動力学特性をもつ構造物中, 最も経済的な構造物の動力学特性を設計することである。経済性を示すと思わる最適規準量は応答許容値から求まるので最初に無次元量で決る最適動力学特性分布を求める問題について論ずる。従って, この問題は不連続系の線形構造物の応答を空間方向に対して一様化するような動力学特性分布を求める問題に帰着し, それは一般的に次式のように定義された評価関数を最小にすることによって求められる。

$$\begin{aligned} J([a], [b], [c]; rS(\omega)) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(\sigma_i - \bar{\sigma})^2}{\bar{\sigma}^2} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N \left[\left(\int_{-\infty}^{\infty} rS(\omega) |G_{\xi_j^i}(j\omega)m^j|^2 d\omega \right)^{1/2} - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} rS(\omega) |G_{\xi_j^i}(j\omega)m^j|^2 d\omega \right)^{1/2} \right]^2}{\frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \left(\int_{-\infty}^{\infty} rS(\omega) |G_{\xi_j^i}(j\omega)m^j|^2 d\omega \right)^{1/2} \right]^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3.9)$$

$$\text{ここに, } \{\sigma_i^2\} = \{ {}_0R^i(0) \} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{ {}_0S^i(\omega) \} d\omega, \quad \bar{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

$[a], [b], [c]$ は (3・2) および (3・8) 式で定義されている質量, 減衰, 剛性の各分布マトリックスで σ_i は構造物系各層の相対変位に関する標準偏差, $\{ {}_0S_i(\omega) \}, \{ {}_0R_i(\tau) \}$ は各層の相対変位に関する出力のスペクトル密度ベクトルと対応する自己相関関数ベクトルを示す。又, $G_{\xi j}(j\omega)$ は相対座標系に関する変位の伝達関数マトリックス $[G(j\omega)]_{\xi}$ の (i, j) 要素で $rS(\omega)$ は入力 of the スペクトル密度を示す。従って, (3・9) 式の意味を考えれば上記の最適動力特性分布は (3・9) 式の $J([a], [b], [c]; rS(\omega))$ を最小にする様な無次元動力特性分布ベクトル $\mathbf{q}^* = ([a]^*, [b]^*, [c]^*)$ の事であり, この最適分布ベクトルを求めるには (3・10) で示されるスペクトル密度及び変位の標準偏差等の確率量を計算しなければならない。以下その確率量を求める。(3・1) 式をラプラス変換すると次式ようになる。

$$([a]S^2 + [b]S + [c])\{\phi(s)\} = \{F(s)\} \quad \dots\dots\dots(3\cdot11)$$

ただし, $\{\phi(s)\} \subset \{\eta\}, \{F(s)\} = \{\bar{f}(s)\} + [a]\{\eta\}_0 s + [a]\left\{\frac{d\eta}{d\tau}\right\}_0 + [b]\{\eta\}_0 \quad \dots\dots\dots(3\cdot12)$

ここで, s ; ラプラス変換複素パラメーター, $\{\eta\}_0, \left\{\frac{d\eta}{d\tau}\right\}_0$ は変位と速度に関する初期条件。(3・11) 式を書き直すと,

$$\{\phi(s)\} = ([a]s^2 + [b]s + [c])^{-1} \{F(s)\} \quad \dots\dots\dots(3\cdot13)$$

ここで, $[A]^{-1}$ はマトリックス $[A]$ の逆マトリックスを示す。(3・13) 式で $s=j\omega$ とおくと次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \{\phi(j\omega)\} &= (-[a]\omega^2 + j[b]\omega + [c])^{-1} \{F(j\omega)\} \\ &= [G(j\omega)]_{\eta} \{F(j\omega)\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3\cdot14)$$

(3・14) 式の $[G(j\omega)]_{\eta}$ は構造物系の運動座標系に関する伝達関数マトリックスで次式のように書ける。

$$[G(j\omega)]_{\eta} = (-[a]\omega^2 + j\omega[b] + [c])^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11}(j\omega), & A_{12}(j\omega), & \dots, & A_{1n}(j\omega) \\ A_{21}(j\omega), & A_{22}(j\omega), & \dots, & A_{2n}(j\omega) \\ \vdots & & & \\ A_{n1}(j\omega), & A_{n2}(j\omega), & \dots, & A_{nn}(j\omega) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{11}(j\omega), & G_{12}(j\omega), & \dots, & G_{1n}(j\omega) \\ G_{21}(j\omega), & G_{22}(j\omega), & \dots, & G_{2n}(j\omega) \\ \vdots & & & \\ G_{n1}(j\omega), & G_{n2}(j\omega), & \dots, & G_{nn}(j\omega) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(3\cdot15)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} A_{i,i}(j\omega) &= -m_i\omega^2 + j(b_i + b_{i+1})\omega + \kappa_i + \kappa_{i+1} \\ A_{i,i-1}(j\omega) &= -(jb_{i+1}\omega + \kappa_i), & A_{i,i+1} &= -(jb_{i+1}\omega + \kappa_{i+1}) \\ A_{i,k}(j\omega) &= 0, & k &\neq i-1, \text{ or } i+1, k_0 = b_0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3\cdot16)$$

また (3・15) 式の第 2 式は次式のようにも書ける。

$$[G(j\omega)]_{\eta} = [{}^{[1]}A_{ij}(j\omega)/A_c(j\omega)] \quad \dots\dots\dots(3\cdot17)$$

ここで, $A_c(j\omega)$ は

$$A_c(j\omega) = \det(-[a]\omega^2 + j[b]\omega + [c]) = \det \begin{bmatrix} A_{11}(j\omega), & A_{12}(j\omega), & \dots, & A_{1n}(j\omega) \\ \vdots & & & \\ A_{n1}(j\omega), & A_{n2}(j\omega), & \dots, & A_{nn}(j\omega) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(3\cdot18)$$

で $[G(j\omega)]$ の determinant で, $[{}^{[1]}A_{ij}(j\omega)]$ は (3・18) 式の右辺の第 2 式のマトリックスの (i, j) 要素に関する cofactor を示す。(3・14) 式を使えば運動変位に対するスペクトル密度マトリックが次式のように定義できる。

$$\begin{aligned} [{}_0S(\omega)]_{\eta} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \{\phi_T(j\omega)\} \{\phi_T(j\omega)\}^* = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} ([G(j\omega)]_{\eta} \{F_T(j\omega)\}) ([G(j\omega)]_{\eta} \\ &\quad \cdot \{F_T(j\omega)\})^* = [G(j\omega)]_{\eta} \{F(j\omega)\} \{F(j\omega)\}^* [G(j\omega)]_{\eta}^* \\ &= [G(j\omega)]_{\eta} [rS(\omega)] [G(j\omega)]_{\eta}^* \quad \dots\dots\dots(3\cdot19) \end{aligned}$$

ただし, $[A]^*$ は $[A]$ の transposed conjugate matrix を示し suffix T は

$$\phi_T(j\omega) = \int_{-T}^T \eta(t) e^{-j\omega t} dt$$

を示す。また、入力のスเปクトル密度マトリックス $[{}_rS(\omega)]$ は (3.12) 式で初期条件 $\{\eta\}_0 = \{0\}$, $\left\{\frac{d\eta}{d\tau}\right\}_0 = \{0\}$ とおくと次式のように定義される。

$$[{}_rS(\omega)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \{f_T(j\omega)\} \{f_T(j\omega)\}^* = \{f(j\omega)\} \{f(j\omega)\}^* \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

(3.19) 式を逆フーリエ変換すると運動変位の相関関数が次式の形で求まる。

$$[{}_0R(\tau)]_\eta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [{}_0S(\omega)]_\eta e^{j\omega\tau} d\omega$$

$$= [g(\tau)]_\eta * [{}_rR(\tau)] * [g(-\tau)]_\eta \quad [g(\tau)]_\eta = [0], \quad \tau < 0 \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

ここで、* は convolution を示し、 $[g(\tau)]_\eta$ は構造物系の単位衝撃マトリックスで $\tau \geq 0$ に於いてのみ定義されている実関数である。 $[{}_rR(\tau)]$ は入力のスぺクトル密度マトリックスでその対角要素が自己相関関数、その他の要素は相互相関関数である。一方、(3.9) 式で定義されている $J([a], [b], [c]; {}_rS(\omega))$ の中の標準偏差 σ_i は相対変位で定義されているので相対変位と運動変位間の関係式を見つけ相対変位に関する標準偏差を求める。 ξ を相対変位、 η を運動変位とすれば ξ と η と間には次の関係式が成立する。

$$\{\xi\} = [J]\{\eta\}, \quad [J] = \begin{bmatrix} 1, & 0, & \dots, & 0 \\ -1, & 1, & \dots, & 0 \\ \dots, & \dots, & \dots, & \dots \\ \dots, & \dots, & -1, & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

又 ξ と η に関する衝撃関数を夫々 $[g]_\xi, [g]_\eta$ とすれば

$$\{\xi\} = [g]_\xi * \{f\}, \quad \{\eta\} = [g]_\eta * \{f\} \quad \dots\dots\dots (3.23)$$

