

遷移領域付近の波による底面摩擦に関する実験的研究

岩 垣 雄 一・陳 活 雄

EXPERIMENTAL STUDIES ON BOTTOM FRICTION NEAR THE TRANSITIONAL REGION UNDER OSCILLATORY WAVE MOTION

By Yuichi IWAGAKI and Huoxiong CHEN

Synopsis

Information about bottom friction is required to understand various phenomena such as wave transformation and sediment movement in shallow water. The purpose of this paper is to discover experimentally the mechanism of bottom friction near the transitional region from laminar to turbulent boundary layer under periodic gravity waves. The experimental investigation was made by means of the direct measurement of instantaneous shear stresses acting both on smooth and rough bottoms. The experimental results were compared with both the linearized theory on the laminar boundary layer growth and the theory on the bottom friction in a turbulent oscillatory flow established by Kajjura.

1. 結 言

浅海における波浪を適確に予知し、また海岸構造物の設計波を合理的に決定することは工学的にきわめて重要な課題である。そのためには、浅海波の変形機構を解明してその特性を適確に把握する必要がある。

著者らは、ここ数年来、海底摩擦による波高減衰の現象をとりあげて、その機構を解明するための基礎的な研究を行ってきた^{1)~6)}。この現象が波の運動にもなる海底付近の流れの特性、とくに境界層の発達とその挙動および摩擦過程に依存していることから、波による層流境界層について理論的に解析し、また実験的には、底面摩擦力を直接測定するとともに、波高減衰に関する詳細な実験をも実施してきた。その結果、層流境界層の場合には、底面摩擦応力におよぼす非線型項の影響は、実験の範囲内でほとんど無視することができ、底面摩擦の測定値と線型理論の結果とはよく一致することがわかった。その場合、実験における波の Reynolds 数 Re_{τ} はせいぜい 4×10^4 までであって、これは波による境界層の層流から乱流への遷移に関する、たとえば Collins⁷⁾ の限界条件 $Re_{\tau} = 8.04 \times 10^4$ にくらべてかなり小さく、境界層の遷移については明らかでなかった。

Eagleson^{8),9)} は著者らと同様、短周期の波について、Shear meter による底面摩擦力の直接測定を試み、また、層流境界層に関する Hough の解を適用して、いわゆる Stokes の解にもとづく波による底面摩擦に関する線型理論の結果を導いた。

その結果によると、底面の平均摩擦係数は、測定値の方が理論値より約 2~14 倍も大きく、その理由についてはすでに著者らによって考察された。最近、Yalin と Russell¹⁰⁾ は水平な粗面床に働く長波性の波による底面摩擦の直接測定を行なうとともに、乱流境界層における摩擦応力と摩擦係数に関する次元解析的考察、および層流理論を修飾した若干の理論的解析を試みているが、彼らが説明しているほどには、底面摩

擦力の測定値と理論値とはよく一致していないし、また圧力勾配による力を補正する方法にも問題があるように思われる。

Jonsson¹¹⁾⁻¹³⁾ は底面に、人工粗度を設けたU字管内で水を振動させ、粗な底面に発達する非定常乱流境界層内の流速を、直径 5 mm のプロベラ-光電管方式の流速計を用いて測定し、境界層内の流速には位相差が存在するが、その流速分布は対数法則で表わされることを示した。さらに、彼は、流速分布から数値積分によって摩擦応力を算出したが、その場合、摩擦係数は 0.01 であった。この値は Putnam と Jonsson¹⁴⁾ らの推定と一致しており興味深い。また、roughness length z_0' の値として、人工粗度の高さ 0.6 cm の約 1/8 を得た。その後、彼は、摩擦係数と波の Reynolds 数との関係について、定常流の抵抗則を適用し、かつ上述の流速測定にもとづいた考察を行なって、層流および乱流境界層における、摩擦係数の推定を試みている。現在のところ Jonsson の取り扱ったような波による乱流境界層の摩擦過程に関しては、実験的研究がきわめて少なく、その機構については、まだほとんど明らかでない。

一方、梶浦¹⁵⁾ は、振動流によって底面から自由表面にわたる水的全領域が、完全に乱流状態にあるものとし、長波性振動流に対する第一近似の運動方程式を、定常流の場合に類似した鉛直渦動粘性係数の仮定と、水中での velocity shear と stress との間に適当な関係を仮定することによって、解析的に解いた。

その理論結果は底面付近の乱流境界層に対しても適用できるとして、底面の粗滑の条件にもとづく波による底面摩擦係数の理論をえた。その結果によれば、摩擦係数 C は鉛直方向に平均した波の水平速度の振幅、波の周期、水深および粗度長 z_0' (底面が粗な場合) あるいは、動粘性係数 ν (底面が滑らかな場合) に依存しており、彼は境界層に関連した種々の無次元パラメーターとの関係において、摩擦係数の一般的な議論を行なっている¹⁶⁾。さらに理論の妥当性を検討するために、摩擦係数の推定値を Jonsson の実験結果と比較し良く一致することを示した。

他方、波浪の現地観測にもとづく海底摩擦係数の推定に関しては、Bretschneider¹⁷⁾ らの研究以来、観測技術や観測精度の向上にもなっており、かなりその成果が蓄積されてきており、岩垣・柿沼¹⁸⁾¹⁹⁾ は、日本各地の海岸における波の減衰に関する観測を行なって、海底摩擦係数の値を求めた。その結果、現地の摩擦係数の値は、層流境界層の場合にくらべて、はるかに大きいことがわかった。

以上、波による底面摩擦の機構に関しては層流境界層の場合、すでに数多くの人々によって研究され、かつ著者らの理論的および実験的研究によってもかなり明確にされてきたが、乱流境界層の場合はその摩擦過程が平均流に伴う非等方性の乱れの力学的構造に依存するために、不明の点が多く、現状では、本質的な解明には程遠いといつてよい。

この研究は、これまでよりさらに大きな波の Reynolds 数 Re_T の領域における摩擦応力の直接測定を、底面が滑らかな場合と粗な場合とについて実施して、遷移領域付近の波による底面摩擦の機構を明らかにしようとするものである。

2. 波による底面摩擦の理論

一般に、波などの振動流の摩擦法則は、管路や開水路における定常流による乱流の場合と同様に本質的には、波動によって底面付近に発達する境界層の流速分布に依存しており、境界層内の流れが層流であるか、乱流であるかによって、その分布および摩擦法則も当然異なる。層流境界層の場合すでに Eagleson, Grosch²⁰⁾ および著者らは波による境界層の挙動を理論的に解析して、底面摩擦の理論式を導いた。一方、梶浦は、底面が滑らかな場合と、粗な場合に対して、乱流境界層の理論的研究を行い、摩擦応力と reference velocity との位相差を含めた摩擦係数の理論を導いた。また、滑面あるいは粗面上の波による層流から乱流境界層への遷移に関しては、Huon Li²¹⁾, Manohar²²⁾ が静水中で水平板を単振動させた場合の実験結果にもとづいて、興味深い理論的考察を行なっているが、他方、Vincent²³⁾, Collins および Brebner²⁴⁾ らは、進行波を対象として実験を行ない、また、理論的考察を行なって、遷移に関する限界 Reynolds 数を提案している。

(1) 層流境界層の場合

従来、進行波による層流境界層の発達に関しては、Stokes の解による線型理論があり、その結果が波による底面摩擦力や、摩擦係数を評価する場合の基礎になっている。一方、著者らは、さきに非線型層流境界層方程式をせつ動の方法によって解析し、底面摩擦におよぼす非線型項の効果について検討した。

ここでは、著者らの解析した理論結果の概要をのべ、若干の考察を行なう。

基礎方程式を適当な無次元量を用いて書きかえ、また Airy の波動理論にもとづく進行波を対象とすれば、せつ動パラメータ $\varepsilon = u_{bmax}/c = \pi(H/L)/\sinh kh \ll 1$ によるせつ動解が求められる。その結果、境界層内の流速 u の第 1 近似解は次式で与えられる。

$$u_1 = u_{bmax} [\sin(kx - \sigma t) - e^{-\beta z} \sin(kx - \sigma t + \beta z)] \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $k = 2\pi/L$ 、 L ：波長、 $\sigma = 2\pi/T$ 、 T ：波の周期、 $\beta = (\pi/\nu T)^{1/2}$ は境界層の厚さを規定する量であり、 ν ：水の動粘性係数である。上式の右辺第 2 項は、古く Stokes が導いた“shear-wave”の解であるが、これはまた“transverse wave”をあらわしており、その振幅は底面からの距離 z の増加とともに急速に低減することがわかる。いまこの振幅が 1/100 に低減して、shear-wave の影響がほとんど消滅するものと考えられる z の大きさを境界層の厚さ δ_0 を定義すると、 $\delta_0 = 4.6/\beta = 4.6\delta$ になる。

