

## 砂連に関する実験的研究 (3)

芦田和男・田中祐一朗

### AN EXPERIMENTAL STUDY ON SAND WAVES (3)

By Kazuo ASHIDA and Yuichiro TANAKA

#### Synopsis

Sand waves formed in a channel with movable bed are highly irregular in their shapes and sizes, therefore statistical treatment are necessary for describing them quantitatively.

In this paper, the authors discussed the statistical characteristics of sand waves from the points of view that it might be useful to provide the interpretations for wave generation and to describe the bed roughness.

Characteristics of spectrum vary according to the regime of bed forms. There will be a possibility to represent each regime of sand waves quantitatively by using the characteristics of the spectrum.

Comparison of the spectral density function for bed elevation as a function of time with the one as a function of distance shows that the propagation velocity of the sand waves can be obtained as follows,  $\omega = CL^{-1/2}$  where  $\omega$  is the propagation velocity and  $L$  is the wave length.

Many characteristics of dunes are analogous for the one of ocean waves.

#### 1. 緒 言

Sand Waves は移動床水路において、水流が限界掃流力を越えるようになるとほとんど常に河床面上に形成されるもので、その形状および伝播の様相は極めて複雑である。このような Sand Waves が発生するために、流砂機構の問題、移動床水路の抵抗法則の問題など実用的な諸問題の解明はいよいよ困難となり、これらの問題を解決するためにも、まず Sand Waves のメカニズムを明確に把握しなければならない。このような現状から Sand Waves に関しては従来から各種の研究が行なわれ、種々の興味ある特性が明らかにされてきたが、まだ十分な解明がなされているとは云い難い。これは現象に対する吾々の知識、とくに定量的な意味での知識が貧困なことに原因の一つがあるものと思われる。

従来は Sand Waves の周期性に着目しての取り扱いが多かったが、Sand Waves はその形状と大きさが非常に不規則であるという点が重要な特長の一つである。こうした不規則な現象を定量的に取り扱うためには、統計的な手法を導入しなければならない。

そこで著者らは現象をこうした Stochastic な立場から再検討することにより、Sand Waves の生成と伝播の機構およびその粗度としての効果を解明する手がかりを得ることを目的として、ここ数年来超音波を用いた測定器<sup>1)</sup>の開発など、その基礎的な段階での努力を重ねてきた。

本研究これまでの初歩的な研究成果の一部として行なわれた若干の実験結果から、Lower regime の場合でのスペクトル特性および Sand Waves の伝播の機構および Dunes の波高、波長に関する統計的な特

性などについて二、三の新たな知見を得ることができたので、ここに一端を御報告して大方の御批判を得たい。

## 2. 実験装置およびその方法

Sand Waves には Plane bed, Ripples, Dunes, Flat bed, Standing waves, および Anti-dunes などの種類があり、水理学的にそれぞれ性質が異なっていることが知られている。したがって Sand Waves の諸特性を定量的に明らかにし、そのメカニズムを解明する目的を達成するためには、上述の全ての領域にわたって実験を行ない、得られた資料を統計的に解析することが必要である。しかし現在までに行なった実験は Table 1 に示すようにごく一部に限られており、また解析の終わったものはその中の A および C の一部と、比較的 Lower regime のものに限定されている。

Table 1 Extent of experiment

	A-1	A-2	A-3	A-4	A-5	B-1	B-2	B-3	B-4	C-1	C-2
Discharge $Q$ (l/s)	30	50	40	11	15	10	20	30	45	20	9
Width $B$ (cm)	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
Slope $i$	1/400	1/310	1/400	1/400	1/600	1/100	1/110	1/120	1/100	1/800	1/800
Sediment discharge $Q_B$ (kg/min)	0.86	3.27	2.42	0.14	1.32	2.34	5.66	11.50	20.89	0.36	0.19
Water depth $h$ (cm)	11.64	13.89	12.33	5.69	7.31	3.06	4.54	5.65	7.00	8.37	5.25
Shear velocity $u_{*R}$ (cm/s)	4.37	5.30	4.49	3.36	3.03	5.17	6.01	6.72	7.32	2.82	2.31
Froude N $F$	0.48	0.62	0.59	0.52	0.43	1.20	1.33	1.48	1.55	0.52	0.47
Bed forms	$D$	$D$	$D$	$D$	$D$	$T$	$T$	$F$	$F$	$D$	$R$