の関係式があるから (3.23) 式を (3.22) 式に代入すると

$$\{\xi\} = [J][g]_\eta * \{f\} \quad \dots\dots\dots (3.24)$$

(3.24) 式を $\dot{\xi}(0) = \dot{\xi}(0) = 0$ の初期条件でフーリエ変換すると、

$$\{\xi(j\omega)\} = [J][G(j\omega)]_\eta \{f(j\omega)\} \quad \dots\dots\dots (3.25)$$

よって、相対変位の応答スぺクトル密度マトリックス $[{}_0S(\omega)]_\xi$ は次式のように定義出来る。

$$[{}_0S(\omega)]_\xi = \left\{ \begin{aligned} &\{\xi(j\omega)\} \{\xi(j\omega)\}^* \\ &= [J][G(j\omega)]_\eta [{}_rS(\omega)] [G(j\omega)]^* [J]^T \\ &= [G(j\omega)]_\xi [{}_rS(\omega)] [G(j\omega)]_\xi \\ &= [J][{}_0S(\omega)]_\eta [J]^T \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.26)$$

$$\text{ここに、} \quad [G(j\omega)]_\xi = [J][G(j\omega)]_\eta \quad \dots\dots\dots (3.27)$$

よって、(3.26) 式より運動座標系のスぺクトル密度マトリックスより相対運動座標系のスぺクトル密度マトリックスが求まる。(3.26) 式の関係 $[{}_0S(\omega)]_\xi$ と $[{}_0S(\omega)]_\eta$ の対応する (i, j) 要素を取り出すと次式のようになる。

$${}_{0\xi}S^i_j(\omega) = {}_{0\eta}S^{i-1}_{j-1}(\omega) + {}_{0\eta}S^i_j(\omega) - {}_{0\eta}S^{i-1}_{j-1}(\omega) - {}_{0\eta}S^{i-1}_j(\omega) \quad \dots\dots\dots (3.28)$$

従って、(3.26) 式より相対変位の標準偏差は次式で求まる。

$$[\sigma^2]_\xi = [R(0)]_\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [{}_0S(\omega)]_\xi d\omega \quad \dots\dots\dots (3.29)$$

ここに、 $[R(0)]_\xi$ は (3.21) 式で定義された相関関数で $\tau=0$ 、即ち 2 乗平均値を意味している。(3.29) 式で求められた $[\sigma^2]_\xi$ を (3.9) 式に代入し

$$\left[\frac{\partial J(\mathbf{Q}; {}_rS(\omega))}{\partial \mathbf{Q}} \right]_{\mathbf{Q}=\mathbf{Q}^*} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.30)$$

となる動力学分布ベクトル $\mathbf{q} = ([a^*], [b^*], [c^*])$ が求まるとき次式が成り立つ。

$$[J([a], [b], [c]; {}_rS(\omega))]_{\text{minimum}} = [J([a^*], [b^*], [c^*]; {}_rS(\omega))]_{\text{optimum}} \quad \dots\dots\dots (3.31)$$

よって求める最適動力学特性分布ベクトルは次式となる。

$$\mathbf{q} = ([a^*], [b^*], [c^*]) \quad \dots\dots\dots (3.32)$$

最も理想的な最適動力学特性分布は (3.30) 式以外に

$$[J([a^*], [b^*], [c^*]; {}_1S(\omega))] = 0 \quad \dots\dots\dots(3.33)$$

を満足する動力学分布ベクトル q^* である。

3.3 不連続質点系の最適動力学特性規準量

最適動力学特性の規準量の決定は同時に構造物の平均最大靱性率をある許容値内に収めるという事と同時に
行われ以下のような手順で求められる。

(1) 許容応答値の設定と応答安全率 ν_i の導入

これは耐震安全性の尺度の終局値 τ_{ult} の不確定性に対応する安全率と尺度の単一化を考慮して応答安全率 ν_i を導入して応答許容値を次式のように決める。ここでは許容靱性率 τ_{allow} を定める。

$$\tau_{allow} = \tau_{ult} / \nu = \tau_d \quad \dots\dots\dots(3.34)$$

(2) 平均最大加速度振幅の周波数特性の設定による地震外乱群の規定；外乱安全率の導入

これは、地震外乱の不確定性に対応して外乱安全率 $E\{A\}$ を確率統計的に推定する。 $E\{A\}$ は最大加速度振幅の周波数特性についての ensemble 平均で次式のように外乱群を規定する。

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \frac{d^2 Y}{d\tau^2} \right\} &= m_i \alpha_Y \{ \alpha(\tau) \} = m_i \cdot \frac{\bar{M} \cdot E\{A\}}{\bar{B}} \{ \alpha(\tau) \} = m_i \alpha_Y \{ a(\tau/\lambda) \} \\ \alpha_Y &= \frac{\bar{M} E\{A\}}{\bar{B}} = \frac{\bar{M} \cdot \beta}{\bar{B}}, \quad |\alpha(\tau)|_{\max} = 1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3.35)$$

で $\alpha(\tau)$ は stationary random process である。 \bar{B} は構造物の強度に関する基準量である。

(3) 構造物系の基本固有周期 ${}_1T$ を予め推定する。

これは、現段階ではある程度半経験的に予測する領域の物理量であるが、建物の建設される地盤の周期特性やその地点でのサismシティ等を考慮して予想される設計量である。この基本固有周期 ${}_1T$ は初期剛性規準量と加速度の周波数特性とから次式のように定まる。

$${}_1T = \sqrt{\bar{M}/\bar{K}} \cdot {}_1\tau, \quad {}_1\tau = {}_1\tau([a], [b], [c]) \quad \dots\dots\dots(3.36)$$

(4) 設定された外乱群に対して与えられた最大靱性率の許容値以下に各部応答量が収まるようにの意味で \bar{B} を定める。

構造物の平均最大靱性率を $\{\tau_{di}\}$ とすると次式を成立させて \bar{B} が以下のように成立する。

$$\{\tau_{di}\} \leq \{\tau_{allow}\} = \tau_d \{\nu_i\}, \quad i=1, \dots, n \quad \dots\dots\dots(3.37)$$

$$\bar{B} = \max_i \bar{B}_i \quad \dots\dots\dots(3.38)$$

即ち、各層につきまず許容応答量以下になるように \bar{B}_i を定め層番号について最大値をとるが、前節で定義したように構造物の靱性率応答が空間方向に一様であれば任意の一つの層だけで定まる。また、この定め方の妥当性は最適分布に関する構造物系の応答が入力加速度振幅に関して増加関数であることが前提になければ充分でない。構造物系の出力応答が入力の加速度の増加関数であるから τ_d を与えると \bar{B} は $\beta = E\{A\}$ と τ_d を助変数にして表現できる。よって次式が成立。

$$\bar{B} = \max_i \bar{B}_i = \bar{B}(\beta, \tau_d) \quad \dots\dots\dots(3.39)$$

一方、強度、剛性、変位の規準量 $\bar{B}, \bar{K}, \bar{d}$ が次式の関係式があるとする。

$$\bar{B} = \bar{d} \cdot \bar{K} = \bar{d} \cdot \bar{M} \cdot \left(\frac{{}_1T}{{}_1\tau} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(3.40)$$

(3.40) 式が成り立てば全ての規準量は $\bar{M}, {}_1\tau, {}_1T, \tau_d$ の関数として定まる。ここで $\{M_i\} = \bar{M}\{m_i\}$ は既知ベクトルで、 $\bar{B}, \bar{K}, \bar{d}$ が (3.40) 式のような関係があると最適動力学特性を規定する要素の中、独立なものは一個となる。従って、 \bar{K}, \bar{B} は \bar{d} と τ_d の関数として ${}_1T$ を explicit に含んで一意的に定まる。換言すれば ${}_1T$ 自身が唯一の独立な有次元設計量である。以上 (1), (2), (3), (4) の手順を追って最適規準量を求めれば以下のような展開となる。

(3.26) 式から出力のスペクトル密度マトリックスの (i, i) 要素を取り出し書くと次のようになる。

$${}_{0\xi}S_{ij}(\omega) = G_{\xi^i_j}(\omega) \cdot f^j(\omega) \cdot (G_{\xi^i_k}(\omega) \cdot f^k(\omega))^* \dots\dots\dots(3.41)$$

ここで、 i, k は summation convention とする。(3.41) の $f^j(\omega)$ については (3.4) 式の第 4 式から次式のようになる。

$$\{f_{iT}(j\omega)\} = \{m_i \alpha_Y \cdot \bar{\alpha}_{YT}(j\omega)\} \dots\dots\dots(3.42)$$

(3.42) 式で $\alpha_{YT}(j\omega)$ は無次元表示になっているが、入力関数は (3.35) 式より $\alpha_Y(\tau) = a_Y(\tau/\lambda) = a_Y(t)$ となっているので $\alpha_Y(\tau)$ の無次元波形関数と $a_Y(\tau)$ の有次元波形関数間の関係を求める必要がある。上記の波形の関係と (3.5) 式で示されている時間の変換を考慮に入れると無次元波形関数 $\alpha_Y(\tau)$ と $a_Y(\tau/\lambda)$ のフーリエ変換は以下のような関係がある。

$$\{\bar{\alpha}_{YTd}(j\omega)\} = \int_{-\tau_d}^{\tau_d} \{\alpha_Y(\tau)\} e^{-i\omega\tau} d\tau = \lambda \int_{-T_d}^{T_d} \{a_Y(t)\} e^{i-\Omega t} dt = \{\alpha_{YTd}(j\omega)\} \dots\dots\dots(3.43)$$