つぎに、 u の第 2 近似解は (1) 式を用いて求めることができ、結局第 2 近似まで計算した u の表式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} u_2 = u_{bmax} & \left\{ \sin(kx - \sigma t) - e^{-\beta z} \sin(kx - \sigma t + \beta z) \right. \\ & + \varepsilon \left[\frac{11}{18} e^{-\sqrt{2}\beta z} \sin(\sqrt{2}\beta z) - e^{-\sqrt{2}\beta z} \sin(\beta z) + \frac{\sqrt{2}}{6} \beta z e^{-\beta z} \sin(\beta z - \pi/4) \right] \sin 2(kx - \sigma t) \\ & + \left\{ -\frac{11}{18} e^{-\sqrt{2}\beta z} \cos(\sqrt{2}\beta z) + \frac{11}{18} e^{-\beta z} \cos(\beta z) + \frac{\sqrt{2}}{6} \beta z e^{-\beta z} \cos\left(\beta z - \frac{\pi}{4}\right) \right\} \cos 2(kx - \sigma t) \\ & + \left. \left\{ \frac{1}{4} e^{-\beta z} + \frac{1}{2} e^{-\sqrt{2}\beta z} \sin(\beta z) - e^{-\beta z} \cos(\beta z) - \frac{\sqrt{2}}{2} \beta z e^{-\beta z} \sin\left(\beta z + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{4} \right\} + O(\varepsilon^2) \right\} \end{aligned} \dots\dots\dots (2)$$

この結果によると、ある固定点での境界層外縁における steady streaming, すなわち波による質量輸送速度が次式で与えられる。

$$u_m = (3/16) H^2 k (2\pi/T) / \sinh^2 kh \dots\dots\dots (3)$$

上式であらわされる一種の secondary flow は、明らかに非線型項の影響を考慮したことによる慣性力と粘性力との相互作用にもとづいている²⁵⁾。

一般に、このような streaming は Euler 流の表現からは少なくとも第 2 近似までの解が求められたときのみ現われる。一方、Lagrange 流に流体の運動をながめたときの境界層外縁における質量輸送速度は、波動理論から求まる非回転底面流速 u_b に対する Lagrange 流の第 2 近似の表式と (3) 式との和になり、次式で与えられる²⁶⁾²⁷⁾。

$$u_m = (5/16) H^2 k (2\pi/T) / \sinh^2 kh \dots\dots\dots (4)$$

つぎに、底面摩擦についてのべる。まず底面摩擦応力 τ_b は、層流境界層の場合、一般に $\tau_b = \mu(\partial u/\partial z)_{z=0}$ の関係で求められるので、(2) 式を適用すれば、次式がえられる。

$$\begin{aligned} \tau_b / \rho u_{bmax}^2 \approx \sqrt{2} R e_T^{-1/2} & \left[\sin\left(kx - \sigma t - \frac{\pi}{4}\right) + \varepsilon \left\{ \frac{2}{2\sqrt{2}} + \left(\frac{11}{18} - \frac{5\sqrt{2}}{18}\right) \sin 2(kx - \sigma t) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{11}{18} - \frac{4\sqrt{2}}{18}\right) \cos 2(kx - \sigma t) \right\} + O(\varepsilon^2) \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、

$$R e_T = u_{bmax}^2 T / \nu = \pi(\beta H / \sinh kh)^2 \dots\dots\dots (6)$$

(5) 式で、右辺のカッコ内の第 1 項は線型理論から求まる結果であり、第 2 項は非線型項の影響をあら

わす。さきに、著者らが ε をパラメーターにして図示した計算結果によると、 ε によって τ_b の特性は若干変化するが、著者らの実験に用いた波については、 ε の値がたかだか 0.15 程度であるので、非線型項の影響を実験的に見出すことは難しく、むしろその影響は省略しうるものとしてよいことがわかった。

つぎに、底面摩擦係数については、Eagleson と同様つぎのように定義する。

$$\bar{C}_f = \frac{2\bar{\tau}_b}{\rho \bar{u}_b^2} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\bar{\tau}_b$ は (5) 式から、 \bar{u}_b^2 は $u_b = u_{bmax} \sin \theta$, $\theta = kx - \sigma t$ の関係から求まる時間平均である。いま、(6) 式を位相 $\theta = \frac{\pi}{4}$ から $\theta = \frac{5\pi}{4}$ まで形式的に時間平均すれば、 \bar{C}_f に対する次のような表式がえられる。

$$\bar{C}_f = 8\sqrt{2/\pi} Re_T^{-1/2} \left\{ 1 + \frac{\sqrt{2}\pi\varepsilon}{8} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

しかし、実際には時間平均をとる場合の位相区間のとり方によって、 \bar{C}_f の計算値は違ってくる。そこで、著者らは先に、 τ_b の時間的変化を図示したグラフから図式積分によって、 \bar{C}_f の特性を調べてみた。その結果、 ε の値が大体 0.4 以上になると、非線型項の影響が顕著にあらわれるようである。(7) 式で $\varepsilon = 0$ とした場合は線型理論の結果である。

なお、 \bar{C}_f は Re_T の関数であるので、 Re_T の特性が波の周期、波高 H および水深 h の関係でわかれば都合がよい。その一例を示したのが Fig. 1 である。

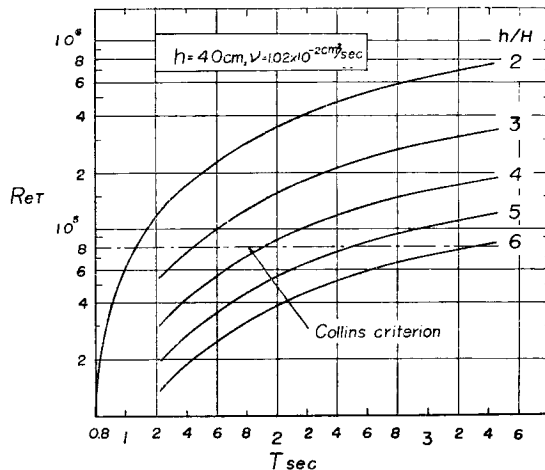


Fig. 1 Relation between Re_T and T with a parameter of h/H .

(2) 乱流境界層の場合

層流の場合の u に対する運動方程式に、 $u = \bar{u} + u'$, $w = \bar{w} + w'$ および $p = \bar{p} + p'$ を代入し、時間平均をとれば、乱流境界層の平均流に関する第 1 近似のいわゆる Reynolds 方程式が次式で与えられる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{\partial \bar{u}_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \bar{u}'w' \right) \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 \bar{u} および \bar{w} をそれぞれ u および w であらわしてある。

ここで取扱う“wall” turbulence については、古くから Prandtl の混合距離理論にもとづく解析が行なわれてきたが、波のような非定常運動に伴う乱れの構造には不明な点がきわめて多く、この理論がどの程度

まで近似的に適用できるかどうか、その妥当性については明確でない。

最近、梶浦は完全な乱流状態の波による摩擦抵抗を理論的に考察して、摩擦係数を求めている。その結果を述べるとつぎのようである。

基礎式は、(8)式で粘性力の項を省略し、 $\overline{\rho u'w'} = \tau$ としたものになる。彼の基本的な考え方は、乱れの Reynolds 応力 τ に関する Boussinesq 流の取り扱い $\tau = K_z \partial u / \partial z$ と、この鉛直渦動粘性係数 K_z に対する仮定 $K_z = \kappa \tilde{u}_B^* (z + z_0')$ 、さらに摩擦速度 u^* を導入した、 τ に対するもう一つの表現 $\tau = u^* \tilde{u}_B^*$ 、を用いた点に見られる。また、底面の摩擦速度を $\tau_B = \tilde{u}_B^* u_B$ (ただし、 $u_B^* = u_{Bmax}^* \cos(\sigma t + \epsilon)$) で定義した。ここに、 κ : Kármán 定数、 z_0' : 粗度長および $\tilde{u}_B^* = (8/3\pi) u_{Bmax}^*$ である。以上の前提にもとづくと、流速 u および z 方向に関する平均流速 \bar{u} が簡単に求まり、平均流速と底面摩擦速度との間につぎのような関係がえられる。

$$\frac{\bar{u}}{u_B^*} = \alpha_1 + i\alpha_2 = A e^{i\theta} \dots\dots\dots(9)$$

いま、 $1 > \frac{\tilde{u}_B^* \delta}{\nu} \frac{\delta}{h + z_0'} \times 0.45$ の場合、 A および θ はつぎのように与えられる。

$$A = \left(\frac{\pi}{0.4} \right) \left\{ \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 (0.5772 + \log K z_0'^{1/2})^2 + \frac{1}{4} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(10)$$

$$\theta = \tan^{-1} \{ (\pi/4) / (0.5772 + \log K z_0'^{1/2}) \}$$

ここに、 $K^2 = \sigma / (0.4 \tilde{u}_B^*)$ である。

つぎに、摩擦係数 C を

$$\tau_B = \tilde{u}_B^* u_B^* = C \left(\frac{8}{3\pi} \right) \tilde{u}_{max} \bar{u} \dots\dots\dots(11)$$

のように定義し、(9)式の関係を代入すれば、位相差を含む摩擦係数の表示として次式がえられる。

$$C = A^{-2} e^{-i\theta} \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 $\log K z_0'^{1/2} = (1/2) \{ \log \sigma z_0' / (8/3\pi) \bar{u} + \log A + \log 0.4^{-1} \}$ と変形されるので、摩擦係数 C は水深には無関係であって、波の特性だけに依存する。上述の条件のもとで、さらに $\delta / (h + z_0')$ の値が小さいときは、摩擦過程に対する水深の影響は重要でなくなり、その過程はもっぱら底面付近の摩擦層内に限られるものと考えて、このような場合の C の振幅 $\hat{C} = A^{-2}$ および θ を、 $u_{Bmax} / \sigma z_0'$ との関係で求めている。それを図示したのが Fig. 2 である。ここで $\hat{u} = u_{Bmax}$ とした。

