

有限振幅重複波に関する基礎的研究 (2)

—せつ動解の適合性に関する実験—

土屋 義人・山口 正隆

BASIC STUDIES ON THE FINITE AMPLITUDE
STANDING WAVES (2)—Experiments on Validity of Approximate
Solutions by the Perturbation Method—

By Yoshito TSUCHIYA and Masataka YAMAGUCHI

Synopsis

In order to clarify the limiting condition for validity of the finite amplitude standing wave theories, some experiments on the finite amplitude standing waves including progressive waves were carried out within the range of $6 \leq T \sqrt{g/h} \leq 18$ in which T is the wave period, h the depth of water and g the acceleration of gravity. A diagram of the limiting condition for application of both the standing and progressive wave theories is proposed within the range of experiments, by comparing the theoretical results with experimental ones for the wave pressure, wave crest heights above still water level and wave profiles of standing waves and for the wave crest heights, wave velocities and wave profiles of progressive waves.

1. 緒 言

第1報において述べたように、せつ動法を用いて求めた有限振幅重複波理論には、ある適用限界が存在することがわかったが、一方 Dean¹⁾ は微小振幅波、Stokes 波、孤立波およびクノイド波のそれぞれに対する境界条件の適合性を第1報で述べた基準に従って検討を行ない、 $T \sqrt{g/h}$ の値の大きいところで微小振幅波理論が最適性を示す範囲が存在することを見つけた。ここに、 T : 波の周期、 h : 水深および g : 重力の加速度である。しかしながら、現在までの多くの研究に照らしあわせてみれば明らかなように、Dean の結果は妥当であるとはいいがたく、このことは境界条件の適合性が十分でなくとも、ある程度物理現象を説明しようという現在の有限振幅波理論の欠陥を示しているだけである。また、境界条件の適合性の基準も絶対的なものではなく、相対的なものである。したがって、これらの理論の妥当性を検討し、その適用限界を明らかにするためには、あくまで実験によって理論結果を検証しなければならない。それゆえ、ここでは重複波の波圧特性を中心とした実験を $6 \leq T \sqrt{g/h} \leq 18$ の範囲で行ない、波圧の時間的变化とともに、壁面での水位の時間的变化ならびに進行波の水位の時間的变化を記録させ、重複波の場合には壁面での水位変化、平均水面上の波の峯高および波圧を、また進行波の場合には水位変化、平均水面上の波の峯高および波速などを求め、それぞれの理論結果と比較検討した結果について述べたい。なお、本研究では実験装置の制約上、すべての実験は $h/H > 2.5$ の範囲に限られた。

2. 実験装置および実験方法

実験に用いた水槽は、Fig. 1 に示す宇治川水理実験所にある幅 50 cm、深さ 65 cm、長さ 63 m の波浪実験水槽で、造波機は鉄製の枠の上のレールを造波板付きの台車が往復運動をするピストン型のものである。そして、この水槽の造波板のある端部から 39.5 m のところに鉄製のケーソンを据え付けて波の反射により重複波を形成させた。

実験は $T\sqrt{g/h}$ の値が一定になるように周期と水深を固定し、波高を変化させるようにした。実験波の特性は Table 1 に示す。

(1) 重複波の水位ならびに波圧の時間的变化

重複波の水位ならびに波圧の時間的变化は、ケーソンにはほぼ密着するように取り付けた電気抵抗線式波高

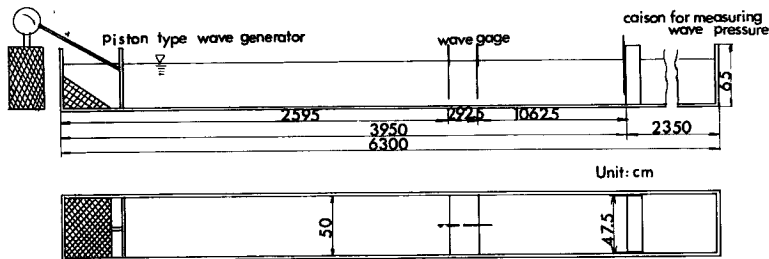


Fig. 1 Schematic sketch of wave water tank used.

Table 1 Wave characteristics and water depth used in experiments.

$T\sqrt{g/h}$	Wave period	Water depth	Height of progressive waves	Amplitude of standing waves
	$T(\text{sec})$	$h(\text{cm})$	$H(\text{cm})$	$H(\text{cm})$
6	0.96	25.0	9.05~5.01	8.54~2.05
	0.86	20.0		6.72~3.18
8	1.14	20.0	7.75~1.67	6.70~1.45
	1.28	25.0		7.11~2.97
	1.07	17.5		5.80~4.30
10	1.43	20.0	8.58~1.57	7.28~1.42
	1.60	25.0		8.36~3.05
	1.34	17.5		4.97~3.00
12	1.60	17.5	6.57~1.30	5.49~1.01
	1.71	20.0		5.93~2.98
	1.49	15.0		4.34~1.52
14	1.73	15.0	6.50~1.43	4.75~1.23
	2.00	20.0		6.08~1.84
16	1.98	15.0	6.94~2.87	4.69~1.01
	1.81	12.5		2.61~2.44
18	2.03	12.5	5.02~0.94	4.35~1.03
	1.82	10.0		2.31~0.73

計とケーソンに適当な間隔で取り付けられた5つの波圧計で取りだし、前者はペン書きオシログラフに、後者はビジグラフに記録させた。得られた記録からまだ十分に発達していない波および造波板による再反射の入った波を除いた波のうち4～5波の平均を行なって、重複波の平均水面上の波の峯高および波の峯または谷がきたときの各測定点での波圧強度を求めた。さらに水位および波圧の時間的変化は上記の目的のために選んだ記録のうちから1波を取りだして使用した。

(2) 進行波の水位の時間的変化ならびに波速

ケーソンの前面約11mに2.93mの間隔で据え付けた2本の電気抵抗線式波高計により、進行波の水位の時間的変化を前述のペン書きオシログラフに記録させ、得られた記録から前述した場合に対応するように実験波を選んだ。そして、各波の峯の距離を読み取り、波が2つの波高計の間を進むに要する時間を求めて波速を算出した。このときの波高なびに平均水面上の波の峯高は、2本の波高計で得られた結果で造波機に近い方のものを用いて求めた。また、水位の時間的変化は得られた記録から1波を取りだして使用した。

3. 実験結果と理論結果との比較

(1) 重複波の場合

a) 静水面上の波の峯高：Fig. 2は $T\sqrt{g/h}$ の値が6～18の場合について、 h/H と η_0/H との関係を図示して、第1報において述べた重複波の近似解と比較したものである。図中の一点鎖線は第4次近似解、実線は第3次近似解および二点鎖線は第2次近似解を示し、また黒丸は Penny および Price の criterion より求めた碎波限界を示す。また、第1次近似解は波形が上下対称であるので、 $\eta_0/H=1$ となり、これら図には示していない。

これらの結果から、つぎのことがいえる。

(i) $T\sqrt{g/h}=6$ および8の場合には、実験値は理論値より若干小さくでている。この原因の1つとして、壁面における波高計の設置の位置が壁面より約0.5cm離れていたことが考えられるが、これを換算し

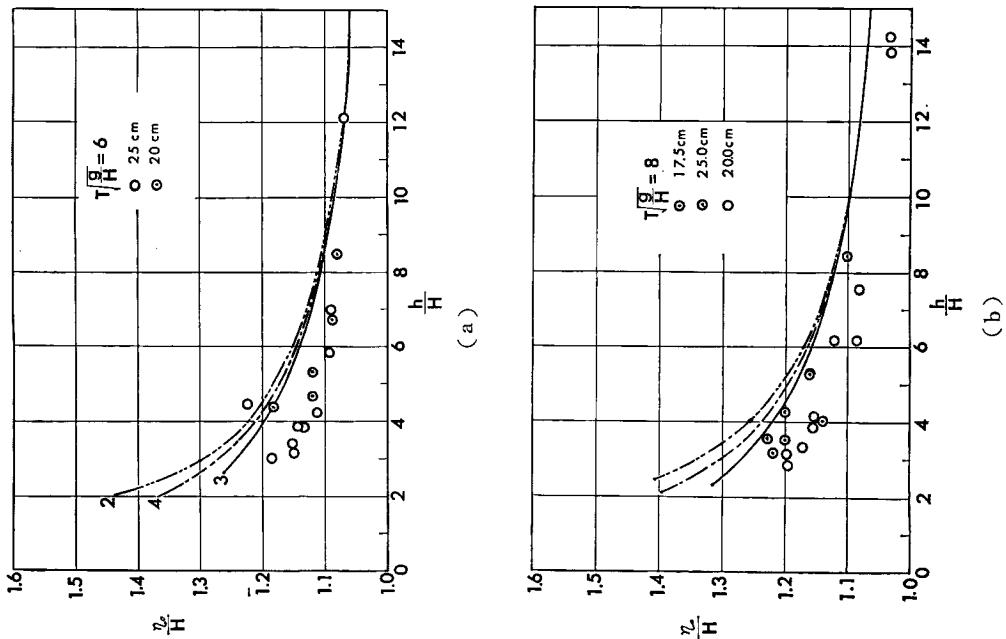


Fig. 2 Comparison between theoretical curves of wave crest height above still water level and experimental values.

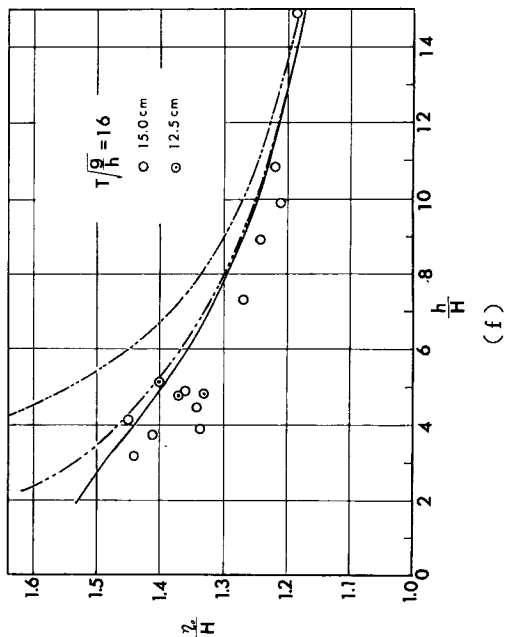
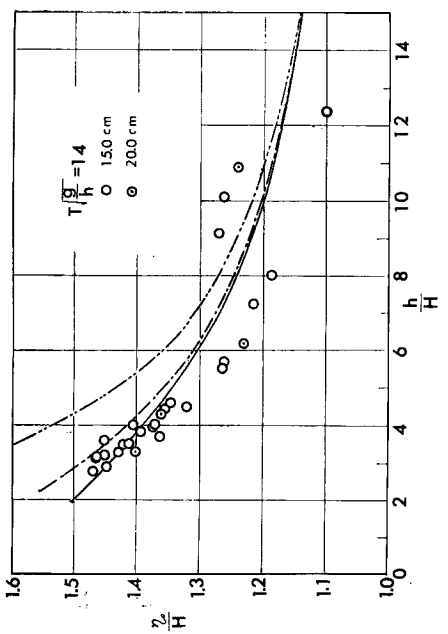
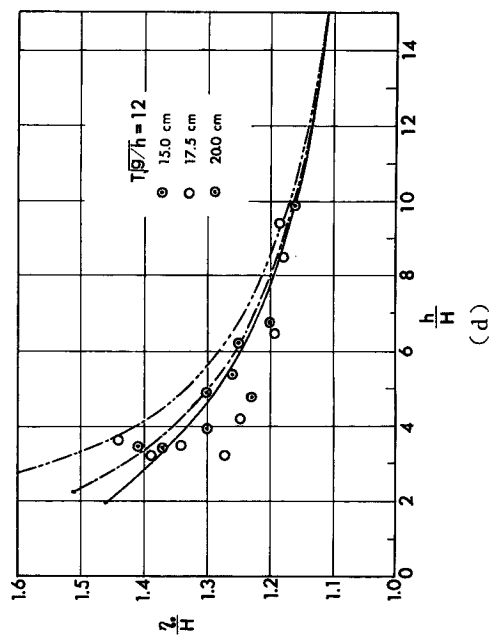
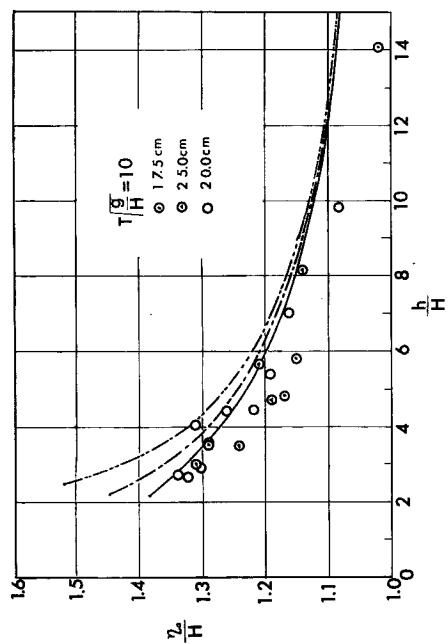