よって無次元波形関数のスペクトル密度マトリックスを $[r_S(\omega)]$ 、有次元波形関数のスペクトル密度マトリックス $[r_S(\Omega)]$ とすると (3.43) 式の関係式より次式が求まる。

$$\begin{aligned} [r_S(\omega)] &= \lim_{\tau_d \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau_d} \{\bar{\alpha}_{YTd}(j\omega)\} \{\bar{\alpha}_{YTd}(j\omega)\}^* = \{\bar{\alpha}_Y(j\omega)\} \{\bar{\alpha}_Y(j\omega)\}^* \\ &= \lambda \lim_{T_d \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_d} \{\alpha_{YTd}(j\omega)\} \{\alpha_{YTd}(j\omega)\}^* = \lambda \{a_Y(j\omega)\} \{a_Y(j\omega)\}^* \\ &= \lambda [r_S(\Omega)] \dots\dots\dots(3.44) \end{aligned}$$

よって、(3.42) および (3.44) 式より入力スペクトル密度マトリックス $[r_S(\omega)]$ は次式のようになる。

$$[r_S(\omega)] = \{f(j\omega)\} \{f(j\omega)\}^* = \alpha^2_Y \{m \bar{\alpha}_Y(j\omega)\} \{m \bar{\alpha}_Y(j\omega)\}^* = \lambda \alpha^2_Y \{m\} \{m\}^T [r_S(\Omega)] \dots\dots\dots(3.45)$$

(3.45) 式を (3.41) 式に代入すると

$$\begin{aligned} {}_{0\xi}S_{ij}(\omega) &= \alpha_Y^2 [G_{\xi^i_j}(\omega) \cdot m^j \cdot (G_{\xi^i_k}(\omega) \cdot m^k)] [r_S(\omega)] \\ &= \alpha^2_Y \lambda [G_{\xi^i_j}(\omega) \cdot m^j \cdot (G_{\xi^i_k}(\omega) \cdot m^k)] [r_S(\Omega)] \dots\dots\dots(3.46) \end{aligned}$$

$$\text{ここで、} \quad r_S(\omega) = |\bar{\alpha}(j\omega)|^2, \quad r_S(\Omega) |_{\max} = 1 \dots\dots\dots(3.47)$$

で $s(\Omega)$ は入力のパワーレベルが 1 であるときのスペクトル密度マトリックスである。よって、(3.41) 式で入力レベル 1 のときの出力応答のスペクトル密度マトリックスを $[{}_{0s}(\omega)]_n$ とおくとその (i, i) 要素は次式のようになる。

$${}_{0n}S_{ii}(\omega) = [G_{\xi^i_j}(\omega) \cdot m^j \cdot (G_{\xi^i_k}(\omega) \cdot m^k)] \dots\dots\dots(3.48)$$

とおくと (3.46) 式と対応する相対変位の標準偏差は次式の表現となる。

$${}_{0\xi}S_{ii}(\omega) = \alpha^2_Y \cdot \lambda \cdot {}_{0n}S_{ii}(\omega) \dots\dots\dots(3.49)$$

$${}_{0\xi}\sigma^i = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} {}_{0\xi}S_{ii}(\omega) d\omega} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \alpha^2_Y \cdot \lambda \int_{-\infty}^{\infty} {}_{0n}S_{ii}(\omega) d\omega} = \alpha_Y \cdot \sqrt{\lambda} \cdot {}_{0n}\sigma^i \dots\dots\dots(3.50)$$

${}_{0n}\sigma^i$ は入力のパワーレベルが 1 のときの構造物の出力応答の標準偏差を示す。(3.50) の ${}_{0\xi}\sigma^i$ は相対変位であるが (3.6) 式で示すような靱性率で書き直すと $\{\xi(j\omega)\} = \{\delta \tilde{\xi}_d(j\omega)\}$ より

$$[{}_{0s}(\omega)]_{\xi} = \{\delta \tilde{\xi}_d(j\omega)\} \{\delta \tilde{\xi}_d(j\omega)\}^* \dots\dots\dots(3.51)$$

よって、(3.51) 式の対角要素のみを取り出すと

$${}_{0\xi}S_{ii}(\omega) = \delta^2_{\xi} |\tilde{\xi}_d(j\omega)|^2 = \delta^2_{i0\xi} S_{ii}(\omega)_d \dots\dots\dots(3.52)$$

(3.29) 式より靱性率の標準偏差 ${}_{0\xi}\sigma^i_{id}$ は次のようになる。

$${}_{0\xi}\sigma^i_{id} = \frac{1}{\delta_{\xi}} {}_{0\xi}\sigma^i = \frac{\alpha_Y}{\delta_{\xi}} \sqrt{\lambda} {}_{0n}\sigma^i \dots\dots\dots(3.53)$$

次に、各層の平均最大靱性率を次式のように定義する。

$$\{\tau_{di}\} = \tau_{di} \left\{ \frac{\tau_{di}}{\tau_{di}} \right\} = \{\psi \cdot {}_{0\xi}\sigma^i_{id}\} = \psi \sigma^i_{i1} \left\{ \frac{{}_{0\xi}\sigma^i_{id}}{{}_{0\xi}\sigma^i_{i1}} \right\}, \quad i=1, 2, \dots, n \dots\dots\dots(3.54)$$

この最大靱性率応答が (3.37) 式で示された許容値内に収まるようにするためには次式が成立しなければならない。

$$\{\tau_{di}\} = \psi_0 \sigma_{\xi^1} \left\{ \frac{0_{\xi} \sigma^i}{0_{\xi} \sigma^i \delta_i} \right\} \cong \{\tau_{allow}\} = \tau_d \{\nu_i\} \dots\dots\dots(3-55)$$

ここで、 ψ は最大靱性率推定の為の定数。(3-55) 式の右辺の応答靱性率を左辺に入れて書き直すと次式のようなになる。この場合空間方向の最大値を許容値内に収める為に次式が成立する。

$$\sup_{\xi} \psi \cdot 0_{\xi} \sigma^1 \left\{ \frac{0_{\xi} \sigma^i}{0_{\xi} \sigma^i \delta_i} \right\} \leq \tau_d \dots\dots\dots(3-56)$$

(3-56) 式の左辺のベクトルは応答安全率を含んだ形の靱性率が空間方向に対して一様であるように動力特性分布を決めるので次式で成立。

$$\left\{ \frac{0_{\xi} \sigma^i}{0_{\xi} \sigma^i \delta_i} \right\} = \{1\} \dots\dots\dots(3-57)$$

一方、(3-56) 式の左辺は入力加速特性 α_Y に関して増加関数であることから (3-55) 式で τ_{allow} 以下に $\{\tau_{di}\}$ を収めるようにする為には (3-55) 式を等式で結ばばよい。従って (3-56) および (3-57) 式を考慮すれば $\psi_0 \sigma^1 = \tau_d$ (3-58) が成立する。ここで (3-58) 式の左辺の最大相対変位の推定は空間方向に対する標準偏差の定数倍であるという仮定から次式のように仮定する。

$$\psi_0 \sigma^1 = 0_{\xi} \bar{\sigma} (1 + \mu \cdot \sqrt{J([a^*], [b^*], [c^*]; rS(\omega))}) \dots\dots\dots(3-59)$$

ここで、(3-59) 式の $0_{\xi} \bar{\sigma}$ は次式のように定義出来る。

$$0_{\xi} \bar{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 0_{\xi} \sigma^i = \frac{\alpha_Y}{N} \cdot \sqrt{\bar{\lambda}} \cdot \sum_{i=1}^N 0_n \sigma^i = \alpha_Y \sqrt{\bar{\lambda}} \cdot 0_n \bar{\sigma}^i; \dots\dots\dots(3-60)$$

ここで、 μ は空間方向への最大値推定の為の標準偏差への倍率である。(3-59) および (3-60) 式と (3-35) 式の入力群より (3-38) 式で示される意味での最適規準量の一つ $\bar{B}_{opt.}$ が次式のように定まる。

$$\begin{aligned} \bar{B}_{opt.} &= \frac{\beta \cdot \bar{M}}{\tau_d \cdot N} \cdot \sqrt{\bar{\lambda}} \cdot \sum_{i=1}^N 0_n \sigma^i (1 + \mu \cdot \sqrt{J([a^*], [b^*], [c^*]; rS(\omega))}) \\ &= \frac{\beta \cdot \bar{M}}{\tau_d \cdot N} \cdot \left(\frac{1}{T}\right)^{1/2} \cdot \sum_{i=1}^N 0_n \sigma^i (1 + \mu \cdot \sqrt{J([a^*], [b^*], [c^*]; rS(\omega))}) \dots\dots\dots(3-61) \end{aligned}$$

$$\tau_s = 0_n \bar{\sigma}^i (1 + \mu \cdot \sqrt{J([a^*], [b^*], [c^*]; rS(\omega))}) \dots\dots\dots(3-62)$$

