

# 河川における乱流エネルギー逸散率について

余 越 正 一 郎

## TURBULENT ENERGY DISSIPATION IN A RIVER FLOW

By Shoitiro YOKOSI

### Synopsis

The rate of dissipation of turbulent energy per unit mass  $\bar{\varepsilon}$  which represents one of the fundamental characteristics of a turbulent flow was estimated in a river flow. Estimations were made from the results of observations of turbulent velocity measured by the use of the ultrasonic flowmeter and propeller-type current meter in the Uji river and the Kitatone river. The shape of the calculated structural functions in a region of local isotropy gave a good estimate of  $\bar{\varepsilon}$ .

The value of  $\bar{\varepsilon}$  at 40 cm below the surface in the Uji river (depth 2.1~2.7 m, mean velocity 1.1~1.3 m/sec) was estimated as about 0.3~0.5 cm<sup>2</sup>/sec<sup>3</sup>. Vertical distribution of  $\bar{\varepsilon}$  was also estimated. The value of  $\bar{\varepsilon}$  of the horizontal turbulence was determined as about 10<sup>-4</sup>cm<sup>2</sup>/sec<sup>3</sup> in the Kitatone river (width 240m, depth 4m, mean velocity 20 cm/sec).

The Kolmogorov universal constant of the one-dimensional energy spectrum was estimated in a river flow by the use of the newly developed ultrasonic flowmeter based on the method of pulse-time difference.

### 1. ま え が き

粘性流体の単位時間、単位質量あたりの運動エネルギーの熱への逸散率、

$$\varepsilon = 2\nu D_{ik}^2, \quad D_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right), \quad \dots\dots\dots(1)$$

は乱流運動における基本的な量の 1 つである。(1) で  $\nu$  は動粘性係数、 $D_{ik}$  は流体の変形テンソルである。エネルギー逸散率  $\varepsilon$  も速度などと同様に時間と空間座標の偶然函数であるが、その平均は Kolmogorov の局所等方性乱流理論において特に重要である。局所等方性領域で粘性力が重要でないところにおいては平均エネルギー逸散率  $\bar{\varepsilon}$  を唯一のパラメーターとして種々の流体量の統計的な特性を表現することができる。

河川流れにおいても平均エネルギー逸散率を知ることにより、河川水理学において重要なレイノルズ応力や乱流粘性等の評価が簡単に可能となり、物質の輸送や拡散の問題に寄与するところが大きであろう。しかし、残念ながら従来河川流れにおけるエネルギー逸散率を評価した例はほとんどなく、この点においても河川乱流の研究が大気乱流などにくらべて大変立ち遅れていることを痛感するものである。

河川流れにおける  $\bar{\varepsilon}$  の評価にもいろいろな方法が考えられるが<sup>1)</sup>、それらのうちでもかなりの精度で河川流れに適用できそうなものとしては次のものがある。

i) 乱流エネルギー方程式に境界層近似をほどこすとエネルギー逸散項と生成項以外は無視することができて、

$$\bar{\varepsilon} = u_*^3 \frac{\partial u}{\partial z}, \dots\dots\dots(2)$$

がえられる。特に河床に近い領域においては摩擦速度  $u_*$  を間接的に評価することが可能なために、この方法は非常に便利であろう。しかし河床に近い領域以外では  $u_*$ 、すなわちレイノルズ応力を直接に測定しなければならず、その測定は現時点においてはそんなに簡単とはいえず、超音波流速計によるわれわれの試みがある程度であろう<sup>2)</sup>。

ii) 逸散領域において速度変動の1次元スペクトル  $F(k)$  を測定し、逸散スペクトルを積分することにより  $\bar{\varepsilon}$  が評価できる<sup>3)</sup>、

$$\bar{\varepsilon} = 15\nu \int_0^\infty k^2 F(k) dk. \dots\dots\dots(3)$$

河川流れに存在する最小乱子の寸法は 1 mm 弱であるから<sup>4), 5)</sup>、この方法を使うにあたっては測器の受感部もそれに相当して微細なものが要求される。このようなものとしては現在 Hot-film 流速計<sup>6), 6)</sup> のようなものが考えられるが、この種の測器を河川流れにおいて長時間安定に動作させることはあまりたやすいことではない。

iii) Kolmogorov の局所等方性の条件が満足され、粘性のきかない領域においては、2次の速度構造函数の2/3乗則、あるいはエネルギースペクトルの-5/3乗則が広く認められているので、構造函数あるいはスペクトルの測定から逆に平均エネルギー逸散率を評価することができる。しかし、最大乱子と最小乱子の寸法の比はレイノルズ数の3/4乗に比例しているの、レイノルズ数の小さな流れにおいては局所等方性で粘性力のきかない領域の中が狭くなり、 $\bar{\varepsilon}$  を評価する精度が低下するであろう。

この報告はプロペラ式流速計及び超音波流速計により、宇治川及び北利根川においてえられた流速観測データに上述のiii)の方法を適用して河川乱流の平均エネルギー逸散率の評価をおこなったものである。またKolmogorov のスペクトル定数についてもあわせて評価を行なった。

## 2. エネルギー逸散率評価の理論的根拠

構造函数あるいはスペクトル函数からエネルギー逸散率  $\bar{\varepsilon}$  を決定するにあたり、これらの函数の基本的な特性について述べておく。

河川乱流においては、一般に鉛直乱流場と水平乱流場の中間のスペクトルのギャップがあまり大きくないので<sup>7)</sup>、鉛直乱流場の乱流特性の測定をしようとするときに水平乱流場の影響が入ってきやすい。したがって、このような不都合を除き、鉛直乱流場の安定な乱流特性を知るためには構造函数を用いるのがよからう。

