

# 降伏曲面を考慮した構造物の捩れ応答

小堀 鐸二・南井 良一郎・藤原 悌三

## TORSIONAL RESPONSE OF FRAMED STRUCTURES CONSIDERING A YIELD SURFACE IN ELASTO- PLASTIC JOINTS

By *Takuji* KOBORI, *Ryoichiro* MINAI and *Teizo* FUJIWARA

### Synopsis

Response of an asymmetrical structure due to a ground motion contains some component for torsional vibration and a section of frame member of such a structure, is subjected to several kinds of force such as two components of bending moment, torsional moment and axial force.

In this paper, nonlinear torsional vibration of an asymmetric, one-story building structure with elasto-plastic local joints has been analyzed considering an yield surface of these joints and relationship between force increments and displacement increments during yielding. And the elasto-plastic behaviour with interaction is compared with the elastic behaviour or elasto-plastic behaviour without interaction. Maximum responses of translation and of torsion of the structure during vibration are affected by interaction corresponding to frequency characteristics of exciting force, especially by interaction of axial force.

### 1. ま え が き

建築構造物には比較的均質な剛性と質量分布を与えることを設計の基本方針とするのが一般的ではあるが、現実には質量の偏在や剛性の不均一は避け難く、地震時あるいは強風時において構造物が並進運動に加えて捩れ振動を惹起することを予め予期しなければならない。構造物に捩れ振動が生じるとラーメン架構を構成する部材には二方向曲げモーメント、捩れモーメントあるいは軸方向力等の断面力が同時に作用し、特に架構が弾塑性挙動をする場合にはその履歴特性はかなり複雑に影響し合うものと予想される。捩れ振動については1934年に弾性架構に関する理論的研究<sup>1)</sup>を棚橋教授が発表されて以来、今日まで弾塑性捩れ振動についても有益な研究が進められ<sup>2)~5)</sup>、捩れ角増大に伴う不安定の問題およびその解決策として弾性限ポテンシャルエネルギー一定の設計方針の妥当性等について検討されてきたが、これらの研究においては架構の復元力特性は各振動方向について別個に独立したものとして与えられてきた。しかし乍ら筋違や耐震壁等、主として一方向の復元力に貢献する耐震要素は別にしても、架構を構成する部材には先述の如く種々の断面力が同時に作用する故、それらの interaction による影響を正しく把握することが非線型捩れ振動の応答解析上重要な課題となっている。一方これら多種断面力の interaction を弾塑性地震応答解析に導入することは解析をかなり複雑にするためその方面の研究は少なく、1966年に著者による3層平面架構を対象とした、曲げモーメントと軸力との降伏曲面を考慮したH型断面をもつ架構に関する非定常非線型地震応答に関する研究<sup>6)</sup>の他には1967年円形断面を有する単一柱を対象として、二方向入力がかかる周波数応答より interaction の影響について検討した N.C. Nigam の研究がある<sup>7)</sup>。

本論文ではこのような詳細な応答解析を行なう上での一つの適当な方法として、柱、梁の部材端部に有限中の弾塑性履歴特性をもつジョイント領域を仮定した構造物モデル<sup>8)</sup>を対象として、その弾塑性ジョイント

に作用する二方向曲げモーメント，軸方向力等捩れ非線型振動に特有の種々の断面力による降伏曲面と，塑性域におけるそれら断面力増分と変形増分との関係を考慮した弾塑性捩れ振動の基礎式を導くとともに，一層一層間の非対称立体架構に地動が作用したときの非定常非線型応答を求めこれら interaction が応答に及ぼす影響について考察する。

## 2. 基礎方程式

### 2.1 無次元捩れ振動方程式

部材端部に弾塑性ジョイント領域をもち他を弾性と仮定した架構<sup>6)</sup>の捩れ振動に，そのジョイントの降伏条件がどのような影響を与えるかを検討するために，質量が各層床位置に集中する  $N$  層架構の各層重心位置における  $X$  方向， $Y$  方向，捩れに関する無次元運動方程式をマトリックス表示で次の如く表わす。

$$\left( \begin{bmatrix} [a] & [0] & [0] \\ [0] & [a] & [0] \\ [0] & [0] & [a_T] \end{bmatrix} \frac{d^2}{d\tau^2} + \begin{bmatrix} [b_{XX}] & [0] & [b_{XT}] \\ [0] & [b_{YY}] & [b_{YT}] \\ [b_{TX}] & [b_{TY}] & [b_{TT}] \end{bmatrix} \frac{d}{d\tau} + \begin{bmatrix} [n_{XX}] & [0] & [0] \\ [0] & [n_{YY}] & [0] \\ [0] & [0] & [n_{TT}] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \{\eta_{X0}\} \\ \{\eta_{Y0}\} \\ \{\eta_{T0}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_{XX}] & [0] & [0] \\ [0] & [c_{YY}] & [0] \\ [c_{TX}] & [c_{TY}] & [c_{TT}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\rho_X\} \\ \{\rho_Y\} \\ \{\rho_T\} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [a] & [0] & [0] \\ [0] & [a] & [0] \\ [0] & [0] & [a_T] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{1\}\alpha_X \cdot \alpha_X(\tau) \\ \{1\}\alpha_Y \cdot \alpha_Y(\tau) \\ \{1\}\alpha_T \cdot \alpha_T(\tau) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(1)$$

ここに左辺の  $[n_{i}]$  は軸力が水平変位を伴って生ずる剪断力あるいは捩れ抵抗の減少を示す所謂  $P-d$  の影響を意味し，このとき動的軸力は左右の柱で打消されて含まれずに定数となる。また左辺第二項は斜材を含まない架構の復元力であり，そのモーメントは次式の如く変形と結ばれる。

$$\begin{Bmatrix} \{\rho_X\} \\ \{\rho_Y\} \\ \{\rho_T\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [1f_{XX}] & [0] & [0] & [1f_{XN}] \\ [0] & [1f_{YY}] & [0] & [1f_{YN}] \\ [0] & [0] & [1f_{TT}] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\eta_X\} \\ \{\eta_Y\} \\ \{\eta_T\} \\ \{\eta_N\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [2f_{XX}] & [0] & [0] & [2f_{XN}] \\ [0] & [2f_{YY}] & [0] & [2f_{YN}] \\ [0] & [0] & [2f_{TT}] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\vartheta_X\} \\ \{\vartheta_Y\} \\ \{\vartheta_T\} \\ \{\vartheta_N\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [3f_{XX}] & [0] \\ [0] & [3f_{YY}] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\theta_X\} \\ \{\theta_Y\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

(2) 式における各架構の運動変位  $\{\eta_i\}$  は各層床梁の面内剛性が大きく，床の面内変形が無視し得る場合には幾何的条件からその層の重心位置の運動変位  $\{\eta_{i0}\}$  で表現され (3) 式の如くなる。

$$\begin{Bmatrix} \{\eta_X\} \\ \{\eta_Y\} \\ \{\eta_T\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [l_{XX}] & [0] & [l_{XT}] \\ [0] & [l_{YY}] & [l_{YT}] \\ [0] & [0] & [l_{TT}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\eta_{X0}\} \\ \{\eta_{Y0}\} \\ \{\eta_{T0}\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(3)$$

一方各部材，ジョイントに作用する軸方向力は，重力による一定軸力  $\{n_0\}$  と梁剪断力から伝わる動的軸力の和で表現され，またそれらの軸方向力より軸方向変形  $\{\eta_N\}$  が定まる。更に節点の釣合式および弾塑性ジョイントにおける断面力増分と変形増分との関係式は (6) および (7) 式でそれぞれ与えられる。

$$\{n\} = \{n_0\} + [[h_X][h_Y]] \begin{Bmatrix} \{\rho_X\} \\ \{\rho_Y\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

$$\{\eta_N\} = [j]\{n\} \dots\dots\dots(5)$$

$$\begin{bmatrix} [g_X] & [0] \\ [0] & [g_Y] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\rho_X\} \\ \{\rho_Y\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(6)$$

$$\begin{Bmatrix} \{\delta_X\} \\ \{\delta_Y\} \\ \{\delta_T\} \\ \{\dot{n}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\beta_{XX}] & [\beta_{XY}] & [\beta_{XT}] & [\beta_{XN}] \\ [\beta_{YX}] & [\beta_{YY}] & [\beta_{YT}] & [\beta_{YN}] \\ [\beta_{TX}] & [\beta_{TY}] & [\beta_{TT}] & [\beta_{TN}] \\ [\beta_{NX}] & [\beta_{NY}] & [\beta_{NT}] & [\beta_{NN}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\phi_X\} \\ \{\phi_Y\} \\ \{\phi_T\} \\ \{\phi_N\} \end{Bmatrix} \quad (\{\beta_{ij}\} = [\beta_{ij}]\{\phi_j\}) \dots\dots(7)$$

