

# 段波の発生とその発達に関する研究

中川博次・中村重久・市橋義臣

## A STUDY ON GENERATION AND DEVELOPMENT OF HYDRAULIC BORE

By *Hiroji* NAKAGAWA, *Shigehisa* NAKAMURA  
and *Yoshiomi* ICHIHASHI

### Synopsis

Experiments on behaviours of the unsteady flow caused by dam breaking were conducted in order to examine the applicability of analytical methods to dam breaking problem and to find the transitional process of hydraulic bore with variation of ratio of upstream initial depth to downstream one. The dam breaking was simulated by rapid pull-up of a vertical gate installed in uniform rectangular channel.

It was shown that there were four patterns of hydraulic bores distinguished by the initial relative depth: (a) profile given by Ritter's dam break function, (b) moving hydraulic jump, (c) unstable state of undular bore and (d) stable state of undular bore.

The flow profile, celerity of the bore front and the maximum height of the bore obtained by experiments showed a fairly good agreement with the results of numerical calculations. At last, stability of the undular bore was investigated.

### 1. 緒 論

段波現象の発生には各種の原因が考えられ、たとえば、a) ダム破壊、b) 水門破壊、c) 堤防、貯水池締切堤の破壊、あるいはd) 発電所の弁の急開閉、e) 海浜における波、とくに海底地震による津波、f) 感潮河川に進入した潮汐波などによるという具合に多岐にわたり、またその現象も多様である。

災害に関連した最近の問題をとりあげても、1967年に発生した和知ダムのテンターゲートの破壊は社会的に影響するところが大きかったし、その破壊にともなう河道内の段波の問題は無視することができない<sup>1),2)</sup>。また、1968年十勝沖地震による津波が三陸海岸で段波状になっている記録は記憶にまなましいところである<sup>3)</sup>。このような段波が災害をもたらすおそれのある場合には、未然にその防止対策をたてることが望ましく、また災害が発生した場合の適切な処置がたてられるよう十分な検討を行なっておくことが必要である。このような意味から段波の発生と発達について水理学的考察を行なうことはきわめて意義深いといえよう。

本研究では、上述の諸原因による段波のうち、とくにダム破壊時に発生する急変非定常流としての段波の特性を実験的に検討しようとするものである。

ダム破壊時の急変非定常流に関する研究は前世紀末の Ritter の理論的研究<sup>4)</sup>にはじまり、波面先端の流れに抵抗効果を考慮した Dressler らの理論<sup>5),6)</sup>や、ダム破壊直後の波形変化をラグランジエ的に取り扱った Pohle などの解析<sup>7)</sup>が第二次世界大戦中のこの方面での盛んな研究の成果として発表され、また 2, 3 の実験による検証も試みられている。これらの研究は Stoker によってとりまとめられ<sup>8)</sup>、この種の問題は

集大成された感が深い、問題の非線型性による理論的接近の限界から、その変化特性を十分満足に表示しうる一貫した解析方法は見い出されておらず、また種々の境界条件に対する波形変化の特性にはなお不明な点がきわめて多い。

このような意味から、ここでは各種の境界条件に対するダム破壊時の非定常流の特性を明らかにしようとするもので、まずその第一歩としてダム上下流水深比の変化に伴う二次元段波の遷移形態を明らかにするための実験を行ない、従来の研究の結果と比較検討するとともに、各種解析法の適合性を検証した。

## 2. 実験装置と実験方法

本研究に用いた実験用二次元水路は幅 50 cm、高さ 50 cm、長さ 30 cm の片面ガラス張りのブロック製水路であり、水路底と片側面は防水モルタル塗りとした (Fig. 1)。上流端から 5 m の位置に鋼製ゲートを取りつけた。このゲートは滑車を通して 30 kg の重錘と 5 mm 径のワイヤーロープによってつながれ、実験時重錘の自然落下により 1/10~1/20 sec の短時間で水面から離れるようになっている。