とおくと (3-61) 式の $\bar{B}_{opt.}$ は次式のように書ける

$$\bar{B}_{opt.} = \bar{B}_{opt.}(\lambda, \nu) = \frac{\beta \cdot \bar{M}}{\tau_d} \cdot \left(\frac{1}{T}\right)^{1/2} \cdot \tau_s \dots\dots\dots(3-63)$$

また \bar{B} は $\bar{A}, K, 1T, 1T$ と (3-40) 式の関係式があるから $\bar{A}_{opt.}$ は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \bar{A}_{opt.} &= \frac{\beta \cdot \bar{M}}{\tau_d \cdot N} \cdot \left(\frac{1}{T}\right)^{2/3} \cdot \sum_{i=1}^N 0_n \sigma^i (1 + \mu \cdot \sqrt{J([a^*], [b^*], [c^*]; rS(\omega))}) \\ &= \frac{\tau_d}{\beta \cdot \bar{M}} \left(\frac{1}{T}\right)^{2/3} \cdot \tau_s \dots\dots\dots(3-64) \end{aligned}$$

従って、(3-61) および (3-64) 式において \bar{M} は既知量であるから $1T$ を設計量として与えれば K も必然的に定まり、ここにすべての最適規準量 $\bar{B}_{opt.}, K_{opt.}, \bar{A}_{opt.}$ が定まり前に求められた最適分布特性との積をとれば最適動力学特性が次のように定まる。

$$\begin{aligned} \{M_i\}_{opt.} &= M_{opt.}\{m_i\}, \{k_i\}_{opt.} = K_{opt.}\{k_i\}, \{B_i\}_{opt.} = \bar{B}_{opt.}\{\beta_i\} = \bar{B}_{opt.}\{\kappa_i \delta_i\} \\ \{A_i\}_{opt.} &= A_{opt.}\{\delta_i\}, \{E_i\}_{opt.} = \bar{E}_{opt.}\{e_i\} = \bar{E}_{opt.}\{\kappa_i \delta_i^2\} \dots\dots\dots(3-65) \end{aligned}$$

上記のように最適分布と最適規準量が定まると設計用としての最適ベース・シャー係数、最適弾性限度強度、最適剪断力応答係数及び最適横力分布係数が以下のように定まる。即ち、各層の剪断力を $\{s_i\}$ とすると剪断力が次式で求まる。

$$\{s_i\} = \langle \kappa_i \xi_{i\alpha} \rangle \bar{B}_{opt.} = \{s^i_{opt.}\} \bar{B}_{opt.} = \{s^i_{opt.} Mg \sum_{j=1}^n m_j\} \dots\dots\dots(3-66)$$

よってベース・シャー係数 s_1 は次式のようなになる。ここに、 $\langle A \rangle$ は A の空間平均を示す。

$$s_1 = \frac{\langle \kappa_1 \cdot \xi_{1d} \rangle \cdot \bar{B}_{opt.}}{Mg \sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\bar{B}_{opt.}}{W_x} \dots\dots\dots(3.67)$$

(3.66) および (3.67) 式よりベース・シャーに対する設計用剪断力応答係数は次のように定まる。

$$\left\{ \frac{s_i}{s_j} \right\} = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{j=1}^n m_j} \cdot \frac{\kappa_i \langle \xi_{id} \rangle}{\kappa_j \langle \xi_{jd} \rangle} \right\} = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{j=1}^n m_j} \cdot \frac{\beta^i_{opt.}}{\beta^j_{opt.}} \right\} \dots\dots\dots(3.68)$$

$i=1, 2, \dots, n, \beta^1_{opt.}=1$

(3.66), (3.67) および (3.68) 式の各式は最適という意味で設定された条件に対して1つ定まる。また、最大平均剪断力 $\{V_i\}$ については次式の関係式が成立。

$$\{V_i\} = \Delta^i_{opt.} \kappa^i_{opt.} \{\tau_{di}\} = B^i_{opt.} \{\tau_{di}\} = \bar{B}_{opt.} \{\beta^i_{opt.} \cdot \tau_{di}\} \dots\dots\dots(3.69)$$

$$\{V_i\} = V^i \left\{ \frac{V_i}{V^i} \right\} = \bar{V} \{v_i\} = \bar{B}_{opt.} \{\beta^i_{opt.} \cdot \tau_{di}\} \dots\dots\dots(3.70)$$

一方、 $\{\tau_{di}\} = \tau_d \{\nu_i\}$ であるから $\{\beta^i_{opt.}\}$ に対して (3.70) は

$$\bar{V} \{v_i\} = \bar{B}_{opt.} \tau_d \cdot \{\beta^i_{opt.} \cdot \nu_i\} \dots\dots\dots(3.71)$$

(3.71) 式から分布と規準量で次の関係式がそれぞれできる。

$$v^i_{opt.} = \beta^i_{opt.} \cdot \nu_i, \quad \bar{V}_{opt.} = \tau_d \cdot \bar{B}_{opt.} \dots\dots\dots(3.72)$$

また、横力分布を $\{\omega_i\}$ と、横力を $\{F\}$ とすると以下のように示される。

$$\{\omega_i\} = \{\beta^i_{opt.} - \beta^i_{opt.}\}, \quad \{F\} = \bar{B}_{opt.} \{\omega_i\}_{opt.} = (Mg \sum_{i=1}^n m_i s^i_{opt.} / \beta^i_{opt.}) \{\omega_i\}_{opt.} \dots\dots(3.73)$$

上式に求められた最適設計に於ける設計量は必要に応じて計算すればよい。ここで、構造物の出力応答の空間方向への耐震安全性一様という力学的要求から定まる最適動力学特性分布と最も経済的であると思われる最適規準量が同じ設計パラメーター (λ, ν) によって一致点を求める事が理想的であるが、上記の最適分布が幾組か存在するときは規準量を最も経済的にするベース・シャー \bar{B} をその最適動力学特性として採用すればよい。

4. 数値計算例

前節まで述べて来た確率統計的方法による構造物設計の可能性を検討する為に3質点系剪断線形構造物の場合について数値計算を行い2, 3, 4節で示した式に適用してみた。対象とした入力定常確率過程として white noise を採用した。また、動力学モデルについては以下のように決めた。

(1) 質量分布 $[a]$ は一様である。

$$\{m_i\} = \{1, 1, 1\} \dots\dots\dots(4.1)$$

(2) 剛性分布 $[c]$ は各層の剛性として

$$\{\kappa_i\} = \left\{ 1 - \lambda \left(\frac{i-1}{n-1} \right)^\nu \right\} \dots\dots\dots(4.2)$$

なる形の関数形を使用した。ここに、 (λ, ν) は剛性分布に対する構造指数で λ は上最層と最下層の剛性比に関する量で ν は分布の変動を示す量で以下のような場合について検討を行った。

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= [0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9] \\ \nu &= [0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.3)$$

また、 n は構造物の層の総数で、 i は層番号を示す。(4.2) 式の剛性分布は Fig. 1 に示したようなもので λ について線形として減少関数である。

(3) 減衰係数 $[b]$

減衰係数分布 $[b]$ は剛性分布 $[c]$ に比例するように設定した。

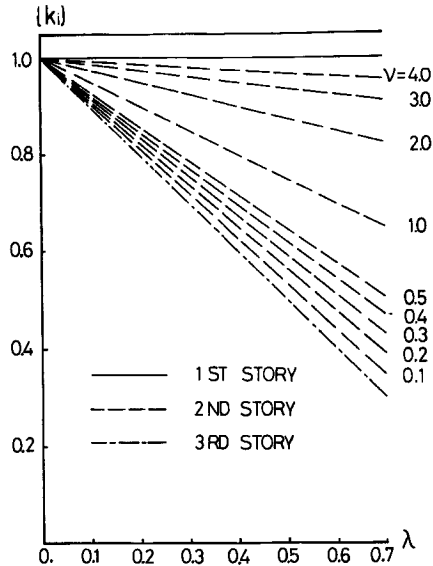


Fig. 1 Distribution of non-dimensional stiffness.

$$\{b_i\} = \alpha \cdot \{\kappa_i\} = \frac{2_1 h}{1\omega} \{\kappa_i\} \dots\dots\dots(4.4)$$

ここに、 α は比例定数、 1ω は構造物系の無減衰時の1次の固有振動数で $1h$ は対応する臨界減衰比である。ここでは1次の減衰比を以下のように設定した場合について検討した。

$$h = [0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.1] \dots\dots\dots(4.5)$$