Fig. 2 Comparison between theoretical curves of wave crest height above still water level and experimental values.

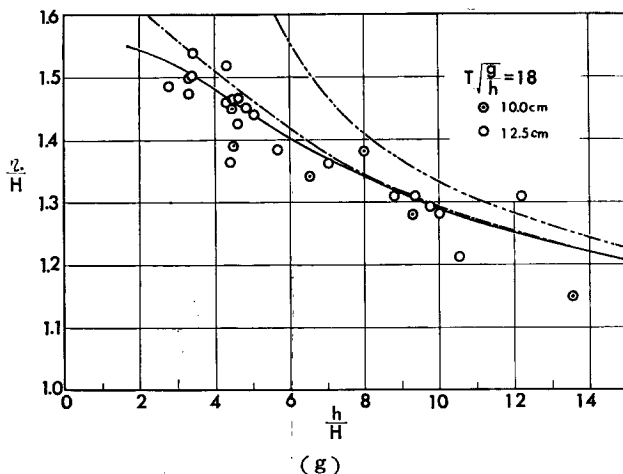


Fig. 2 Comparison between theoretical curves of wave crest height above still water level and experimental values.

でもわずかであり、上記の傾向の説明に十分でないことがわかった。また、他の原因としては、ペン書きオシログラフによる記録のセンターのずれが考えられるが、これは明らかでない。

(ii) $T\sqrt{g/h}=10, 12, 14, 16$ および 18 の場合には、実験値は第3次近似解あるいは第4次近似解と比較的よく一致している。しかし、第2次近似解では h/H の値が小さくなると、実験値とのずれが大きくなる。そして、 $T\sqrt{g/h}$ の値が大きくなるほど、その傾向は著しい。

(iii) 全体的にみて、高次級数解は有限振幅の効果をよく説明している。また、第3次近似解はむしろ第4次近似解より適合性がよいようにみえるが、その差が大きくなる碎波条件近くの h/H の値の小さい資料がないので、このことは早計に判定することはできない。

b) 鉛直同時波圧分布：Fig. 3 は、波の峯がきたときの同時波圧 $p/\rho gH$ の無次元量の鉛直分布を示したものである。

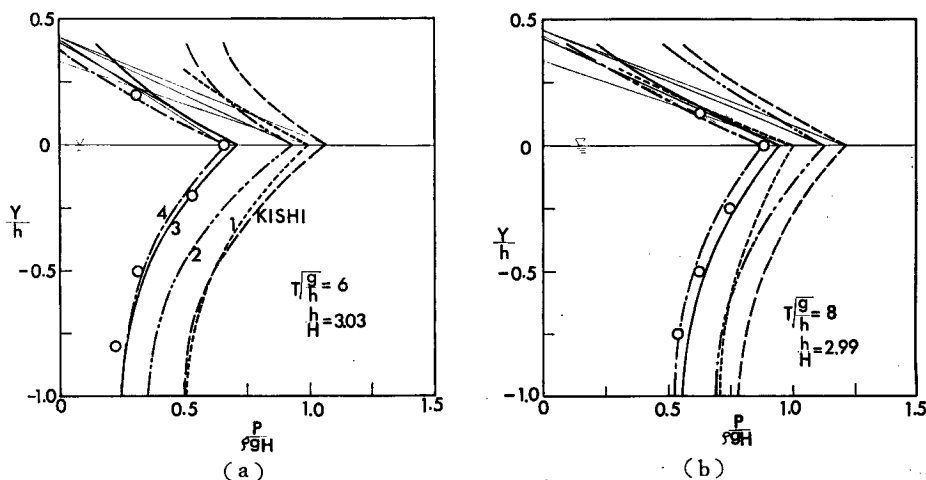


Fig. 3 Comparison between theoretical curves of vertical distribution of pressure on wall at wave crest and experimental values.

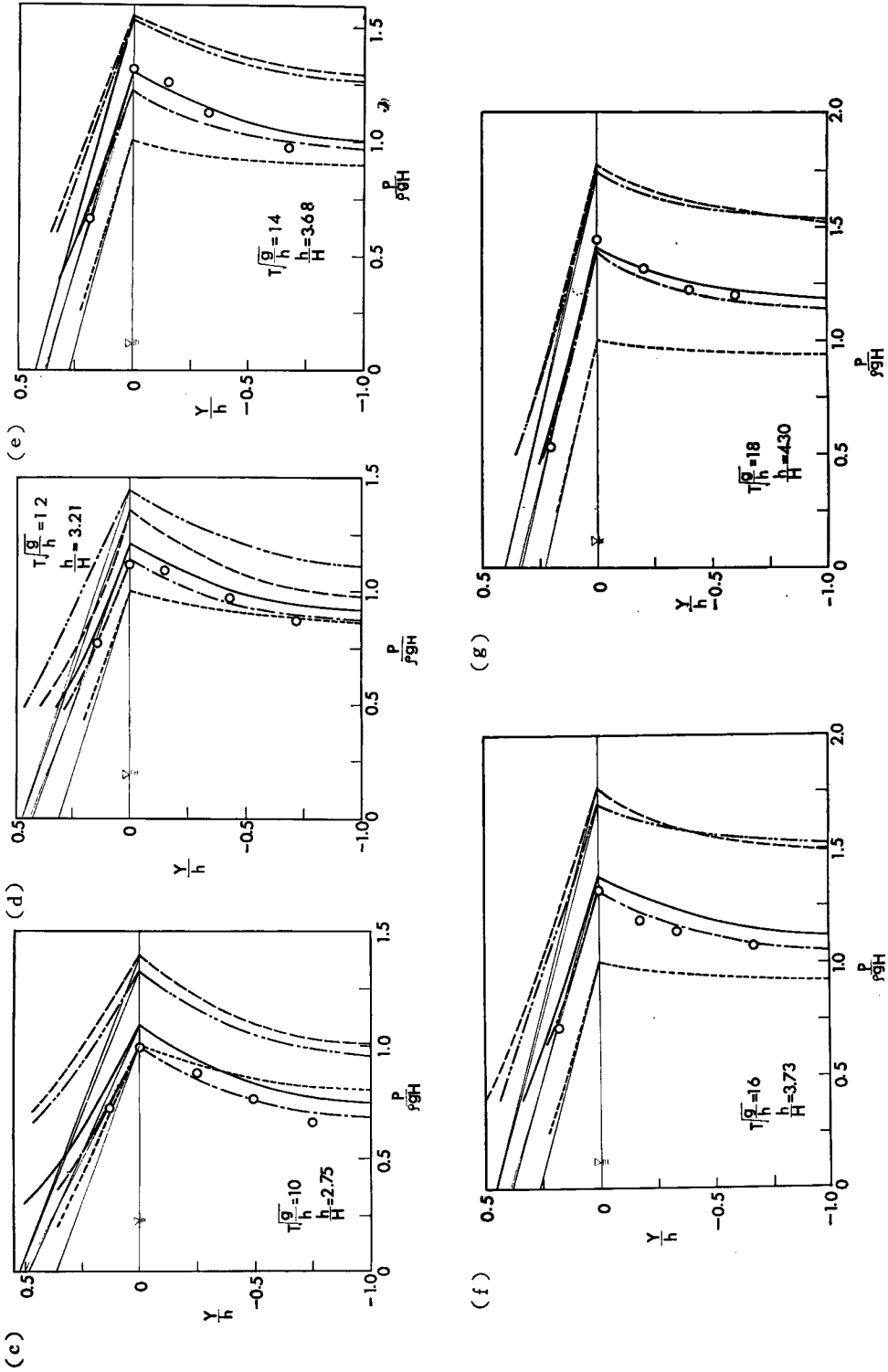


Fig. 3 Comparison between theoretical curves of vertical distribution of pressure on wall at wave crest and experimental values.

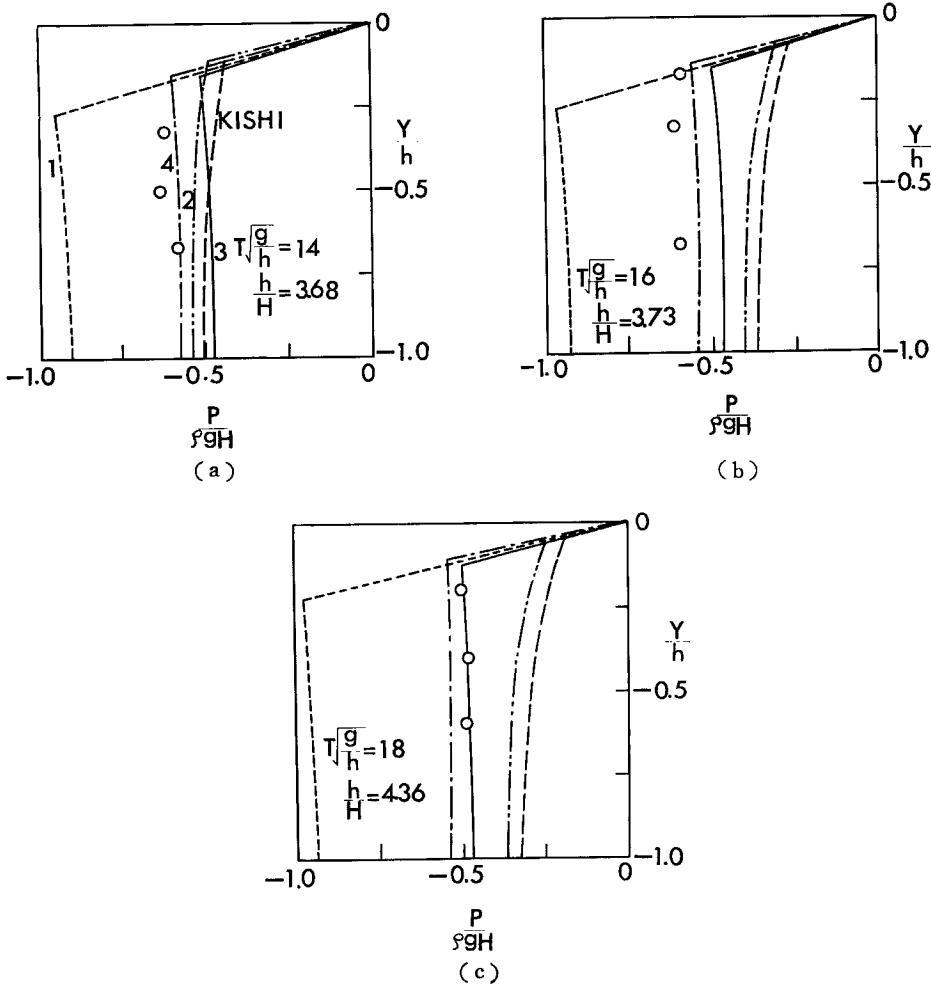


Fig. 4 Comparison between theoretical curves of vertical distribution of pressure on wall at wave trough and experimental values.