実験に用いた水路は断面  $50 \times 50$  cm、長さ約 18 m の両面ガラス張りのもので、こう配は 0~1/50 の範囲で可変である。実験に用いた砂は Fig. 1 に示すような粒度分布を有しており、網ふるいにより上下をカットしたほぼ均一な粒径の川砂で、その平均粒径は  $d_m = 0.732$  mm である。なお Table 1 の最下欄の河床形態は、観察によって識別したもので、Tとは Flat bed とも Standing Waves とも明確に判定し難い中間的なものである。

実験中こう配が変化しないように、上流端においてスクルー式の給砂器から一定量の乾燥砂を補給した。しかし給砂量と流砂量とを一致させることが難しく、こう配が変化する場合も生じたため、実験中適当に水面形および河床形状を測定し、この変化が止まり、Sand Waves が十分に発達して平衡状態が達成されたと思われるまで通水を継続した。

その後河床を乱さないように水を止め、音響測深器<sup>1)</sup>を用いて、水路の中心線沿いに 5 cm の間隔で河床形状を測定した。上流端での給砂の影響域および下流端での段落ち流れの影響域を考慮すると、有効長は 10 m 内外で、統計的な解析を行なうには資料の数が不足する。そこで、以後 20 分間隔で通水を中断して上と同様の測定を数回行ない、これを継ぎ足して資料と

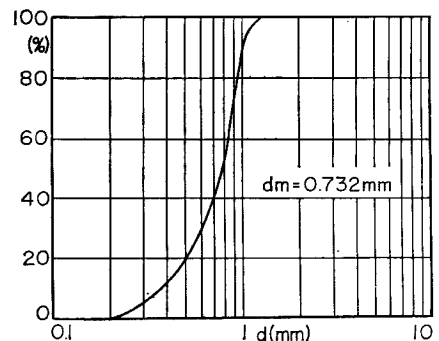


Fig. 1 Grain-size accumulation curve of used sand.

した。この際周期成分に及ぼす継ぎ足しの影響が問題になる。これについては十分ではないが、各測定値およびその標準偏差を比較することにより、長周期のものを問題にしない限りその影響は少ないと考えた。

実験A-1では上述の河床の距離的变化の外に、一定点における河床の時間的变化を測定した。また実験Cは時間的变化のみを測定した。距離的变化は digital 方式により測定を行ない、これを図化して測定の適否を判定したが、時間的变化は主に analogue 方式により測定を行ない、これを1分間隔で読み取って資料とした。

なお通水中の総流砂量を下流端にて貯溜し、実験後これを計量することにより平均流砂量を求めた。計量は湿潤状態で行ない、これを次式によって乾燥重量に換算した、

$$Q_{Ba} = W / T \left\{ 1 + \frac{\rho \lambda}{\sigma(1-\lambda)} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $Q_{Ba}$  は重量単位で表した乾燥砂量、 $W$  は湿潤状態での砂の総重量、 $T$  は通水継続時間、 $\sigma$  は砂の比重、 $\rho$  は水の比重、 $\lambda$  は砂の空隙率である。空隙率 $\lambda$ の値は実測より0.39とした。Table 1 に示した各値はいずれもこれらの実測値である。

### 3. 実験結果とその考察

行なった実験は Table 1 に示すように Ripples から Transition の領域にわたるものである。しかし現在までに資料の整理の終わったものはその一部である。Table 2 には実験Aの資料についての二、三の統計量をまとめて示してある。この Table において、 $N$ は資料の総数を、 $M$ はスペクトルを計算する際のずらし数を、 $F \cdot D$ はその結果の有する自由度を示し、また  $N'$  は全資料  $N$  の中に含まれる Sand Waves の数を、 $\bar{L}$  はその平均波長を、 $L'$  はスペクトルに現われた卓越波長を示し、 $\sigma$  は平均値が0となるように変換した場合の全資料の標準偏差を示す。

Table 2 Summamy of statistics

	$N$	$M$	$F \cdot D$	$N'$	$\bar{L}(\text{cm})$	$L'(\text{cm})$	$\sigma(\text{cm})$
A-1	907	90	19	50	93	90	1.59
A-2	824	82	19	63	70	90	0.98
A-4	698	69	19	—	—	98	0.44
A-5	800	80	19	43	89	93	1.50

#### i) 自己相関係数およびパワースペクトル

パワースペクトルの計算は Tukey の方法<sup>2)</sup>によって行ない、Window としては hanning を用いた。なお計算は KDC-II を用いて行なった。

結果の一例として、Fig. 2 および Fig. 3 に実験 A-2 および A-5 の場合の自己相関係数を示す。A-5 の場合は Ripples に近いためかなり顕著な周期性が現われているが、完全な Dunes の領域である A-2 の場合はその形が複雑で random 性の強いことを示している。