Kolmogorov の局所等方性乱流理論においては、2次および3次の速度構造函数

$$\begin{aligned} Bu(r) &= \overline{[u_i(P) - u_i(P')]^2}, \dots\dots\dots(4) \\ Bui(r) &= \overline{[u_i(P) - u_i(P')]^3}, \end{aligned}$$

が重要な役割をする<sup>7)</sup>。 $r$  は2点  $P, P'$  間の距離、 $u_i$  は2点を結ぶ方向の速度成分である。局所等方性の条件下において、 $Bu(r)$  と  $Bui(r)$  は Kolmogorov の方程式によって次のように関係づけられている。

$$Bui(r) - 6\nu \frac{\partial Bu(r)}{\partial r} = -\frac{4}{5} \bar{\varepsilon} r. \dots\dots\dots(5)$$

最大乱子の寸法を  $L$ 、最小乱子の寸法を  $\eta$  とすれば、 $r \gg \eta$  のときには粘性の影響は消えて、

$$Bui(r) = -\frac{4}{5} \bar{\varepsilon} r, \dots\dots\dots(6)$$

がえられる。さらに Kolmogorov は速度差の確率分布のひずみ度、

$$S(r) = Bui(r) / [Bu(r)]^{3/2}, \dots\dots\dots(7)$$

は  $\eta \ll r \ll L$  で絶対定数になると考えた。そうすると有名な Kolmogorov-Obukhov の2/3乗則

$$Bu(r) = C(\bar{\varepsilon} r)^{2/3}, \eta \ll r \ll L, \dots\dots\dots(8)$$

がえられ、 $C$ は普遍定数で、

$$C = (4/5 |S|)^{2/3}, \dots\dots\dots(9)$$

である。以下これを構造定数と呼ぶ。

最近の研究によると、2次の構造関数は(8)の形とは少し異なり

$$Bu(r) = C(x, t) (\bar{\varepsilon} r)^{2/3} (L/r)^{-\mu/3}, \dots\dots\dots(10)$$

$$\eta \ll r \ll L,$$

と表わされる。 $C(x, t)$ は流れのマクロな構造に関係した係数である。このとき  $Buu(r)$ の形はかわらないが、ひずみ度は

$$S(r) = S_0 (L/r)^{-\mu/6}, \dots\dots\dots(11)$$

となり、 $\mu \approx 0.4$ 程度の値をとるようである<sup>9)</sup>。現在の測定では(10)を用いて計算することはできないが、 $\mu$ の値が小さいので $\bar{\varepsilon}$ の評価には(8)と(10)のどちらの式を用いてもほとんど差異がないと考えられる。そこで以下では(8)式を用いることにする。

一方われわれがよく用いる1次元エネルギースペクトル  $F(k)$  はよく知られているように、

$$F(k) = A \bar{\varepsilon}^{2/3} k^{-5/3}, \dots\dots\dots(12)$$

$$2\pi/L \ll k \ll 2\pi/\eta,$$

と表わされ、これは(8)と同じ内容のことを表わしている。(12)の普遍定数  $A$  (以下スペクトル定数とよぶ)と(8)の構造定数  $C$ の関係は簡単な計算から、

$$A = \frac{2}{3\Gamma(1/3)} C = 0.249 C, \dots\dots\dots(13)$$

となる。したがって、ひずみ度(7)の測定から普遍定数であるところの構造定数  $C$ 、あるいはスペクトル定数  $A$ の決定が可能となるわけである。

以上の理論からわかるように、平均エネルギー逸散率  $\bar{\varepsilon}$ は普遍定数の決定を行なうことなく、3次の速度構造関数  $Buu(r)$  から直接に(6)の関係を用いて評価することも可能である。しかし注意しなければならないのは、3次の構造関数を決定するに要する観測時間は、同じ精度で2次の構造関数を決定するに要する時間よりはるかに長い時間が必要である。

一般にモーメントの次数が高くなるに従って観測時間は長くとらねばならない。たとえば、積分時間尺度が  $T$ の偶然変動  $f$ を相対誤差  $\epsilon$ で測定するに要する観測時間  $T_*$ は<sup>1)</sup>

$$T_* \approx 2 \frac{f'^2}{f^2} \frac{T}{\epsilon^2}, \dots\dots\dots(14)$$

で与えられる。かりに  $f$ がガウス分布をするものと仮定すると、2次および4次のモーメントを求めるに必要な観測時間はそれぞれ、

$$T_*^{\text{II}} = \frac{4T}{\epsilon^2}, \quad T_*^{\text{IV}} = \frac{64}{3} \frac{T}{\epsilon^2}, \dots\dots\dots(15)$$

となることからわかることである。

実際の河川の場合について考えてみると、鉛直乱流場におけるストローハル数、

$$Sh = \frac{z}{\bar{u} T}, \dots\dots\dots(16)$$

( $z$ は河床からの高度、 $\bar{u}$ はその点の平均流速)は Velikanov によると全水深にわたり一定で、0.73であるという<sup>9)</sup>。したがって2次のモーメントを測定する場合でも、

$$T_*^{\text{II}} = \frac{5.5 z}{\bar{u} \epsilon^2}, \dots\dots\dots(17)$$

といった非常に長い観測時間が必要となってくる。なお著者も以前に  $Sh \approx 0.6$ という値をえている<sup>10)</sup>。

以上からわかるように、なるべく低次のモーメントの測定ですませるように心がけるのが賢明である。

### 3. 観測およびえられた結果

河川流れにおいて、鉛直乱流場と水平乱流場とでは平均エネルギー逸散率  $\bar{\epsilon}$  の値が異なることについてはすでに知られている<sup>4), 5)</sup>。ここに示すものは宇治川における鉛直乱流場の  $\bar{\epsilon}$  と、北利根川における水平乱流場の  $\bar{\epsilon}$  を評価した結果である。