以上は、粗面乱流の摩擦係数に関する結果であるが、滑面乱流の場合は前述の粗面の結果を若干修正して求めている。すなわち、粗度長 z_0' を層流底層の厚さ δ_i でおきかえ、また底層内の流速分布を求めて、この底層の上端における流速 u_B に対して $N^* = u_B / u_B^*$ を定義した。なお、いまの場合 u_B^* は底層上端での摩擦速度である。そして(9)式にかわるべき表式として次式のようにおいた。

$$\frac{\bar{u}}{u_B^*} = \alpha_1 + i\alpha_2 + N^* = B_1 e^{i\varphi_1} \dots\dots\dots(13)$$

したがって、ここでの \bar{u} は底層より上の部分に対する平均流速である。さらに、底面での摩擦速度 u_{B0}^* を形式的に $u_{B0}^* / u_B^* = B_2 e^{i\varphi_2}$ とおくと、 \bar{u} と u_{B0}^* との関係が次式で与えられる。

$$\frac{\bar{u}}{u_{B0}^*} = \frac{B_1}{B_2} e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 B_1, B_2, φ_1 および φ_2 は Reynolds 数 $N = \tilde{u}_B^* \delta_i / \nu$ および $M = \tilde{u}_B^* \delta / \nu$ の関数である。つぎに、滑面乱流に対する摩擦係数 C_s は次式で定義される。

$$C_s = \frac{\tilde{u}_B^* u_{B0}^*}{\bar{u} u_B^*} = \frac{B_2}{B_1} e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \dots\dots\dots(15)$$

梶浦は、実用的見地から、摩擦速度のかわりに平均流速 \bar{u} にもとづく Reynolds 数 $M^* = \bar{u} \delta / \nu$ で、 C_s の関係を表わすことを考えた。そして、Nikuradse の実験結果を参照して $N = \text{一定} = 11.6$ とおき、また、粗面

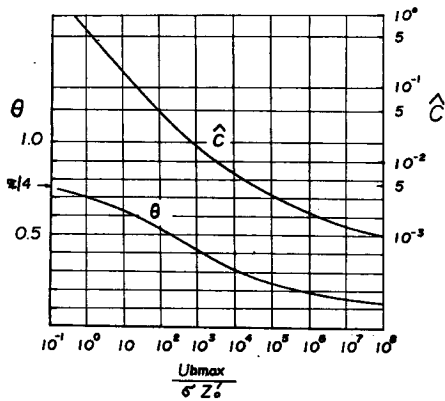


Fig. 2 Amplitude \hat{C} and phase θ of the bottom friction coefficient as a function of $U_{bmax} / \sigma z_0'$ for the rough turbulence (Kajiura).

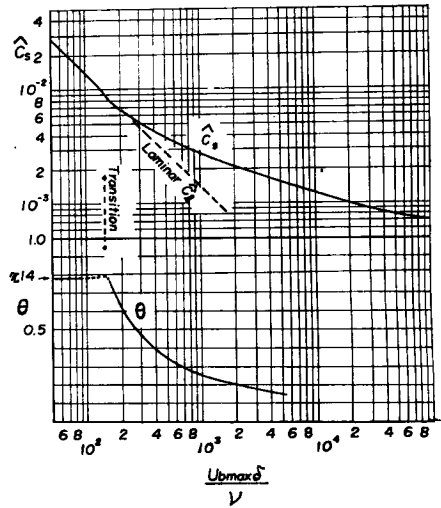


Fig. 3 Amplitude \hat{C}_s and phase θ of the bottom friction coefficient as a function of $U_{bmax} \delta / \nu$ for the smooth turbulence (Kajiura).

の場合と同様、底面近くの摩擦層を対象として $\delta_i/h \ll 1$ と仮定した。さらに、 $\bar{u} = U_{bmax}$ において $\hat{C}_s = B_2/B_1$ および $\theta = \varphi_1 - \varphi_2$ と $U_{bmax} \delta / \nu$ との関係を図. 3 のように求めている。

なお、以上の粗面および滑面乱流に対する底面摩擦係数の振幅の関係および層流境界層の場合の結果を $U_{bmax} \delta / \nu$ との関係で一緒に示したのが Fig. 4 であって、粗面乱流に対しては δ/z_0' をパラメーターとしてあらわしている。

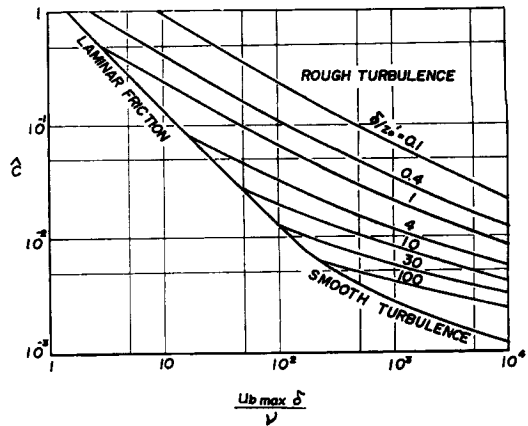


Fig. 4 Amplitude of bottom friction coefficient as a function of $U_{bmax} \delta / \nu$ (Kajiura).

(3) 波による境界層の層流から乱流への遷移と底面粗滑の条件

粘性流体の流れにおいて、ある定義された Reynolds 数が大きくなると、流れが層流から乱流になることはよく知られた事実であるが、その場合 2つの限界値であって、ある限界値より Reynolds 数が大きいときは、流れは完全に乱流になり、またそれより小さい他のもう 1つの限界値をこえない限り、流れは完全に層流である。このことは、底面の境界層内の流れについてもいえることであって、一般に、波の作用の下

で完全に乱流になる限界値は、底質の大きさや、形状、および流体の状態などによっていろいろ変化し一定でない。

境界層の流れが層流であるか乱流であるかによって、その摩擦機構は本質的に異なったものになる。したがって、摩擦抵抗に関する取り扱いも当然違ってくるので、その遷移の境界を見出すことは、きわめて重要な問題である。

従来、波による境界層の遷移限界に関しては、多くの実験的な研究がなされてきた。

Li と Manohar は水中で振動板を水平に単振動させ、板を滑面にした場合と、砂粒および木の屑を置いて固定粗面床にした場合について、水面から過マンガン酸カリの粒子を投入して、それが描く赤色流線の板面近くの様子を観察し、層流と乱流の境界を求めた。また同時に底面の水理学的な粗滑の条件を定めて、つぎのような限界 Reynolds 数を定めている。

滑面： $4.6\delta/d > 30.0$	$\beta H / \sinh kh < 566$	$\beta H / \sinh kh > 566$
滑，粗面： $18.5 < 4.6\delta/d < 30.0$	$u_{bmax}d/\nu < 104$	$u_{bmax}d/\nu > 104$
粗面： $4.6\delta/d < 18.5$	$u_{bmax}d^{0.2}/\nu < 1.15 \times 10^8$	$u_{bmax}d^{0.2}/\nu > 1.15 \times 10^8$

ここに d は、底面の粗度であって、砂粒平均粒径で代表されている。しかし、このような波動運動に類似な現象のモデルにおいては、底面付近での圧力変動が考慮されず、また、流体におよぼす慣性項の影響が、理論上恒等的に 0 となるので、進行波と振動板では、慣性項の効果が違っているであろう。

したがって、このような単純な扱いによって、進行波による境界層の発達や乱れの発生を議論することには、本質的な問題点があると思われる。

一方、Vincent は、進行波による底質の移動開始と層流境界層内での乱れの発生に関する実験的研究を行ない、後者の場合に対し、色付けした細かい物質を底面に敷いて、それが波の特性や粗度との関係によって、炎状に形を変えていく過程を観察して、遷移の境界 Reynolds を定義し、遷移の限界数におよぼす粗度の影響を検討して、次のような結果を得ている。(i) $d = 0.023$ cm のとき、 $4.6\delta/d < 19$ であって $\beta H / \sinh kh = 18(\delta/d)$ で遷移する。(ii) $d = 0.046$ cm のとき、 $4.6\delta/d < 8.5$ であって $\beta H / \sinh kh = 32.5(\delta/d)$ で遷移する。(iii) $d = 0.063$ cm のとき $4.6\delta/d < 6.2$ であって $\beta H / \sinh kh = 30(\delta/d)$ で遷移する。

また、滑面の場合に対しては、彼自身明確な値を示していないが、Li の結果と、彼が滑らかな金属板を用いて実験した結果とを比較した際に、Li の値より約 1/5 の値で遷移が現われたと報告している。したがって、Vincent の実験結果から推定される滑面の場合の遷移限界は次のようにあらわされるであろう。

$$\frac{\beta H}{\sinh kh} \simeq 110 \dots\dots\dots(16)$$

なお、Vincent は、さらに底面が粗面である場合には、粘性の影響を無視して、遷移の限界が $u_{bmax} = 1.2d^{-1/2} \dots\dots\dots(17)$