なお(7)式の $[\beta_{ij}]$ についてはジョイントの断面力が弾性領域にある場合には単位マトリックスとなるように無次元化しており、塑性領域では後述する如く降伏する時点での各断面力の関数となる。以上(1)~(7)式の各無次元量は次の如き各有次元量と対応する物理量である。

$[a] = [A]/M$ ; 質量,  $[a_T] = \mu[a] = [A_T]/J$ ; 回転慣性,  $[b_{ii}] = [B_{ii}L]/\sqrt{MK}$ ,  $[b_{iT}] = [b_{Ti}]^2 = [B_{iT}]/\sqrt{MK}$ ,  $[b_{TT}] = [B_{TT}]/L\sqrt{MK}$ ; 減衰,  $[c_{ii}] = L[C_{ii}][\kappa_i\delta_i]$ ,  $[c_{Tj}] = [C_{Tj}][\kappa_j\delta_j]$ ; 形状係数,  $[{}_1f_{ii}] = [\kappa_i\delta_i]^{-1}[F_{ii}L]/K$ ,  $[{}_1f_{TT}] = [\kappa_T\delta_T]^{-1}[F_{TT}]/K$ ,  $[{}_2f_{jj}] = [\kappa_j\delta_j]^{-1}[{}_2F_{jj}][\delta_j]/K$ ,  $[{}_2f_{iN}] = [\kappa_i\delta_i]^{-1}[{}_2F_{iN}] \times [\delta_N]/K$ ; 影響係数,  $[{}_3f_{ii}] = [\kappa_i\delta_i]^{-1}[{}_3F_{ii}]/K$ ,  $[l_{jj}] = [L_{jj}]$ ,  $[l_{iT}] = [L_{iT}]/L$ ,  $[h_i] = [f]^{-1}[H_i][\kappa_i\delta_i]B/NL$ ,  $[j] = [J][f]N/AL$ ,  $[g_i] = [G_i][\kappa_i\delta_i]$ ; 架構の形状係数等のマトリックスである。また  $\{\eta_{i0}\} = \{X_{i0}\}/AL$ ,  $\{\eta_{T0}\} = \{X_{T0}\}/L$ ; 重心の運動変位と振れ角,  $\{\eta_i\} = \{X_i\}/AL$ ,  $\{\eta_T\} = \{X_T\}/L$ ; 各柱位置における運動変位と振れ角,  $\{\rho_j\} = [\kappa_j\delta_j]^{-1}\{M_j\}/B$ ,  $\{\vartheta_j\} = [\delta_j]^{-1}\{\Theta_j\}/L$ ; 弾塑性ジョイントのモーメントと相対回転角,  $\{n\} = [f]^{-1}\{N\}/N$ ; 部材軸力等のベクトルであり  $\alpha_j = A_jML/B$ ; 外乱加速度最大振幅と構造物強度の比,  $\alpha_j(\tau)$ ; 正規化外乱波形関数,  $\tau = \sqrt{K}/MT/L$ ; 時間等のそれぞれ無次元量である。尚ここで suffix  $i$  は  $X, Y$  方向, suffix  $j$  は  $X, Y$  方向および振れ角に関して同様に表示されることを意味する。

2.2 固有値方程式

前節の基礎式において変形が弾性領域にあると考えると(7)式の $[\beta_{ij}]$ は単位マトリックスとなり(3)~(7)式を(2)式に代入すれば(1)式のモーメント $\{\rho_i\}$ は結局重心変位 $\{\eta_{i0}\}$ で表現され(8)式の如く弾塑性ジョイントをもつ架構の一般的な固有値方程式が得られる。

$$D_c(s) = \det. \left( \begin{bmatrix} [a] & [0] & [0] \\ [0] & [a] & [0] \\ [0] & [0] & [a_T] \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} [b_{XX}] & [0] & [b_{XT}] \\ [0] & [b_{YY}] & [b_{YT}] \\ [b_{TX}] & [b_{TY}] & [b_{TT}] \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} [n_{XX}] & [0] & [0] \\ [0] & [n_{YY}] & [0] \\ [0] & [0] & [n_{TT}] \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} [c_{XX}] & [0] & [0] \\ [0] & [c_{YY}] & [0] \\ [c_{TX}] & [c_{TY}] & [c_{TT}] \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} [I] & [0] & [0] \\ [0] & [I] & [0] \\ [0] & [0] & [I] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [{}_2\tilde{f}_{XX}] & [{}_2\tilde{f}_{XY}] & [0] \\ [{}_2\tilde{f}_{YX}] & [{}_2\tilde{f}_{YY}] & [0] \\ [0] & [0] & [{}_2f_{TT}] \end{bmatrix} \right)^{-1} \right. \\ \left. \times \begin{bmatrix} [{}_1\tilde{f}_{XX}] & [{}_1\tilde{f}_{XY}] & [0] \\ [{}_1\tilde{f}_{YX}] & [{}_1\tilde{f}_{YY}] & [0] \\ [0] & [0] & [{}_1f_{TT}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [l_{XX}] & [0] & [l_{XT}] \\ [0] & [l_{YY}] & [l_{YT}] \\ [0] & [0] & [l_{TT}] \end{bmatrix} \right) = 0 \dots\dots\dots(8)$$

ここに、  
 $[{}_i\tilde{f}_{jj}] = ([I] + [{}_i\tilde{f}_{jN}][f_N][h_j] + [{}_2\tilde{f}_{jN}][j]^{-1}[f_N][h_j])[{}_i\tilde{f}_{jj}]$   
 $[{}_i\tilde{f}_{jk}] = ([{}_i\tilde{f}_{jN}][f_N][h_k] + [{}_2\tilde{f}_{jN}][j]^{-1}[f_N][h_k])[{}_i\tilde{f}_{jk}]$   
 $[f_N] = \left( [I] - \begin{bmatrix} [h_X] & [h_Y] \\ [{}_1\tilde{f}_{XN}] & [{}_1\tilde{f}_{YN}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [j] & [{}_2\tilde{f}_{XN}] \\ [{}_1\tilde{f}_{YN}] & [{}_2\tilde{f}_{YN}] \end{bmatrix} \right)^{-1}$   
 $[{}_i\tilde{f}_{jk}] = ([I] - ([g_j][{}_3f_{jj}])^{-1}[g_j])[{}_i\tilde{f}_{jk}]$

このように梁柱部材端各部に弾塑性ジョイントを仮定すると固有値方程式はかなり複雑となるが、通常の建築構造物では各階の床剛性は柱部材の剛性より相当大きく、また部材の軸方向伸縮による影響は部材の曲げ変形に比して小さく二次的な要素と考えられているので、本論文でも便宜上床梁の剛性を無限大と想定し、柱の軸方向伸縮を無視した単純な架構を対象として解析する。そのとき(2)式の表現は(9)式の如く簡単になり、柱部材上下端部のジョイントの挙動は等しくなる。

$$\begin{Bmatrix} \{\rho_X\} \\ \{\rho_Y\} \\ \{\rho_T\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [{}_1f_{XX}] & [0] & [0] \\ [0] & [{}_1f_{YY}] & [0] \\ [0] & [0] & [{}_1f_{TT}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\eta_X\} \\ \{\eta_Y\} \\ \{\eta_T\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [{}_2f_{XX}] & [0] & [0] \\ [0] & [{}_2f_{YY}] & [0] \\ [0] & [0] & [{}_2f_{TT}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\vartheta_X\} \\ \{\vartheta_Y\} \\ \{\vartheta_T\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

(9) 式の係数マトリックス  $[{}_1f_{jj}]$  は単位の運動変位を与えたときのモーメントとして次式の如く求められる。

$$\rho_j^k = \frac{2EK_0}{K} (\kappa_j^k \delta_j^k)^{-1} \cdot 3 \cdot k_j^k (\eta_j^k - \eta_{j-1}^k) \dots\dots\dots(10)$$

同様に単位相対回転角に対するモーメントから  $[{}_2f_{jj}]$  が定まる。

$$\rho_j^k = \frac{2EK_0}{K} (\kappa_j^k \delta_j^k)^{-1} \cdot 3 \cdot k_j^k \delta_j^k \dots\dots\dots(11)$$