最近、C.F. Nordin & J.H. Algert は Dunes の領域における Sand Waves のスペクトル解析についての研究<sup>3)</sup>を發表し、著者らとはほぼ同じタイプの自己相関係およびパワースペクトルを得ている。そしてそれらのタイプから現象は2次のマルコフ過程であると考えてモデルを想定し解析を進めている。しかし、相関々数やスペクトルのタイプから直ちに現象をマルコフ過程であると決めてしまうことは疑問であり、従来から注目されて来たように、その周期性もまた重要な性質の一つである。したがってこの周期性と random 性との兼ね合いが現象を特長づけるものと思われる。

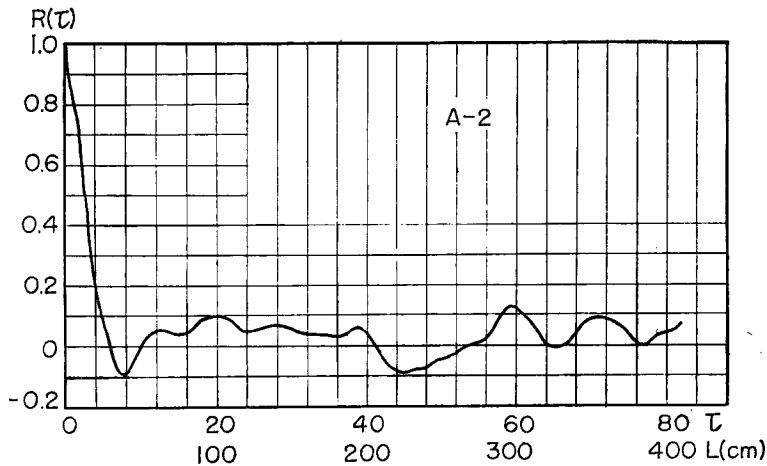


Fig. 2 Autocorrelation coefficient in Exp. A-2

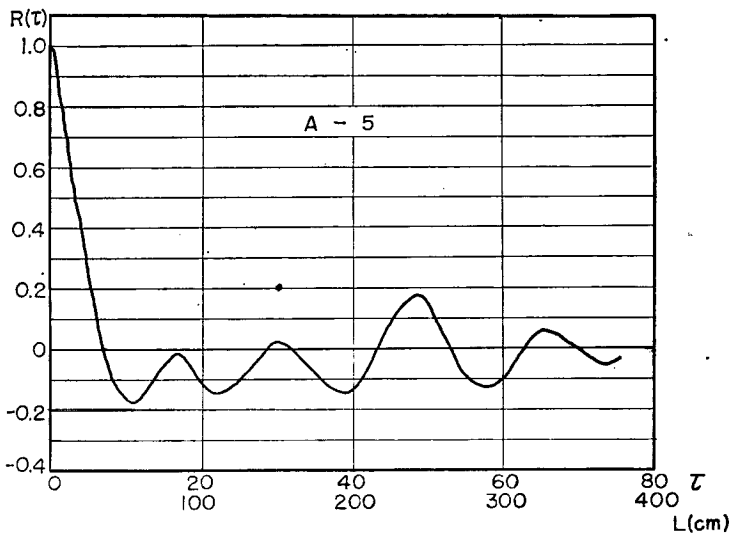


Fig. 3 Autocorrelation coefficient in Exp. A-5

海洋における海流のような大規模な渦についての R. V. Ozmidov の研究<sup>4)</sup>では Fig. 3 に見られるように小さな減衰係数を持つ周期成分を有する相関々数を次式で示すような形に置いた。

$$R(\tau) = Ae^{-\alpha\tau} \cos \beta\tau + r(\tau) \dots\dots\dots(2)$$

ここに  $r(\tau)$  は random 成分の相関々数である。これは現象を周期成分と random 成分とに分離して考えようとするもので、極めて興味深い。Ozmidov は (1) 式の常数  $A, \alpha, \beta$  をエネルギー分布に関する Kolmogorov の  $-5/3$  乗則を適用してスペクトルを分離することにより決めている。しかし著者らの場合後に示すように、スペクトルは高周波部分で  $f^{-3}$  則とも云うべき形をしており、また Dunes が発達するにつれて Fig. 2 に見られるように相関係数の形が複雑となるため、(2) 式のように現象を二つの成分に分離することにはまだ成功していない。