のような関係で与えられることを実験で見出した。

Collins は、Vincent と同様に進行波を対象とし、Longuet-Higgins²⁶⁾²⁷⁾ が解析した層流境界層の質量輸送速度の理論の妥当性を、dye streak を観察する方法で実験的に検討し、滑面水平床で乱れが発生し、質量輸送の理論が適合しなくなる限界の Reynolds 数を見出した。すなわち、一般に Reynolds 数は、運動方程式の慣性項と、粘性項の比であるから、(13) 式でそれらの比を取り、境界層内の乱れに対して、 $u' \sim \delta u_{bmax} / \delta$ および $w' \sim u'$ という Prandtl の混合距離理論の仮定を用いれば、

$$\frac{u'w'}{\nu \frac{\partial u}{\partial z}} \sim \frac{u_{bmax}\delta}{\nu} \dots\dots\dots(18)$$

となるから、上式であらわされるような Reynolds 数が大きくなって、ある値に達すると、乱れの発生に結びつくものと考えられる。一方、質量輸送速度に関する(4)式は、(18)式を使って次のようにかきかえられる。

$$U_m L = \frac{5\pi\nu}{4} \left\{ \frac{u_{\max} \delta}{\nu} \right\}^2 = \frac{5}{4} \nu Re_T \dots\dots\dots (19)$$

Collins は、異なった周期、水深、および種々の波高について、くり返し実験し、上述の方法で U_m を測定して、 U_m が波高の2乗に比例しなくなる時の Reynolds 数を見出した。したがって、この限界 Reynolds 数より大きい場合には乱れが発生し、乱流になると考えた。

この限界 Reynolds 数は、彼の場合、 $\nu = 1.02 \times 10^{-2} \text{cm}^2/\text{sec}$ として、

$$\frac{\beta H}{\sinh kh} \approx 160 \dots\dots\dots (20)$$

であった。

3. 波による底面摩擦の遷移領域付近における実験

(1) 底面摩擦力の測定

一般に、底面あるいは物体表面の摩擦力を測定することは、工学的にきわめて重要な問題である。その場合、流速分布を測定して間接的に摩擦力を求める方法がとられているが、この方法は層流境界層の場合、比較的容易であるのに対し、乱流境界層の場合は、技術的にかなり難かしく、その困難さを避けるために気体力学の方面では、表面摩擦計による直接測定が試みられている²⁶⁾。一方、ここで対象とする波の運動の場合、前者の流速測定による方法は多くの困難な点を伴うので、この研究では後者の方法を採用することにして、shear meter を製作した。

a) 測定装置の特性 装置の詳細については、すでに前報で述べたので、ここではその概要を述べるとともに、その後いくつかの改良を加えた点について説明する。装置の全体は、モーメント計と支柱部分および shear plate の3つの主要部分からなっており、Photo. 1 は支柱の先端部分と shear plate のみを撮影したもので、shear plate およびその前後に粗度を設けた状態を示している。

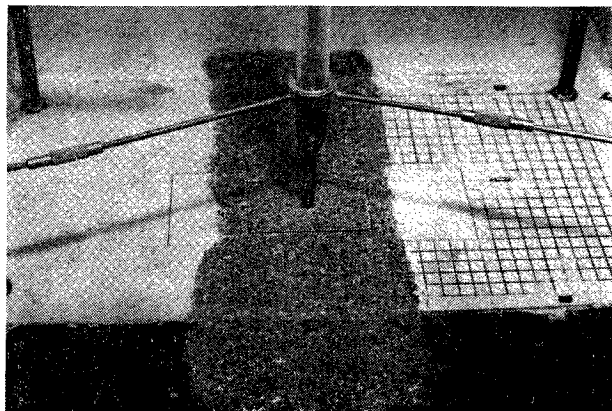


Photo. 1 A view of shear plate with sand grains.

装置の原理は、shear plate に作用する摩擦力を支柱を通してモーメント計に伝え、この力がモーメント計に内蔵されたUゲージによって、ひずみとして電気的に増幅され、ペン書きオシロに記録されるようになっている。モーメント計は最大 1000 gr·cm までのモーメントが測定可能であって、著者らの実験の範囲内では十分な余裕があるものと考えられる。また、支柱は、波力をうけないように、アクリル樹脂製のシールド管で囲まれている。なお、今回は水深が大きい場合の実験を可能にするため、以前より支柱を 13cm 程度長くしたので、全長が 63.7 cm となり、また実験の一部は shear plate に砂粒をニス付けて粗面とし

たので、これまでよりも shear plate および支柱の重量が増加した。そこで、あらためて装置の動的特性を調べた結果、強制力としての波の周期は、本実験の場合 1.2~2.0 sec であるから、波の振動数と装置の自由振動数との比の最大値は shear plate が滑面の場合 0.095、粗面の場合 0.128 となり、また水中での振動特性から、装置の減衰抵抗係数と臨界減衰抵抗係数とのそれは、滑面に対して 0.115、粗面に対して 0.080 となるので、支柱を長くしたことおよび plate を粗面にしたことによる強制振動の振幅および位相におよぼす影響はほとんど無視してよいことがわかった²⁹⁾。

Shear plate の設置状態や厚さと大きさの測定結果に関しては、すでに詳細に検討しており、その結果から、shear plate として長さ 8.1 cm、幅 5 cm、厚さ 0.2 mm のステンレス板を実験に用いることにした。また、支柱およびシールド管の影響ができるだけ shear plate におよばないようにするため、それらの先端部は細くしてある。さらに、摩擦力以外の力、たとえば shear plate の周りの流体が運動することによって shear plate におよぼす仮想質量力などを除去するために、plate の下の空隙に溝を作り、そこに水銀を置いて、そこでの水の運動を阻止するようにした。なお、Fig. 5 は、この実験に用いたモーメント計の特性を検討したもので、以前とは若干相違して図中に点線で示したような較正曲線を得た。図中の実線は、抵抗の非常に小さい滑車を使ってモーメント計に分銅による水平力を与え、その場合に指示すべきモーメントの真の値を、一方丸印はその場合に実際に記録紙上にあらわれた Check-box によるモーメントの較正值をあらわしている。そして点線はこの較正值に一致するように引いたものである。したがって、記録紙上に書かせたモーメントの実験値を Check-box で較正した場合には、約 20% 程度真の値より小さくなり、その分だけ実験値を補正する必要があることがわかった。

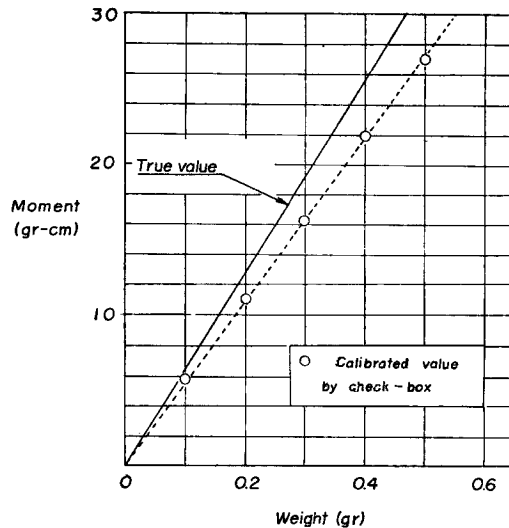


Fig. 5 Calibration curve for the check-box.

b) 実験条件および測定方法 実験は Table 1 に示すような波の特性と水深について行なった。(1) は shear plate が滑面の場合のものであり、(2) は plate に砂粒をニス付けして粗面とした場合のものである。

底面摩擦力の測定に際しては、周期と水深を一定にしておき、波起機のストロークを変え、波高を変化させる方法をとった。また、この実験は遷移領域付近における摩擦力の測定を主な目的としているので、滑面の場合波の Reynolds 数 $Re\tau$ をできるかぎり大きくするように努めた。波高は電気抵抗式水位計を用いて

Table 1 Characteristics of waves and water depth used in the measurements of bottom shearing stress.

(1) Experiments on smooth bottom.			(2) Experiments on rough bottom.		
Water depth <i>h</i> (cm)	Wave period <i>T</i> (sec)	Wave height <i>H</i> (cm)	Water depth <i>h</i> (cm)	Wave period <i>T</i> (sec)	Wave height <i>H</i> (cm)
30	1.2, 1.6, 2.0	2.54~11.2	20	1.2, 2.0	1.59~6.21
40	1.6	8.55~14.0	30	1.2, 1.6, 2.0	1.34~10.8
			40	1.6, 2.0	1.63~13.2

水位変化をペン書きオシロに記録し、それから読みとった。また、水位計は shear plate と同位置に設置し水位の時間的変化と底面摩擦力のそれとの位相のずれを検討できるようにした。さらに、この水位計を 3m の間隔で離して置き、その間を波が進むに要する時間を測って波速を算出し、それに周期をかけて波長を求めた。

粗面での測定に際しては、shear plate の上に粗度を設けるとともに、plate の前後の底面にも約 20cm 程度、砂粒をニス付けした。実験に用いた砂粒の平均粒径は 1.05 mm である。

ε) 実験結果と考察 一般に、波によって shear plate に作用する外力としては、底面の摩擦力、圧力勾配が存在するために、plate の両端に働く圧力差、仮想質量力および、plate の下の空隙内の水が運動して、plate におよぼす力などが考えられるが、前述したように plate の下の空隙での水の運動は水銀をいってとめられているので、ここではいちおう摩擦力と圧力勾配の存在による力の 2 つのみを考慮することにする。また、底面摩擦力におよぼす非線型項の影響は実験の範囲内で省略できるものとして、線型理論の結果で実験値を検討する。なお、実験値の一覧を Table 2 に示した。

Shear plate に作用する単位面積当りの水平力 *F* の時間的変化は、

$$F = \sqrt{C^2 + (C + D)^2} H \sin(kx - \sigma t - \epsilon') \dots\dots\dots(21)$$

のようにあらわさる。

Table 2 Experimental data of bottom shear stress and average bottom friction coefficient.