一方軸方向伸縮を無視すると軸方向力の影響は復元力を低下させる  $P-d$  の項と降伏条件  $[\beta_{ij}]$  に含まれることになりこのような架構の固有値方程は (8) 式と類似した式となる。尚これら弾塑性ジョイントをもつ梁剛性無限大の無次元量 (suffix  $j$ ) と剪断型質点系モデル (suffix  $m$ ) とは以下の如く対応する。

$$\frac{\tau_j}{\tau_m} = \frac{\sqrt{K_j/M} T / J_j}{\sqrt{K_m/M} T} = (1+2\xi) \sqrt{\frac{\tau}{6}} \quad \frac{\alpha_j}{\alpha_m} = \frac{AML_j/B_j}{AM/B_m} = \frac{2}{1+2\xi}$$

$$\frac{\eta_j}{\eta_m} = \frac{X/\bar{\Delta}L_j}{X/L_m} = \frac{\tau(1+2\xi)}{3}$$

ここに  $\tau = K_j/2EK_0$ ,  $\xi = \bar{\Delta}L_j/L_j$ ,  $L_m = L_j + 2\bar{\Delta}L_j = (1+2\xi)L_j$ ,  $B_j = \bar{M}_Y = \bar{B}_m H/2$  とする。

2.3 振れ振動方程式の解法

降伏曲面を考慮した非定常振れ振動の応答解析は (1)–(7) 式を用いて以下の手順で step by step に求められる。1) 架構の形状および部材断面性能によって与えられる係数マトリックスを、(6) 式より節点回転角を消去した形で求めると同時に入力波形を決定し、また初期条件  $\{\eta_{i0}\}_{i=0} = \{\vartheta_{i0}\}_{i=0} = \{0\}$  を与える。2) 未知変数の増分  $\{\Delta\eta_{i0}\}$ ,  $\{\Delta\eta_i\}$ ,  $\{\Delta\rho_i\}$ ,  $\{\Delta\vartheta_i\}$  のうち (2), (3) 式より  $\{\Delta\eta_i\}$ ; (2), (7) 式より  $\{\Delta\rho_i\}$  と  $\{\Delta\vartheta_i\}$  の関係が得られるから (1) 式を例えば Runge-Kutta 法により解いて重心位置の運動変位の増分  $\{\Delta\eta_{i0}\}$  を求める。3)  $\{\Delta\eta_{i0}\}$  と (3) 式より  $\{\Delta\eta_i\}$  を求め、(2), (7) 式を連立させて  $\{\Delta\rho_i\}$ ,  $\{\Delta\vartheta_i\}$  が得られる。軸力と軸方向変形の増分は (4), (5) 式により計算される。4) これら変形と断面力の増分を前の step に加え合せ  $\Delta t$  時間後の応答を求め以下同様の過程を繰返せば任意の時間の非定常解が得られる。

2.4 降伏条件式および断面力増分と変形増分の関係

本論文は二方向曲げモーメント、振れモーメントおよび軸方向力が作用したときに、構造物の塑性挙動がその降伏条件等によって如何ほど影響されるかを検討しようとするもので、本節では多断面力状態にある部材の降伏条件式および塑性領域における断面力と変形の増分の関係を導く。

一般に金属材料では材料の等質等方性を仮定できて、von Mises の降伏条件が実験結果とよく一致することが知られている。しかし乍ら例えば振れ振動において生ずる如き多種類の断面力が同時に作用する任意断面形状をもつ部材についての正確な降伏条件を求めることは困難であり、今日までに特殊な断面形状に対してのみ近似解が得られているにすぎない<sup>9,10)</sup>。部材の降伏条件はその断面に作用する断面力の状態により定まるからここでは降伏条件式を (12) 式の如く表現する。

$$\Phi = \Phi(\rho_x, \rho_y, \rho_T, n) = c \dots\dots\dots(12)$$

さらに塑性変形増分は上式で示される降伏曲面に直交するという Reuss の条件を考慮すると、その比例常数は (12) 式の微分形から以下の如く導かれる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \rho_x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_y} = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_T} = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \lambda \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_x} \dot{\rho}_x + \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_y} \dot{\rho}_y + \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_T} \dot{\rho}_T + \frac{\partial \Phi}{\partial n} \dot{n} = \dot{c} \dots\dots\dots(14)$$

(14) 式の  $\dot{c}$  は材料の歪硬化を考えた場合には塑性仕事の関数として表わされる。いま全変形増分  $\dot{\vartheta}_i$  を (15)

式の如く弾性変形増分  $\delta_i^E$  と塑性変形増分  $\delta_i^P$  の和で表わすと、弾性域では断面力増分と変形増分とは等しくなるように無次元化しているため、断面力増分は(16)式で与えられる。

$$\delta_i = \delta_i^E + \delta_i^P \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$\rho_i = \delta_i^E = \delta_i - \delta_i^P = \delta - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_i} \quad \dots\dots\dots(16)$$

上式と(12)式の時間に関する微分形より(13)式の $\lambda$ は後述する塑性仕事増分を導入することにより次式の如く求められる。

$$\lambda = \frac{\left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_i} \cdot \delta_i \right\rangle}{\frac{1}{c} \cdot \frac{dc}{d\bar{\delta}^P} \cdot \left\langle \rho_i \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_i} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_i} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_i} \right\rangle} \quad \dots\dots\dots(17)$$

(17)式中 $\bar{\delta}^P$ は塑性仕事を相当断面力 $\sqrt{c}$ で除した相当塑性変形として定義され、剛塑性材料では分母第1項は零となる。尚式中 $\langle \rangle$ は内積を表わす。(17)式を(16)式に代入して次式のような断面力増分と変形増分の関係を得る。

$$\rho_i = \delta_i - \frac{\left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_j} \cdot \delta_j \right\rangle}{\frac{1}{c} \cdot \frac{dc}{d\bar{\delta}^P} \left\langle \rho_j \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_j} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_j} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_j} \right\rangle} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho_i} = \beta_{ij} \cdot \delta_j \quad \dots\dots\dots(18)$$

本論文においては部材および弾塑性ジョイントの断面形状を薄肉円筒断面と設定するが、その場合の降伏曲面は振れモーメントと軸力が比較的小さいと仮定すれば、(12)式の表現から次の如く簡単に表わされることになる<sup>1)</sup>。

$$\Phi = \rho_x^2 + \rho_y^2 + \rho_r^2 + n^2 = c \quad \dots\dots\dots(19)$$

剛塑性材料では上式右辺は1となり、降伏曲面と塑性変形増分との直交性は断面力に対しても成立し(18)式の分母は常数で与えられる。またそのときの塑性仕事の増分は次式で表現される。

$$\dot{w}^P = \langle \rho_i \cdot \dot{\delta}_i^P \rangle = 2\lambda \langle \rho_i \cdot \dot{\rho}_i \rangle = \frac{1}{2\lambda} \langle \dot{\delta}_i^P \cdot \dot{\delta}_i^P \rangle = \sqrt{c} \cdot \sqrt{\dot{\delta}_x^2 + \dot{\delta}_y^2 + \dot{\delta}_r^2 + \dot{\delta}_n^2} = \sqrt{c} \cdot \dot{\bar{\delta}}^P \quad \dots\dots\dots(20)$$

(20)式を積分すればある時間までに履歴によって消費されるエネルギーが得られるが、(20)式は単一の断面力が作用する場合にも当然成立するもので、多種断面力が作用するときの断面のエネルギー消費能力を単一断面力の場合と対応させ得る故実験結果と比較対照するのも容易であろう。

### 3. 構造物モデルの設定

降伏条件が弾塑性応答に及ぼす影響を評価するためには、それに見合うだけの詳細な構造物のモデル化と、対応した局所的応答を求めねばならないが、こゝではそのような局所的な動特性を与えるものとして、部材端に弾塑性ジョイントをもつ一層一室間の Fig. 1 に示すような架構を解析の対象とする。そして質量は均

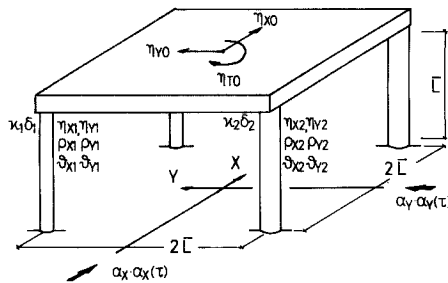


Fig. 1 Asymmetric, single-story frame structure having elasto-plastic joints.

Table 1 Nondimensional dynamic characteristics of model structures.