実際に使用した流速データは単一の測器による流れ方向の成分であるから、2に示したような空間構造函数の計算には使用できない。しかし、乱れの強さがあまり大きくない場合には凍結乱流の仮定  $r = \bar{u}\tau$  による時間構造函数への変換が可能である。すなわち(4)の代りに、

$$B_{ii}(\tau) = [\bar{u}(t) - \bar{u}(t + \tau)]^2, \dots\dots\dots(18)$$

を用いれば(8)は

$$B_{ii}(\tau) = C(\bar{u} \bar{\epsilon} \tau)^{2/3}, \dots\dots\dots(19)$$

となる。測器に慣性がある場合には Obukhov<sup>11)</sup> が行なったようにその補正をしなければならない。測器の時定数を  $M$  としたとき、 $0.5 < \tau/M < 15$  の範囲では 1~2% の誤差で

$$[B_{ii}(\tau)]^{1/2} = 1.28C^{1/2}(\bar{u} \bar{\epsilon})^{1/3}[\tau^{1/3} - 0.37(M\bar{u})^{1/3}], \dots\dots\dots(20)$$

と表わされる。したがって、縦軸を  $B_{ii}(\tau)^{1/2}$ 、横軸を  $\tau^{1/3}$  としたグラフは、局所等方性が成立して粘性のきかない領域では直線となる。この直線は  $0.37(M\bar{u})^{1/3}$  で横軸を切るので、構造定数  $C$  さえ与えてやれば直線の勾配から  $\bar{\epsilon}$  が決定される。このとき一番問題になるのは構造定数  $C$  の値のえらび方である。ここでは、多方面の測定から現在最も確からしいと考えられている値  $A = 0.48$  を採用し<sup>12)</sup>、(13)から  $C = 1.93$  となる。スペクトル定数  $A$  の値については後に述べる。

#### i) 宇治川における $\bar{\epsilon}$ の評価

観測場所および用いた流速計などについてはすでに発表したものと同一であるから<sup>4), 5)</sup>、ここには簡単に記す。観測場所は淀川河口から 38 km 上流の点で、河巾は約 100 m、断面形状は鉛直乱流場の乱流特性を調らべるうに十分と思われる距離にわたり比較的一様である。使用したプロベラ式流速計は直径 14cm、記録に用いたペンレコーダと直結したときの時定数は流速 1 m/sec で 0.5 sec である。記録は 0.48 sec 間隔で読み取り、解析に用いた。観測のデータと計算結果を Table 1, 2, 3, 4 に示す。これらのデータの観測場所はいずれもほぼ同じ位置であるが、観測を行なった日時が異なるものである。

これらの観測はいずれも流れの中央付近の水面下 40 cm の位置に流速計を設置して測定を行なったものである。相対水深  $z/H$  にすると大体 0.8 程度の高度であるから、平均速度勾配  $\partial \bar{u} / \partial z$  やレイノルズ応力の値は非常に小さいものと考えられる<sup>2)</sup>。したがって、この付近においては乱流エネルギーの生成はほとんどゼロに等しく、ここにえられたエネルギー逸散  $\bar{\epsilon}$  は対流運動によるエネルギー輸送と平衡しているものと考えられる。なお、表からわかるように相対乱流強度  $\sqrt{u'^2} / \bar{u}$  は 0.05 程度の小さい値をとっているから、構造函数の計算の際に用いた凍結乱流の仮定は十分成立しているものと考えられる<sup>1)</sup>。

エネルギースペクトル密度分布の例として、1時間観測の Table 1 の場合を示したものが Fig.1 と Fig.2 である。スペクトルの  $-5/3$  乗則の成立が見られ、ここで用いた方法の適用が妥当なことを示している。

Table 1. Estimations of energy dissipation in the Uji river.

	Depth of water $H$ (m)	Length of run $T_*$ (min)	Height $z$ (m)	Mean velocity $\bar{u}$ (cm/sec)	Intensity $\sqrt{u'^2}$ (cm/sec)	Dissipation $\bar{\epsilon}$ (cm <sup>2</sup> /sec <sup>3</sup> )
A1	2.1	60	1.7	123	5.40	0.349
A2	2.7	60	2.3	144	7.20	0.374

Table 2. Estimations of energy dissipation in the Uji river

	$H$ (m)	$T_*$ (min)	$z$ (m)	$\bar{u}$ (cm/sec)	$\sqrt{\overline{u'^2}}$ (cm/sec)	$\bar{\varepsilon}$ (cm <sup>2</sup> /sec <sup>3</sup> )
B 1	2.1	6	1.7	123	7.27	0.755
B 2	2.1	6	1.7	121	6.39	0.511
B 3	2.1	6	1.7	120	7.44	0.569
B 4	2.1	6	1.7	120	6.05	0.284
B 5	2.1	6	1.7	120	7.96	0.691
B 6	2.1	6	1.7	127	6.86	0.382
B 7	2.1	6	1.7	121	6.14	0.587
B 8	2.1	6	1.7	126	6.38	0.388
B 9	2.1	12	1.7	117	7.36	0.563
B10	2.1	12	1.7	126	6.55	0.342
B11	2.1	12	1.7	122	6.22	0.302
B12	2.1	12	1.7	119	6.49	0.309
Mean				122	6.75	0.474

Table 3. Estimations of energy dissipation in the Uji river.