(1) Data on smooth bottom.

<i>h</i> (cm)	<i>T</i> (sec)	<i>H</i> (cm)	$\tau_{bmax} \times 10^8$ (gr/cm ²)	$\bar{C}_f \times 10^2$	$Re_T \times 10^{-4}$
40	1.6	14.0	6.45	1.82	17.2
		13.4	6.17	2.01	15.3
		13.2	5.96	2.00	15.1
		12.9	6.08	2.14	14.2
		13.0	5.70	1.97	14.4
		13.1	5.40	1.86	15.35
		8.80	3.58	2.78	6.12
		8.55	3.90	3.15	5.80
30	2.0	10.90	6.21	1.61	23.7
		10.60	5.51	1.52	22.5
		8.87	4.69	1.96	14.9
		7.43	3.80	2.30	10.2
		5.45	2.78	3.18	5.39

(1) Data on Smooth bottom (continued).

h (cm)	T (sec)	H (cm)	$\tau_{bmax} \times 10^3$ (gr/cm ²)	$\bar{C}_f \times 10^2$	$ReT \times 10^{-4}$
30	1.6	11.20	6.41	1.85	16.9
		10.10	6.05	2.18	14.9
		9.27	4.94	2.13	9.90
		9.05	5.43	2.45	10.90
		8.21	3.86	2.13	8.05
		8.16	4.74	2.66	8.65
		7.00	3.30	2.61	6.29
		7.00	3.87	3.06	6.29
		6.90	3.85	3.18	5.19
		6.70	3.69	3.13	5.95
		5.80	3.13	3.63	4.30
		5.12	2.28	3.35	3.36
		4.80	2.04	3.40	2.80
		3.92	1.91	4.86	1.87
		3.25	1.64	6.00	1.28
2.75	1.27	6.50	0.92		
30	1.2	10.70	6.95	3.00	8.34
		10.54	6.43	2.87	8.38
		9.61	5.64	3.35	6.70
		9.53	6.25	3.56	6.64

(2) Data on rough bottom.

h (cm)	T (sec)	H (cm)	$\tau_{bmax} \times 10^3$ (gr/cm ²)	$\bar{C}_f \times 10^2$	$ReT \times 10^{-4}$
40	2.0	13.24	5.90	1.67	18.1
		11.40	4.70	1.68	13.2
		9.73	5.18	2.42	7.38
		9.07	4.28	2.58	8.35
		7.76	3.84	3.16	6.22
		7.68	4.32	3.63	5.98
		7.58	4.05	3.55	4.24
		5.64	3.02	4.99	2.36
		5.63	2.67	4.20	3.27
		3.62	1.70	6.90	1.35
		3.60	1.61	6.55	0.95
		1.67	0.63	11.3	0.29
		1.63	0.75	14.9	0.20
40	1.6	13.1	7.73	2.73	10.3
		12.3	6.12	2.50	8.80
		12.2	6.70	2.74	8.80
		9.84	4.78	3.03	5.75
		9.74	5.56	3.52	5.50
		7.47	4.11	4.48	3.26
		7.28	3.81	4.41	2.97

(2) Data on rough bottom (continued).

h (cm)	T (sec)	H (cm)	$\tau_{Dmax} \times 10^2$ (gr/cm ²)	$\bar{C}_r \times 10^2$	$R_{er} \times 10^{-4}$
40	1.6	4.97	2.53	6.28	1.41
		2.14	0.97	14.0	0.27
30	2.0	10.83	6.80	1.93	16.1
		8.54	5.46	2.45	10.0
		8.25	4.54	2.38	11.0
		7.75	4.69	2.56	8.22
		6.95	4.24	2.87	6.73
		6.61	3.84	2.89	6.55
		6.42	3.33	2.66	8.35
		5.82	3.61	3.49	4.62
		5.61	2.93	3.06	4.47
		4.88	3.07	4.25	3.28
		4.70	3.11	4.62	3.14
		4.70	2.43	3.61	4.42
		3.10	1.65	5.55	1.30
		3.02	1.74	6.18	1.31
		2.15	1.18	8.50	0.53
2.06	1.18	9.15	0.61		
1.81	1.00	10.1	0.39		
1.34	0.76	14.9	0.21		
30	1.6	10.80	6.46	2.16	11.3
		10.20	6.30	2.20	12.4
		9.01	5.94	2.83	7.5
		8.56	4.96	2.61	7.2
		8.49	4.55	2.44	7.30
		8.38	4.48	2.47	7.20
		7.51	3.39	2.79	5.65
		7.50	4.40	3.36	5.10
		6.32	3.92	3.81	3.92
		6.24	3.68	3.64	4.14
		5.55	3.19	4.00	3.25
		5.20	3.01	4.28	3.04
		5.20	3.14	4.55	3.02
		4.20	2.37	5.26	1.95
		4.04	2.49	5.86	1.58
		3.95	2.35	5.85	1.71
		3.00	1.72	7.55	1.00
3.00	1.77	7.53	1.02		
2.49	1.33	8.39	0.905		
2.39	1.07	7.25	0.64		
30	1.2	7.80	5.31	4.44	3.41
		5.13	3.73	7.15	1.64
		2.55	1.52	11.9	0.33

(2) Data on rough bottom (continued).

h (cm)	T (sec)	H (cm)	$\tau_{bmax} \times 10^8$ (gr/cm ²)	$\bar{C}_f \times 10^2$	$Re_T \times 10^{-4}$
20	2.0	4.64	4.50	4.51	3.90
		2.84	2.82	7.55	1.45
		1.59	1.11	10.0	0.46
20	1.2	6.21	6.25	5.00	2.64
		5.42	5.97	6.26	2.42
		3.68	3.50	7.94	0.96
		1.67	1.40	15.7	0.20

ここに、

$$\left. \begin{aligned} C &= \mu\sigma\beta/2 \sinh kh, \quad D = \rho g k d_0 / 2 \cosh kh \\ e' &= \tan^{-1}\{1 + D/C\}, \quad D/C = 2\beta d_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

であり、 d_0 は shear plate の厚さである。また、 F の最大値 F_{max} と求めようとする底面摩擦応力 τ_b の最大値 τ_{bmax} との関係はつぎのようになる。

$$\tau_{bmax} = \left[\frac{2}{1 + \{1 + 2\beta d_0\}^2} \right]^{1/2} F_{max} \dots\dots\dots(23)$$

まず、底面が滑面の場合の実験結果について述べる。Fig. 6 は、実際に測定した F_{max} の値から圧力勾配による力を (23) 式で補正して底面摩擦係数 \bar{C}_f を求め、波の Reynolds 数 Re_T との関係で理論値と実験値とを比較したものである。図中には参考のため Collins の遷移限界を点線で示してあり、この付近が一応滑面の場合の遷移領域と考えられる。この結果によると、 Re_T の値が $4 \sim 5 \times 10^4$ より大きいところでは、全体的に実験値の方が理論値よりも大きく、それ以下では実験値は少ないが両者はよく一致している。 Re_T の値から推定して、境界層の流れが乱流へ遷移しているかも知れないが、実験値がこのように大きくなる理由が、乱れの発生による本質的なものかどうか明らかでない。しかし、一般に境界層が十分に乱れた状態では Re_T のある値に対し \bar{C}_f の値が層流理論の結果より大きくなると思われるから、この実験値が遷移領域付近をあらわすものであることは確かであろう。

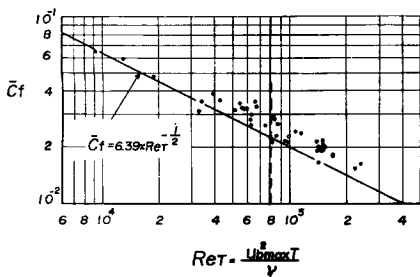


Fig. 6 Relation between average friction coefficient \bar{C}_f and wave Reynolds number Re_T for the smooth bottom.

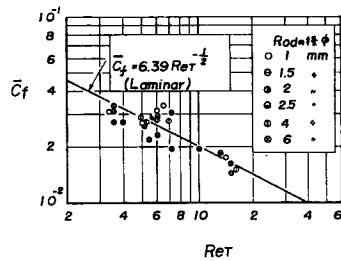


Fig. 7 Relation between \bar{C}_f and Re_T when rods were laid just before and behind the shear plate.