MODEL		MODEL A				MODEL B		
$\beta$		1.0	1.2	2.0	4.0	1.2	2.0	4.0
$k_1, \kappa_1$		4.500	4.091	3.000	1.800	4.091	3.000	1.800
$k_2, \kappa_2$		4.500	4.909	6.000	7.200	4.909	6.000	7.200
$\delta_1$		1.000	1.000	1.000	1.000	1.050	1.243	1.667
$\delta_2$		1.000	1.000	1.000	1.000	0.958	0.879	0.833
$\kappa_1\delta_1$		4.500	4.091	3.000	1.800	4.295	3.728	3.000
$\kappa_2\delta_2$		4.500	4.909	6.000	7.200	4.705	5.272	6.000
$\kappa_1\delta_1^2$		4.500	4.091	3.000	1.800	4.509	4.632	5.000
$\kappa_2\delta_2^2$		4.500	4.909	6.000	7.200	4.509	4.632	5.000
$n=0$	$1\tau$	2.180	2.187	2.273	2.502	2.187	2.273	2.502
	$3\tau$	1.259	1.257	1.242	1.211	1.257	1.242	1.211
$s=0.4$	$n_1$	0.159	0.176	0.239	0.398	0.159	0.155	0.143
	$n_2$	0.159	0.146	0.119	0.095	0.159	0.155	0.143
	$1\tau$	2.192	2.199	2.290	2.533	2.199	2.290	2.533
	$3\tau$	1.277	1.276	1.259	1.226	1.276	1.259	1.226
$s=0.2$	$n_1$	0.318	0.350	0.477	0.796	0.318	0.309	0.286
	$n_2$	0.318	0.292	0.239	0.199	0.318	0.309	0.286
	$1\tau$	2.204	2.212	2.308	2.566	2.212	2.308	2.566
	$3\tau$	1.297	1.295	1.277	1.242	1.295	1.277	1.242

等に分布し剛性のみ一方向に偏心する架構の動特性を以下の手順で定める。まず部材の剛比  $k$  と弾塑性ジョイントの強度比  $\kappa\delta$  は前報<sup>3)</sup> に示すように次式の関係にある。

$$k = \frac{h \cdot \kappa \delta}{l} \dots\dots\dots(21)$$

また降伏モーメント  $B$  と軸方向耐力  $N_Y$  とは  $H$  型あるいは  $\bigcirc$ 型断面形状の場合次のように結ばれる。

$$\begin{aligned}
 &H \text{ 型断面} \quad \frac{B}{N_Y} = \frac{1/2 + R}{1 + R} \cdot \frac{H}{2} \quad \frac{B}{N_Y H} \rightarrow \frac{1}{2} \quad (A_W \rightarrow 0) \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \frac{B}{N_Y H} \rightarrow \frac{1}{4} \quad (A_W \gg A_F) \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \dots\dots\dots(22) \\
 &\bigcirc \text{ 型断面} \quad \frac{B}{N_Y} = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{H^2 + HH' + H'^2}{H + H'} \quad \frac{B}{N_Y H} \rightarrow \frac{2}{3\pi} \quad (H' \rightarrow 0) \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \frac{B}{N_Y H} \rightarrow \frac{1}{\pi} \quad (H \approx H')
 \end{aligned}$$

ここに  $h = H/\bar{H}$ ,  $\kappa\delta = B/\bar{B}$ ,  $l = L/\bar{L}$  は基準部材に対する部材成, 強度, 長さの比を表わし,  $R = A_F/A_W$  は  $H$  型断面のフランジ面積とウェブ面積の比,  $H'$  は  $\bigcirc$ 型断面の内径を意味する。一方部材に塑性変形が生ずると材料の歪硬化や軸方向力の影響もあって塑性領域が増加する要素もあるが, 逆に部材の局所的な挫屈などによりある塑性領域で収まることも予想されるので, ここでは塑性領域巾を  $\Delta L = L/20$  と仮定する。そのときと弾性限相対回転角は前報の如く<sup>12)</sup> (23) 式となる。

$$\delta = \Delta/\bar{\Delta} = \kappa\delta/k = l/h \dots\dots\dots(23)$$

以上で定まる構造物パラメーターを各部材, ジョイントに与え無減衰系の捩れ振動解析を行なうが, 既に検討されている如く<sup>4)</sup> 架構の捩れ量は弾性限変位一定の系と弾性限ポテンシャルエネルギー一定の系では応

答性状はかなり異なったものとなる。従ってここでもこの二種の典型的なモデルを解析の対象とする。即ち MODEL A では柱部材成が一樣であるという仮定から弾性限相対変位が等しくまた、弾塑性ジョイントの強度比とその部材の剛比の等しい系を考える。一方 MODEL B においては各ジョイントの弾性限ポテンシャルエネルギーを一定とするが、降伏強度の和および弾性域における動特性は MODEL A と等しくなるように設定する。この二種のモデルについて弱い方の柱  $k_1$  と強い方の柱  $k_2$  との剛度の比  $\beta = k_2/k_1 = 1.0, 1.2, 1.4, 2.0, 4.0, 8.0$  という偏心量の異なる 6 種類のモデルを想定する。

一方降伏曲面を考慮する場合には当然軸方向力の影響も考えねばならず、重力による一定軸力は架構の base shear 係数と対応する<sup>6)</sup>ことからここでは次の如く定める。いま断面形状を薄肉円筒断面とするとその降伏曲面は近似的に  $\rho_x^2 + \rho_y^2 + \rho_z^2 + n^2 = 1$  と表わされ、軸力と一方向曲げモーメントについて考えると有効な曲げ耐力は  $\bar{B}k\delta(1-n_0^2)^{1/2}$  で与えられる。基準階の全曲げ耐力は base shear 係数  $s$  により設計されるものと考えられるから、そのときの一定軸力は次式の如く与えられる。

$$n_{i0} = \frac{N_{i0}}{N_{iY}} = \frac{\bar{M}g/4}{N_{iY}} = \frac{B}{NL} \cdot \frac{1}{s \cdot f_i} \cdot 2 \cdot \sum_{j=1}^4 (\kappa_j \delta_j (1-n_{j0}^2)^{1/2}) \cdot \frac{1}{4} \dots\dots\dots (24)$$

ここに  $f_i = N_{iY}/N = \kappa_i \delta_i / h_i$  であり、(22) 式の関係と部材長と部材成の比  $H/L$  を 1/10 と与えればそのときの base shear 係数  $s$  に対応した一定軸力の無次元量  $n_{i0}$  が得られる。

以上により定まる各構造物モデルの動特性を Table 1 に示す。この表には MODEL A, B について偏心量  $\beta$  に対応する柱部材の剛比  $k_i$ 、弾性限相対回転角  $\delta_i$ 、同じく強度  $\kappa_i \delta_i$ 、弾性限ポテンシャルエネルギー  $\kappa_i \delta_i^2$  と軸力を無視した場合の連成する二つの固有周期  $\tau_1, \tau_2$ 、および、base shear 係数  $s$  に対応した軸力  $n_1, n_2$  と固有周期が全て無次元量で示されており  $\beta$  が増加すると連成する二個の固有周期の差は増大することがわかる。

#### 4. 入力および出力の選定

構造物の弾塑性地震応答解析より一般的な傾向を抽出する場合に遭遇する問題の一つは、入力の特性が応答に影響し易いことで、その影響を除去するためには種々の周波数特性をもつ入力に対する応答結果を統計的に整理するのも一つの有力な方法ではあるが、この論文ではかなり複雑な演算を行なう必要があるので統計的な方法は採らず、構造物周期に対応した周波数をもつ余弦波一波および無次元加速度外乱波形関数として Vernon 地震波を入力として採用する。

- 1)  $\alpha(\tau) = \cos \omega \tau (s(\tau) - s(\tau - 2\pi/\omega))$
- 2) Vernon, 1933, S82°E, N08°E

余弦波の円振動数  $\omega$  としては架構の一次無次元円振動数  $\omega_1$  を中心にして 3 個の固有振動数を内に含みかつ塑性領域での周期の伸長に対応する周波数領域を包含した振動数まで採用した。また Vernon 地震波形は原波形 9 sec. を 3600 点に分割して 1000 点まで、即ち実時間で 2.5 sec. 間の応答を求めた。その際の周波数パラメーター  $\psi$  は架構が一層であることを考慮して、 $\psi = \tau_1 T_d = \tau_1 \tau_d = 0.02, 0.04, 0.06$  を採用するが、これらは原波形に対してそれぞれ 0.18, 0.36, 0.54 sec. の基本固有周期をもつ架構に相当し、Fig. 2 に示す如く外乱正規化スペクトル密度の peak をはさむ 3 点に位置する構造物を考えたことになる。一方強度パラメーターとしては  $\alpha = 3.6, 10.8, 18, 27, 36, 54$  を採用するが、これらは base shear 係数  $s = 0.4$  と考えると外乱加速度最大振巾が  $A/g = 0.04, 0.12, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6$  に相当し、軸力を含むときにはこれらより若干大きい加速度振巾を想定したことになる。

$$\alpha = \frac{A \bar{M} L}{B} = \frac{A/g \cdot 2 \sum_{i=1}^4 \kappa_i \delta_i (1-n_0^2)^{1/2}}{s} \dots\dots\dots (25)$$

