

Sand Waves 上の流れについて

田 中 祐 一 朗

STUDY ON THE FLOW OVER SAND WAVES

By Yuichiro TANAKA

Synopsis

Laboratory experiments for the flow on sand waves in rectangular cross-section channel reveal the existence of velocity fluctuation owing to the boundary variation. This paper describes the results of an analysis to relate the mean length of sand waves in straight alluvial channels to the flow parameters. This analysis is based upon a concept of transverse oscillation of water stage that is one of the cause of velocity fluctuations. The results are compared with many experimental and actual river data with good agreement. It suggests that the seiche theory is the most powerful one in many theories on the generation of meander.

1. 緒 言

sand waves は移動床水路での抵抗などに密接に関係しており、その機構の解明の重要性は改めて述べるまでもない。このため、従来から多くの研究が行われてきたが、現象の複雑なせいもあって、未解明の点が多い。

著者はこの sand waves の生成、発達、伝播の機構について、統一的な解釈を与えることを目的として、ここ数年その基礎的な研究を継続してきた。とくに昨年は現象が複雑で不規則性に富む点に着目して、これを一つの Stochastic Process と考えて、各種の領域における sand waves のスペクトル特性について実験的に検討を加えたり。方法論的にみて、この種の取り扱いを発展させて行くことの重要性はいうまでもないが、水流と河床との inter-action など、その力学的な機構についての考察もまた極めて重要である。sand waves の現象を統一的に把握するためには、上述の二つの立場からの検討を並行して進めて行く必要があると思われる。

後者の立場からは、すでに negative-step 上の流れと比較した Raudkivi の研究²⁾、および friction factor や form drag について検討した Vanoni らの研究³⁾などが発表されている。しかし種々の flow condition の下において、河床面に形成される sand waves の形状と水流の内部機構との関連など、まだ解明されるべき点は少なくない。そこで、水流と河床面との inter-action とくに流速分布、剪断力分布と sand waves の形状との関係および、砂漣の後部に形成される wake の挙動について検討すべく実験を行なった。しかし現在のところこの問題を明確に論じられる程実験が進んでいない。

そこで本論文は実験中に認められた流速変動と、その成因の一つと考えられる横断方向の水面振動について考察を加えたものである。

2. 実験の概要

実験に用いた水路は断面 50×50cm、長さ約 18m の両面ガラス張りのものである。実験用砂は網ふるい

Table 1 Extent of experiments.

| RUN | Discharge Q (l/s) | Depth h (cm) | Mean Velocity u (cm/s) | Froude Number F | Reynolds Number $R \times 10^4$ |
|-----|------------------------|-------------------|-----------------------------|----------------------|------------------------------------|
| 1 | 15 | 4.76 | 63.0 | 0.92 | 3.0 |
| 2 | 4 | 3.13 | 25.6 | 0.46 | 0.8 |
| 3 | 23.5 | 6.70 | 70.2 | 0.86 | 4.7 |
| 4 | 30.5 | 7.98 | 76.4 | 0.86 | 6.1 |
| 5 | 41.2 | 9.91 | 83.2 | 0.84 | 8.2 |

により上下を cut したほぼ均一な粒径の川砂で、その平均粒径は 0.732mm である。

行なった実験は Table 1 に示す通りである。まず河床面に砂を 12cm の厚さに均一に敷きならした後、水路こう配を 1/200 に設置する。その後流量で 15l/s 通水し、sand waves が十分発達し、平衡状態に達した後、水面および河床形状を point gage にて測定した。また側面から 20秒間隔で写真撮影することにより、水面および河床形状の移動状況を読み取った。その後河床面をセメント粉沫にて固定し、Table 1 その上に示すような 5 種類の流量を通水して、流速分布および圧力分布を測定した。流速および圧力の測定は外径 7mm、内径 2mm のピトー管を用い、最大測定範囲 20gr/cm² の差圧計を通じて、その結果を電磁オシログラフまたはペンオシロに記録させた。測定に先立って、マンメーターにより水柱 1mm づつの差圧を与え、その直線性を確かめた後これを caliveration curve として使用した。