	$H$ (m)	$T_*$ (min)	$z$ (m)	$\bar{u}$ (cm/sec)	$\sqrt{\overline{u'^2}}$ (cm/sec)	$\bar{\varepsilon}$ (cm <sup>2</sup> /sec <sup>3</sup> )
C 1	2.1	6	1.7	111	5.63	0.354
C 2	2.1	6	1.7	113	4.26	0.348
C 3	2.1	6	1.7	121	7.01	0.480
C 4	2.1	6	1.7	118	4.92	0.175
C 5	2.1	5	1.7	122	7.17	0.413
C 6	2.1	5	1.7	121	4.12	0.251
C 7	2.1	5	1.7	115	6.87	0.573
C 8	2.1	5	1.7	115	4.36	0.175
C 9	2.1	6	1.7	119	6.93	0.712
C10	2.1	6	1.7	115	3.90	0.142
C11	2.1	6	1.7	120	7.78	0.569
C12	2.1	6	1.7	115	4.41	0.167
Mean				117	5.64	0.363

Table 4. Estimations of energy dissipation in the Uji river.

	$H$ (m)	$T_*$ (min)	$z$ (m)	$\bar{u}$ (cm/sec)	$\sqrt{\overline{u'^2}}$ (cm/sec)	$\bar{\varepsilon}$ (cm <sup>2</sup> /sec <sup>3</sup> )
D 1	2.7	5	2.3	128	6.63	0.363
D 2	2.7	5	2.3	127	7.07	0.365
D 3	2.7	5	2.3	124	7.19	0.263
D 4	2.7	5	2.3	126	7.95	0.260
D 5	2.7	6	2.3	124	7.08	0.107
D 6	2.7	6	2.3	125	6.72	0.814
D 7	2.7	7	2.3	124	7.76	0.898
D 8	2.7	7	2.3	128	6.14	0.424
D 9	2.7	7	2.3	124	7.19	0.821
D10	2.7	7	2.3	123	6.26	0.408
D11	2.7	6	2.3	124	7.50	0.783
D12	2.7	6	2.3	128	6.40	0.394
Mean				125	6.99	0.492

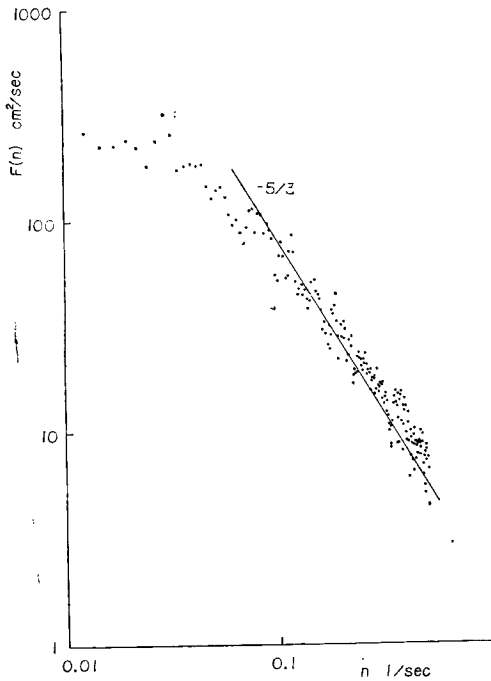


Fig. 1. Energy spectral densities of the longitudinal component of velocity in the Uji river. Data are shown in Table 1 (A1).

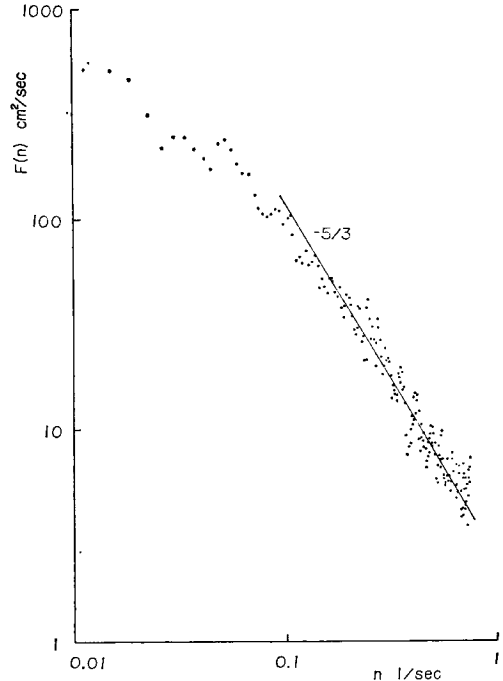


Fig. 2. Energy spectral densities of the longitudinal component of velocity in the Uji river. Data are shown in Table 1 (A2).