次に振れ応答に及ぼす降伏曲面の影響について検討を加えるための出力としては、架構の重心位置の運動変位  $\{\eta_{i0}\}$ 、各弾塑性ジョイントにおけるモーメント  $\{\rho_i\}$ 、対応する相対回転角 (ジョイント靱性率)  $\{\vartheta_i\}$  と無次元入力エネルギー  $E_{i0}$ 、およびジョイント履歴消費エネルギー  $E_{pi}$  等が重要であり、それらは次の如き

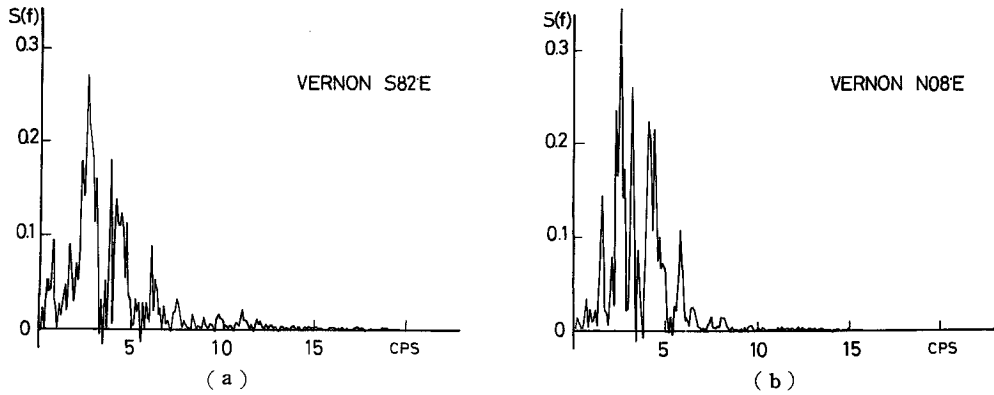


Fig. 2 Normalized power spectral density of acceleration record of Vernon Earthquake.

有次元量と対応する物理的意味をもつ。

$$\begin{aligned}
 \eta_{i0} &= \frac{X_{i0}}{\Delta L}, \quad \rho_i = \frac{M_i}{B \kappa_i \delta_i}, \quad \vartheta_i = \frac{\theta_i}{\Delta \delta_i} \\
 E_{ii} &= \frac{E_{ti}}{B \Delta \sum_j \kappa_{ji} \delta_j^2} = - \int_0^\tau \dot{\eta}_i (\sum_j c_{iji} \rho_j) d\tau \\
 E_{\rho i} &= \frac{E_{\rho i}}{B \Delta \sum_j \kappa_{ji} \delta_j^2} = \frac{1}{\sum_j \kappa_{ji} \delta_j^2} \int_0^\tau (\sum_i \kappa_{ji} \delta_j^2 \rho_j \vartheta_j^2) d\tau
 \end{aligned} \quad \left. \dots \dots \dots \right) (26)$$

5. 応答結果の考察

振れ応答結果を検討する前に無偏心の架構 ( $\beta=1$ ) について、降伏条件の差が応答に及ぼす影響を見る Figs. 3~9 となる。解析は弾性応答 (E.), 二方向別々に完全弾塑性の履歴特性をもつ応答 (E.P.), および降伏曲面上での塑性変形増分と応力増分の直交性を考慮した応答 (E.P.I.) を主として求め、比較のため軸力を考慮した応答として base shear 係数  $s=0.2$  (E.P.I.  $s=0.2$ ),  $s=0.4$  (E.P.I.  $s=0.4$ ) および  $s=0.2$  で軸力による  $P-\Delta$  の影響のみを除いた応答 (E.P.I.  $s=0.2$  neglecting  $P-\Delta$ ) を求めた。まず外乱周波数特性の影響を調べるため Fig. 3 には X 方向に Vernon S82°E, Y 方向に N08°E 成分が作用したときに 1000 step までに生じた応答の最大値の絶対値を示すが、その図で (a) は X, Y 各方向の最大運動変位, (b) は弾塑性ジョイントの最大靱性率, (c) は 1000 step での入力エネルギーと履歴消費エネルギーを表わす。Fig. 2 において外乱スペクトルの peak より高い振動数をもつ  $\psi=0.02$  のモデルの弾性応答は比較的小さいが、外乱強度が大きくなり塑性域に入ると周期が伸びると外乱 power の高い方へ移行するので応答は急激に増大する。

しかし  $\psi=0.04$  では架構の周波数が 3 cps 近傍に相当するため、弾性応答から塑性に入ると次第に外乱の共振から逃れる方向にあるため interaction を考慮した場合でも必ずしも応答は増大しない。また  $\psi=0.06$  では弾性応答、弾塑性応答とも架構の振動数が外乱スペクトルの peak より左にあるため応答が小さくなっている。ここで考えている周波数パラメーターは、このように外乱スペクトルの power の高い領域であり、しかも無減衰系の架構のため、これらの応答から interaction の影響をみることは困難ではあるが、架構の振動数が外乱スペクトルの peak より右にあるときは大きく、peak 近傍では逆に減少する傾向にあることがわかる。また強度パラメーター  $\alpha$  の小さいときには interaction を考慮した結果応答は小さくなり、 $\alpha$  が大きくなれば逆の傾向を示している。

一方 1000 step までに消費されたエネルギーでは運動変位やジョイント靱性率応答とは逆に応答の大き



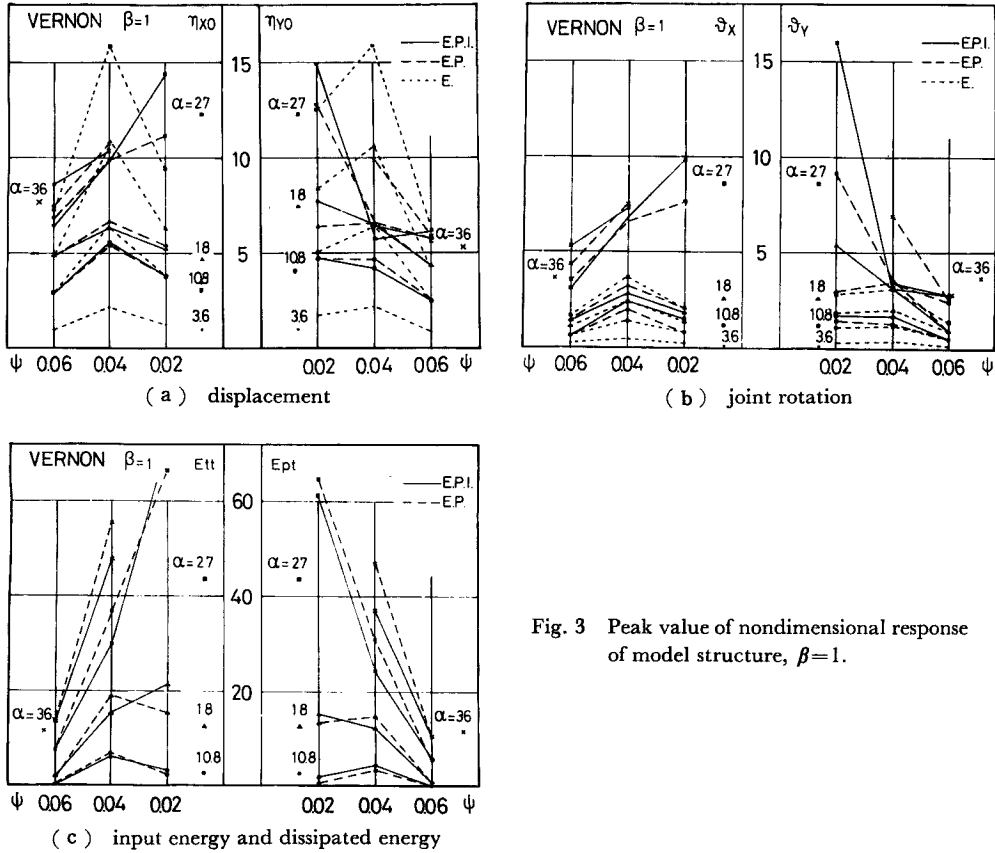


Fig. 3 Peak value of nondimensional response of model structure,  $\beta=1$ .