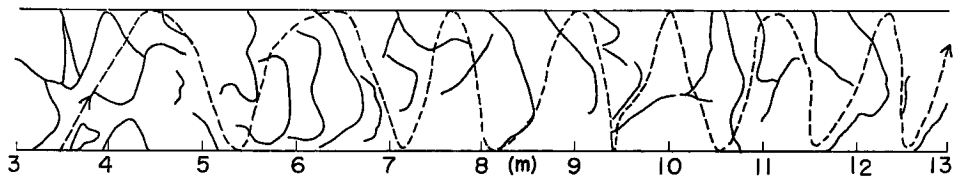


Fig. 1 Plane view of sand waves.

3. 実験結果

Fig. 1 には河床面に形成された sand waves の平面形状を示す。図中の実線は sand waves の crest の位置を示し、点線は蛇行した抵流路の位置を示す。図に見られるように河床には三次元的な Dunes が形成されており、その形状は極めて複雑である。Fig. 2 は上流から 7m の場所で撮影した写真から読み取った水面形および河床形状場時間的変化を示す。この場合図に見られるように、水面と河床の波は out phase になっている。この波の伝播速度は平均 32cm/min である。水面上の波は砂漣の伝播につれて流下するが、際立って波立つ場合と比較的滑らかな場合とが交互に現われる。Fig. 3 は河床を固定した後、 $Q=15$ l/s の場合に測定した流速分布および圧力分布、 u_* 分布を示す。この場合河床を固定する前と後では、水面こう配や平均水深などに関する限りほとんど差は認められない。測定は水路の中央測線に沿って行なった。

圧力分布は水面形状とよく対応しており、水流の曲りによる影響は少ないようである。図に示されている u_* の分布は、深さ方向の流速分布のこう配から求めたものであるが、水流の上層部しか対数法則を満足せず、したがってこの u_* は底面の剪断力に対応するものではない。sand waves の crest 上では流速はほぼ一様になっているが、谷の部分では速度こう配が大きい。これは底面での剪断力が crest で最大であり、谷部で最小(負)となっていることに対応している。またこの図から見る限り、wake の外縁は crest より

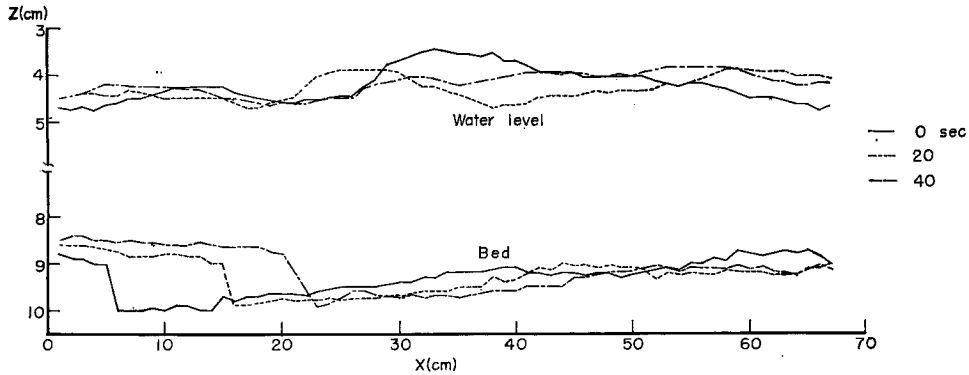


Fig. 2 Side view of the sand waves and water waves.