また、Fig. 4 は波の谷がきたときの同時波圧分布を示すものである。

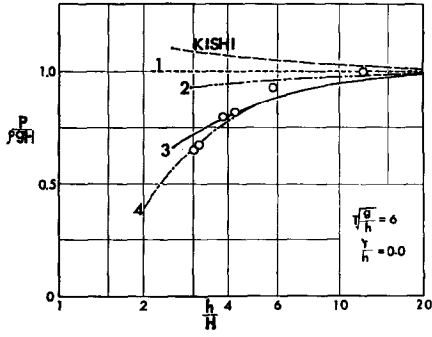
重複波の波圧はよく知られているように、波形こう配が大きくなると、双峯型の波圧があらわれるので、一般に最大鉛直同時波圧分布は、波の峯での鉛直同時波圧分布とは一致しない。鉛直同時波圧分布を論ずる場合、最大鉛直同時波圧分布をみつかる方が好ましいが、最大鉛直同時波圧分布の発生する時間は、この双峯性のため、波の特性の変化に応じて変わり、これを議論することは非常に努力を要し、またその結果の精度も十分保証しにくいので、ここでは波の峯での鉛直同時波圧分布を議論するものとする。図中の破線は、岸の第2次近似解を示し、他はa)の場合と同じである。さて、これらの有限振幅重複理論はいわゆる近似理論であるから、いずれも水面において圧力条件が満たされておらず、残差項が発生する。合田²⁾は実用のため、この残差項を補正する方法を提案しているが、ここでは波動論の妥当性を検討する意味から、そういった補正を行わず、静水面上では静水圧分布をするものとして、各理論解の水位最大の点と静水面での $p/\rho gH$ の値とを細線で結んだ。また、第1報で述べた岸の解を採用する場合には、水深および Bernoulli の定数 $\chi'(t)$ の決定が問題になるが、まず前者に対しては、微小量を省略することにより、 kd はそのまま

kh におきかえられるので、第2近似解に対する岸³⁾の解と同じ形になる。後者に対しては、便宜的に

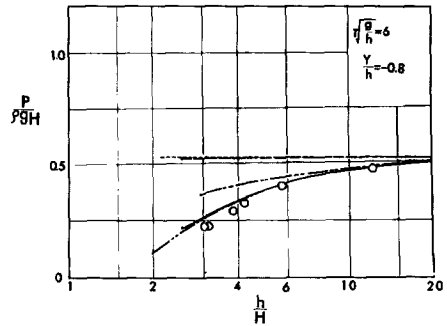
$$\chi(t) = -\left(\frac{1}{2}\right)k_0 H_0^2 \sin^2 \sigma t \dots\dots\dots(1)$$

を用いた。ここに、 $k_0 = 2\pi/L_0$ 、 L_0 ：沖波波長、 H_0 ：沖波の波高であり、 L および H との関係は第2次近似解では、それぞれ次式で与えられる。

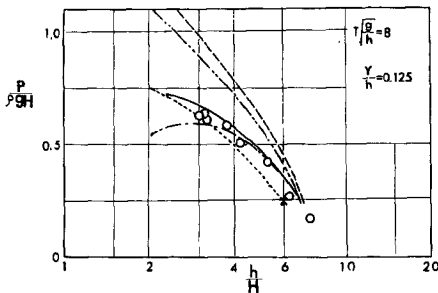
$$L_0 = L \coth kh \dots\dots\dots(2)$$



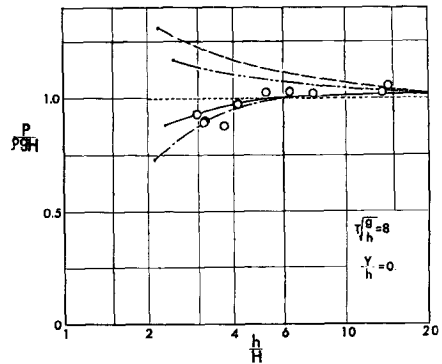
(a) -1



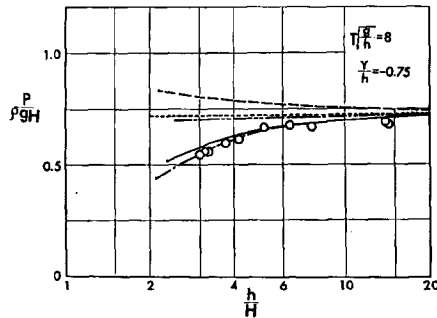
(a) -2



(b) -1



(b) -2



(b) -3

Fig. 5 Comparison between theoretical curves of pressure at a point on wall, at wave crest, and experimental values.

$$H_0 = H \sqrt{\tanh kh \left\{ 1 + \left(\frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \right\}} \dots\dots\dots (3)$$

Fig. 3 に示される実験値と理論値との比較よりつぎのことが明らかになる。

(i) 実験値は近似度の低い第2次近似解よりかなり小さくでており、このように h/H の値が小さく、したがって波形こう配の大きい場合には、第2次近似解は使用に適さない。

(ii) 実験値は全体的に第3次近似解および第4次近似解とよく一致しているが、どちらかといえば第4次近似解の方に近い。また、第1次近似解は有限振幅の効果が入っていないので、現象を十分説明できず、

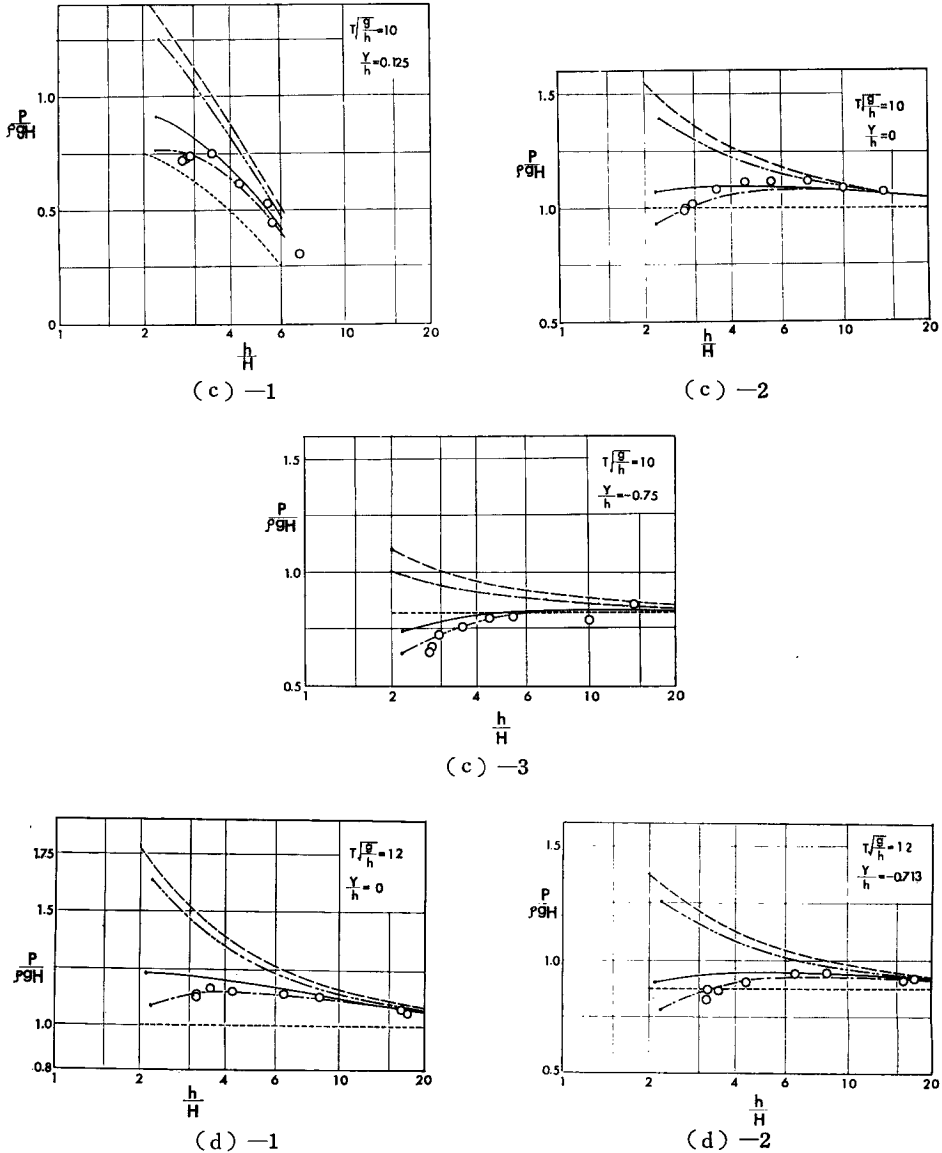


Fig. 5 Comparison between theoretical curves of pressure at a point on wall, at wave crest, and experimental values.