Fig. 7 は shear plate の直前と直後に径の同じ真鍮の丸棒 (rod) をおいて一種の粗度とし、境界層内の流れを人工的に乱すようにして測定した結果を rod の径をパラメーターにして示したものである。実験値はかなり散らばっているが、平均的にみて Fig. 6 の実験値より小さく、層流理論の結果に近い傾向を示

している。しかし、rod の径による明瞭な差異は見られない。一般に、流速の大きい一様流れの中においた rod のまわりの流れは、剝離現象を伴ない、いわゆる wake による流体の混合や運動エネルギーの輸送など乱れの発達に直接結びついた構造を有するものと考えられるが、この図で Re_T の大きいときでさえ上述の傾向を示すことから、おそらく rod 間の水粒子の運動が妨げられて rod による一種の遮蔽効果が卓越しているものと思われる。そこで、shear plate の前後に rod をおき、その両者の間隔をいろいろ変えて実験し、 \bar{C}_f と τ_{Dmax} の変化を検討してみた。Fig. 8 はその一例を示したものである。横軸は plate の両端から各 rod までの距離 l をあらわす。ただし $l=0$ での実験値は rod を置かないときのものである。この図から \bar{C}_f と τ_{Dmax} のいずれについても、 l が非常に小さい、すなわち plate の直前、直後に rod をおいた場合の実験値は、rod がいないときにくらべて小さくなっており、この事実は rod の径および Re_T の値をいろいろ変えて実験してもほとんど同様であって Fig. 7 に示したとおりである。しかし、この図では rod を plate から 1 cm くらい離しておく、 \bar{C}_f および τ_{Dmax} は最小値をとるように見うけられる。さらに l の値が大きくなるにつれて rod のない場合の値に近づくようである。この結果から、一応底面摩擦におよぼす rod 遮蔽効果の影響範囲がみとめられ、この範囲内での乱れの効果は底面摩擦に対してほとんど見い出せないように思われる。

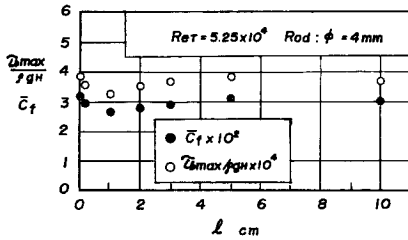


Fig. 8 An example of variation of \bar{C}_f and τ_{Dmax} with the interval of rods and shear plate.

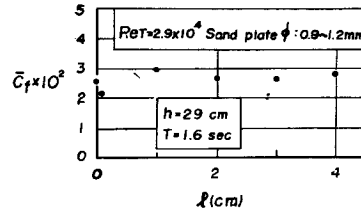


Fig. 9 Effect of the interval of sand plate and shear plate on \bar{C}_f .

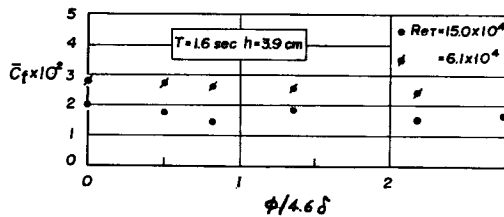
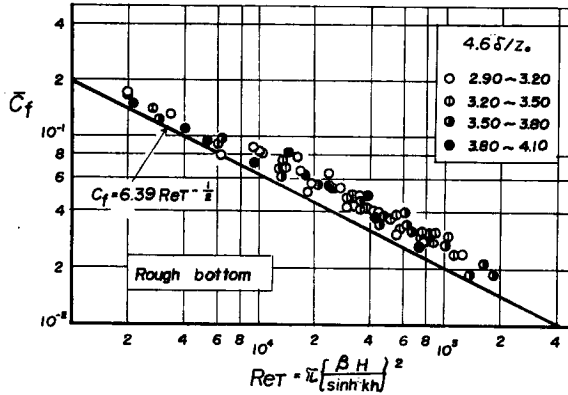


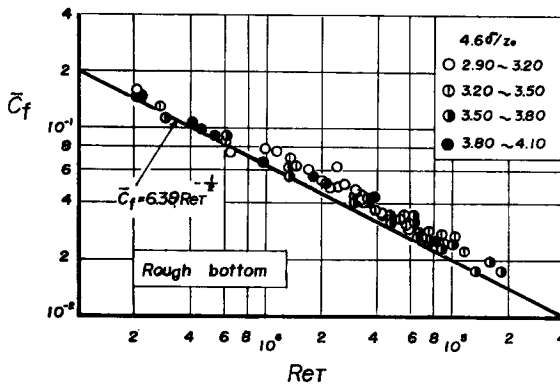
Fig. 10 Sheltering effects of rods on \bar{C}_f .

一方、Fig. 9 は、rod のかわりに二枚の砂板を用い、Fig. 8 の場合と同様な実験を行なって得た結果を示したものであり、上述の rod の場合とは若干異なる特性を示している。この場合砂板の厚さは約0.15mmであり、 Re_T の値がかなり小さい場合の実験結果である。この図から、砂板を shear plate のごく近くにおいたときは、やはり rod の場合と同様、遮蔽効果が現われている。しかし l の値が少し大きく (1 cm 程度) になると $l=0$ であらわした砂板のない場合の \bar{C}_f の値より20%程度大きくなり、 l がさらに大きくなると実験の範囲内ではやはり $l=0$ のときの値より全般的に大きいことがわかる。なお Fig. 10 は、さきに Fig.

7 で考察した遮蔽効果についてさらにくわしく検討したものであって、横軸は rod 径 ϕ を層流境界層の厚さ 4.6δ で割った無次元量である。 $\phi/4.6\delta=0$ の場合の \bar{C}_f の値は rod が無い場合のものである。この結果によると Re_T の値が小さい場合は rod の径が大きいとそれだけ遮蔽効果が大きくなる傾向を示している。しかし Re_T の値が大きい場合には、遮蔽効果は rod の径によってそれほど変わらないようである。



(a) Without correction of effective thickness of shear plate adhered sand grains.



(b) With correction of effective thickness of shear plate adhered sand grains.

Fig. 11 Relation between average friction coefficient \bar{C}_f and wave Reynolds number Re_T in the experiment on rough bottom.

つぎに、底面を粗面にした場合の実験結果について述べる。Fig. 11 (a) は実験値を、境界層の厚さと砂粒の平均粒径 z_0 との比をパラメーターにして、滑面の場合と同様な関係で示したものである。この場合、圧力勾配による力の補正には、砂粒の最大粒径 1.2 mm に shear plate の厚さ 0.2 mm を加えて $d_0=0.14\text{cm}$ とし、(23) 式の関係を採用した。この図から、実験値のばらつきは比較的小さいが、その大部分は層流理論の結果より大きくなっていることがわかる。このように実験値が大きくなる理由として、いまの場合いちおう次の二つをあげることができよう。まず第 1 の理由としては、境界層の遷移の問題がある。いま、前述した Li および Vincent の結果でこれを検討してみると、Li の条件によれば、底面は水理学的に十分粗面とみなされる。また、このときの限界 Reynolds 数として、ここでは $U_{max}d/\nu > 104$ では

層流という基準を採用すれば、この条件は著者らの実験において大体 $Re_T = 1.4 \times 10^4$ 以下では層流とみなされうることを意味する。一方 Vincent の条件によれば、実験結果は $4.6\delta/d < 6.2$ の場合に相当し、この場合の Re_T の限界値は近似的に 4×10^8 で与えられるので、この値以下では層流であると推定される。以上から、Fig. 11 (a) において、 Re_T の値が近似的に $Re_T = 6 \times 10^8$ くらいより小さいところの実験値は層流の場合の結果であると考えてよい。したがって Fig. 6 の結果を参照すれば、この領域で理論値と実験値とは大体一致するはずである。そこで第2の理由として、粗面の場合に圧力勾配による力の効果をどのように補正するかの問題が考えられる。しかし、現在のところこのような場合に適用できる適確な補正方法は確立されていない。さらに shear plate にニス付けした砂粒の幾何学的形状の相違やその付き具合の若干の不均等さのために、plate の平均の有効厚さを、いまの場合いくらに見積ればよいかの問題を生じてくる。Fig. 11 (b) はこのような事情を考慮し、また第1の理由を検討した結果から、補正の方法としては全部の実験値に対して (23) 式を適用し、また d_0 の値としては (a) で層流域にある実験値が理論値に一致するように (23) 式を逆算して求めて、(a) の結果を補正したものである。その結果 $d_0 \approx 0.155 \text{cm}$ とすればよいことがわかり、(a) の実験値は全体的に 6~7% 程度小さくなっている。図 (b) から、 $Re_T = 6 \sim 8 \times 10^8$ 付近を境にして、この値以下では当然、理論値と実験値は合致しているのに対し、これより大きい領域では実験値のほとんど大部分が層流の理論曲線より 20% 程度大きくなっていることがわかる。しかし相対粗度 $4.6\delta/z_0$ による明白な差異はみられない。また、この結果から、底面が粗面の場合、境界層の遷移に関する限界 Reynolds 数は滑面の場合よりかなり小さいこと、およびこの限界値より大きくなると摩擦係数が層流の場合の理論値よりも大きくなることが確認される。しかし Re_T のどの範囲までが遷移領域をあらわすものは明らかでない。Fig. 12 は実験値を Fig. 4 に示した梶浦の理論結果と比較検討したものである。横軸は $u_{bmax}\delta/\nu$ であって、 Re_T との間に $Re_T^{1/2} = \sqrt{\pi} u_{bmax}\delta/\nu$ の関係があり、縦軸は底面摩擦係数の振幅 \hat{C} をあらわしている。