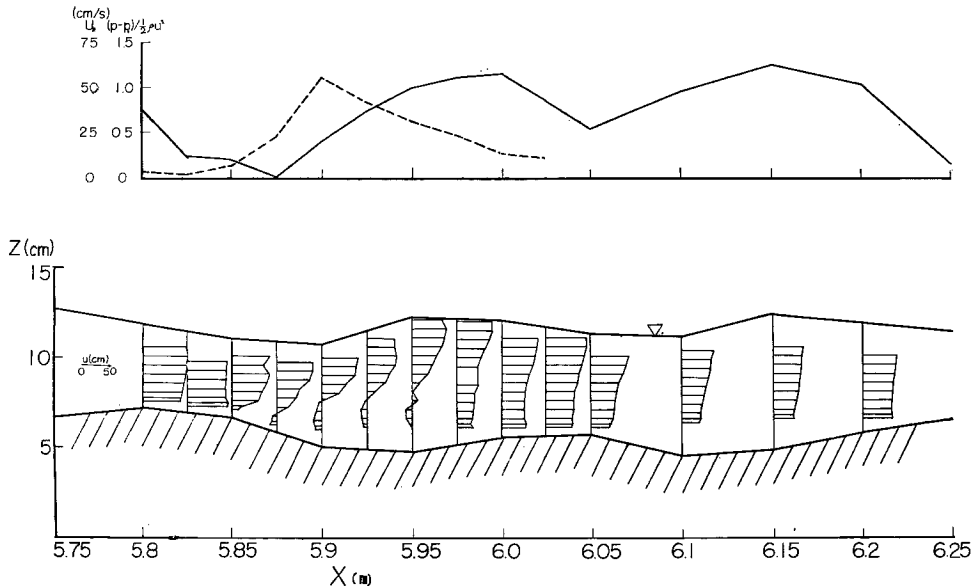


Fig. 3 Center-line velocity profile and pressur distribution over stabilized bed RUN 3.

高くなっている。これは crest 上での水脈が sand waves 上流面のこう配に従って上向になっているものと考えられ、Raudkivi が行なったように negative step 後部の wake とは少し様子が異なるようである。このため主流は比較的水深を一様化するような流れ方をしているように見られる。なお sand waves の形が三次元的であるため、底面付近の水流はその影響により横方向の流れを考えないと連続の関係を満足しない。このため wake の末端付近の境界は流速分布からだけでは明確でない。したがって wake の形状およびその挙動については、flow visualization 法など実験方法についても更に検討する必要がある。

今重要なのは横方向の水の動きであり、これが sand waves の形状を三次元的なものにする原因と考えられる。Kennedy ら⁴⁾ は完全に二次元的な wavy bed 上に射流を与えた場合、水面に shock wave が現われることを認めた。彼らは詳細な流速分布の測定を行ない、その結果側面での displacement thickness が変化することが原因であるとして、その力学的機構を説明している。このような現象は射流時に特有なも

のでなく, dunes などが形成されるような常流の湯合でもしばしば見られるものである。この水面波は横断方向の流れの存在を示唆しており, これは sand waves の三次元性を理解する上で重要であると思われるので, この点について若干の検討を加えることにする。

4. 横断方向の水面振動に関する考察

Fig. 4 に流速の測定結果の一例を示す。図に見られるように, 顕著な流速の周期的な変動が現われている。今, 流速の測定はピトー管によって行なっているため, いわゆる乱れによる流速変動のような高周波のものは減衰して現われない筈である。したがってここに現われている変動は河床面に sand waves が形成された結果としての境界面の変形に起因するものであると考えられる。このような流速変動が現われる原因として次の二つが考えられる。

- i) sand waves 後部に発生する wake の振動
 - ii) 横断方向の水面振動
- i) については前述のように実験資料が不備で十分な検討が行なえないため, 別の機会にゆずることとし, ここでは ii) について検討することにする。

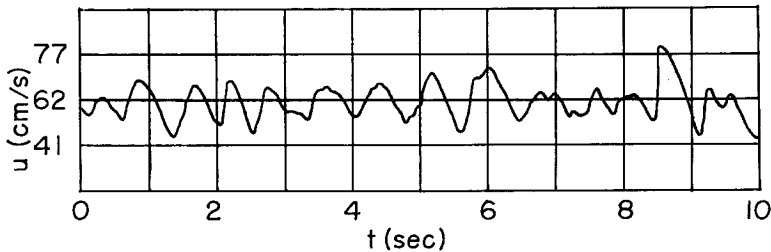


Fig. 4 An example of the observed longitudinal velocity.