Fig. 4 および Fig. 5 に実験A-2およびA-3のパワースペクトルを示す。これらの図に見られる顕著な特長は 90 cm 前後のピークを境にして左右の様子が著しく異なることである。このようなことは他のAの実験でも全く同様であり、また Nordin らの結果にも見られる。この場合資料の数が少なく、更に低周波の側(長い周期のもの)でスペクトルが減少するのかどうか分らないが、長周期側には顕著なピークが認められない。Fig. 6 には Ripples の場合のスペクトルを示す。この場合は資料の数が少ないため自由度が10と極めて小さく、その信頼性は乏しいが、前の図と比較すると興味深い。すなわち、Ripples の場合にはいづれも鋭いピークが存在し、顕著な周期が存在しているが、Dunes ではピークが丸くなり、ぼけてくるようである。このことは Dunes は random 性が強いことを示している。このようにそのスペクトル特性を調べることにより、従来あまり明確でなかった領域区分の定量的な評価をなすことが可能であると思われるが、これについては更に多くの資料を集積した上でなければ結論は得られない。

また Table 2 に見られるように、各ケース共卓越波長は 90 cm 前後ではほぼ等しいが、これも水路巾などによって規定されるものかどうか、更に巾の異なった水路での資料を集積してみなければ明らかでない。

ii) 伝播速度

Fig. 7 および Fig. 8 は実験A-1の場合の波長スペクトルと周期スペクトルとを示したものである。この場合自由度が19であるから有意性に関する Tukey の検討<sup>5)</sup>から各ピークが95%の信頼度で有意であるためには、山と谷の値の比が2.2以上なければならない。Dunes のように「Crest」を通過した流砂の殆ん