Table 2, 3, 4 の場合においても同じように  $-5/3$  乗則の成立が見られる。なお、ここにえられた  $\varepsilon$  の値は、以前にスペクトルから計算した値と大体良くあっている。

次に同じ宇治川で同じ流速計を用いて  $\varepsilon$  の鉛直分布を測定した結果を Fig. 3 に示す。観測時の水深は  $H=1.4\text{m}$ 、最大平均流速  $\bar{u}_{max}=65.5\text{ cm/sec}$ 、平均速度勾配から計算した河床面摩擦速度  $u_{*0}=4.5\text{ cm/sec}$  である。Fig. 3 の白丸は構造函数から計算した  $\bar{\varepsilon}$ 、黒丸は乱れの数  $\sigma_u = \sqrt{u'^2}$  と、積分尺度  $L_x$  から  $\bar{\varepsilon} = \sigma_u^3 / L_x$  として求めたものであり、いずれも  $u_{*0}^3 / H$  で割って無次元化して表示してある。後者では数値係数が省略されているのでそれだけ誤差があるはずである。構造函数から求めたものは各水深において測定ごとの値はほぼ同じ値となっており、河床に近いほど大きい。しかし以前びわ湖疏水において求めた  $\bar{\varepsilon}$  にくらべて、河床に向っての増加の程度が小さい。一方  $\sigma_u^3 / L_x$  の値は水面近くでは測定ごとにほぼ同じ値を示し、かつ構造函数から求めたものに近い値を示す。このことは省略した数値係数がほぼ 1 に近いことを意味するものであろう。しかし河床付近では積分尺度  $L_x$  の値がばらついていたので、各測定ごとの  $\bar{\varepsilon}$  の値が大

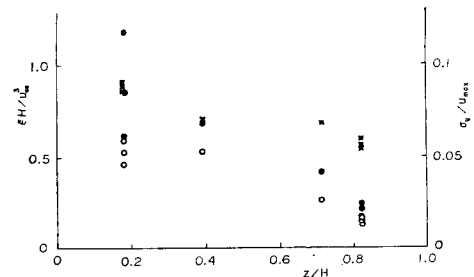


Fig. 3. Vertical distribution of energy dissipation (○: calculated from the structural functions, ● from  $\sigma_u^3 / L_x$ ) and turbulence energy (×).  $H=1.4\text{m}$ ,  $\bar{u}_{max}=65.5\text{ cm/sec}$ ,  $u_{*0}=4.5\text{ cm/sec}$ .

きくばらつき，かつ構造関数から求めた値とも異なっている。

なお，Fig. 3 には乱流エネルギー  $\sigma u/\bar{u}$  の鉛直分布も×印で示してある。 $\varepsilon$  の分布と同様に，以前にびわ湖疏水で求めた値にくらべると<sup>9)</sup>，河床付近における値が小さい。

ii) 北利根川における  $\bar{\varepsilon}$  の評価

流速の測定が行なわれたところは霞ヶ浦から約 3km ほぼ直線的に流下した点にある建設省利根川下流工事事務所八代流量観測所で，河川の断面形状は改修の結果非常にきれいである。超音波流速計が Fig. 4 のように設置してある。この流速計は時間差方式によるもので，その原理は付録に示す今回われわれの作った流速計と同じで，ただスパンが大きく異なるだけである。測定地点の水深は 4m，流速計の設置深度は 2.25m であった。14時間の連続測定結果を 2.4 分毎に読み取り， $\varepsilon$  を計算した結果を Table 5 に示す。また同じデータからエネルギースペクトルを計算したものを Fig. 5 に示す。

北利根川における鉛直最大乱子の通過時間はだいたい  $10H/\bar{u}=3.3$  min であるから，Fig. 5 のスペクトルは明らかに水平乱流場におけるものである。このようにスケールの大きな水平乱れにも Kolmogorov の  $-5/3$  乗則がよく成立していることがわかる。Table 5 に求められたエネルギー逸散率  $\bar{\varepsilon}$  の値は以前に宇治川の水平乱流場で求めた  $\bar{\varepsilon}$  の値<sup>9)</sup> よりオーダーが 1 つ低くなっている。

なおこの場合， $\bar{\varepsilon}$  の値を評価するとき特に注意しなければならないのは，超音波流速計の追従性は非常に良いのでこれに対する補正は不必要であるが，流速計の寸法にもとづく平均化の補正をしなければならないことである。これに対しては Stewart がひずみ度の測定にさいしてすでに注意している<sup>18)</sup>。すなわち計器寸法  $d$  の測器によって測定してえられた時間構造関数は，

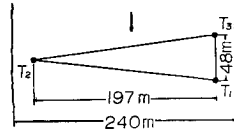


Fig. 4. Arrangement of transmitters of the ultrasonic flowmeter in the Kitatone river for the measurement of horizontal turbulence.

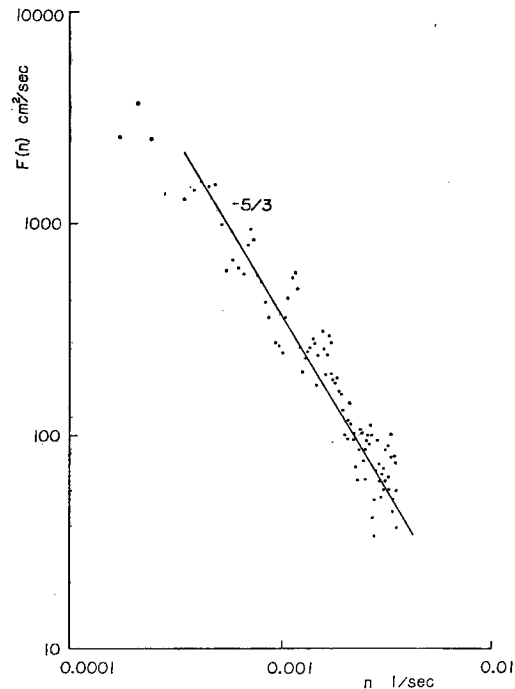


Fig. 5. Energy spectral densities of the longitudinal velocity measured with the ultrasonic flowmeter in the Kitatone river. Data are shown in Table 5.

Table 5. Estimation of energy dissipation in the Kitatone river.