この問題についてはすでに Anderson⁵⁾ によって検討が行なわれている。彼は何らかの原因で平均水位以上に盛り上った水塊が横断方向に伝わる状態を考え, この振動をバネのそれと同様に考えることにより次式を用いて,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} \dots\dots\dots(1)$$

次のような関係を得ている。

$$\frac{\lambda}{\sqrt{A}} = \left(\frac{2\pi^3}{\beta}\right)^{\frac{1}{2}} F^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(2)$$

ここに M : 水塊の質量, K : バネ常数, A : 流水断面積, λ : 流下方向への波長, F : Froude 数 β : 実験常数である。

彼は (2) 式の関係が多くの実験値とよく適合すると述べている。しかし Fig. 5 に示すように, 著者の実験⁶⁾ および, Simmons & Richardson⁷⁾, Nordin & Algert⁸⁾, 木下⁹⁾, 椿¹⁰⁾ らの多くの実験値を plot してみると (2) 式とは全く傾向が異なるようである。そこで次のように考えることにする。

一般に振動の周期を T , 波長を λ , 伝播速度を C とすると,

$$T = \frac{\lambda}{C} \dots\dots\dots(3)$$

である。実験水路および実際河川では表面波高に比べて水深があまり大きくないから, 浅水波と考えるべきであると思われる。この場合伝播速度は次式で与えられる。

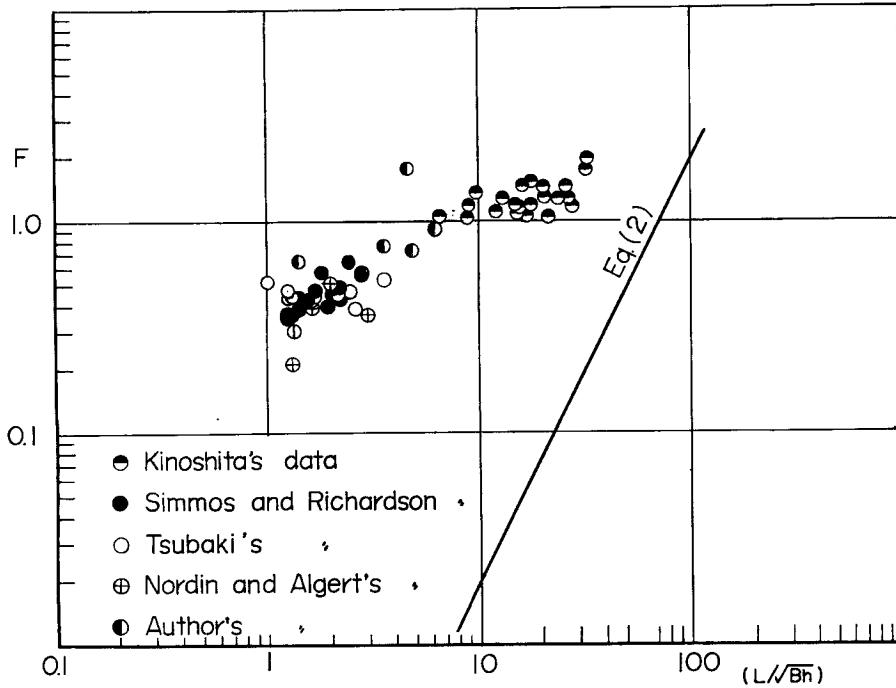


Fig. 5 Comparison with experimental data and Eq. (2).