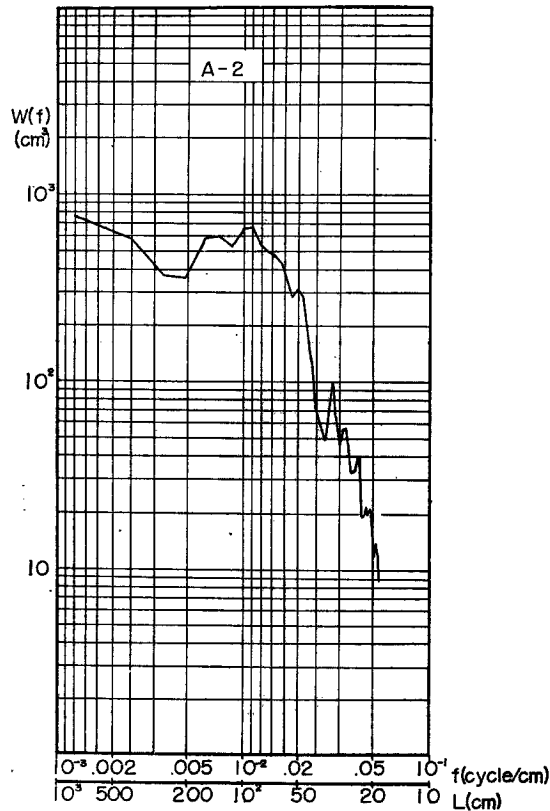


Fig. 4 Power spectrum with distance in Exp. A-2

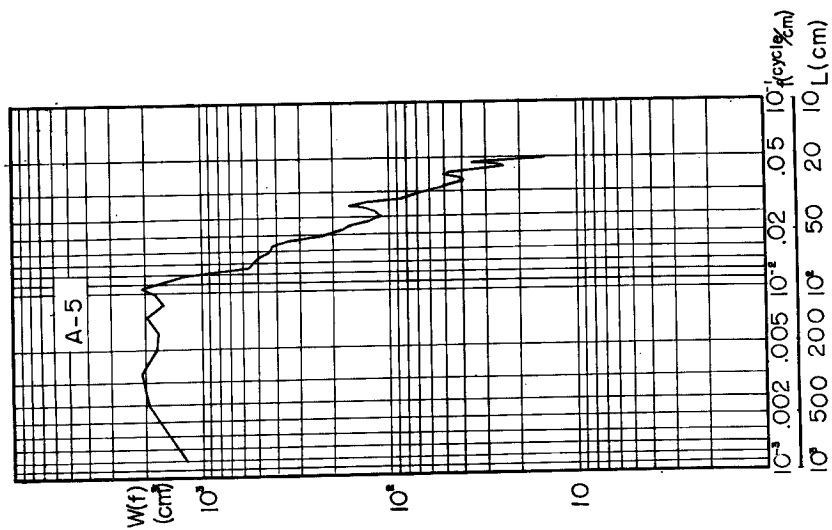


Fig. 5 Power spectrum with distance in Exp. A-5

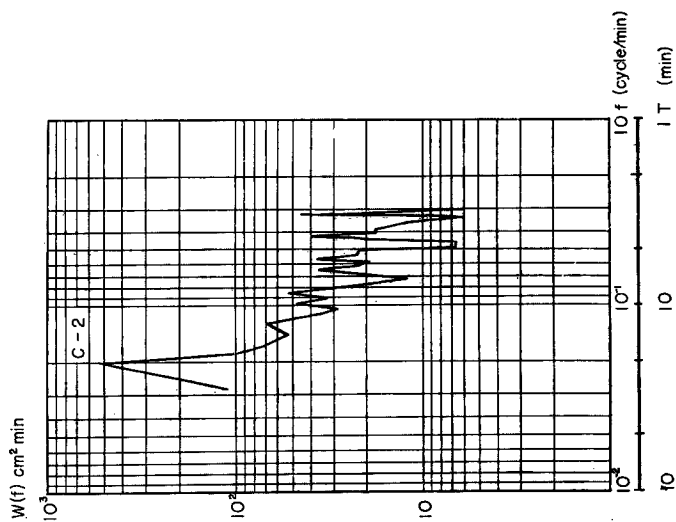


Fig. 6 Power spectrum with period in Exp. C-2

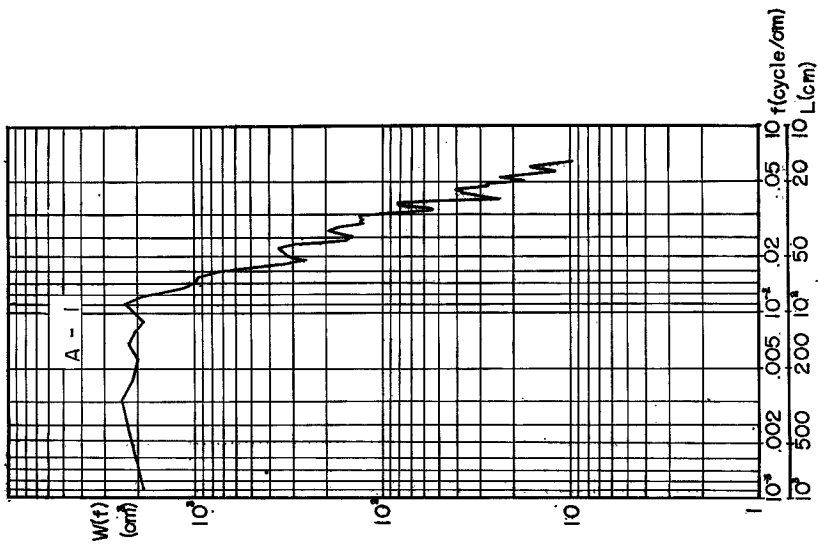


Fig. 7. Power spectrum with distance in Exp. A-1

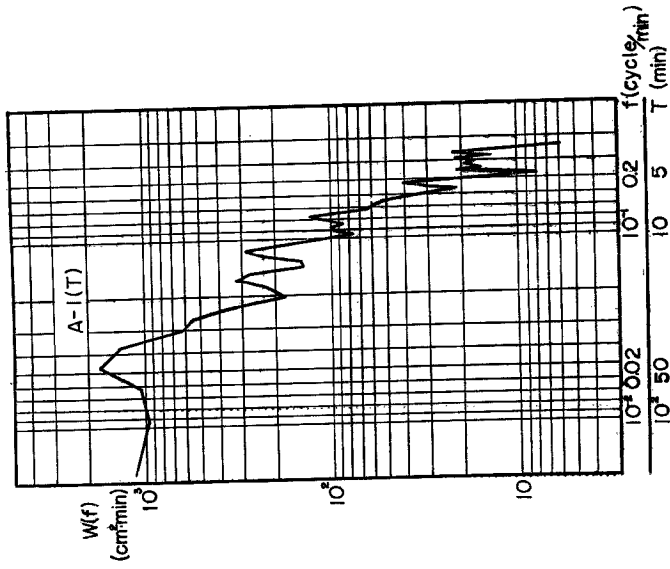


Fig. 8 Power spectrum with period in Exp. A-1

ど全てがその前面に堆積する場合の伝播速度 $\omega$ は波高を $H$ とすると次式によって与えられる。

$$\omega = 2q_B / (1 - \lambda) H \dots\dots\dots(3)$$

また波長 $L$ と周期 $T$ の比  $L/T$  も一種の Sand Waves の伝播速度を与えるものである。いま Fig. 7 および 8 において卓越波長 90 cm, 卓越周期 47分という値が読み取られる。この値と、波高として平均波高 $\bar{H}$ を用いることにより (3) 式から  $q_B$  を計算すると、この計算値は実際の流砂量と 5% の範囲内で一致している。したがってこの波長と周期は完全に対応しているものと思われる。それ以外のものは Fig. 7 および 8 に現われる各ピークの中で有意なものを取り、それらが相対応しているものとして、 $L$ と $T$ を両対数紙にプロットしたものが Fig. 9 である。点は図に見られるように極めて良く一つの線上にある。そこでこの場合の実験式として次式を得る。