$T\sqrt{g/h} \leq 10$ では、一般に実験値より大きめに、 $T\sqrt{g/h} \geq 12$ では小さめになり、適合性が劣る。また、Fig. 4 から明らかのように、波形こう配のかなり大きい場合には、第1次近似解および岸の第2次近似解を含めて、第2次近似解では他の高次近似解にくらべて、その適合性がかなり劣る。

つぎに、各測定点での $p/\rho g H$ と h/H との関係を示したのが Fig. 5 および 6 である。Fig. 5 は波の峯での波圧強度を示し、また Fig. 6 は波の谷での波圧強度である。

Fig. 5 および 6 から、つぎのことがいえる。

(i) $T\sqrt{g/h} = 6$ および 8 の場合には、第4次近似解が、ついで第3次近似解が実験値とよくあっているが、この実験の範囲では、第4次近似解と第3次近似解との差がそれほど小さくなく、むしろ計算の複雑

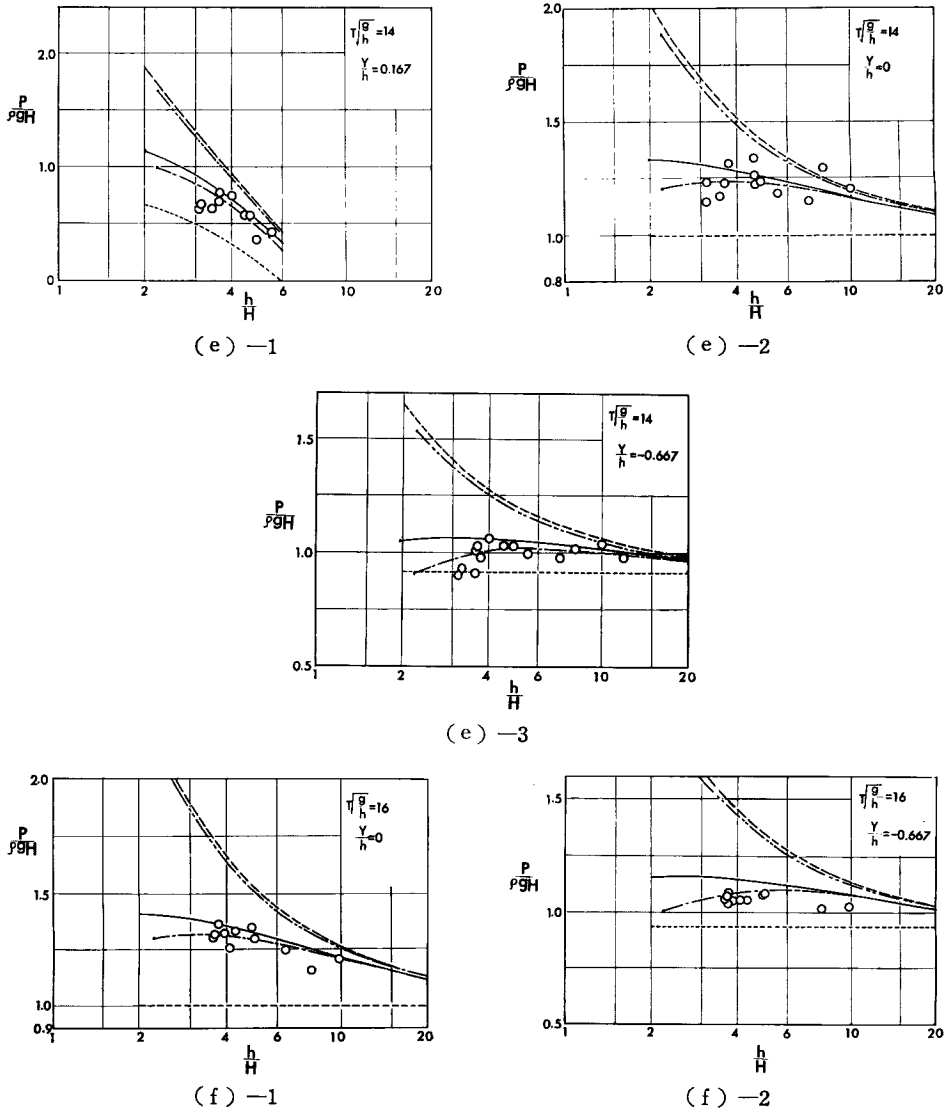


Fig. 5 Comparison between theoretical curves of pressure at a point on wall, at wave crest, and experimental values.

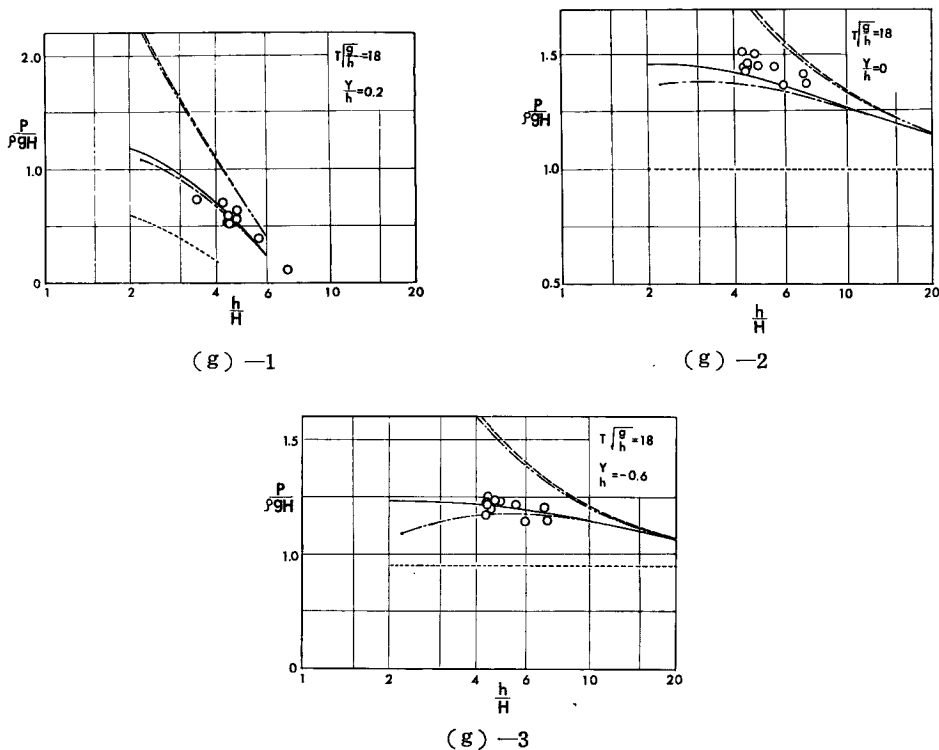


Fig. 5 Comparison between theoretical curves of pressure at a point on wall, at wave crest, and experimental values.

さを考えれば、第3次近似解で十分であろう。

(ii) $T\sqrt{g/h} = 10, 12, 14$ および 16 の場合には、 h/H の値が比較的大きい範囲では、第3次近似解および第4次近似解の両方とも十分適合性があるが、 h/H の値が小さくなるにつれて、実験値は第4次近似解に近づく。したがって、波形こう配が大きくなると、明らかに第4次近似解の方が適合性がよい。

(iii) さらに $T\sqrt{g/h}$ の値の大きい $T\sqrt{g/h} = 18$ の場合には、 h/H の値の小さい資料がないので明らかでないが、実験値は第4次近似解より第3次近似解に近いようにみえる。

(iv) 第2次近似解は h/H の値がかなり大きい場合には、実験値と比較的によく一致するが、反対に小さくなると、ほとんど一致せず、しかも $T\sqrt{g/h}$ の値が大きくなるにつれて、実験値と比較的一致する h/H の限界の値が大きくなり、 h/H の値の小さいところでは適合性が非常に悪い。また、第1次近似解も有限振幅の効果が入っていないため、一般に実験値とあわず適合性が劣る。

(v) 波の谷での波圧強度は、全体的に第4次近似解が、ついで第3次近似解が実験値とよく一致する。

c) 水位および波圧の時間的変化：壁面での水位および波圧の時間的変化を示したものが Fig. 7 であるが、図中の理論曲線の区別は a) の場合と同じものとする。

この場合も前述の場合と同様に、第4次近似解および第3次近似解が実験値と比較的によく一致している。しかし、 $T\sqrt{g/h} = 16$ の場合のように、 h/L の値が小さくなると、両者とも波形にひずみがでるようになる。とくに、第3次近似解の場合には、その傾向が著しい。一方、第1次近似解および第2次近似解は、いずれも実験値とかなり離れており、一般に適合性が劣る。ここで注意を要することは、 $T\sqrt{g/h}$ の値が大きくなる程度になると、水位および波圧の時間的変化の波形が実験値とあわなくなることである。このことは、

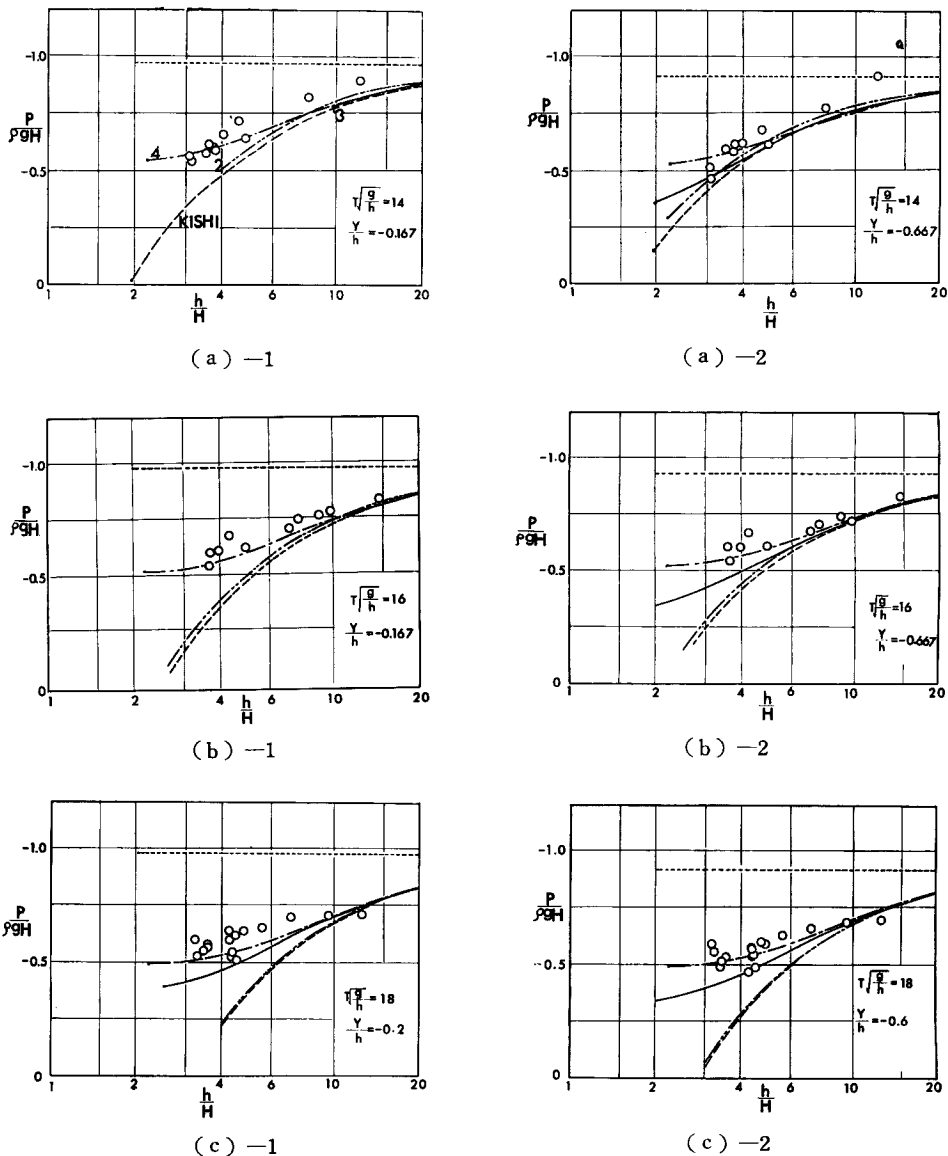


Fig. 6 Comparison between theoretical curves of pressure at a point on wall, at wave trough and experimental values.