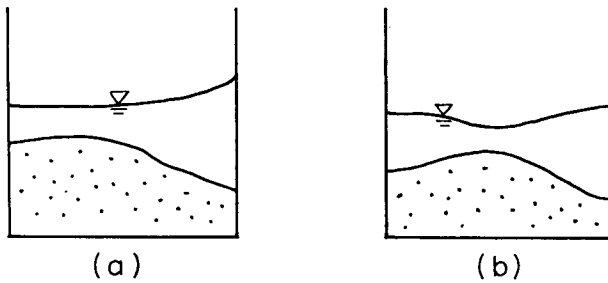


Fig. 6 Schematic diagram of cross-sectional water profiles.

$$C^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{\lambda} \dots\dots\dots(4)$$

ここで横断方向の波動を考える場合 λ としてどのようなものを用いるかが問題である。Fig. 6 横断水面形状を模式的に示してあるが、水路巾を基準としてその n 倍振動が考えられる。そこで

$$\lambda = nB \dots\dots\dots(5)$$

とすると、(3) および (4) 式から次式が得られる

$$T = \sqrt{\frac{2n\pi B}{g}} \sqrt{\coth \frac{2\pi h}{nB}} \dots\dots\dots(6)$$

Fig. 7 に示すように、実測の流速を周波数分析器¹³⁾により解析し、卓越した変動周期を求めた。解析はフィルターバンド巾、4cps、ループ周期約 2sec で行なった。その結果各実験ケース共 2~3 個の卓越周期

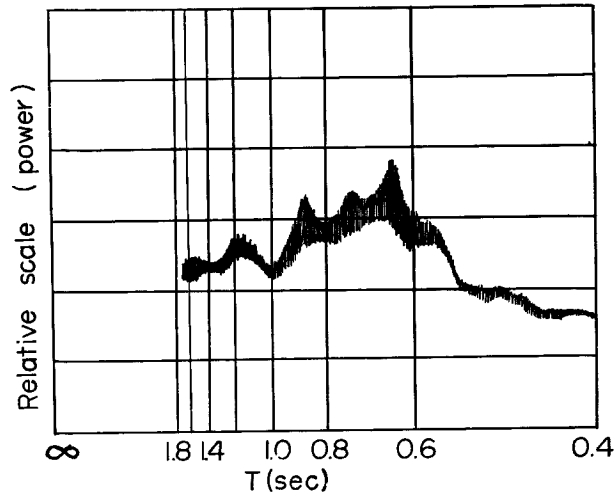


Fig. 7 An example of the power spectra of velocity fluctuation. RUN.3.

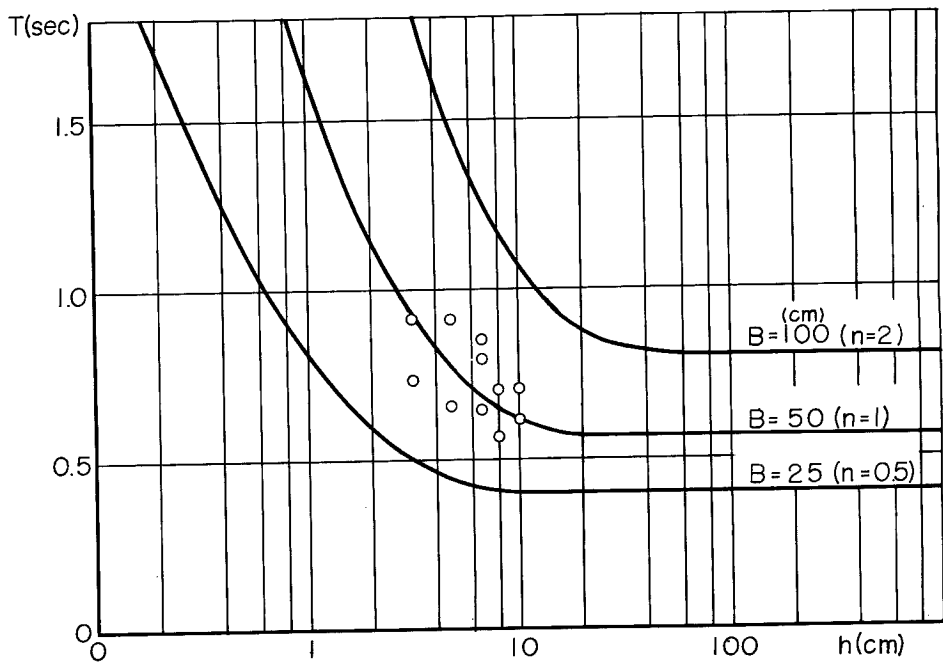


Fig. 8 Comparison with the observed period and Eq. (6).