い場合には interaction の影響で減少し、応答の小さいときには増加している。なお、図には示されていないが軸力を考えると  $P-D$  の影響もあっていずれの周波数についても応答は増加する。次に架構の重心位置の運動変位  $\eta_0$  を時間軸に表わし、降伏条件の影響について比較すると Fig. 4 のようになる。この図で (a)–(e) は  $\psi=0.02$ 、(g) (h) は  $\psi=0.04$ 、(f) は  $\psi=0.06$  の場合のそれぞれ  $\alpha=27$  に対する応答である。弾性応答では  $\psi=0.04$  の場合に共振状態になって応答が大巾に増大しているのが特徴的であり、また弾塑性応答になると二方向の外乱の特性に応じて各方向で別々に塑性域に達していることが示されている。しかし interaction を考慮すると一方が塑性域に達すると他方の応答は小さくてもその影響を受けて塑性挙動を示すことになり、むしろ応答の小さい方向に対する影響が顕著でありその後の挙動も変化している。 $\psi=0.04, 0.06$  の如く比較的初期に最大応答を生じ、その絶対値の小さいときには interaction の影響も顕著でないが  $\psi=0.02$  の如く塑性変形によって生ずる架構の周期の伸長に応じて次第に応答が増大される場合には interaction の影響により応答はかなり増加する。降伏条件に軸力を考慮し更に  $P-D$  の効果も考えると、変形の大きくなる  $\psi=0.02$  の場合には次第に片側に残留変形が蓄積され応答は極度に増大する。

なお軸力を考慮した場合には架構の無次元周期は若干増加するが、ここでは外乱周波数の影響を除く意味で周波数パラメーターを一定にして解析を行なっている。比較のため  $\psi=0.02$  の場合について  $s=0.4$  のときと  $s=0.2$  で  $P-D$  効果のみ無視したときの応答を (d), (e) 図に示したが  $P-D$  を無視すると構造物強度を倍にした  $s=0.4$  のときよりも応答が減少していることから、応答レベルの高い場合には  $P-D$  の影響はかなり大きいことが予想されるが、この現象は材料を完全弾塑性と仮定したことから  $P-D$  を考えると塑

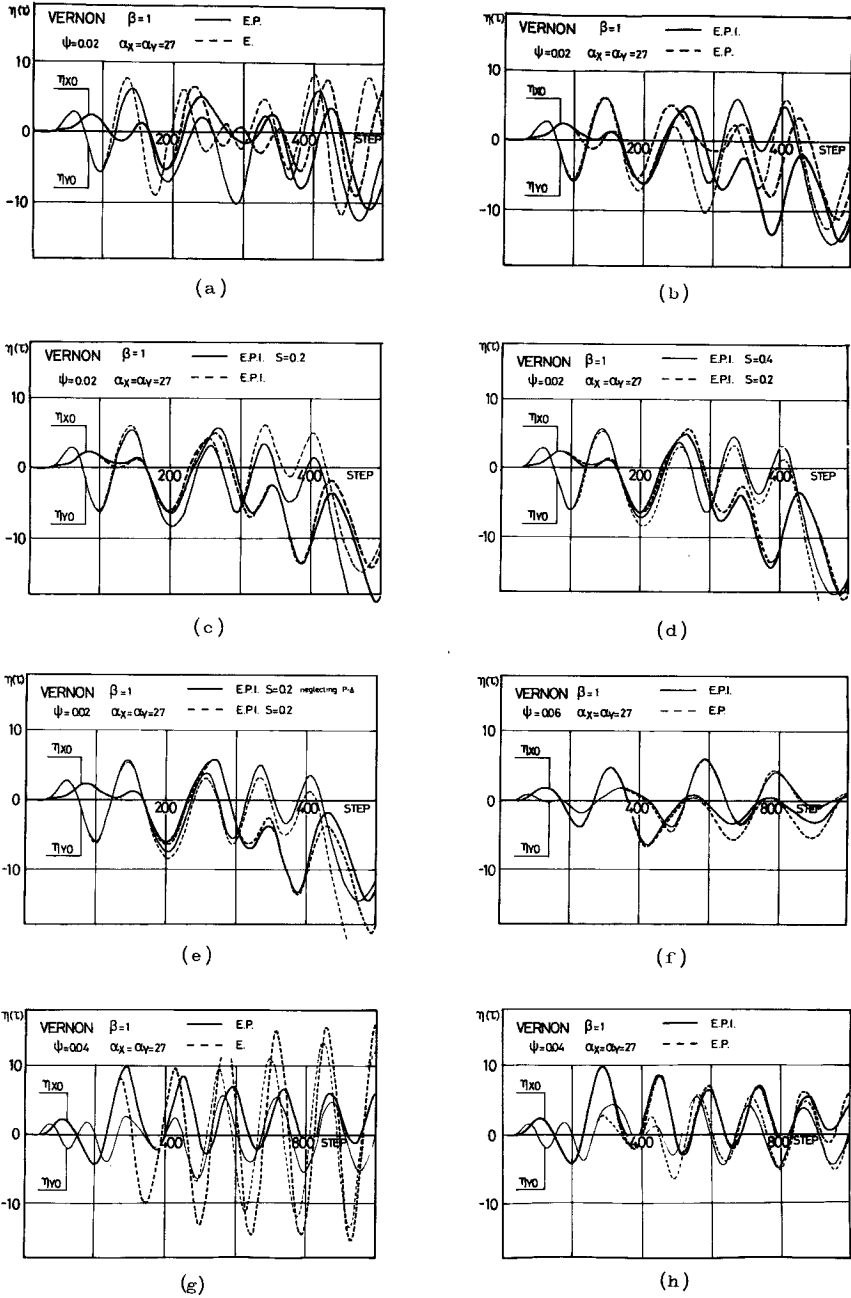


Fig. 4 Nondimensional displacement of model structures with various yield conditions.

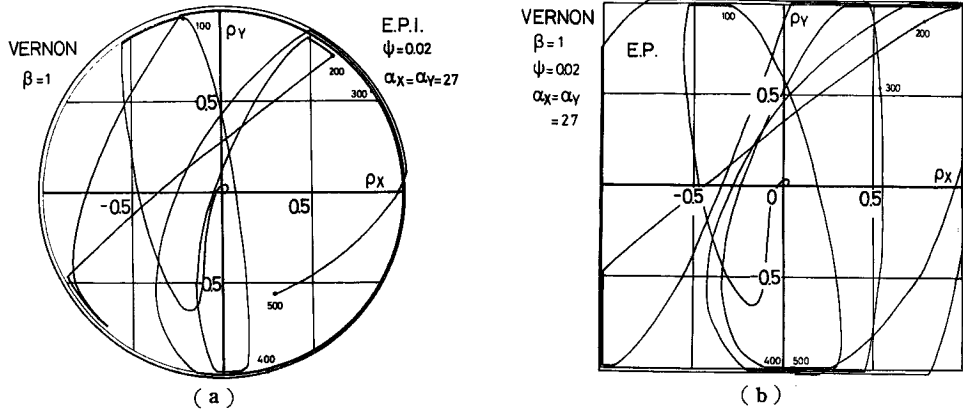


Fig. 5 Locus of nondimensional moment vector of local joint.

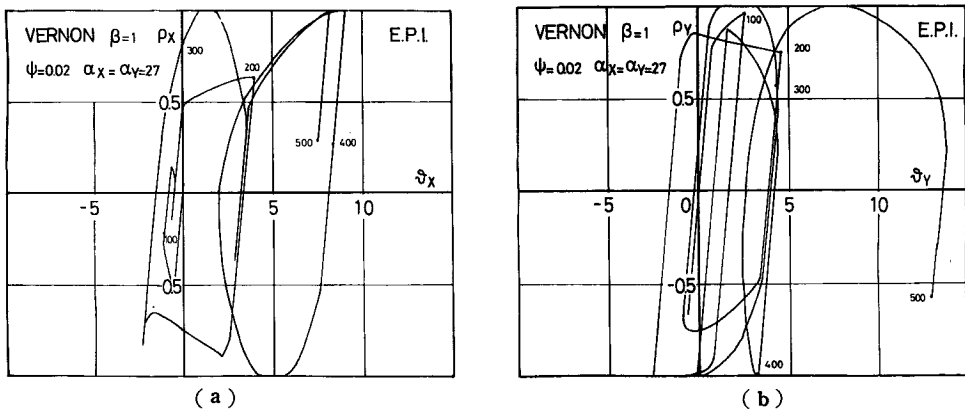


Fig. 6 Dimensionless restoring force characteristics of a joint.