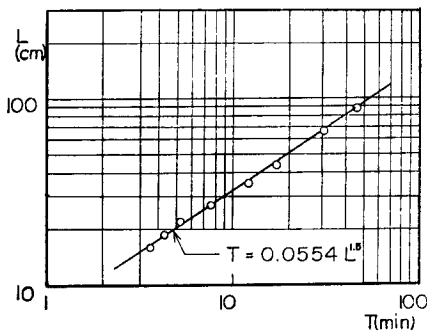


Fig. 9 Relationship of  $L$  and  $T$

$$T = 0.0554 L^{1.5} \dots\dots\dots(4)$$

(4) 式を $\omega$ について書き直すと、一般に $C$ を常数として

$$\omega = CL^{-1/2} \dots\dots\dots(5)$$

と書ける。これは伝播速度は Sand Waves の scale によって異なることを示すものである。

実際に水路では、大きな Sand Waves の後に発生した小さいものが、伝播速度が大きいため、大きなものに追いつきやがて両者は一体となるということがよく見られる。また現象は統計的に定常であり、大小各種の scale のものが常に混在していることから、大きな scale の Sand Wave から再び小さなものが分離発生しなければならない。このように (5) 式は Sand Wave が分離や統合を繰り返しながら伝播して行く機構をよく説明しており、極めて興味深い。

iii) 波長および波高の分布

いま、波長は測定値を連ねる線が平均値を横切る点の間隔と定義し、また波高は上流側と山とそのすぐ隣の谷との高低差と定義して、実験AおよびCの場合について波長および波高の分布を調べ、これを累加百分率で示したものが Fig. 10 および Fig. 11 である。この図では波長および波高はそれぞれ平均値で割って次のように無次元化してある。

$$\lambda = L/\bar{L}, \eta = H/\bar{H} \dots\dots\dots(6)$$

資料の数が少ないために十分とは云えないが、両者とも図に見られるように Rayleigh 分布にかなり良く一致している。このことから、 $\lambda$ および $\eta$ の確率密度関数はそれぞれ次のように与えられる。

$$P(\lambda) = \frac{\pi}{2} \lambda \exp\left(-\frac{\pi}{4} \lambda^2\right) \dots\dots\dots(7)$$

$$P(\eta) = \frac{\pi}{2} \eta \exp\left(-\frac{\pi}{4} \eta^2\right) \dots\dots\dots(8)$$

(8) 式を用いて、波高が $m$ より大きいものの平均値は次式で与えられる。

$$\eta_m = \frac{\int_m^\infty \eta \cdot P(\eta) d\eta}{\int_m^\infty P(\eta) d\eta} \dots\dots\dots(9)$$