が認められた。この実測周期は(6)式の関係をほぼ満足していることが Fig. 8 によってわかる。このことは速度変動の原因の一つとして横断方向の水面変動を考えたことの妥当性を示すものと思われる。

このような T なる周期変動を有するものが平均流速 U で流下すると、流下方向に次のような L なる波長の振動が誘起される。

$$L = T \cdot U = \sqrt{2n\pi} \cdot \sqrt{Bh} \cdot F \sqrt{\coth \frac{2\pi h}{nB}} \dots\dots\dots(7)$$

(7) 式を書き改めると次のようになる。

$$F = \frac{1}{\sqrt{2n\pi}} \cdot \frac{L}{\sqrt{Bh}} \cdot \sqrt{\tanh \frac{2\pi h}{nB}} \dots\dots\dots(8)$$

(8) 式は sand waves の波長 L と他の水理量との間の関係を与えるものである。ここでパラメーターとしての n の値が問題である。先に考えたように、水路巾 B を基準とした倍振動が存在するものとする、 $n=1, 2, 3 \dots$ or $\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \dots$ となる筈である。Fig. 8 によると実測値は $n=1$ の周りに散在しているが、各実験において n を一定とし得るかどうか疑問である。Fig. 6 に示すように、 $F > 1$ で顕著な蛇行が発生する場合は (a) のような $n=2$ の波が生成する可能性が多いと思われる。しかし $F < 1$ の場合は (b) のように $n \leq 1$ の波が発生するものと思われる。このように n は常数でなく、flow condition によって変化し、とくに F および h/B などの影響を受けるものと考えられる。いまの場合、実験資料が少なく、 n に関する諸要素について、例えば次元解析的な考察を行なうこともできないので、実測の T を用いて (6) 式から $\sqrt{n \coth \frac{2\pi h}{nB}}$ の値を求め、これと $F \cdot \sqrt{\coth \frac{2\pi h}{B}}$ との関係調べてみた。Fig. 9 はその結果であるが、両者の間には比例関係が成り立つものと考えられる。そこでこの比例定数を m とすると、実験式として、

$$\sqrt{n \coth \frac{2\pi h}{nB}} = m \cdot F \cdot \sqrt{\coth \frac{2\pi h}{B}} \dots\dots\dots(9)$$

を得る。(9) 式を (8) 式に代入すると次式が得られる。

$$F^2 = \frac{1}{m\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{L}{\sqrt{Bh}} \sqrt{\tanh \frac{2\pi h}{nB}} \dots\dots\dots(10)$$

(10) 式は h/B の値が次の範囲にあるときは簡単になる。

$$\frac{2\pi h}{B} \ll 1, F^2 = \frac{1}{m\sqrt{2\pi}} \frac{L}{B} \dots\dots\dots(11)$$