合田の実験²⁾についてもうかがえるものであって、これが有限振幅重複波の理論解の適用限界を定める1つの手がかりになるものと思われる。

(2) 進行波の場合

せつ動法による重複波理論の妥当性ならびに適用限界を論ずる場合には、同様なせつ動法による進行波理論との関係において問題を把握することも、1つのアプローチの方法と思われるので、実験より得られた記録と微小振幅波および有限振幅進行波理論である Stokes 波の第3次近似解、第5次近似解およびクノイド波の第2次近似解との比較を、水位の時間的変化、平均水面上の波の峯高および波速について行なった。

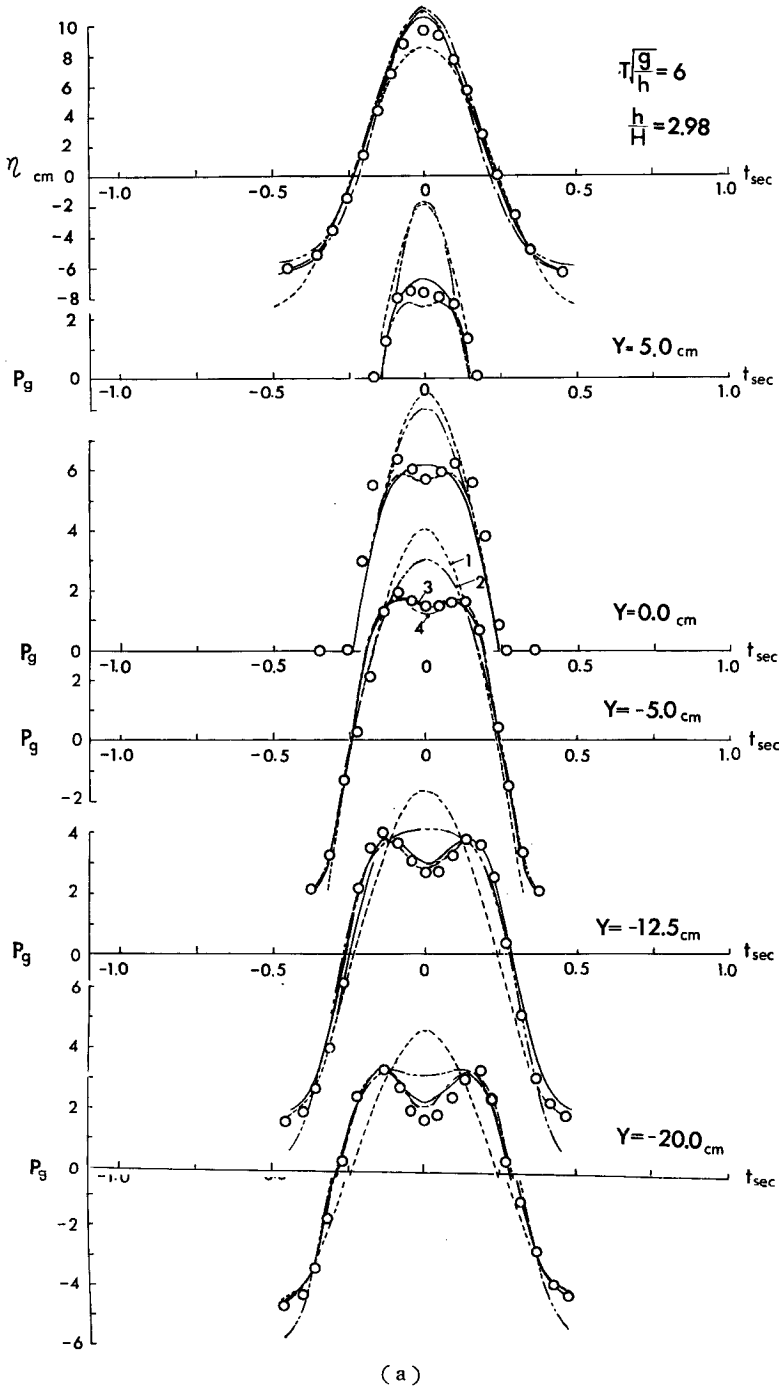


Fig. 7 Comparison between theoretical time variations in water level at wall and wave pressure on wall and experimental values.

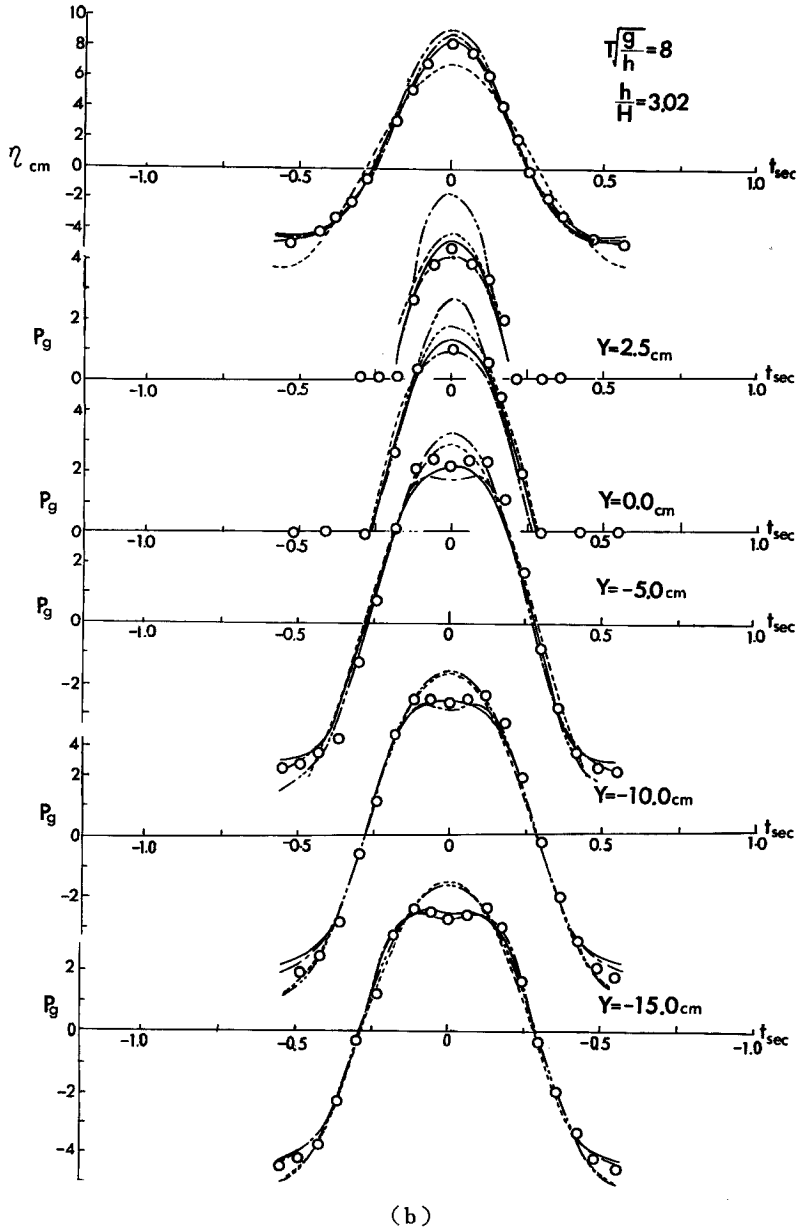
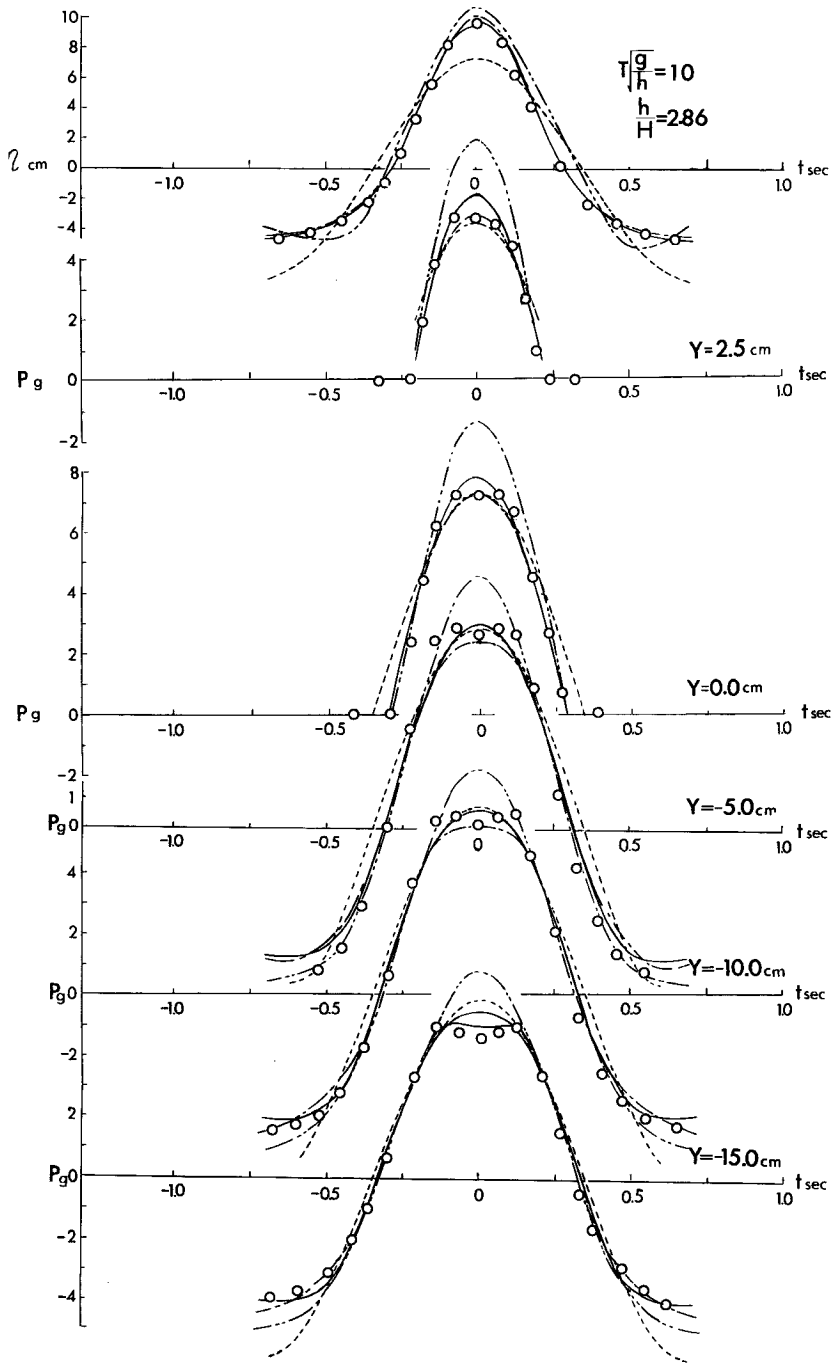
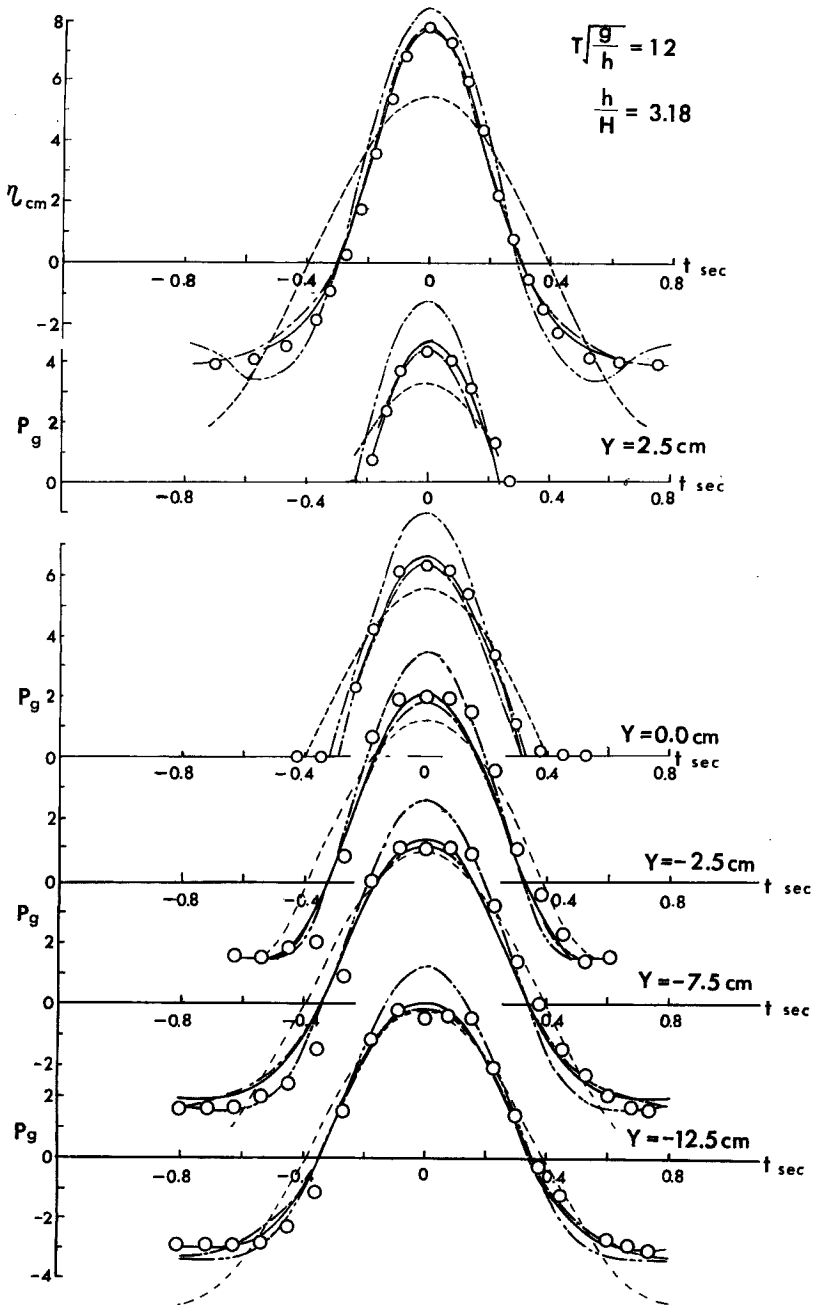