以上のように構造物のパラメーターを設定し剛性分布及び基準量を未知量とし(3.9)式で定義された条件を満たすように解く。(3.9)式は無次元剛性分布で決定出来るので $J([a], [b], [c]; rS(\omega)) = J(\lambda, \nu)$ の表現を行い $J(\lambda, \nu)$ を剛性について微分すれば理論的には $J(\lambda, \nu)$ を最小にする剛性分布が求まるが、実際には困難なので上記に設定された動力学特性をもとにして剛性指数 (λ, ν) についてパラメトリック・サーベイを行い、 $J(\lambda, \nu)$ を最小にする (λ, ν) を求めた。また、地震入力として white noise を採用しているので入力の特性を除いて構造物系の関数の解析を行ったことにもなるから、3質点系の基本的な動的挙動を知ることができる。これは地盤特性を考慮した周期特性をもつ地震入力群を対象とした時入力の特性がこの3質点系の基本的な応答特性にどのような影響を及ぼすかを比較する場合にも都合がよい。

5. 結果の考察

4節で設定した動力学モデルと入力を使い3質点線形構造物の適正設計ならびに適正設計された構造物の応答特性について Synthesis と Analysis の立場から考察する。Figs. 2, 3 は(3.9)式で定義された評価関数の値を横軸に ν をパラメーターとして臨界減衰比 $h=0.01, 0.05$ の場合について示したものである。動力学モデルは質量が既知量、減衰係数が剛性に比例するように設定されているので評価関数の値は本質的に(4.2)式で定義された剛性分布のみの関数となり設定された条件について最適な剛性分布を求めるという問題になる。従って、最適分布の (λ, ν) を求めることになる。(3.9)式の評価関数は空間方向に対する変位分布の一様性を規定しているから最適分布とは空間方向に対する変位分布を最も一様化するときの (λ, ν) をもつ剛性分布である。Figs. 2, 3 を見ると ν による変動がよく分らないが全体としてみると大略 $\lambda=0.5$ 付近で最小になっている。また、減衰比について見ると大体評価関数の値と傾向がよく似ている。これは(3.9)式で定義された評価関数の形と減衰の与え方によるものである。また、これらの図より $\lambda < 0.5$ に対す

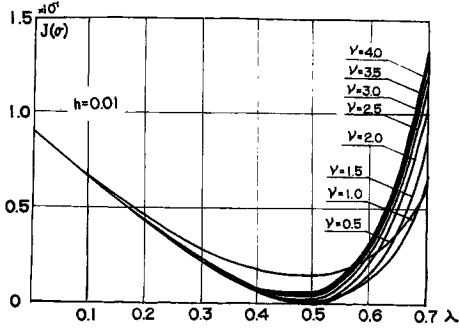


Fig. 2 Performance index value.

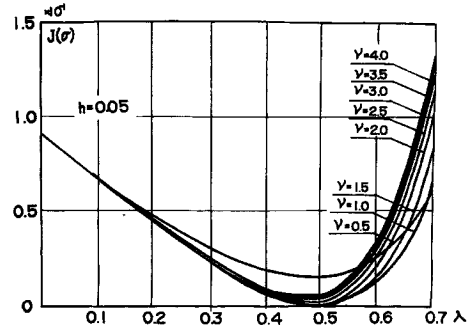


Fig. 3 Performance index value.

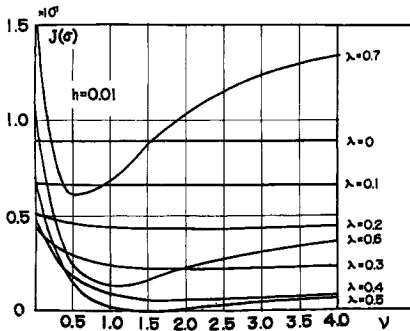


Fig. 4 Performance index value.

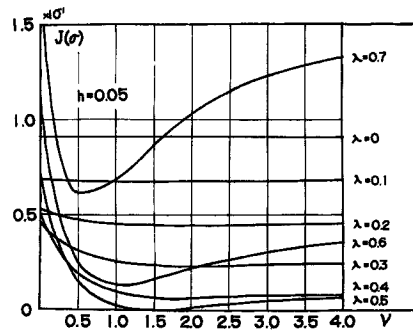


Fig. 5 Performance index value.

る $J(\lambda, \nu)$ の方が $\lambda < 0.5$ に対する $J(\lambda, \nu)$ よりも λ に対する変動に対して大きな値を示し ν についてもそれにつれて変動が大きくなっている。この同じ評価関数を ν を横軸に λ をパラメーターにして示したのが **Figs. 4, 5** である。この曲線を見ると λ が大きくなるにつれて下って行き $\lambda = 0.5$ の曲線をたどると $\nu = 1.5$ の時が最も小さい $J(\lambda, \nu)$ となる。この図より、各 λ について曲線 $\lambda = 0.0 \sim 0.4$ については最小になる点が ν が 1.0 から 2.0 へと変動するが $\lambda \geq 0.5$ になると ν が大きい方から小さい方へと最小になる点移動している。結局、**Figs 2, 3, 4, 5** より評価関数を最小にする (λ, ν) は次のように表現できる。

$$[J([a], [b], [c]; rS(\omega))]_{\text{minimum}} = [J(\lambda, \nu)]_{\text{minimum}} = [J(0.5, 1.5)] \dots \dots \dots (5 \cdot 1)$$

次に、減衰による違いを比較すると $\lambda = 0.5, \nu = 1.5$ の点に注目すれば $J(0.5, 1.5)_{h=0.05} < J(0.5, 1.5)_{h=0.01}$ の関係が成り立つが $\lambda = 0.0 \sim 0.4$ までは $J(\lambda, \nu)_{h=0.05} > J(\lambda, \nu)_{h=0.01}$ となり、 $\lambda = 0.5 \sim 0.7$ については各 λ について最小になる ν_{min} を境にして、 $0 < \nu < \nu_{\text{min}}$ では、 $J(\lambda, \nu)_{h=0.05} > J(\lambda, \nu)_{h=0.01}$ 、 $\nu_{\text{min}} < \nu$ では $J(\lambda, \nu)_{h=0.05} < J(\lambda, \nu)_{h=0.01}$ となっているので空間方向の一様性については評価関数を最小にする (λ, ν) を除いては必ずしも減衰の大きい方が有利であるとは言えない。しかし、設計された構造物は必ずしも上記の (λ, ν) 通り設計できる訳でなくこの最適分布はずれる可能性がある。その時は剛性については $\nu > 1.0$ の範囲が考えられるし、たとえ $\nu > 1.0$ に対して $\lambda = 0.0 \sim 0.4$ では $J(\lambda, \nu)_{h=0.05} > J(\lambda, \nu)_{h=0.01}$ であっても λ についてのバラツキを **Figs 2, 3** でみると $\lambda < 0.5$ の方が $\lambda > 0.5$ よりも小さくなることを考えれば、むしろ λ については $0.4 \leq \lambda \leq 0.5$ 位の範囲にあれば ν は $1.0 \leq \nu \leq 2.0$ 位の範囲に設計の巾を持って来の方が設計上は有利と思われる。以上の議論を変位応答系で対応させて見る。**Fig. 6, 7** は $h = 0.01, 0.05$ の各層の標準偏差 σ_i を層平均 σ で除した値 $\frac{\sigma_i}{\sigma} \left(\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \sigma_i = 3 \right)$ を各層について λ を横軸にし ν をパラメーターにして示してある。この両図から見ると 1 層は λ について単調減少関数となり ν については ν が大

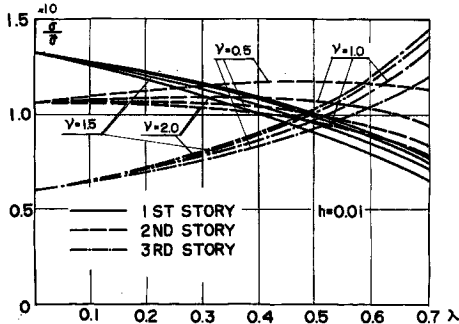


Fig. 6 Standard deviation of nondimensional displacement.

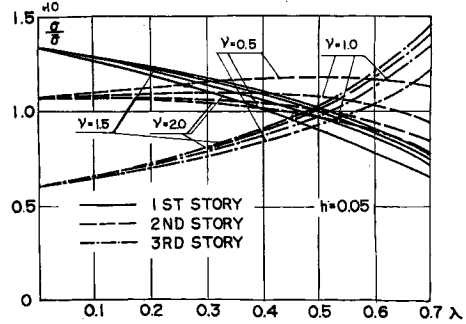


Fig. 7 Standard deviation of non-dimensional displacement.