Width of flow $B$ (m)	Depth of flow $H$ (m)	Length of run $T_*$ (hr)	Mean velocity $\bar{u}$ (cm/sec)	Intensity $\sqrt{\bar{u}^2}$ (cm/sec)	Dissipation $\bar{\varepsilon}$ ( $\text{cm}^2/\text{sec}^3$ )
240	4	14	19.9	1.7	$2.12 \times 10^{-4}$

$$\begin{aligned}
 Bu(\tau)_{obs} &= \left(\frac{\bar{u}}{d}\right)^2 \left[ \int_0^{d/\bar{u}} u(t) dt - \int_{\tau}^{\tau+(d/\bar{u})} u(t) dt \right]^2 \\
 &= 2 \left(\frac{\bar{u}}{d}\right)^2 \left[ \int_0^{d/\bar{u}} \int_0^{d/\bar{u}} \overline{u(t)u(s)} dt ds - \int_0^{\tau} \int_{\tau}^{\tau+(d/\bar{u})} \overline{u(t)u(s)} dt ds \right], \dots\dots\dots(21)
 \end{aligned}$$

しかるに

$$\overline{u(t)u(s)} = \overline{u(t)}^2 - \frac{C}{2} (\bar{u}\varepsilon)^{2/3} |t-s|^{2/3}, \dots\dots\dots(22)$$

であるから

$$Bu(\tau)_{obs} \cong Bu(\tau) \left[ 1 - \frac{9}{20} \left(\frac{d}{\bar{u}\tau}\right)^{2/3} - \frac{1}{54} \left(\frac{d}{\bar{u}\tau}\right)^2 - \frac{7}{3645} \left(\frac{d}{\bar{u}\tau}\right)^4 \right], \dots\dots\dots(23)$$

ここに  $Bu(\tau)$  は (19) で与えられるものである。Table 5 に求めた  $\varepsilon$  は (23) の補正をしてえられた値である。

#### 4. スペクトル定数について

2 に示したスペクトル定数  $A$  あるいは構造定数  $C$  の値は、その重要性のゆえにいろいろな人によって調べられてきている<sup>1)</sup>。定数  $A$  の決定法にもいろいろあるが、有名なものの1つに (3) の逸散スペクトルの積分から  $\varepsilon$  を決定し、(12) から逆に  $A$  を決定する方法がある<sup>9)</sup>。もう1つは (7) のひずみ度を計算するものである<sup>14)</sup>。前者の方法は2次のモーメントの測定であるから観測時間はそんなに長なくてもよいが、逸散領域における測定をしなければならない。われわれは現在そのような測器は持ち合せていないので、精度が悪いのは承知のうえで後者の方法で、2, 3 の例についてスペクトル定数を計算してみた。

すでに示したようなプロペラ式流速計による測定では、その慣性のために鉛直乱流場の局所等方性乱流領域の高周波側が大きく切断される。このような領域を正しく測定しうる測器として、われわれはすでに

Sing-around 方式の超音波流速計を製作し使用している<sup>15), 16)</sup>。超音波流速計の備えている数多くの優秀な特徴についてはいまさらここに述べるまでもない。しかしわれわれの作った Sing-around 方式超音波流速計の最大の欠点は、超音波の送受波器の相対位置の変化を 1/1000 mm 程度の範囲におさえていなければならないことである。そこで今回このような欠点を除去するために新たに時間差方式による超音波流速計を製作し、これを用いてスペクトル定数の決定を試みた。われわれの製作した時間差方式超音波流速計については付録において簡単に述べる。

この超音波流速計を用いて、びわ湖第一疏水の四の宮において流速測定を行なった。水深 1.2m, 巾 5m の水路の中央で、水面下 13, 22, 42, 62 cm の点に流速計を設置して、各点でおのおの約3分間の測定を行なった。磁気テープに録音された記録を 1/48 sec 間隔で数値化して統計処理を処した。エネルギースペクトル密度の例として、水面下 42 cm の点におけるものを示したのが Fig. 6 である。かなり広い周波数範囲にわたり  $-5/3$  乗則の成立が見られる。10 Hz 付近からのエネルギーの著しい減少は測定時に 30 Hz の低域ろ波器を通して録音しているからであろう。

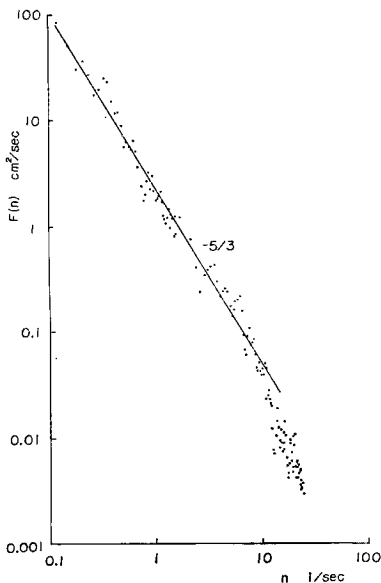


Fig. 6. Energy spectral densities of the longitudinal velocity measured with the newly developed ultrasonic flowmeter in the Sosui canal.  $H=1.2m$ ,  $\bar{u}=1.0m/sec$ ,  $z=78cm$ ,  $T_* = 3min$ .