Fig. 7 Comparison between theoretical time variations in water level at wall and wave pressure on wall and experimental values.



(c)

Fig. 7 Comparison between theoretical time variations in water level at wall and wave pressure on wall and experimental values.



(d)

Fig. 7 Comparison between theoretical time variations in water level at wall and wave pressure on wall and experimental values.

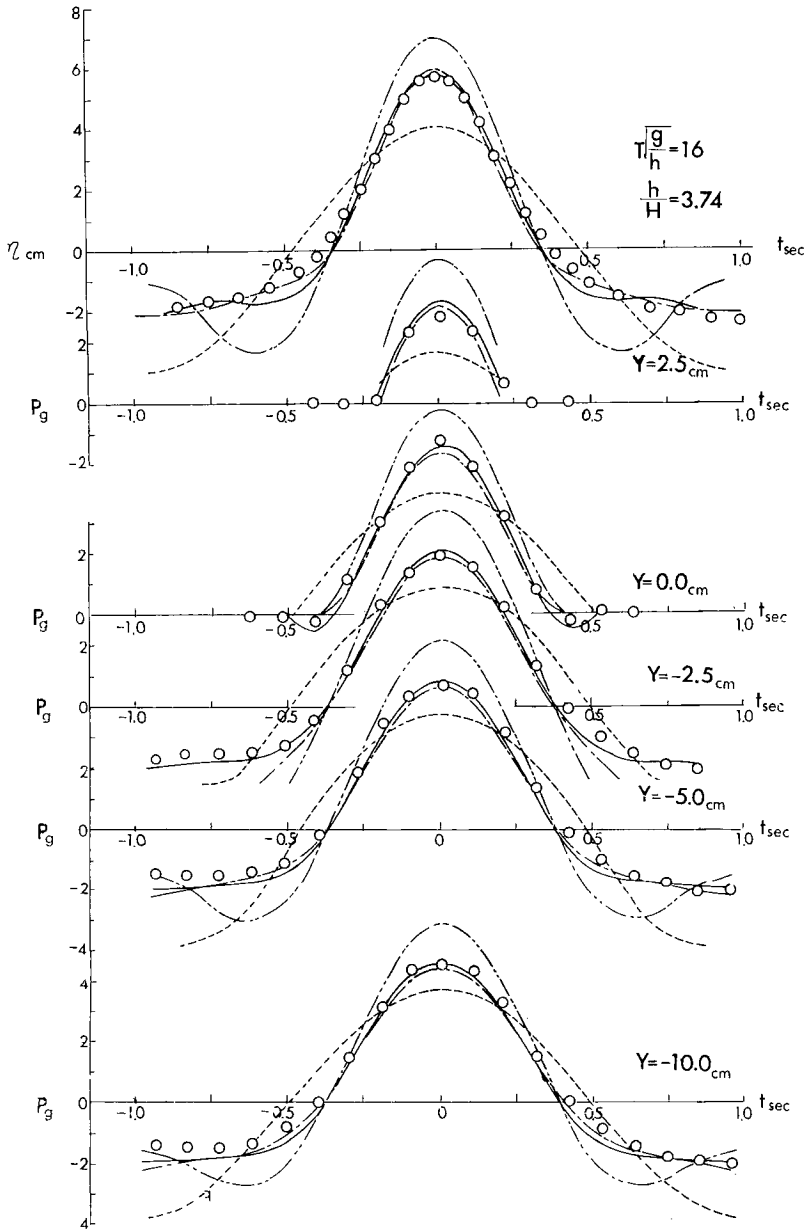
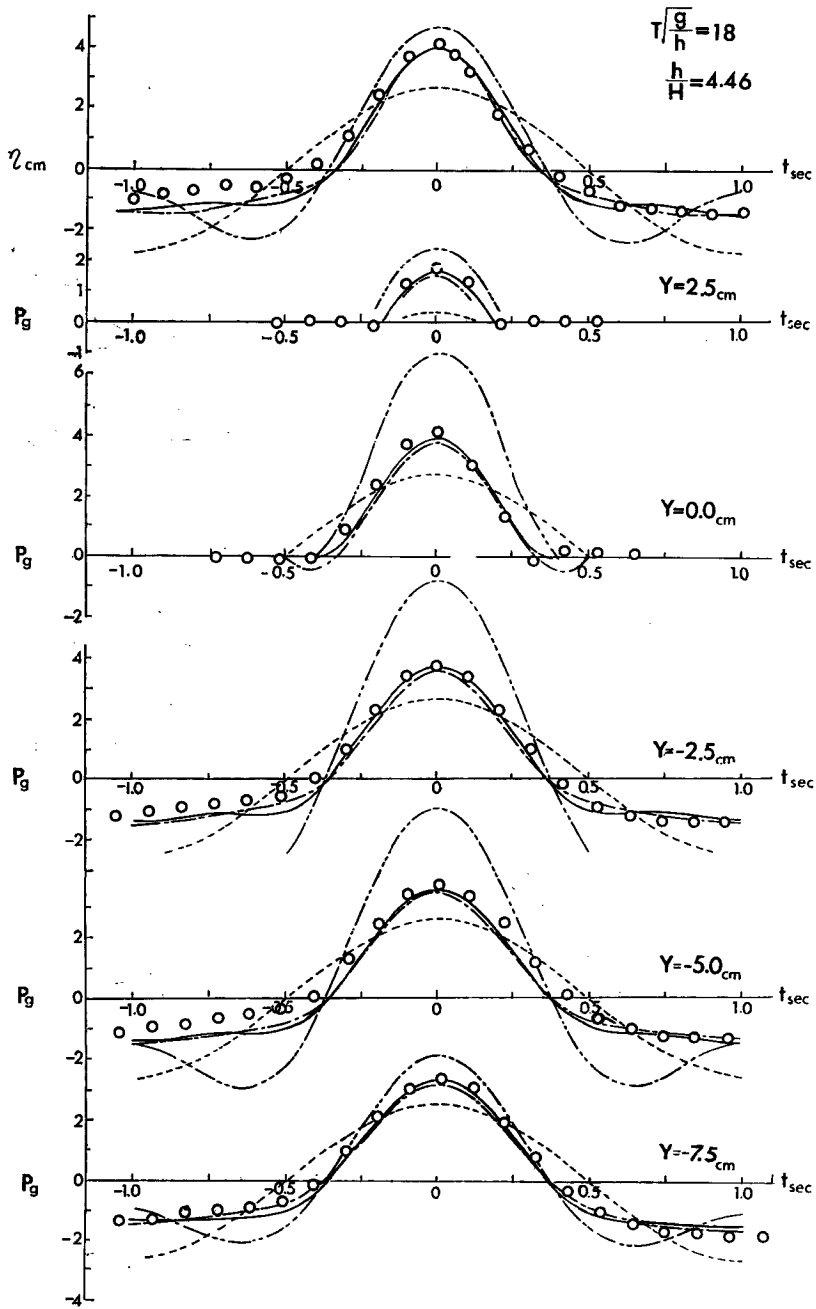


Fig. 7 Comparison between theoretical time variations in water level at wall and wave pressure on wall and experimental values.



(f)

Fig. 7 Comparison between theoretical time variations in water level at wall and wave pressure on wall and experimental values.