きくなるにつれて $\frac{\sigma_1}{\sigma}$ が大きくなり上がって行く。第2層の $\frac{\sigma_2}{\sigma}$ は λ について大体平坦となるが ν については ν が大きくなると小さくなり下がって来る。第3層は λ について単調増加で ν については ν が大きくなると大きくなり上がって行く。この図より、上記に示した $J(\lambda, \nu)_{\min} = J(0.5, 1.5)$ の (λ, ν) に対応する所は2層は大体平坦であるから $\frac{\sigma_1}{\sigma}$ と $\frac{\sigma_3}{\sigma}$ とが入れ替り逆転するその λ が0.5であり、その λ の点で更に各層が最も近づく ν が1.5であることが説明出来る。 $(\lambda, \nu) = (0.5, 1.5)$ の点に於ける評価関数の値を $h = 0.01, 0.05$ の両方についてその比率と一緒に書くと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} [J(\lambda, \nu)]_{h=0.01} &= 1.03324 \times 10^{-4}, & [J(\lambda, \nu)]_{h=0.05} &= 5.8547 \times 10^{-5} \\ [J(\lambda, \nu)]_{h=0.01} / [J(\lambda, \nu)]_{h=0.05} &= 1.7648 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5.2)$$

となり対応する各層の標準偏差を書くと次のようになる。

$$\{\sigma_i\}_{h=0.01} = 8.35\{0.99, 0.99, 1.01\}, \{\sigma_i\}_{h=0.05} = 3.67\{0.99, 1.00, 1.01\} \dots\dots\dots(5.3)$$

(5.2) 式から考えると $h = 0.05$ の方が $h = 0.01$ よりも1.76倍評価関数は小さいが対応する (5.3) 式の標準偏差をみるとその絶対値は当然減衰の大きい方が小さいが空間方向についてのバラツキは殆んど各層とも1.00に近い数字で (5.2) 式に評価した程の実際上の差はない。(5.3) 式の $\{\sigma_i\}$ を見ると各層の標準偏差が殆んど同じ比率になり初期の目的は達したと考えられる。次に $(\lambda, \nu) = (0.5, 1.5)$ をはずれて設計された場合について検討する。即ち $0.4 \leq \lambda \leq 0.5, 1.0 \leq \nu \leq 2.0$ の範囲に設計のづれが入った場合、このパラメーターに於ける $J(\lambda, \nu)$ の上下限と対応する各層の標準を $h = 0.01, 0.05$ について示すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} [J(0.4, 1.0)]_{h=0.01} &= 8.98648 \times 10^{-3}, & [J(0.4, 2.0)]_{h=0.01} &= 6.17295 \times 10^{-3} \\ [J(0.5, 1.0)]_{h=0.01} &= 2.10616 \times 10^{-3}, & [J(0.5, 2.0)]_{h=0.01} &= 1.11929 \times 10^{-3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5.4)$$

$$\left. \begin{aligned} [J(0.4, 1.0)]_{h=0.05} &= 9.58249 \times 10^{-3}, & [J(0.4, 2.0)]_{h=0.05} &= 6.5854 \times 10^{-3} \\ [J(0.5, 1.0)]_{h=0.05} &= 2.20092 \times 10^{-3}, & [J(0.5, 2.0)]_{h=0.05} &= 1.0802 \times 10^{-3} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.5)$$

(5.2), (5.4) および (5.5) 式より $J(\lambda, \nu)$ の上下限が次のように書ける。

$$1.03324 \times 10^{-4} \leq [J(\lambda, \nu)]_{h=0.01} \leq 8.98648 \times 10^{-3}, \quad 5.8547 \times 10^{-5} \leq [J(\lambda, \nu)]_{h=0.05} \leq 9.58249 \times 10^{-3} \dots\dots\dots(5.6)$$

また、対応する各層の標準偏差 $\{\sigma_i\}$ のバラツキの上限は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \{\sigma_i\}_{h=0.01} &= 8.04\{1.05, 1.08, 0.86\} \supset (\lambda, \nu) = (0.4, 1.0) \\ \{\sigma_i\}_{h=0.05} &= 3.54\{1.05, 1.08, 0.86\} \supset (\lambda, \nu) = (0.4, 1.0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5.7)$$

従って、(5.3) 式と (5.7) 式を較べて設計工学的に評価関数の値をどの程度設定するかはむずかしいが、それを決定するためには Reliability 等の計算による確率的裏づけと材料や架構実験によって工学的に総合的に判断して決めればよい。ここでは、各層のバラツキの最大を相対誤差として15%以下に押える ϵ の上限

を3質点剪断形構造物については大略次のように定めることが出来る。

$$\epsilon \approx 8.0 \times 10^{-3} \dots\dots\dots(5.8)$$

Fig. 8 は標準偏差の空間方向への平均値 $\bar{\sigma}$ を ν を横軸に λ をパラメーターにして図示してある。この図より、 $\nu > 1.0$ では ν については殆んど平坦に近くある値に収束している。Fig. 9 は同じ $\bar{\sigma}$ を横軸に λ をとり、 ν をパラメーターに図示してある。この図より $\bar{\sigma}$ は λ について単調増加関数となっている。これは、(5.3) および (5.7) 式に示してある標準偏差 $\{\sigma_i\}$ の分布ベクトルの左に掛けた定数にも表われているので (5.3) 式は空間方向に対しての一様性は保たれているが、 $\{\sigma_i\}$ のベクトルとしては (5.7) 式の方が小さい場合がある。従って、これらは無次元量であるので応答の最大値を層方向について押えれば空間一様性の保証と応答の最大レベル以下についての保証も得られた設計となる。これは規準量を求める場合に同時に行える。

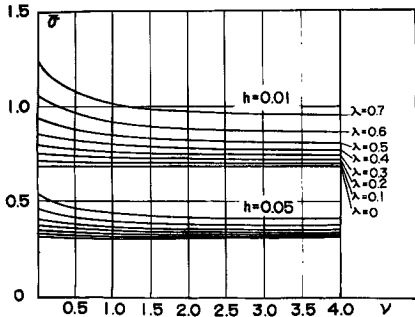


Fig. 8 Space average of standard deviation.

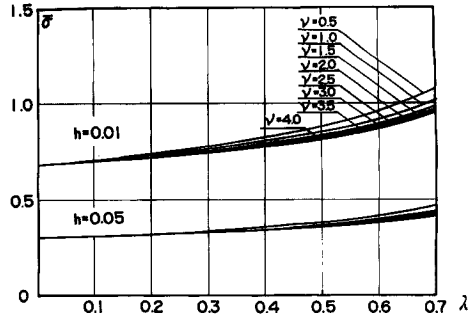


Fig. 9 Space average of standard deviation.

次に変位応答以外に応答特性の評価として剪断応答係数 $\left\{ \frac{s_i}{s_1} \right\}$ 、ポテンシャル・エネルギー応答について述べる。Figs 10, 11, 12 は各層の無次元剪断力応答 $\{q_i\}$ についてを横軸に取りパラメーターとして $h =$

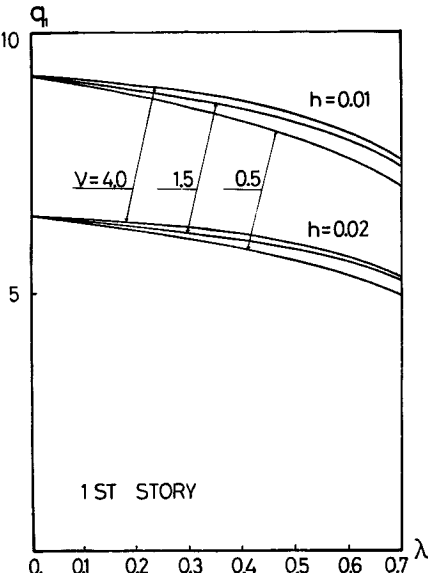


Fig. 10 Non-dimensional shearing force of 1st story.

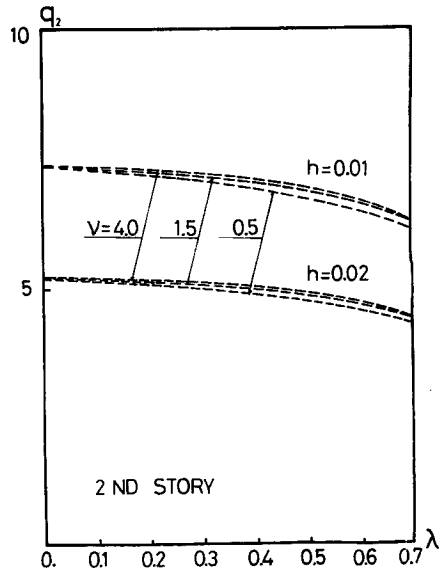


Fig. 11 Non-dimensional shearing force of 2nd story.

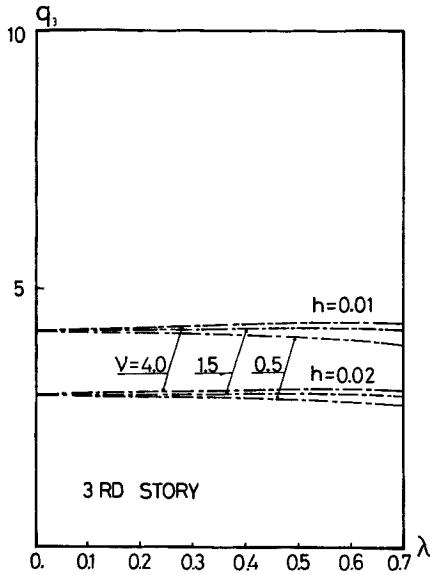


Fig. 12 Non-dimensional shearing force, of 3rd story.