例えば海洋での波浪の有義波高に相当する  $\eta_{1/3}$  は (9) 式の分母を  $1/3$  とすることによって求められ、

$$\eta_{1/3} = 1.597 \dots\dots\dots(10)$$

となる。この値は実測値の平均値 1.61 と極めて良く一致しており、また波浪の場合の値 1.57 と一致している。

Fig. 12 に  $H_{1/3}$  と  $\sigma$  の関係を示す。両者の間には Nordin らが指摘したように次の関係があることが



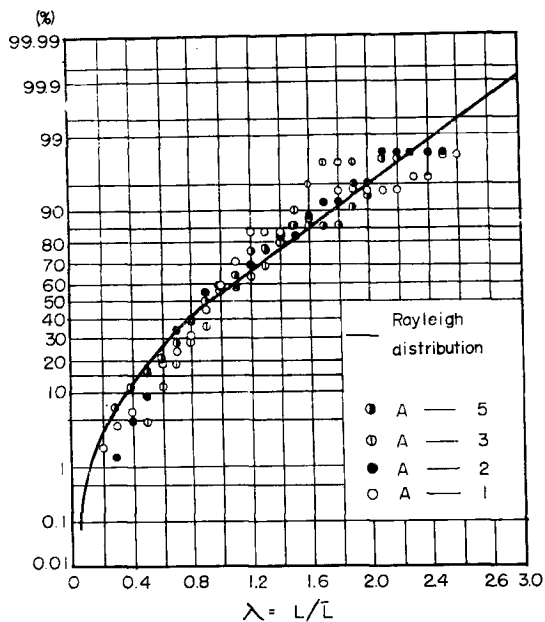


Fig. 10 Distribution curve of wave length

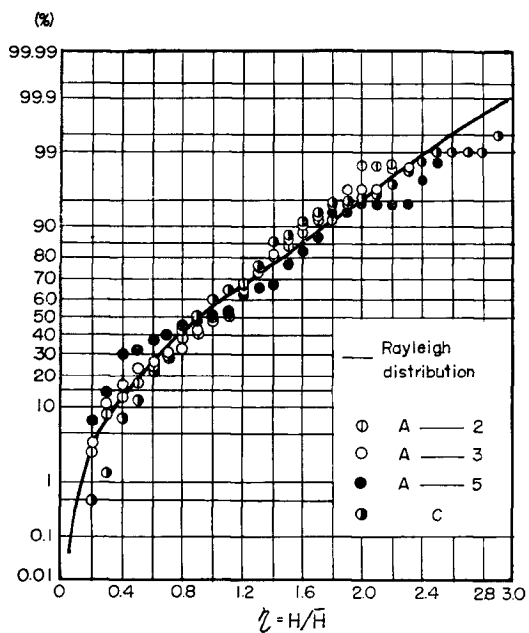


Fig. 11 Distribution curve of wave height

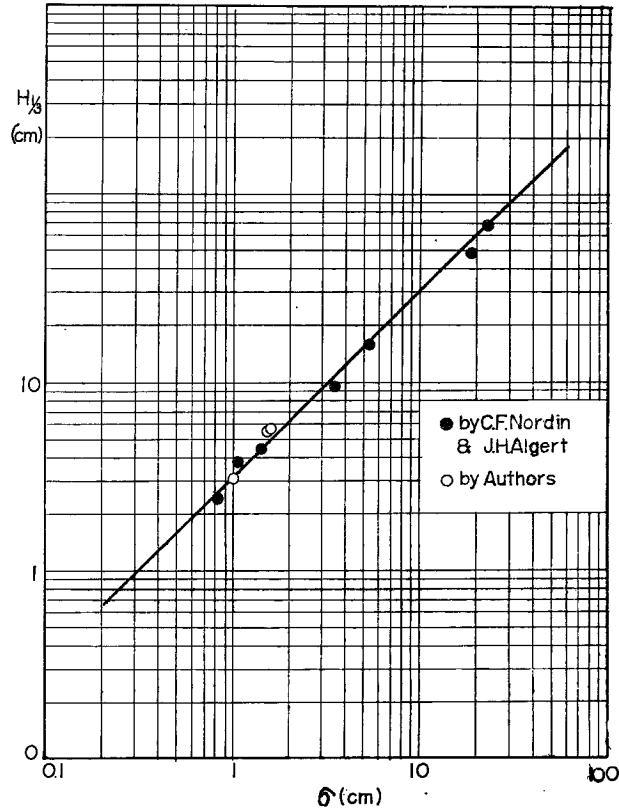


Fig. 12 Relationship of  $H_{1/3}$  and  $\sigma$

分る。

$$H_{1/3} = 3\sigma \dots\dots\dots(11)$$

(10) と (11) 式から平均波高  $\bar{H}$  は

$$\bar{H} = 1.88\sigma \dots\dots\dots(12)$$

となる。これは前<sup>6)</sup>に  $\bar{H} = 2\sigma$  としたものとほぼ一致している。以上のことは波長および波高が Rayleigh 分布をするという事実から導かれるものであるが、Ripples のように規則的なものは当然このような分布はしないものと考えられる。また波浪においても波長や波高が Rayleigh 分布に従うことはすでに Longuet-Higgins<sup>7)</sup> らによって確かめられている。以上のことから Dunes は統計的な意味で海洋での波浪と多くの類似点を有していることが分る。

iv) 相当粗度

前述のように、標準偏差  $\sigma$  は波高に関する成分を良く代表していることが分った。また普通用いられる 10 m 程度の長さの実験水路では資料の数の関係から、波高  $H$  については統計的に信頼度の高い資料は得られないが、 $\sigma$  はかなりの信頼度で求めることができる。このことは前述の継ぎ足しの影響を調べる際にも確かめられている。

以上のような理由から  $\sigma$  と次式から求められる相当粗度  $k_s$  との関係を調べたものが Fig. 13 である。

$$\frac{u}{u_{*R}} = 6.0 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \dots\dots\dots(13)$$