性領域で復元力が負の勾配をもつために生じるものである。なお、最初偏心の全くない対称な架構であっても軸方向力の interaction を考えれば動的軸力の影響を受けて各柱の塑性に入る時間が異なり若干の振れ角が生じる。同じ  $\alpha=27$ ,  $\psi=0.02$  の応答から二方向の曲げモーメントの軌跡を描くと Fig. 5 となる。図中の数字は時間経過を step 数で表わしたもので (a) 図は (19) 式に示された降伏曲面であり、二方向の曲げモーメントのベクトル和が降伏曲面に達すると次に弾性域に戻るまでは円周に沿って移動している様子を読みとれる。(b) 図は二方向別個の復元力を与えた場合の軌跡であり、軸力を考慮した場合には半径が一定軸力の分だけ小さくなった同心円の内外を動的軸力に応じて移動する。これらの曲げモーメントと、対応する相対回転角との所謂履歴特性は Fig. 6 となり interaction を考えない完全弾塑性の復元力からは想像できないような複雑な履歴を示している。

なお Figs. 7, 8 には重心の運動変位のベクトル和および柱ジョイントの相対回転角ベクトルの和の軌跡を図示したが、当然の事乍らこれらの応答はよく似た挙動を示している。Fig. 9 は概括的な耐震安全性の尺度として重要と思われるジョイント履歴消費エネルギーをその入力エネルギーとともに時間軸上に図示したもので  $E_{tX}$ ,  $E_{tX}+E_{tY}$  は X 方向および全入力エネルギー、 $E_{pX}$ ,  $E_{pX}+E_{pY}$  は対応する消費エネルギーであり、いずれも架構全体の弾性限ポテンシャルエネルギーの 2 倍の値で無次元化したものである。interaction を考えると X, Y 二方向の消費エネルギーが平均化され、また全体の消費エネルギーは少なくなってい

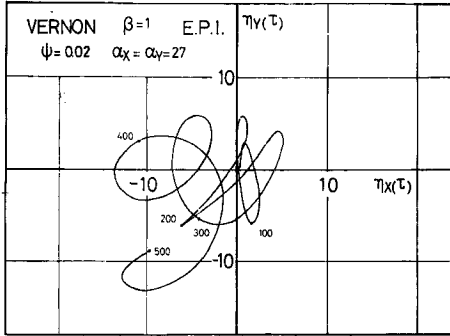


Fig. 7 Locus of displacement vector of a model structure.

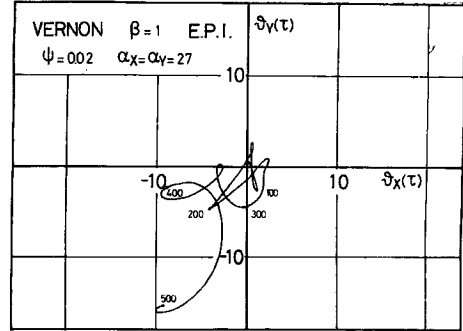


Fig. 8 Locus of nondimensional relative rotation vector of a local joint.

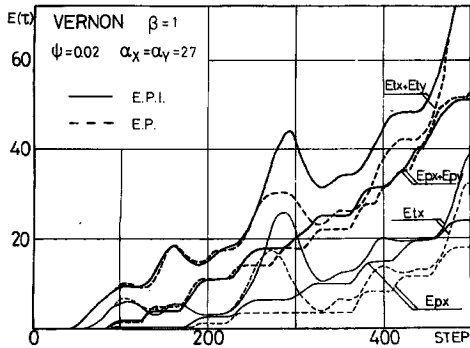


Fig. 9 Transmitted energy of frame structure and total value of dissipated hysteretic energy in elasto-plastic joint.

るがそれが一般的な傾向であるかどうかについてはもう少し検討を加えなければならない。ただ最終的な消費エネルギーについては応答レベルの高い場合には interaction の影響で減少し、微小塑性領域では逆の傾向にあることは Fig. 3 (c) から知ることができる。

以上無偏心の架構を対象とした応答結果について述べたが偏心のある場合について interaction の影響をみるために架構の周期に同調する余弦波一波を入力加速度波としたときの応答結果を以下の図に示す。これらの図で MODEL A は弾性限変位一定の架構、MODEL B は弾性限ポテンシャルエネルギー一定の架構でありいずれもその最大値応答を示す。まず Fig. 10 に架構の偏心量  $\beta$  を横軸にとり架構の重心位置の最大変位応答を示す。外乱強度  $\alpha$  が小さい範囲では応答は偏心量  $\beta$  にあまり影響されないことから、重心変位は二つの架構の平均的な応答になることがわかる。またその範囲では interaction を考慮すると応答は減少する傾向にあるが逆に  $\alpha$  が大きくなると interaction により応答は増加し、 $\beta$  が大きくなれば重心の応答も増すことがわかる。この現象を時間軸上の応答波形からみると  $\alpha < 20$  では最初に塑性に入ったときに若干エネルギーを消費するため最大値の起る次の peak では逆に小さくなり、 $\alpha > 20$  では応答の最大値が最初に塑性域に達する時間と同じであり interaction を考えた強度の低い場合の方が応答が増大する結果となっている。次に架構重心位置における揺れ応答の最大値をみると Fig. 11 の如くなり、偏心量  $\beta$  が増加するとともに揺れ量も増すのは当然であるがその傾向は MODEL A の方に強い。また  $\beta < 4$  では interaction を考えると揺れ角は増加するが  $\beta > 4$  の MODEL A では逆に減少しており、これは interaction を考えた場合には偏心が大きくなると、入力と直交する方向で消費されるエネルギーが増加するのに対し、考慮しないときには直角方向で全く消費されず弾性限変位一様の架構ではますます偏心が増加することを意味している。一方外乱強度  $\alpha$  が増加すれば架構の揺れ応答の絶対量が増すのは当然であり、次に Fig. 12 の如く架構重心

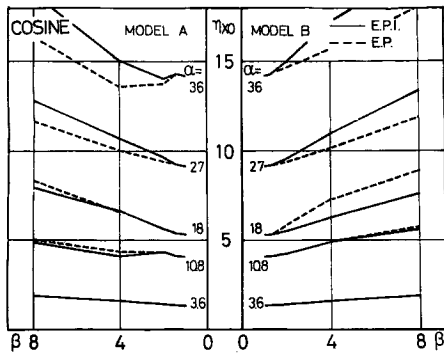


Fig. 10 Peak value of nondimensional translation of the center of gravity.

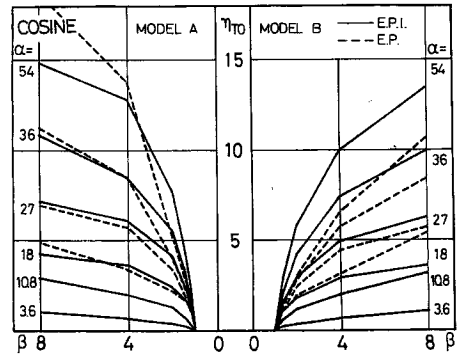


Fig. 11 Peak value of nondimensional torsion of the center of gravity.

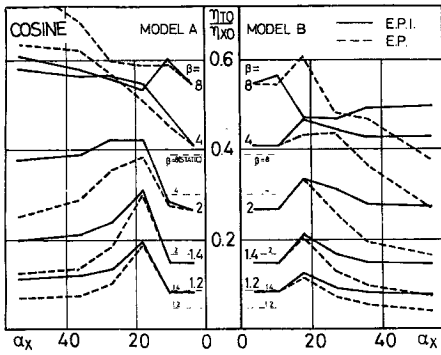


Fig. 12 Ratio of maximum response of torsion to that of translation.