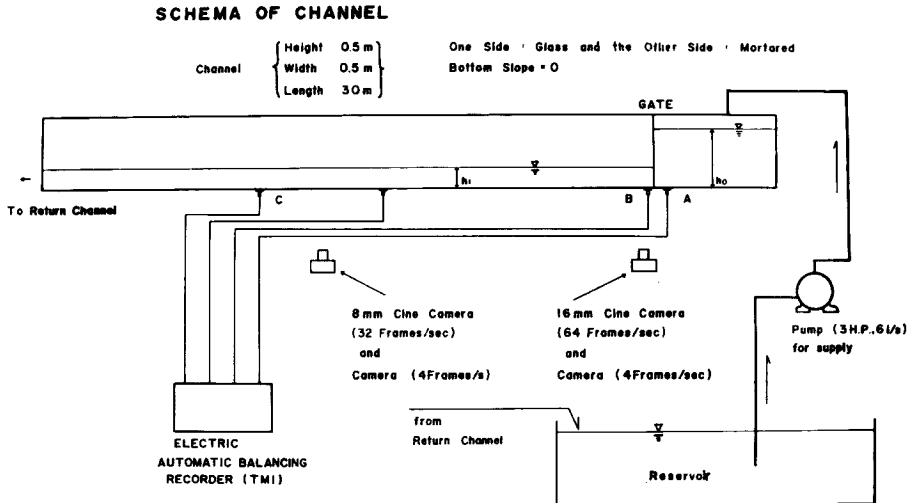


Fig. 1 Schema of channel.

実験条件としての初期水位については、ここでは上流側水深  $h_0$  は 40 cm とし、下流側水深  $h_1$  は 0~35 cm まで 5 cm きざみの水位を与え、計 8 種類の条件の実験を行なった。ゲート操作はダム破壊に対応させ、ダム破壊後の水面形の時間的変化は、ゲート付近およびゲートより 14 m 下流の位置におかれた 16 mm シネカメラ (64 コマ/秒)、8 mm シネカメラ (32 コマ/秒) および自動捲取式カメラ (1 コマ送り 0.27 秒) を用いて撮影され、写真測定によって読みとられた。またゲート位置より上流 0.5 m (A 点)、下流 0.15 m (B 点) および 16 m (C 点) には抵抗線式圧力計を水路底にとりつけて、各点における水位変化を自記記録した。記録は電子管式自動平衡型記録計によって行なった。以下の解析に用いた記録はゲート下流 0.15 m (B 点) および 16 m (C 点) のものであり、都合によりゲート上流 A 点での記録の解析結果についてはあらためて考察することにする。

## 3. ダム破壊時の水面変化の実験的分類

2. で述べたように、ダム破壊時の水面変化は実験的に写真測定によって求めた。実験で得られた写真のうち代表的な水面変化の特性を示すと Photo. 1, 2 および 3 のようである。

Photo. 1 は上流側水深  $h_0$  が 40 cm、下流側水深  $h_1$  が 0 cm の場合であって、これは Ritter の解で示

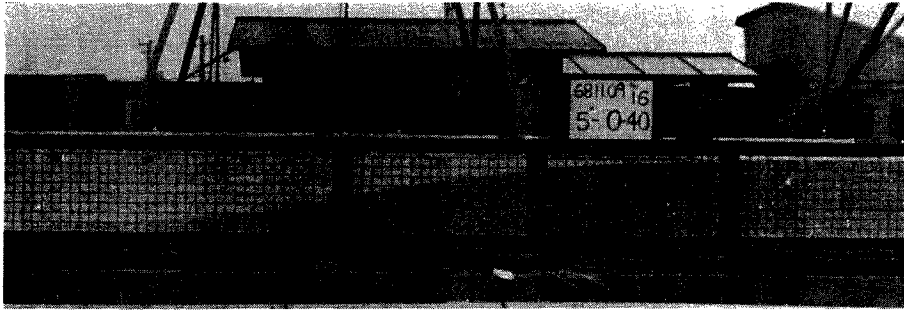


Photo. 1 Ritter's dam break function.

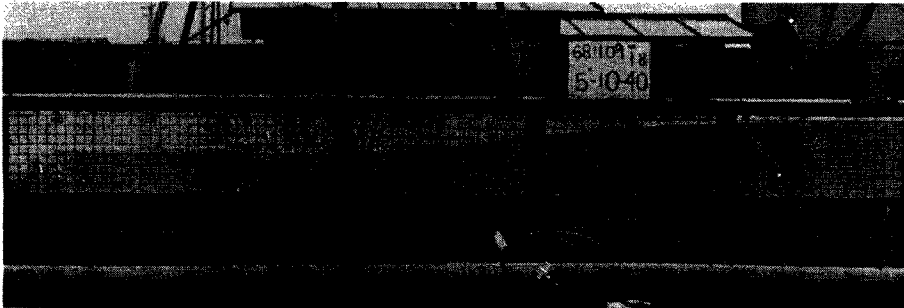


Photo. 2 Moving hydraulic jump.