Laitone⁴⁾ のクノイド波の第2近似解によれば、波形に対して、

$$\eta/h_t = (H/h_t)cn^2(2Kx/L, \kappa) - (3/4)(H/h_t)^2cn^2(2Kx/L, \kappa)\{1 - cn^2(2Kx/L, \kappa)\} \dots (4)$$

であり、波速に対しては、

$$c/\sqrt{gh_t} = 1 + (H/h_t)(1/\kappa^2)(1/2 - E/K) + (H/h_t)^2(1/\kappa^4)[(E/K)\{E/K + (3/4)\kappa^2 - 1\} - (\kappa^4 + 14\kappa^2 - 9)/40] \dots (5)$$

であらわされ、また平均水面上の波の峯高は、

$$\eta_0/H = 1 - (1/\kappa^2)(E/K + \kappa^2 - 1) - (H/h_t)(1/12\kappa^4)\{8 - 11\kappa^2 + 3\kappa^4 - (8 - 7\kappa^2)(E/K)\} \dots (6)$$

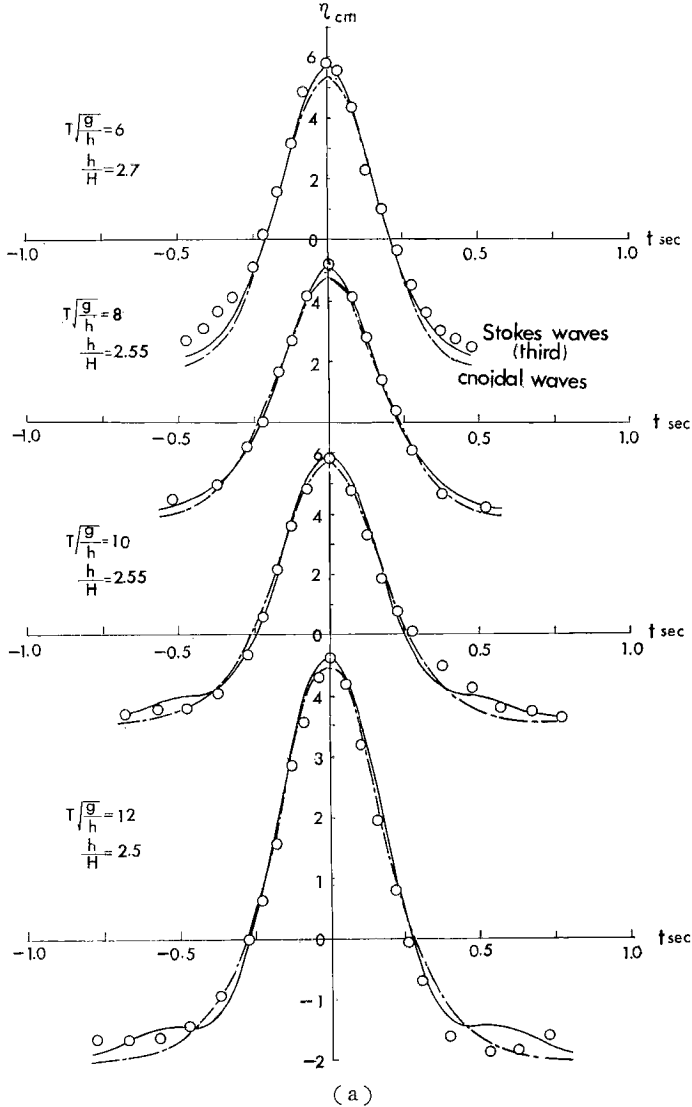


Fig. 8 Comparison between theoretical wave profiles of Stokes and cnoidal waves and experimental ones at fixed point.

であり、波長は次式で与えられる。

$$L/h_i = \{4\pi K / (3H/h_i)\sqrt{2}\} [1 - \{(7\kappa^2 - 2) / 8\kappa^2\} (H/h_i)]^{-1} \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 h_i : 波の谷からの水深、 cn : Jacobi のだ円関数、 K および E : それぞれ第1種完全だ円積分および第2種完全だ円積分および κ : だ円関数の母数、である。これらの式を計算する場合には、 h 、 H および T を与え、 K および E を Theta 関数に展開して κ を求め、ついで cn 関数を計算し、波の各種の特性を算出するか、あるいは岩垣^{5),6)}によって示された図表を用いばよい。

a) 水位の時間的变化 : Fig. 8 は実験より得られた進行波の1点における水位の時間的变化の測定値と Stokes 波の第3次近似解およびクノイド波の第2近似解との比較を行なったものである。図中の実線は

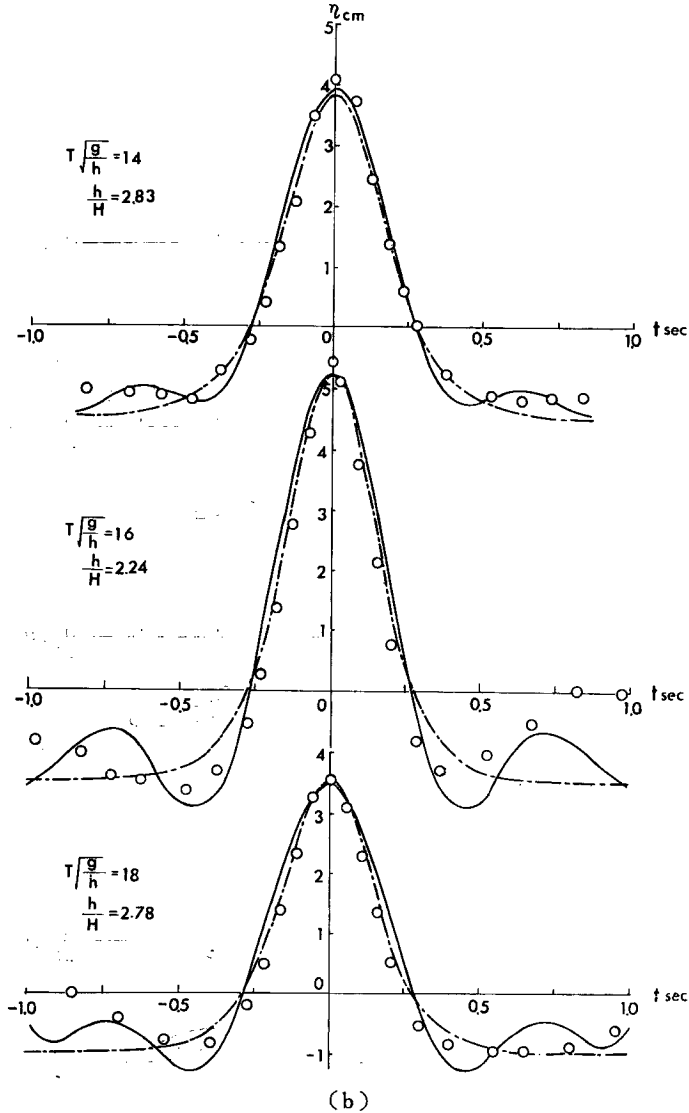


Fig. 8 Comparison between theoretical wave profiles of Stokes and cnoidal waves and experimental ones at fixed point.

Stokes 波の第3次近似解であり、また点線はクノイド波の第2近似解を示す。

これらの結果より、つぎのことがいえる。

(i) $T\sqrt{g/h}=6$ および 8 の場合のように、比較的 h/L の値の大きい場合には、クノイド波より Stokes 波の方が妥当性がある。

(ii) $T\sqrt{g/h}=10$ および 12 の場合には、 h/H の値が比較的小さいときでも、Stokes 波の方がクノイド波より適合性がよいと思われるが、Stokes 波には高次項の補正のききすぎのため、波形にひずみがでている。これはせつ動解の1つの欠陥を示すものであろう。

(iii) $T\sqrt{g/h}=14, 16$ および 18 の場合には、実験波形の谷の部分少し乱れているが、クノイド波より Stokes 波の方が実験値と一致しているようである。このことは岩垣ら⁷⁾の実験からもうかがえることである。

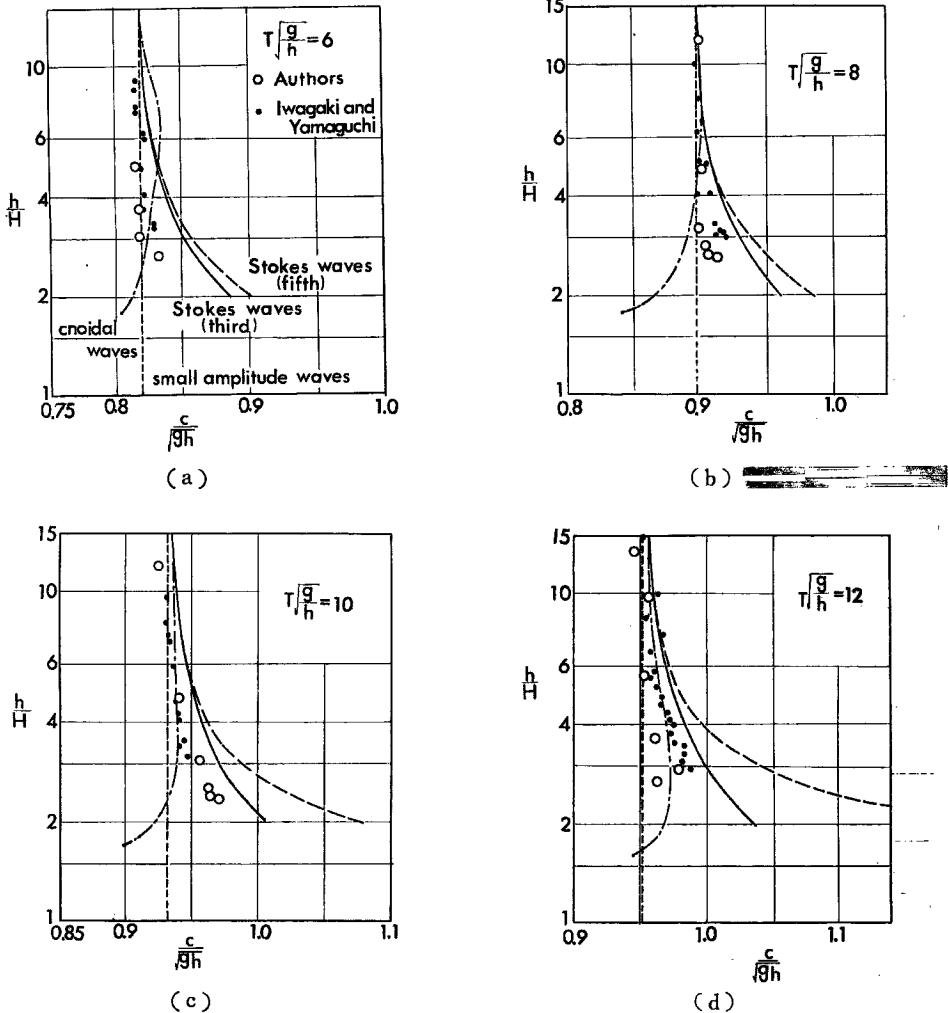


Fig. 9 Comparison between theoretical curves of wave velocity of progressive waves and experimental values.

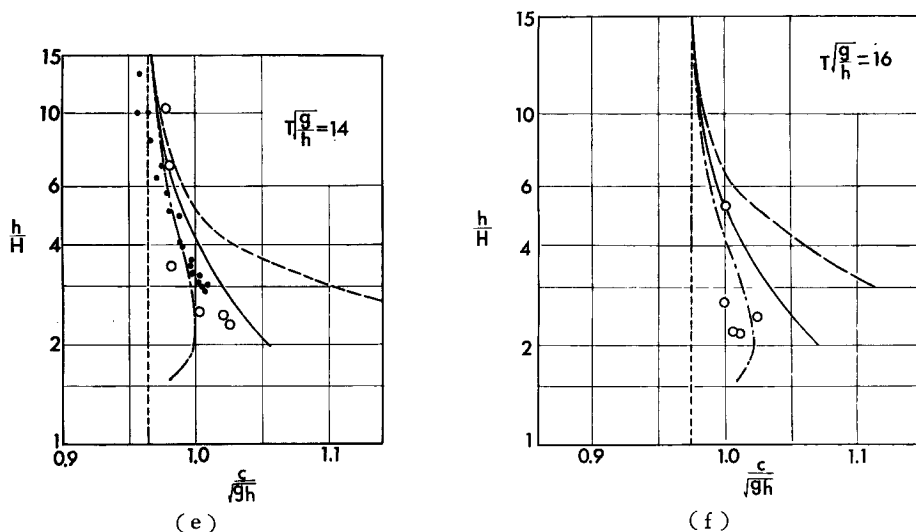


Fig. 9 Comparison between theoretical curves of wave velocity of progressive waves and experimental values.

b) 波速および平均水面上の波の峯高: Figs. 9 および 10 はそれぞれ実験より求めた波速および波の峯高の値とクノイド波および Stokes 波による理論曲線 (第 3 次近似解および第 5 次近似解) を示したものである。この場合, 比較のために図中には岩垣および著者の一人である山口ら⁹⁾による実験結果をも黒丸で図示してある。今回の著者らの実験結果は, 岩垣らのものに比較して若干相違する傾向がみられるが, この理由はいまのところ明らかではない。