図中の黒丸で示した実験値は Fig. 6 の滑面の場合の実験結果を、また白丸は Fig. 11 (b) の粗面の場合

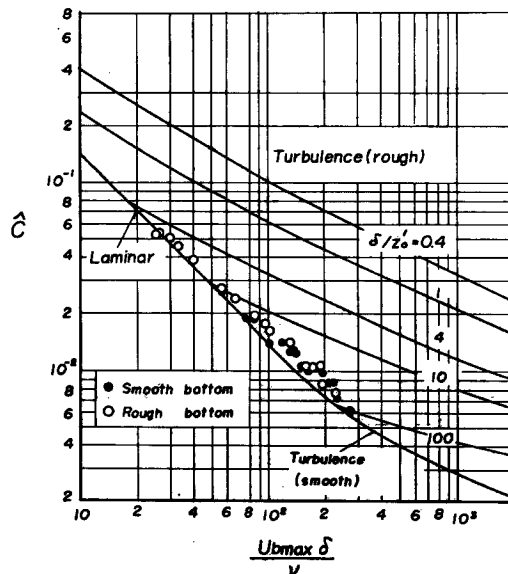


Fig. 12 Comparison between experimental results of bottom friction coefficient and theoretical curves derived by Kajiura.

のそれを図示したものである。 \hat{C} の実験値は測定した τ_{0max} を ρU_{bmax}^2 で割って求めた。理論曲線の層流から滑面乱流への遷移点は $U_{bmax}\delta/\nu=1.5 \times 10^2$ 付近にある。しかし滑面および粗面乱流の理論曲線は層流の理論曲線まで延長されているので、遷移領域で摩擦係数がどうなるかは明らかでない。この図で、まず層流理論の結果と実験値とを比較してみると、黒丸および白丸のいずれに対しても、前述の Fig. 6 と Fig. 11 (b) の結果に対する考察と同様なことがいえるようであり、Reynolds 数の大きい領域で両実験値はほぼ同程度の大きさであって、理論値よりも平均して20%ぐらい大きい。つぎに、滑面乱流の理論曲線と実験値との比較では、実験値の Reynolds 数がまだ十分に大きくないので詳しく検討できないが、この実験の範囲内では実験値(黒丸)の方が理論値よりもやや大きくなっているように見うけられる。さらに、粗面乱流に関しては、まず著者らの実験で z_0' を推定する必要があるが、Jonssonの実験結果を参照すると、いちおう $z_0' \approx 0.013 \text{ cm}$ 程度に見積られ、また Zingg⁸⁰⁾の式で算定すると $z_0' = 0.006 \text{ cm}$ になる。したがって、実験値(白丸)は δ/z_0' の値がほぼ4あるいは10の場合の理論曲線に対応すべきものと考えられるが、実験値の方がかなり小さく、その傾向も理論曲線とかなりことなっている。しかし、この場合、前述したように理論結果には多くの仮定があるので、この実験の Reynolds 数の範囲内では、両者の比較は適切でないかも知れない。今後さらに Reynolds 数の大きい領域に対し実験を行なう必要がある。

つぎに、位相の問題について簡単に述べる。Fig. 13 は実験値を(22)式の関係で比較したものであって、実験値は記録紙上で波の表面波形の峯と水平力 F の波形の峯との時間差をよみとり、それから算出したものである。図中、小さい丸印は滑面の場合、大きい丸印は粗面の場合の実験値であるが、前者については $Re\tau$ の値が 2.2×10^4 以下のものを、また後者については $Re\tau = 5 \times 10^3$ 以下のものを図示してある。この図から、滑面で層流の場合、実験値が小さいので傾向は明らかでないが、大きさの点では理論値と実験値と

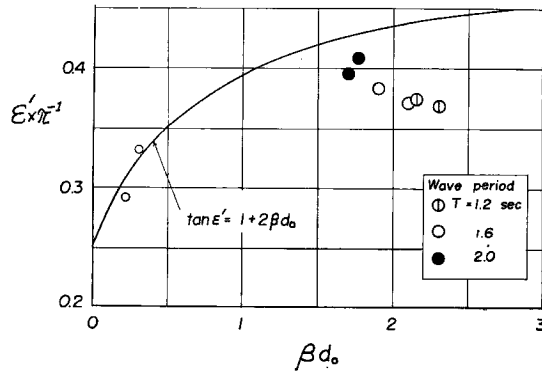


Fig.13 Comparison between expermental values of phase shift and theoretical ones.

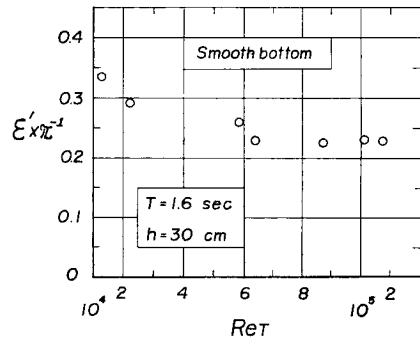


Fig. 14 Variation of phase shift with $Re\tau$.

はよく一致している。一方粗面で、いちおう層流と考えられる場合は、実験値の方が理論値より若干小さくなっており、その傾向は周期が小さいものほど顕著であって最大20%程度小さくなっていることがわかる。しかし、このように実験値が理論値と異なる傾向を示す原因については、明らかでない。Fig. 14 は Reynolds 数が大きくなったときに位相差がどのように変化するかを、滑面の場合の実験結果について示したものである。 $Re\tau$ の大きい場合は、これまでの考察から実験値が遷移領域付近に対するものであると考えられ、この領域では、層流の場合よりも位相差が小さくなり、さらに $Re\tau$ の値が増大するにつれて若干小さくなる傾向が見うけられる。しかし ϵ' の値には圧力差の影響が含まれているので、底面摩擦応力 τ_0 と表面波形 η との位相差そのものを表わしてはいない。もっとも層流の場合は、上述の影響を実験値からいちおう理論的に補正する手段はあるが、遷移あるいは乱流域の場合は、それを補正する適確な方法がないの

で τ_0 に関する位相の問題を実験的に検討することは非常に困難であると考えられる。したがって、Fig. 14 から、 Re_{cr} が大きい場合 τ_0 と η あるいは境界層外縁の水粒子速との位相差に関しても同様な傾向を示すことが予想される。しかし、これについてはなお検討の余地がある。

最後に、進行波による底面付近の水粒子の運動を追跡して得た、質量輸送速度に関する実験結果について述べる。実験は水の比重にほとんど等しい固体粒子 (径 3.3 mm) を作り、これを 1 cm 間隔に目盛を刻んだ底面のごく近くにおいて、波による粒子の移動をストロボを使って写真撮影した。Fig. 15 は実験結果を (4) 式の関係で図示したものである。図中の理論曲線は $\nu = 1.02 \times 10^{-2} \text{cm}^2/\text{sec}$ として求めた。全体的に

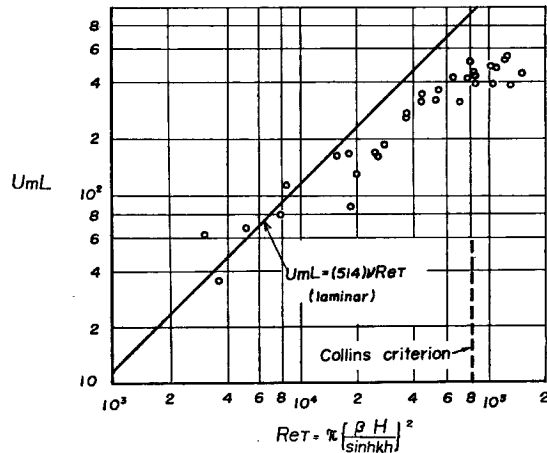


Fig. 15 Plot of $U_m L$ versus Re_{cr} .