このびわ湖疏水における4点の測定結果、および、3の宇治川におけるプロベラ式流速計による測定結果、さらに北利根川における結果から、それぞれの場合にひずみ度 $S$ を計算し、さらに

$$A = 2.15 |S|^{-2/3}, \dots\dots\dots (24)$$

からスペクトル定数 $A$ を求めた。このとき、 $Bu(\tau)$ にはすでに示したような補正を処したが、 $Buu(\tau)$ は計器の寸法や慣性の影響をほとんど受けないと考えて<sup>18)</sup>その補正は行っていない。

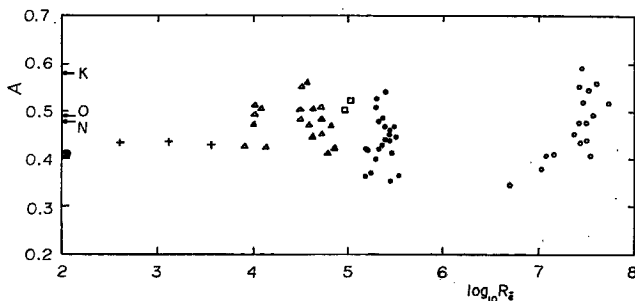


Fig. 7. The one-dimensional Kolmogorov constant plotted against  $\log_{10} Re$ . K, O, N indicate the theoretical values obtained by Kraichnan, Orszag and Neumann.

- Ocean, □ Jet, △ Atmosphere, + Water tunnel,
- Uji river, ▲ Sosui canal, ● Kitatone river.

Fig. 7 はこれらの値を  $\log_{10} Re$  ( $Re = (\epsilon L_0^3 / \nu)^{1/3}$ ) に対してプロットしたものである。なお、北利根川における値は、粘性係数 $\nu$ の代りに水平乱流場の高周波端における乱流粘性から計算した  $Re$  でプロットしてある。この図の中で、宇治川、疏水、北利根川における結果、及び3つの理論値 K, O, N 以外は文献(12)によった。理論値はそれぞれ Kraichnan<sup>17)</sup>, Orszag<sup>18)</sup>, Neumann<sup>19)</sup> によるものである。Fig. 10 を見て感じることは、われわれの観測はいずれもひずみ度を精度よく求めるには短かすぎると考えていたにもかかわらず、他の測定例に比較してそんなに大きくばらついていないことである。しかし、これからスペクトル定数の値を決定してしまえばばらつきすぎているように思える。

### 5. あとがき

鉛直乱流場のエネルギー逸散率は、宇治川においては水面近くで大体  $0.4 \text{ cm}^2/\text{sec}^3$  に近い値をとることが数多くの測定結果からわかった。1例ではあるが、北利根川における結果から非常に大きなスケールの水平乱流場にも局所等方性の成立する領域が巾広く存在していて、そこでのエネルギー逸散率は鉛直乱流場のそれにくらべて比較にならぬほど小さいこともわかった。また超音波流速計やプロベラ式流速計による観測結果から、Kolmogorov の1次元スペクトルの普遍定数を評価したが、その結果は他の分野における測定結果と大差ないこともわかった。

最後に、本研究を行なうにあたり有益な助言を数多くいただいた防災研究所石原英雄教授、北利根川における流速データを提供された建設省利根川下流工事事務所に謝意を表します。なお、ここで行なった各種統計計算はすべて京都大学計算センター KDC-II によったこと、及び本研究の一部は昭和42年度文部省科学研究費（機関研究「開水路流れの内部構造に関する研究」）の補助によるものであることをつけ加える。

### 付録 時間差方式超音波流速計

まず原理を簡単に示す。超音波の送受波器  $T_1, T_2$ , 反射板  $R$  を Fig. 8 のように配置し、超音波が  $T_1 \rightarrow R \rightarrow T_2$  と伝播するに要する時間を  $t_1$ , 逆に  $T_2 \rightarrow R \rightarrow T_1$  と伝播するに要する時間を  $t_2$  とすると図から

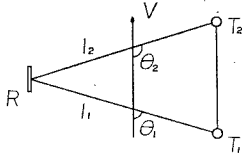


Fig. 8. Ultrasonic flowmeter by the method of pulse-time difference.  $T_1, T_2$ : Transmitters of sound wave, R: Reflector of sound wave.

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{l_1}{c\sqrt{1 - \left(\frac{V\sin\theta_1}{c}\right)^2} \pm V\cos\theta_1} + \frac{l_2}{c\sqrt{1 - \left(\frac{V\sin\theta_2}{c}\right)^2} \mp V\cos\theta_2} + \Delta t, \dots\dots(25)$$

となる。ここに  $c$  は静水中の音速、 $\Delta t$  は電氣的遅延時間である。一般に河川の流れにおいては  $c \gg V$  であるから、両伝播時間の差  $t_2 - t_1$  および和  $t_2 + t_1$  を測定すれば流速は

$$V = \frac{4(l_1 + l_2)^2}{d} \cdot \frac{t_2 - t_1}{(t_2 + t_1 - 2\Delta t)^2}, \dots\dots(26)$$

として正確に検出することができる。  $d$  は  $T_1 T_2$  間の距離である。

実際に製作した流速計の受感部を Photo. 1 に示す。その寸法は  $T_1 R = T_2 R = 3 \text{ cm}$ ,  $\angle T_1 R T_2 = \pi/2$  である。流速測定用回路のブロック図を Fig. 9 に示す。

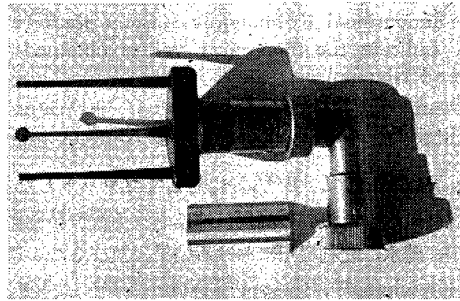


Photo. 1. Sensor of the ultrasonic flowmeter by the pulse-time difference method. Small disk is the reflector.