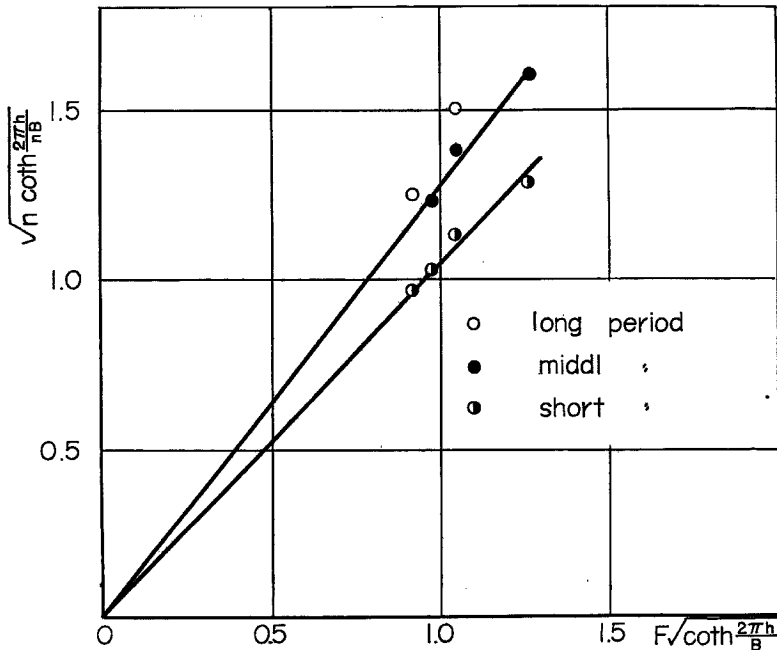


Fig. 9 Relation between $\sqrt{n \coth \frac{2\pi h}{nB}}$ and $F\sqrt{\coth \frac{2\pi h}{B}}$.

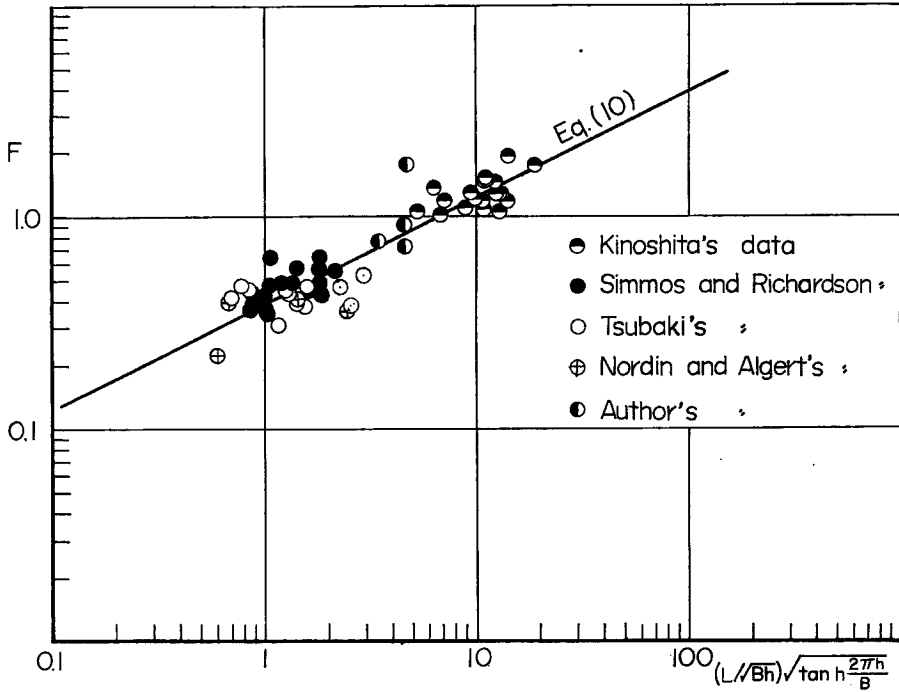


Fig. 10 Comparison with experimental data and Eq. (10).

$$\frac{2\pi h}{B} > 5, F^2 = \frac{1}{m\sqrt{2\pi}} \frac{L}{\sqrt{Bh}} \dots\dots\dots(12)$$

(11) 式は従来から蛇行の波長は L/B と F とで整理されていることに対応し, (12) 式は形は多少異なっているが Anderson の提案している (2) 式に対応しているものと思われる。