Fig. 9 から, おおよそつぎのことがいえるだろう。

(i) $T\sqrt{g/h} = 6$ および 8 の場合には, h/H の値が大きいたときは微小振幅波とよく一致し, この値が小

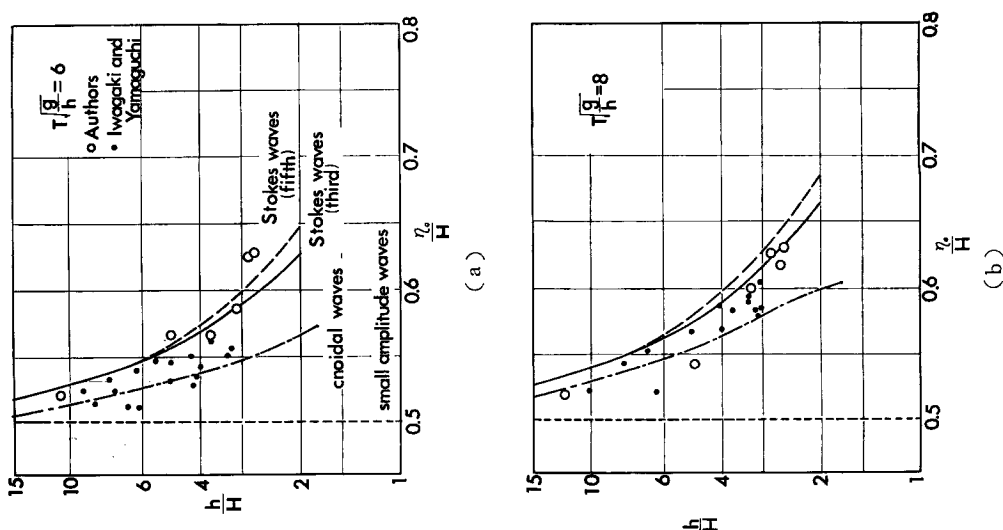


Fig. 10 Comparison between theoretical curves of wave crest height above still water level of progressive waves and experimental values.

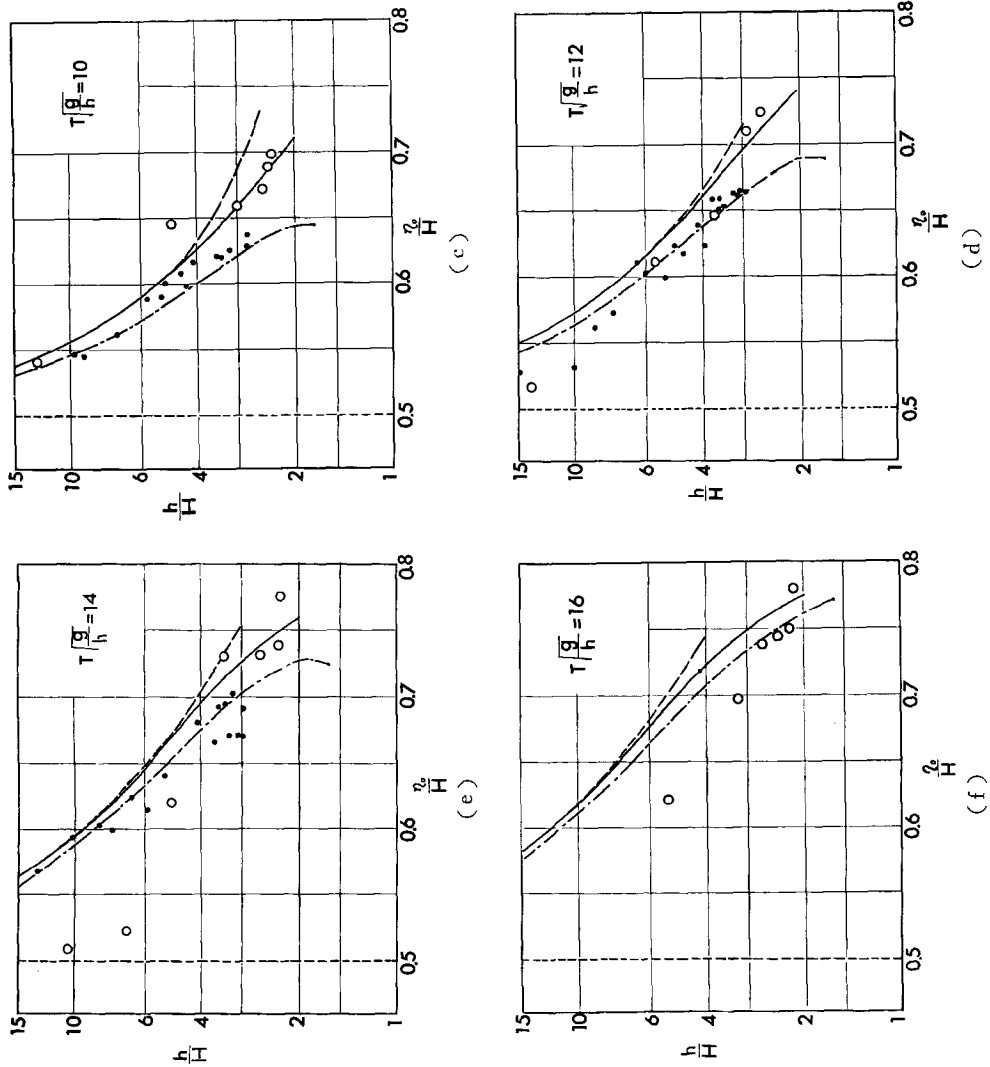


Fig. 10 Comparison between theoretical curves of wave crest height above still water level of progressive waves and experimental values.

さくなるにつれ、Stokes 波の第3次近似解と微小振幅波の間に実験値があらわれるようになる。

(ii) $T\sqrt{g/h}=10, 12$ および14の場合には、 h/H の値が比較的小さいときには、実験値はクノイド波と Stokes 波第3次近似解との間に図示される。

(iii) $T\sqrt{g/h}=16$ の場合には、著者の1人がすでに行なった実験と同様に、クノイド波の方が Stokes 波より適合性がよいように思われる。

(iv) Stokes 波の第5次近似解は、 h/H の値が小さくなると、実験値よりかなり大きくなっている。

また、平均水面上の波の峯高について実験値と理論曲線との比較を示した Fig. 10 から、 $T\sqrt{g/h}\leq 14$ の場合には Stokes 波の第3次近似解が、 $T\sqrt{g/h}=16$ の場合にはクノイド波が適合性がよいように思われる。一方、Stokes 波の第5次近似解は、全体的に実験値よりかなり大きな値を与えており、その傾向は h/H の

値が小さくなるほど著しい。

4. 有限振幅波理論の適用限界

すでに第1報において述べたように、有限振幅波理論の表面条件の誤差の相対的な大きさを比べることによって、級数解で表示した有限振幅波理論には適用限界が存在するが、その基準はあくまで相対的なものであるため、その適用限界を見出すためには詳細な実験を行わなければならないことを示し、前章においてそれらの適用限界を見出すための実験を行なって種々の観点から比較検討した。ここでは、これらの結果を考慮して、有限振幅波理論の適用限界について考察するつもりである。

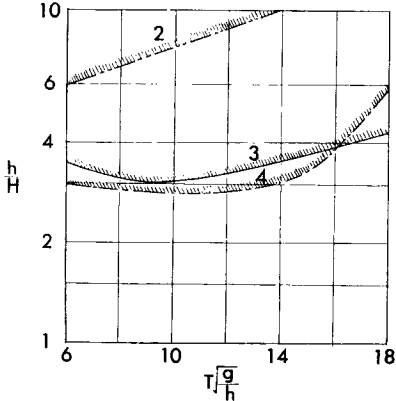


Fig. 11 Region for limit of applicability of finite amplitude standing wave theories estimated by comparison between theories and experiments.

さて、Fig. 11 は 2. において有限振幅重複波の理論解と実験値とを比較した結果、それぞれの理論値が実験値と適合しなくなる時の $T\sqrt{g/h}$ と h/H との範囲を示したものである。この場合、岸の解は省略した。

また、この図より第2次近似解および第3次近似解の適用範囲はいちおう見出すことができるが、第4次近似解の場合には、実験値が $h/H > 2.8$ の場合しかないので、 h/H の値がさらに小さくなったときにも適合性があるかどうかは明確でなく、したがって第4次近似解のこの適用範囲を求めるには、 h/H の値のさらに小さい場合の実験が必要となる。また、第2次近似解の適用範囲は h/H の値の大きい範囲に限られているので、その使用にあたっては注意を要する。

進行波の場合には、実験資料が十分でないために十分な検討ができなかったため、このような適用範囲は図示しなかった。

5. 結 語

以上本研究では、第1報で述べたせつ動法による有限振幅波理論の適用限界を実験的に検討するために、重複波に対しては、その波圧、水位の時間的変化および平均水面上の波の峯高を、また進行波の場合には、水位の時間的変化、波速および平均水面上の波の峯高などに関する詳細な実験を行ない、理論結果との比較を行なった。そして、それらの結果を考慮することによって、重複波についてはその適用限界を図示したが、進行波の場合には、実験資料が十分でなかったためにその考察は行なわなかった。また、有限振幅重複波の第4次近似解の場合には、 h/H の値の小さい場合の実験が行えなかったため、その適用限界を見いだすことができなかったが、今後実験装置に改良を加えることによって、 h/H の値の小さな場合の適用限界を明らかにしたいと考えている。さらに、有限振幅重複波の波圧に関しては、本論文でも若干その特性を述べたように、一般にある波の特性の範囲内では、いわゆる双峯型波圧が出現するが、この現象についての適確な理論的説明はいまだ示されていないようであるので、今後入射波と重複波との関係の究明とともに詳細な実験を追加して検討していきたい。

最後に、本研究の遂行にあたりご激励をいただいた工学部岩垣雄一教授ならびに実験および図面の作成に協力していただいた海岸災害部門の諸氏に謝意を表明するとともに、この研究は文部省試験研究費による研究成果の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) Dean, R.G.: Relative Validities of Water Wave Theories, Proc. of Conf. on Civil Eng. in the Oceans, 1967, pp. 1—30.
- 2) 合田良実・柿崎秀作：有限振幅重複波ならびにその波圧に関する研究，運輸省港湾技術研究所報告，Vol. 5, No. 10, 昭41, pp. 1—50.
- 3) 岸 力：海岸堤防に関する研究(2)—有限振幅の浅水重複波—，建設省土木研究所報告，90号，昭30, pp. 1—28.
- 4) Laitone, E. V.: The Second Approximation to Cnoidal and Solitary Waves, J. Fluid Mech., Vol. 9, 1961, pp. 430—444.
- 5) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第1報）—波形こう配および波形について—，京大防災研究所年報，第7号，昭39, pp. 373—386.
- 6) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第2報）—波速および波長について—，京大防災研究所年報，第8号，昭40, pp. 343—351.
- 7) 岩垣雄一・細見昌彦：クノイド波に関する二，三の実験，土木学会第13回海岸工学講演会講演集，1966, pp. 1—8.
- 8) 岩垣雄一・山口正隆：クノイド波に関する研究（第6報）—クノイド波理論の適用限界について—，京大防災研究所年報，第11号，昭43, pp. 477—502.