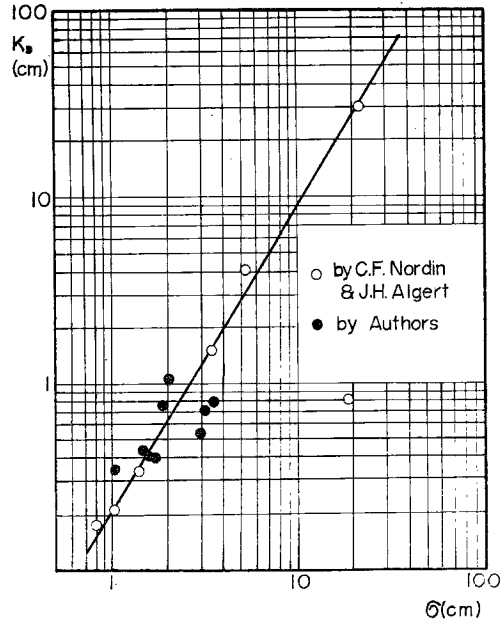


Fig. 13 Relationship of  $k_s$  and  $\sigma$

ここに  $R$  は径深,  $u_{*R}$  は径深に対する摩擦速度である。もちろん, 水流に対する Sand Waves の抵抗は波高だけでなく, その spacing やまた流線が剝離するかどうか重要な意味を持つということから, その形状などに関係するはずである。したがって  $k_s$  は  $\sigma$  だけで表示できるものとは思われないが, Fig. 13 に見られるように,  $k_s$  と  $\sigma$  はかなりよい相関があることが分る。したがって図中にプロットした Dunes の資料に関する限り,  $\sigma$  は  $k_s$  を表示する極めて重要なパラメーターであると云える。

#### 4. 結 語

以上本研究は Sand Waves の諸特性を定量的に明らかにすることにより, その機構を解明する手がかりを得ることを目的として行なっている研究の第一段階として実施した若干の実験結果から, Sand Wave に関する二, 三の興味ある特性を明らかにすることができた。以上の結果を要約すると次のようである。

(1) Ripples でのスペクトルは鋭いピークが現われているのに対し, Dunes でのそれはピークがフラットになっている。これは Ripples では周期性が顕著であるのに対して Dunes では random 性が強いという事実を良く説明している。このようにスペクトル特性を調べることにより, 従来あまり明確でなかった領域区分についての定量的な評価が可能になるものと思われるが, 今後に残された問題は多い。

(2) Sand Waves の伝播速度  $\omega$  はその scale によって異なり, 波長  $L$  の  $-1/2$  乗に比例する。これは大きな Sand Wave の周辺に小さな scale のものが分離, 統合しながら伝播して行く実際現象を良く説明しており, 極めて興味深い。

(3) Dunes の場合は波長も波高も共に近似的に Rayleigh 分布をする。

(4) Sand Waves における有義波高  $H_{1/8}$  は  $\sigma$  と  $H_{1/8} = 3\sigma$  の関係にあり, これから平均波高  $\bar{H}$  は  $\bar{H} = 1.88\sigma$  と表わされる。このように測定値の標準偏差  $\sigma$  は波高の成分を良く代表する。

(5) Dunes の領域では相当粗度  $k_s$  は  $\sigma$  と密接な相関があり,  $\sigma$  によって良く表示できる。

(6) Dunes は統計的な意味で海洋での波浪と多くの類似点を有する。

以上本研究は Sand Waves の特性に関する研究のごく一部であるが、今後とも更に多くの資料を集積して定量的な Sand Waves の特性を明らかにするとともに、理論的な考察も行なって Sand Waves の機構の解明に努めたいと思っている。

なお本研究はその一部に昭和41年度文部省科学研究費(各個研究)の補助を受けたことを附記して関係各位に謝意を表す。

#### 参 考 文 献

- 1) 矢野勝正, 芦田和男, 田中祐一郎: 砂漣に関する実験的研究(第一報), 京大防災研究所年報, 第8号, 昭40.
- 2) R.B. Blackman & J.W. Tukey. The measurement of power spectra, Dover Publication Inc, 1959.
- 3) C.F. Nordin & J.H. Algert, Spectral analysis of sand waves, Proceedings of A.S.C. E, HY-5, 1966.
- 4) R.V. Ozmidov, Energy distribution between oceanic motions of different scales, Izv. Atmospheric and Oceanic Physics Science, Vol.1, No.4, 1965.
- 5) J.W. Tukey, The sampling theory of power spectrum estimates, Symposium on application of autocorrelation analysis to physical problems, Woods Hole, Massachusetts.
- 6) 芦田和男, 田中祐一郎: 砂漣に関する実験的研究(2)一砂漣の形成に及ぼす側壁の影響一, 京大防災研究所年報, 第9号, 昭41.
- 7) M.S. Longuet-Higgins, On the statistical distribution of the height of sea waves, Jour. Mar. Res. Vol.11 No.3, 1952.