Fig. 10 は前述の多くの資料によって (10) 式の関係調べたものであるが, 実測資料と理論とは極めてよく一致している。いま用いた資料は実験室によるものの外, 斐伊川および Rio Grande conveyance など実際河川のものも含んでいる。図に見られるように Froude 数も $0.2 < F < 2$ とかなりの範囲にわたっており, 河床形態も Ripples から Anti-dunes および Meander まで含まれている。このように広範囲の現象が (10) 式の関係で一つにまとめられることは極めて興味深い。このことは sand waves の形成に流速の変動が極めて重要な役割りを演ずることを示唆しており, また蛇行も sand waves などその力学的な背景を一つにした河床変動の一形態と考えられることを意味しているものと思われる。

蛇行の発生原因としては従来から Werner¹²⁾ によるセイシュ説, 藤芳によるらせん流説¹³⁾, および足立による流れの不安定説¹⁴⁾ など多くの理論が提唱され, 未だ定説となるべきものはない。本研究はこれらの諸説のうち, セイシュ説に有力な支持を与えるものであろう。

5. 結 語

以上本研究は sand waves 上の流れの内部機構を検討することを目的として行なった実験をもとにして, その途中で見出された, 境界面の変形に基づくものと思われる流速変動について若干の検討を行なったものである。得られた結果のうち主なものを列挙すると次のようである。

(1) 断面内での流れまたは wake の振動に起因すると考えられる流速の変動は sand waves の形成およびその三次元性を理解する上で極めて重要である。

(2) sand waves の平均波長は横断方向の水面振動を考えることにより、Froude 数および B/h によって表わされ、(8) または (10) 式で与えられる。

(3) 半理論的に得られた (10) 式の関係は、Ripples から Meander に至る広範囲の実験値とよく一致している。このことは蛇行も sand waves とその力学的機構を共通にした河床変動の一形態であることを示すものと思われる。

(4) 流速変動の今一つの原因と考えられる wake の挙動は sand waves の波高の決定に重要な影響を持つものと思われる。これは今後に残された問題である。

本研究を行なうに際し、終始御指導頂いた芦田和男教授および実験と資料の整理に手を煩わせた山田信行君に感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男, 田中祐一郎: 砂漣に関する実験的研究 (3), 京大防災研究所年報, 10号, B, 1967.
- 2) A. J. Raudkivi; Study of Sediment Ripple Formation, Proceedings A. S. C. E. HY 6, 1963.
- 3) V. A. Vanoni & L. S. Hwang; Relation between Bed Forms and Friction in Streams, Proceedings A. S. C. E. HY 3, 1967.
- 4) J. F. Kennedy & L. Robillard; Some Experimental Observation on Free Surface Shear Flow over a Wavy Boundary, Proceedings 12th I. A. H. R. Congress U. S. A., 1967.
- 5) A. G. Anderson; On the Development of Stream Meanders, Proceedings 12th I. A. H. R. Congress U. S. A., 1967.
- 6) K. Asida & Y. Tanaka; Statistical Study on Sand Waves, Proceedings 12th I. A. H. R. Congress U. S. A., 1967.
- 7) D. B. Simons & E. V. Richardson; Summary of Alluvial Channel Data from Flume Experiments, Geological Survey Professional Paper 462-I, 1966.
- 8) C. F. Nordin & J. H. Algert; Spectral Analysis of Sand Waves, Proceedings A. S. C. E. HY 5, 1966.
- 9) 木下良作; 石狩川河道変遷調査 (参考編), 科学技術庁資源局, 昭37,
- 10) T. Tsubaki, T. Kawasumi & T. Yasutomi; On the Influence of Sand Ripples upon the Sediment Transport in Open Channels, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Vol. II, No. 8, 1953.
- 11) 岩垣雄一, 樋口明生, 柿沼忠男, 宮井宏: 海岸波浪の周波数分析器による解析, 京大防災研究所年報, 9号, 1966.
- 12) P. W. Werner; On the Origin of River Meanders, Trans. A. G. U. Vol 32, 1951.
- 13) 藤芳義男: 河川の蛇行と災害, 佐々木図書出版, 東京, 1949.
- 14) 足立昭平: 蛇行の発生過程に関する研究, 第2回土木学会水理講演会前刷, 1957.