0.01, 0.02, $\nu=0.5, 1.5, 4.0$ の2種を取り図示してある。Fig. 10 を見ると1層の剪断力応答 q_1 は λ について単調減少関数になり、 ν が大きくなると応答が大きくなるが ν についての変動は余り大きくない。Fig. 11 は2層の剪断力応答でやはり λ について単調減少関数であるが1層程その減少勾配は大きくない。また、 ν についての変動も全層中で最も小さい。Fig. 12 の3層はについて殆んど平坦となり結局 Figs 10, 11, 12 より上層になるにつれて剪断力応答は λ について平坦となり λ に鋭敏でなくなる。これは λ が大きくなると2層、3層の剛性が小さくなるにもかかわらず剪断力がほぼ λ について一定であるという事は2層、3層と上層になるに従って靱性率が大きく出やすいという事になる。即ち、変位応答と剛性分布とは反比例の関係があり ν によって余り変化をうけないことが分る。

Figs. 13, 14 はベース・シャーに対する剪断力応答係数分布 $\left\{ \frac{s_i}{S_1} \right\}$ を横軸に λ , パラメーターとして ν を

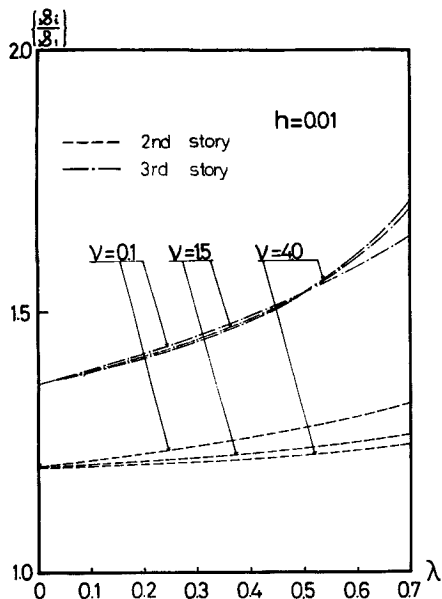


Fig. 13 Distribution of shearing force coefficient.

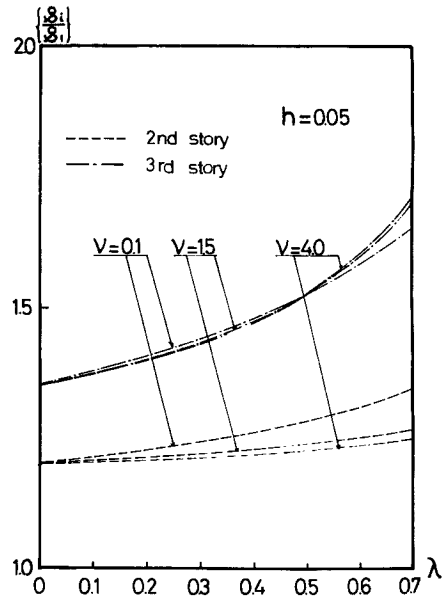


Fig. 14 Distribution of shearing force coefficient.

とり $h=0.01, 0.05$ の2つの場合について示してある。1層を1.0として基準にとり2層, 3層の $\left\{\frac{s_2}{s_1}\right\}, \left\{\frac{s_3}{s_1}\right\}$ を示してあるので1層, 2層, 3層層中1層が最も λ について大きく減少している影響が上層に行く程顕著となっている。また, この両図から3層の $\left\{\frac{s_3}{s_1}\right\}$ は丁度評価関数 $J(\lambda, \nu)$ を最小にする $\lambda=0.5$ の所で1つの node point を作っていて, ν については一定である。従って $\lambda=0.5$ の時は ν の影響をうけ剪断力応答係数は $\left\{\frac{s_2}{s_1}\right\}$ のみとなっている。従って, この node point は剪断力応答係数は ν にはほとんど関係なく $\lambda=0.5$ の点では3層の剪断力応答は1層と3層の剛性比によってのみ決る事を意味する。また, $(\lambda, \nu)=(0.5, 1.5)$ の変位一様となる所では当然, 各層の剪断力応答分布は弾性限強度分布と同じ分布の形となる。又, この node point を境に ν について曲線の順番が入れ替わっている。減衰の違いについては $\frac{s_2}{s_1}$ は全ての (λ, ν) について $h=0.05$ の方が $h=0.01$ よりも小さい。 $\frac{s_2}{s_1}$ は $\nu=1.5, 4.0$ については $h=0.01$ と 0.05 とは殆んど一致しているが $\nu=0.1$ になると $\lambda=0.4$ の所で逆転し $h=0.05$ の方が $h=0.01$ よりも大きくなっている。Figs. 15, 16, 17 は各層のポテンシャル・エネルギー $\{e_i\}$ を横軸をとって ν をパラメーターとし $h=0.01, 0.02$ について図示してある。 e_1 は λ について単調減少となり q_1 のときより減少率が大きい。 e_2 については ν による影響が大きく $\nu=0.5$ ではこの図では λ については増加関数となり $\lambda=0.7$ 位で山に到達している。しかし, $\nu=1.5$ では λ について $\lambda=0.0\sim 0.5$ 位まで殆んど平坦であり, $\lambda>0.5$ では減少している。 $\nu=4.0$ では完全に減少関数となっている。 e_3 については λ について急激な単調増加関数となっている。 e_3 が q_3 より変位のオーダーが上がっていることを考えれば上層の変位の靱性率が λ について急激に増加していることが分る。又, ν については1層と3層は ν が大きくなるとポテンシャル・エネルギーが上るのに2層については逆に下る傾向にある。 e_1, e_2, e_3 の3つを見ると $\nu=1.5$ の付近では2層の e_2 が λ について殆んど平坦であるのに e_1 と e_3 は逆に λ について逆転し合っている。この傾向 Figs. 5, 6 の図の場合によく似ている。

Figs. 18, 19 は (3.62) 式で定義された r_s を ν を横軸にとり λ をパラメーターにし $h=0.01, 0.05$ の場合について図示したものである。 r_s は (3.63) 式に示された最適規準量 \bar{B}_{opt} を決定するものであるから r_s の大小は経済性に繋がって来る。所で (3.63) 式の \bar{B}_{opt} の決定は空間方向に対する各層の靱性率応答一様の時から行ったもので (3.63) 式の右辺の無次元周期にはその適正剛性分布から定ることを考えれば表示として $1\tau_{opt}$ となる。しかし, (3.63) 式に於いては r_s 以外は殆んど定数と見做すと \bar{B}_{opt} の大小は r_s のみで決まるが, 理想としては \bar{B}_{opt} のときの (λ, ν) で最も小さい値であればよい。そこで (3.62) 式における最大値推定倍率 $\mu=3.0$ において r_s を計算したものが Figs. 18, 19 である。この両図は (3.63) 式の式の形から本質的には Figs. 4, 5 と同じであるが (3.62) 式の右辺は $o_n \bar{\sigma}_i(\lambda, \nu)$ が掛っているだけ $J(\lambda, \nu)$ の最小点を変動させる可能性がある。即ち, $o_n \bar{\sigma}_i(\lambda, \nu)$ は Figs. 8, 9 に示す通り λ について単調増加関数であり Figs. 4, 5 に示す各 λ について最小値が ν によって左右に変動しているからである。事実, Figs. 4, 5 を見ると $\lambda=0.0\sim 0.3$ 迄は $J(\lambda, \nu)$ として軽い極小値があるにもかかわらず Figs. 18, 19 では単調減少となっているのは $o_n \bar{\sigma}_i(\lambda, \nu)$ の影響が現われている。また $\lambda=0.5$ を除く $\lambda=0.4, 0.6, 0.7$ では $J(\lambda, \nu)$ の極小値となる ν が Figs. 8, 9 と Figs. 18, 19 では明らかに違って来る。しかし, $\lambda=0.5$ に関しては $J(\lambda, \nu)$ を最小にする $(\lambda, \nu)=(0.5, 1.5)$ の所で r_s も最も小さい値を示していることが分る。従って, (3.62) 式の \bar{B}_{opt} は全ての (λ, ν) の範囲について空間方向に対する変位の靱性率一様にする適正化を行えば最も小さい値を得ることになる。このことは, 空間方向に耐震安全性を一様にするという力学的合理性と構造物の設計に関する経済性とが最適設計された時は一致する傾向がある可能性を示している。また, この両図から $\lambda=0.0\sim 0.5$ ではほとんど ν について平坦となっており, $\lambda=0.5$ の時が $\nu=1.5$ の所で顕著に最小値を示している。従って, 経済性を示すと思われるベース・シャーについても $0.4\leq\lambda\leq 0.5, 1.0\leq\nu\leq 2.0$ で設計すれば (5.2), (5.3), (5.4), (5.5), (5.6) および (5.7) 式で述べた適正分布特性と兼ね合せてもそれ程不合理な設計とはならないであろう。Figs. 20, 21 はベース・シャー $\bar{B}(\lambda, \nu)$ について $\bar{B}(0.5, 1.0)$ と $\bar{B}_{opt}(0.5, 1.5)$ の場合について $\bar{B}(\gamma d/\beta \cdot M) = \bar{B}(\tau, T)$ として, $h=0.01, 0.05$ の両減衰について図示したも

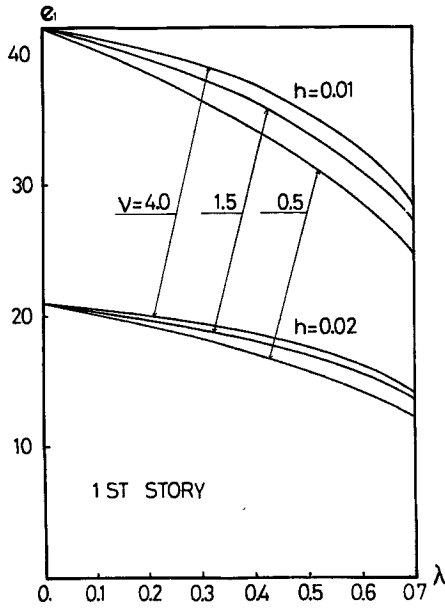


Fig. 15 Non-dimensional potential energy of 1st story.