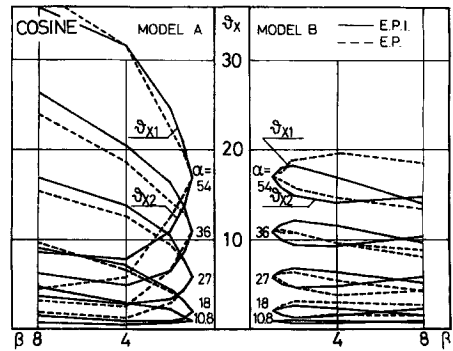
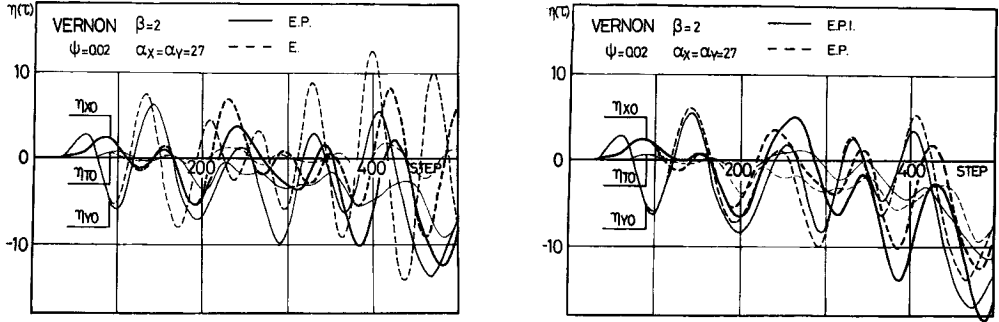


Fig. 13 Peak value of nondimensional relative rotations of flexible columns and of rigid columns.

の振れ最大応答と並進最大応答の比に対して検討する。MODEL A, B とも  $\alpha < 20$  では相対的な振れ応答は増加し  $\alpha > 20$  となると interaction を考えた応答は両モデルとも  $\alpha$  にあまり影響されないが、考慮しない場合には  $\alpha$  が大きくなると減少する傾向にある。

これらの結果は、MODEL A の  $\beta=4, 8$  を別にすると外乱強度  $\alpha$  の小さいときには弱い方の架構が最初に塑性に入り振れが増加するが  $\alpha$  が大きくなると interaction を考えたときには強度が低下して弾性に戻るのが遅くなるために、考慮しないときより振れ応答が大きくなるためと思われる。なお、図中一点鎖線は架構の静的な偏心量を示すが動的応答の振れ量は静的なもの1.5~2倍程度に増巾されることがわかる。これらの図の如く概括的な耐震安全性の尺度である重心の応答では両モデルの差はさほど顕著でないが Fig. 13 に示した局所的な応答にはその差がはっきり表われる。この図の縦軸は弱い方の架構 ( $\vartheta_{x1}$ ) と強い方の架構 ( $\vartheta_{x2}$ ) における入力と並行な方向の無次元相対回転角であり、弾塑性ジョイントの靱性率に相当する応答の最大値である。MODEL A では偏心量  $\beta$  が増加するとともに弱い方の架構と強い架構の応答にますます大きな差が生ずるのに対し、MODEL B では  $\beta$  に関係なくほぼ一定の靱性率応答を示している。これは MODEL A では各架構の弾性限変位を一律と設定しているため、強度の小さい架構が降伏すると架構の振れがさらに増巾されるのに対し、MODEL B では強度の弱い架構の弾性限変位が大きいため振れ変形が抑制されるものと考えられる。



(a) (b)  
Fig. 14 Nondimensional displacement of model structure,  $\beta=2$ .

以上、架構の基本固有周期と同調する余弦波一波の外乱に対する応答について検討したが、 $\beta=1.2, 2.0$ の場合について、入力周波数を変化させると図には示されていないが当然振れ応答と並進応答の比は架構の振れ振動数に近い振動数近傍で増加し、また Fig. 12 と同様、 $\eta_{z0}/\eta_{x0}$  は interaction の影響により増加することがわかる。最後に MODEL B の  $\beta=1.2, 2.0$  の場合について Vernon 地震波を入力とした応答を求めたが、そのうちの  $\beta=2$  の応答結果を Fig. 14 に示す。無偏心の架構の  $\psi=0.02$  の応答と同様 interaction を考えた運動変位は増加し、また  $\beta$  が増すと応答の最大値も大きくなり、特に振れ応答は弾性応答におけるよりも増え  $\eta_{z0}/\eta_{x0}$  で 3~4 倍になるが、interaction を考慮してもしなくてもその値はそれほど変化せず軸力を考えた応答でもその比はあまり変化しない。以上の如く広い周波数領域で power の大きい地震波外乱に対する弾塑性応答においては振れ応答がかなり増巾されることもあり、設計の際に充分考慮する必要がある。

## 6. む す び

構造物の基本振動数の低い高層建築物にあっては強震時においてもその動的挙動が弾性範囲に収まるように設計することが可能な場合もあるが、他方中、低層構造物の如く高い振動数をもつ架構については塑性挙動から避けられないことは過去の研究からも指摘されており、そのような架構に振れ振動が生ずると部材断面には多種の断面力が同時に作用し自ら降伏条件も異なってくると考えられる。本論文ではこのような降伏条件の差がその後の弾塑性挙動に与える影響について検討したものであり、一層一張間の単純な、しかも限られた応答に関してではあるが、解析結果を要約すると次のようになる。

1) interaction の影響は外乱の周波数特性と架構の基本周期との関係にかなり左右され、外乱周波数スペクトルの peak より高い振動数をもつ架構にあってはその影響は大きく表われるが、peak より低い振動数をもつ架構ではそれほど著しくはない。従って高い振動数をもつ架構のモデル化に際しては特にその弾性限度は種々の断面力を予想して定めねばならない。

2) 構造物の強度に比し外乱加速度振巾の大きいときには interaction を考えると応答は増加するが、外乱強度が小さいときには逆に応答は減少する傾向にある。

3) 歪硬化のない完全弾塑性材料では軸力の interaction を考えることにより、応答が大きい場合には影響が著しく表われその応答は更に増加するが、これには  $P-A$  の影響もかなり含まれており、このような材料では塑性域で復元力は負の勾配をもつことになり、架構の耐震安全性を確保するためには変形能力の大きい耐震要素の適正な配置が望まれる。

4) 架構の振れ応答は弾性応答に比し弾塑性応答ではかなり増加するが、interaction の影響はそれほど顕著ではない。また弾性限ポテンシャルエネルギー一定の設計は重心の振れ応答を減少させるものではないが、局所的な靱性率応答を平均化する傾向にあり、振れに伴う不安定な挙動を抑制するのに有効である。

このように多断面力の *interaction* を考慮したときの弾塑性応答に対する影響はかなり複雑であり、一般的な傾向を定量的に得るためにはさらに多くの解析を必要とするが、これらの定性的な傾向を考慮した上で複雑な断面力の作用する部材は弾性に収まるように設計することも一つの方法であると考えられる。

終りにこの論文の数値解析に協力して頂いた竹中工務店の又木義浩氏に感謝の意を表わします。

#### 参 考 文 献

- 1) 棚橋 諒：構造物の振れ振動の問題。建築雑誌，昭9.4，pp. 333~349.
- 2) 小堀鐸二・金多 潔：構造物の非線型振れ振動に就いて。日本建築学会論文報告集，昭30.9，pp. 70~76.
- 3) 小堀鐸二・南井良一郎：構造物の非線型振れ振動再論。日本建築学会近畿支部研究報告，昭32.10，pp. 1~8.
- 4) Tanabashi, R., T. Kobori and K. Kaneta : Nonlinear Torsional Vibration of Structures due to an Earthquake. Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute of Kyoto Univ., No. 56, March, 1962, pp. 1~40.
- 5) 柴田明德：地震に対する建物の振れ非線形応答。日本建築学会東北支部研究報告，昭40.8.
- 6) 小堀鐸二・南井良一郎・藤原悌三：弾塑性ジョイントをもつ架構の地震応答——軸力を考慮した場合——。日本地震工学シンポジウム講演集，昭41.10，pp. 215~220.
- 7) Nigam, N.C. and G.W. Housner, : Elastic and Inelastic Response of Framed Structures during Earthquakes. Proc. of the 4th W.C.E.E., Jan., 1969.
- 8) 小堀鐸二・南井良一郎・鈴木 有：弾塑性ジョイントを含む架構の地震応答。京都大学防災研究所年報，第9号，昭41.3，pp. 165~192.
- 9) Hill, R. and M.P.L. Siebel: On the Plastic Distorsion of Solid Bars by Combined Bending and Twisting. J. of Mech. Phys. Solids, Vol. 1, 1953, pp. 207~214.
- 10) Imegwu, E.O.: Combined Plastic Bending and Torsion. J. of Mech. Phys. Solids, Vol. 10, 1962, pp. 277~282.
- 11) Morris, G.A. and S.J. Fenves: Approximate Yield Surface Equations. A.S.C.E., Vol. 95, No. EM4, Aug., 1969, pp. 937~954.
- 12) 小堀鐸二・南井良一郎・藤原悌三：弾塑性ジョイントを含む架構の地震応答——梁柱の強度分布と応答分布の関係——。京都大学防災研究所年報第12号A，昭44.3，pp. 321~338.