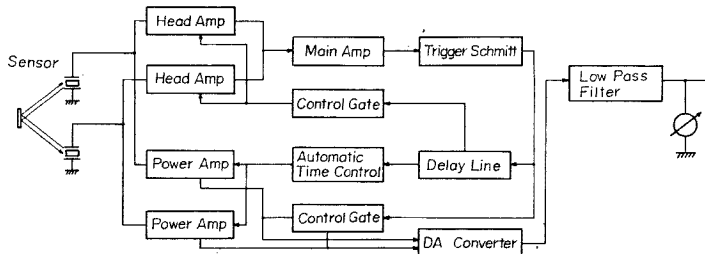


Fig. 9. Block diagram of the ultrasonic flowmeter by the method of pulse-time difference.

この流速計の動作の概要を示す。まず 40 V, 20 nsec のパルス電圧を送振器に加え、この電気信号を音響エネルギーに変換し、超音波パルスとして送波器から水中を通して反射板に向けて発射する。反射板から反射してきた超音波パルスを受波器で受け、増巾波形整形し矩形パルスに変換した後自走回路を同期させ、もう一方の送振器に送られるように切換器で送受波器を交互に切換える。これら交互に切換えられたパルスを低域ろ波器に通してアナログ変換する。次にアナログ信号に音速補正を行ない、低域ろ波器を通した後指示計を振らせると共にペンレコーダ、電磁オシロ、磁気録音器用出力をえている。

流速の測定範囲は  $0 \sim \pm 50$  cm/sec,  $0 \sim \pm 100$  cm/sec,  $0 \sim \pm 150$  cm/sec の3段切換えで、そのときの電圧出力はそれぞれ  $0 \sim \pm 1, 2, 3$  V である。低域ろ波器の遮断周波数は 0.1, 0.5, 1, 10, 30 Hz の5段切換にしている。Fig. 10 はこの流速計により、びわ湖疏水において  $u$  成分の測定を行った記録の一部分である。

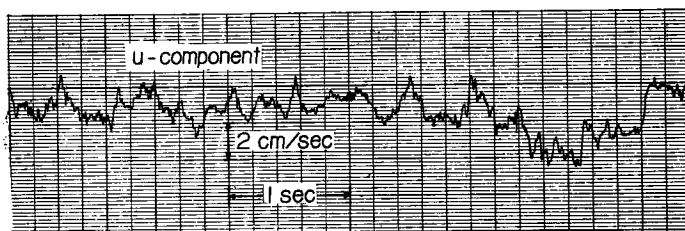


Fig. 10. Part of record measured by the ultrasonic flowmeter.

#### 参 考 文 献

- 1) Lumley, J. L. and H. A. Panofsky : The Structure of Atmospheric Turbulence. (1964), Interscience.
- 2) 石原安雄, 余越正一郎, 上野鉄男 : 河川におけるレイノルズ応力の測定, 昭42土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, (1967), 133.
- 3) Grant, H. L., R. W. Stewart and A. Moilliet : Turbulence spectra from a tidal channel, J. Fluid Mech., **12**, (1962), 241.
- 4) 余越正一郎 : 河川の大規模乱れ, 京大防災研年報 10B, (1967), 199.
- 5) Yokosi, S. : The structure of river turbulence. Bull. DPRI, **17**, (1967), Part 2, 1.
- 6) 余越正一郎, 角屋 陸 : Hot-film 乱流計, 昭39農土学会講演要旨 (1964), 169.
- 7) Kolmogorov, A. N. : Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence. DAN, **32**, (1941), No.1, 19.
- 8) Yaglom, A. M. : The influence of fluctuations in energy dissipation on the shape of turbulence characteristics in the inertial interval. DAN, **166**, (1966), No.1, 49.
- 9) Rudiš, M. and R. Smutek : Relations between turbulence characteristics and the hydraulic parameter of the shear flow. Acta technica ČSAV, **11**, (1966), 310.
- 10) 余越正一郎 : びわ湖疏水における乱れの観測, 京大防災研年報 9, (1966), 513.
- 11) Obukhov, A. M. : Characteristics of the microstructure of the wind in the near-ground layer of the atmosphere. Izv. Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser. No.3 (1951), 49.
- 12) Pond, S., S. D. Smith, P. F. Hamblin and R. W. Burling : Spectra of velocity and temperature fluctuations in the atmospheric boundary layer over the sea. J. Atmosph. Sci. **23**, (1966), 376.
- 13) Stewart, R. W. : Reconciliation of the available experimental data concerning the spectrum and asymmetry of locally isotropic turbulence. DAN, **152**, (1963), No.2, 324.
- 14) Gurvich, A. S. : A measurement of the asymmetry coefficient of the velocity-difference distribution in the ground layer of the atmosphere. DAN, **134** (1960), No.5, 1073.
- 15) 石原安雄, 余越正一郎 : 超音波流速計による河川乱流の測定, 第11回水理講演会講演集 (1967), 53.
- 16) Ishihara, Y. and S. Yokosi : The spectra of turbulence in a river flow. Proc. 12th Cong. IAHR, (1967), Vol. 2, 290.

- 17) Kraichnan, R. H.: Isotropic turbulence and inertial-range structure. *Phys. Fluids*, **9**, (1966), 1728.
- 18) Orszag, S. A.: Approximate calculation of the Kolmogorov-Obukhov constant. *Phys. Fluids*, **10**, (1967), 454.
- 19) Neumann, J.: On the spectrum of isotropic turbulence. *Phys. Fluids*, **10**, (1967), S