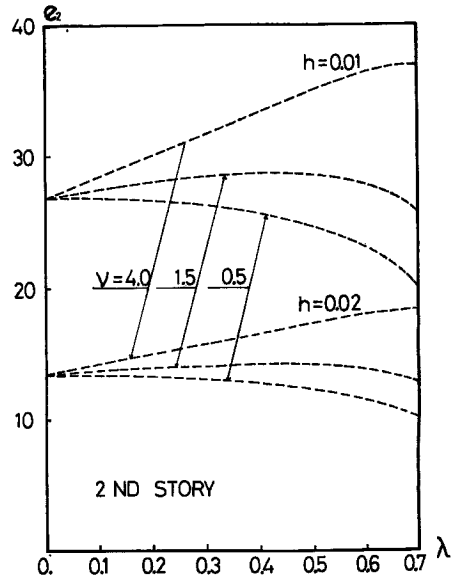


Fig. 16 Non-dimensional potential energy of 2nd story.

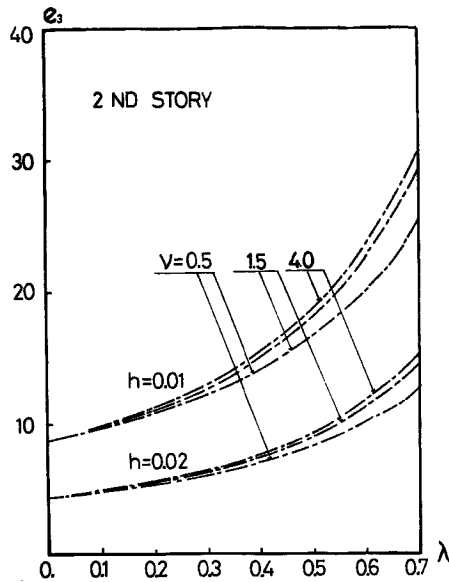


Fig. 17 Non-dimensional potential energy of 3rd story.

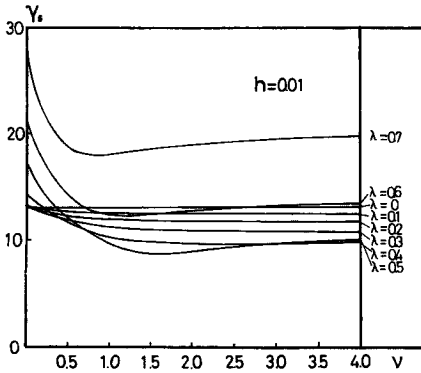


Fig. 18 Spatial maximum displacement.

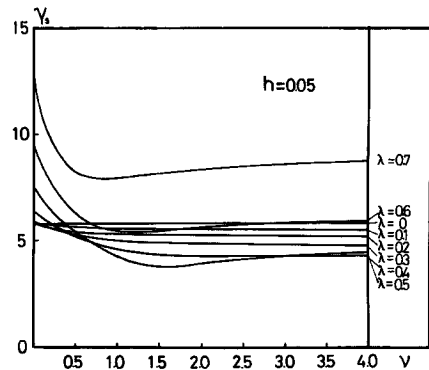


Fig. 19 Spatial maximum displacement.

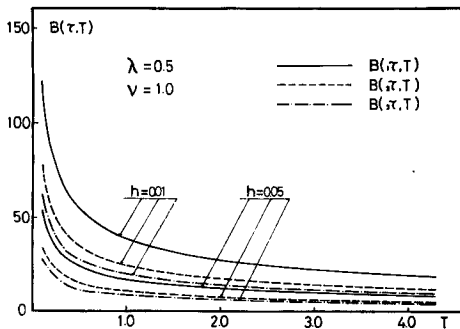


Fig. 20 Standard elastic limit strength.

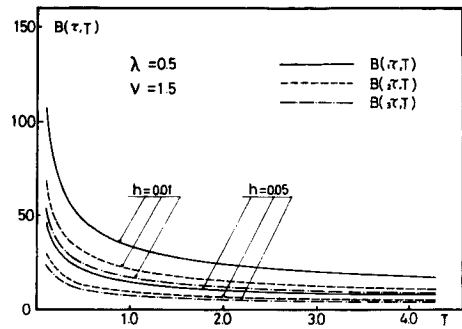


Fig. 21 Standard elastic limit strength.

のである。実線は構造物の1次周期で定まって来るベース・シャーで $B(i\tau, T)$ で示す。点線は2次周期、一点鎖線は3次周期にそれぞれ対応させてある。この図よりベース・シャーは一次固有周期で決ることが分る。また $B(i\tau, T)$ は無次元固有周期 $i\tau$ と実時間 T で決るので $B(i\tau, T)$ は $i\tau$ の値によって支配される。最適ベース・シャーに対応する量 $B_{Opt}(i\tau, T) \propto (\lambda, \nu) = (0.5, 1.5)$ と (5.6) で示された $J(\lambda, \nu)$ の上限に対応する $B(i\tau, T) \propto (\lambda, \nu) = (0.4, 1.0)$ とを $h=0.01, 0.05$ で比較すると次のようになる。

$$\left[\frac{B(i\tau, T)}{B_{Opt}(i\tau, T)} \right]_{h=0.01} \approx 1.200, \quad \left[\frac{B(i\tau, T)}{B_{Opt}(i\tau, T)} \right]_{h=0.05} \approx 1.218 \quad \dots \dots \dots (5.9)$$

従って、 $0.4 \leq \lambda \leq 0.5, 1.0 \leq \nu \leq 2.0$ の範囲で剛性の設計を行った場合、最適ベース・シャーよりも上限で約20%の割増しとなることが予想される。

6. む す び

本研究は確率統計的方法による構造物系の耐震設計を行う場合の一つの方法として、地震入力及び構造物の出力応答を定常確率過程と見做し、構造物の動的挙動を規定する評価関数を設定し、この関数に入出力の確率量を導入することによって構造物の動的応答を適正化する耐震設計法を提示した。また、この方法の適用性については3質点剪断形線形構造物を対象とした場合について数値的検討を加えた結果を要約すると次のようになる。

1. 最適動力学特性分布を決定する問題について；構造物の変位尺度を空間方向に対して一様化する剛性分布はその剛性指数で示すと $(\lambda, \nu) = (0.5, 1.5)$ の時で、この剛性分布に対する各層の変位応答がほとんど

一様化することが分った。従って、このような方法による構造物の適正耐震設計が充分可能であると思われる。

2. 最適規準量を決定する問題について；決定されるべき規準量の一つであるベース・シャーが1.で求められた最適動力特性分布を決めた剛性指数 $(\lambda, \nu) = (0.5, 1.5)$ の時最も小さくなることが分ったが、空間方向に対する平均最大値推定に対する仮定が入っており、また、ここで対象とした入力と動力学モデルに対して定まった結果であり一般的な結論へは拡張できない。また、規準量を決定する際の許容値の設定は工学上の総合的判断と今後の研究成果を待たねばならない点や地震入力及び動力学モデルの設定等、未解決な面が外い。

終りに図表の作製を手伝って戴きました大学院学生、鈴木詳之君に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 棚 橋 諒・小堀鐸二・南井良一郎：構造物の動的耐震設計法と地震レスポンス．京都大学防災研究所年報，第5号B，昭和37．3．
- 2) 小堀鐸二・南井良一郎：スカイスクレーパーの弾塑性応答と耐震設計法．京都大学防災研究所年報，第6号，昭38．7．
- 3) Kobori, T. and R. Minai: Aseismic Design Method of Elasto-Plastic Building Structures, Bull. Disas. Prev. Res. Inst. Kyoto Univ., No. 68, March, 1964.
- 4) G.W. Housner: Characteristics of Strong, Motion Earthquakes, Bull. S.S.A., Vol. 37, 1947.
- 5) G.N. Bycroft: White Noise Representation of Earthquake, Proc. A.S.C.E., EM2, April, 1960.
- 6) 田治見宏：耐震理論に関する基礎的研究．東京大学生産技術研究所報告，第8巻，第4号，昭和34．3，pp. 173～189.
- 7) 小堀鐸二・南井良一郎・河野允宏：構造物系の適正耐震設計について（その1）—適正剛性分布—，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭44．8．