みて、実験値と理論値とはよく一致していないが、Reynolds 数 Re_{cr} の比較的小さいところでは、実験値のばらつきはあるが両者は割合よく合っており、また Re_{cr} の値が $4 \sim 6 \times 10^4$ 付近より小さい領域では両者の傾向はかなり一致しているように見うけられる。しかし、この値よりも大きいところでは若干その傾向が異なっている。この事実は、境界層が乱れると、質量輸送速度は層流理論にもとづくそれより減少し、理論上の $U_m \propto H^2$ の関係が成立しなくなるという Collins の研究と、定性的な見解の一致を示唆しているように思われる。しかし定量的には、Collins の限界値より小さい Re_{cr} の値で実験値が理論値よりもかなり小さくなる。これは、おそらく次のような理由によるものと考えられる。まず理論の適用性の問題である。

この実験の場合、固体粒子の径は境界層の厚さと大体同じである。一方、(4) 式は境界層外縁での質量輸送速度であるが、実際には、この速度は層内で分布を示すので層内の平均の質量輸送速度を用いて検討する方が適当と考えられる。しかし、 U_m の鉛直分布からその平均値を求めても理論値はせいぜい 10% 程度小さくなるにすぎず、実験値との相違はなおかなり大きい。つぎに、固体粒子を完全な中立浮遊粒子にすることはきわめて困難であったので、そのために底面での摩擦抵抗が加わり実験値が小さく現われる原因になっていると考えられる。さらに Re_{cr} の値が大きい場合は当然底面付近の水粒子速度も大きくなるはずであるが、固体粒子は水粒子よりはるかに大きいので、慣性の影響が現われ一種の形状抵抗が加わることも根本的な原因の一つであろう。

以上いずれにしても実験結果から定性的な傾向をみるにとどまり、定量的には上述のような種々の原因や実験精度の問題もあって、十分な検討はできなかったが、いまの場合実験値の傾向が変化するときの Reynolds 数はほぼ $Re_{cr} = 4 \sim 6 \times 10^4$ であるという結果がえられた。しかしこのような方法によって明確な遷移点を見出すためにはさらに詳細で精度の高い実験を実施する必要がある。

4. 結 語

以上、この研究は著者らがここ数年来実施してきた海底摩擦による波高減衰の基礎的研究の一環として、これまで不可能であった波の Reynolds 数の大きい場合を対象とし、遷移領域付近における底面摩擦の機構を明確にするために、実験的な検討を加えたものであって、その結果を要約すればつぎのようである。

まず、底面が滑面の場合、底面摩擦係数の実験値は Reynolds 数の Re_{cr} の小さい層流域では著者らの従来の結果に一致して、線型理論の値によく合うことが確認された。しかし Re_{cr} の値が $4 \sim 6 \times 10^4$ より大きくなると実験値は理論値より全般的に約20%程度大きくなり、この実験結果が遷移領域付近をあらわすものであることがわかった。また、同じく滑面の場合、乱れを人工的に作り出す意味で、shear plate の直前と直後に rod をおいて人工粗度とし、実験を行なったが、rod による一種の遮蔽効果が卓越して、rod のない場合の実験値より小さい値を示すことが明らかとなった。

つぎに、shear plate およびその前後に砂粒をニス付けして粗面にした場合、底面摩擦係数の実験値を算出する方法について第3節で示したように特別な考慮を必要とするが、 Re_{cr} の値が $8 \sim 10 \times 10^8$ 付近より大きい領域では実験値の方が層流の理論値よりほぼ20%程度全般的に大きくなる。さらに、棍浦の理論と比較すると、粗面乱流と考えられる場合その傾向がかなり相違するようである。しかし、遷移領域では理論値が明確でないので、両者の十分な比較はできなかった。また、粗度の効果については、実験に用いた砂粒が一種類のみであるので、詳しく検討することはできなかった。なお、底面の粗滑の条件および遷移限界を Li および Vincent の結果で検討したところ、著者らの実験は水理学的に粗面であり、かつまた遷移領域あるいは乱流領域におけるものであるとみなされる。

さらに、波の表面波形と plate に働く水平力 F との間の位相差については、滑面層流の場合実験値は少ないが、理論値に大体一致している。しかし遷移領域に入ると実験値の方が、層流の理論値よりも小さくなることがわかった。

以上波による底面摩擦の遷移領域付近における実験を試み若干の興味ある結果をえた。今後、さらに Reynolds 数の大きい領域を対象にし、また粗度をいろいろ変えて、完全乱流場における底面摩擦の精密な実験を実施していきたいと考えている。

最後に、本実験を行なうに当たり、実験や資料整理に熱心に協力して頂いた上島英機研修生に謝意を表したい。また、この研究は文部省特定研究費による研究の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 土屋義人, 井上雅夫: 海底摩擦による波高減衰の基礎的研究 (1), 第8回海岸工学講演会講演集, 1961.9, pp.19—24.
- 2) 岩垣雄一, 土屋義人, 坂井順行: 海底摩擦による波高減衰の基礎的研究 (2), 第11回海岸工学講演会講演集, 1964.11, pp.62—68.
- 3) 岩垣雄一, 土屋義人, 陳活雄: 海底摩擦による波高減衰の基礎的研究 (3), 第12回海岸工学講演会講演集, 1965.11, pp.41—49.
- 4) Iwagaki, Y., Tsuchiya, Y. and Sakai, M.: Basic Studies on the Wave Damping due to Bottom Friction, Coastal Engineering in Japan, Vol.8, Dec. 1965, pp.37—49.
- 5) 岩垣雄一, 土屋義人, 坂井順行, 陳活雄: 海底摩擦による波高減衰機構に関する研究, 京大防災研究所年報, 第9号, 1966.3, pp.647—665.
- 6) Iwagaki, Y., Tsuchiya, Y. and Chen, H.; On the Mechanism of Laminar Damping of Oscillatory Waves due to Bottom Friction, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol.16, Part 3, No.116, March 1967, pp.49—75.
- 7) Collins, J.I.: Inception of Turbulence at the Bed under Periodic Gravity Waves, J. of

- Geophys. Res., Vol.68, 1963, pp.6007—6014.
- 8) Eagleson, P. S. : The Damping of Oscillatory Waves by Laminar Boundary Layers, MIT, Hydrodynamics Laboratory, Tech. Rep. No.32, 1959, pp.1—37.
 - 9) Eagleson, P. S. : Laminar Damping of Oscillatory Waves, Proc. ASCE, Vol.88, No. HY3, 1962, pp.155—181.
 - 10) Yalin, M. S. and Russell, R. C. H. : Stear Stresses due to Long Waves, J. of Hydraulic Research, Vol.4, No.2, 1966, pp.55—98.
 - 11) Jonsson, I. G. : Measurements in Turbulent Wave Boundary Layer, I. A. H. R., 19th Congress, London, Vol.1, 1963, pp.85—92.
 - 12) Jonsson, I. G. : Friction Factor Diagrams for Oscillatory Boundary Layers, Basic Research Progress Report, Coastal Eng. Lab., Tech. Univ. of Denmark, No.10, Dec. 1965, pp.10—21.
 - 13) Jonsson, I. G. : Wave Boundary Layers and Friction Factors, Proc. 10th Conf. on Coastal Engineering, Vol. I, Sep. 1966, pp.127—148.
 - 14) Putnam, J. A. and Johnson, J. W. : The Dissipation of Wave Energy by Bottom Friction, Trans. AUG, Vol.30, 1949, pp.67—74.
 - 15) Kajiura, K. : On the Bottom Friction in an Oscillatory Current, Bulletin of the Earthquake Research Institute, Vol.42, 1964, pp.147—174.
 - 16) Kajiura, K. : On the Bottom Frictional Stresses in a Turbulent Oscillatory Flow, Recent Studies on Tsunami Run-up, Vol. II, paper No. 27, 1965.
 - 17) Bretschneider, C. L. : Field Investigation of Wave Energy Loss of Shallow Water Ocean Waves: BEB, Tech. Memo. No.46, 1954, pp.1—21.
 - 18) Iwagaki, Y. and Kakinuma, T. : On the Bottom Friction Factor of Akita Coast, Coastal Eng. in Japan, Vol.6, 1963, pp.83—91.
 - 19) 岩垣雄一, 柿沼忠男 : 現地海岸の海底摩擦係数について(2), 第13回海岸工学講演会講演集, 1966, pp.21—29.
 - 20) Grosch, C. E. : Laminar Boundary Layer under a Wave, Physics of Fluids, Vol.5, No. 10, 1962, pp.1163—1167.
 - 21) Li, H. : Stability of Oscillatory Laminar Flow Near an Oscillatory Wall, BEB, Tech. Memo., No.47, 1954, pp.1—48.
 - 22) Manohar, M. : Mechanics of Bottom Sediment Movement due to Wave Action, BEB, Tech. Memo., No.75, 1955, pp.1—121.
 - 23) Vincent, G. E. : Contribution to the Study of Sediment Transport on a Horizontal Bed due to Wave Action, Proc. 6th Conf. on Coastal Eng., 1958, pp.326—354.
 - 24) Brebner, A., Askew, J. A. and Law, S. W. : The Effect of Roughness on the Mass-transport of Progressive Gravity Waves, Proc. 10th Conf. on Coastal Engineering, Vol. I, Sep. 1966, pp.175—184.
 - 25) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, McGraw Hill, New York, 1960, pp.207.
 - 26) Longuet-Higgins, M. S. : Mass Transport in Water Waves, Phil. Trans. Royal Soc., London, Series A, No.903, Vol.245, 1953, pp.535—581.
 - 27) Longuet-Higgins, M. S. : Supplement to a Paper by R. C. H. Russell and J. P. C. Osorio, Proc. 6th Conf. on Coastal Eng., Univ. of Florida, 1957, pp.184—193.
 - 28) Liepman, H. W. and Roshko, A. : Elements of Gas dynamics (気体力学, 玉田 琮訳), p.188.
 - 29) Jacobsen, L. S. and Ayre, R. S. : Engineering Vibrations with Application to Structures and Machinery (振動工学, 後藤・金多 共訳) p.212.
 - 30) Zingg, A. W. : Wind Tunnel Studies of the Movement of Sedimentary Materials, Proc. of 5th Hydraulics Conference, 1952.