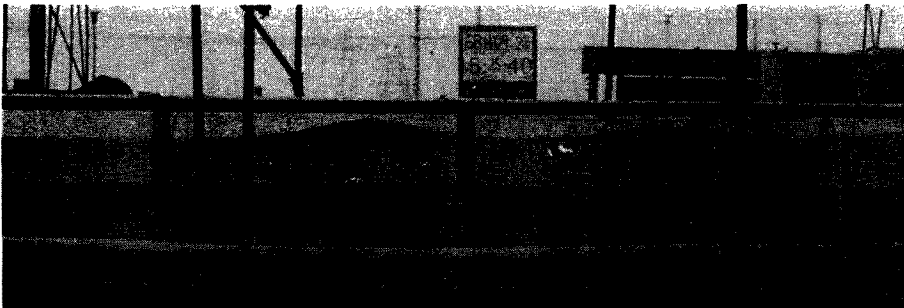


Photo. 3 Undular bore.

される放物線形波面を示すが、下流側先端は底面摩擦の影響をうけて丸味をおびてくる。**Photo. 2** は  $h_1/h_0 = 0.25$  の場合の波面と典型的な定常段波形状を示し、移動跳水先端は不連続面を呈する。**Photo. 3** は  $h_1/h_0 = 0.625$  の場合であって、進行とともに発達していく波状段波を呈するようになる。この波状段波の波高は  $h_1$  の増大とともに増大し、波形こう配も大きくなってくるが、 $h_1/h_0 = 3/4$  ではまた波長のきわめて大きい安定した波状段波となり、 $h_1$  がそれ以上になると波形こう配はより緩やかになる。

以上の考察の結果から本実験でえられたダム破壊時の段波はゲート下流側とゲート上流側の初期水深比  $h_1/h_0$  が 0 から 1 まで変化する間に、放物線形の非定常波面→移動跳水→不安定な波状段波→安定した波状段波といった遷移過程をたどることがわかる。このような段波の変形特性を初期相対水深  $h_1/h_0$  について分類してみると、観測結果から

- (a)  $h_1/h_0=0$  において 放物線波面
- (b)  $0 < h_1/h_0 \leq 0.45$  不連続波頭をもつ移動跳水
- (c)  $0.45 < h_1/h_0 \leq 0.77$  不安定な波状段波
- (d)  $0.77 < h_1/h_0 < 1$  安定した波状段波

が得られる。 $h_1/h_0=0.77$  の安定限界は Favre が実験的に示したもの<sup>9)</sup>と同じであって、これについては後で詳述する。以下それぞれの場合の特性値について考察する。

#### 4. ダム破壊時の水面形計算

a) 下流水深のない場合 この場合の水面形は特性曲線法によって厳密解が得られ、これは Ritter の解として知られているものである<sup>4), 8)</sup>。この解は

$$h = \frac{1}{9g} \left( 2C_0 - \frac{x}{t} \right)^2, \text{ および } u = \frac{2}{3} \left( C_0 + \frac{x}{t} \right) \dots\dots\dots(1)$$

で与えられる。ただし、 $x$  はゲート位置より下流側に向ってとり、 $t$  はゲート操作時(すなわちダム破壊時)からの時間経過である。 $g$  は重力加速度、 $h$  は任意の時刻  $t$  および位置  $x$  における水深、 $C_0$  は初期のゲート上流側水深  $h_0$  に対する長波の波速  $C_0 = \sqrt{gh_0}$  で与えられる。また  $u$  は任意断面  $x$  での平均流速である。

b) 下流水深のある場合 この場合のダム破壊時水面形は厳密解として求めることができないので、特性差分法によることとする<sup>9)</sup>。

上に述べたと同様な座標系と記号を用いる。一般に波速を  $C$ 、流速を  $u$  とし、その  $x$  および  $t$  に関する微分をサフィックス  $x$  および  $t$  で表わすと、ここで問題として解くべき特性方程式は

$$\left. \begin{aligned} 2[(C+u)C_x + C_t] + [(C+u)u_x + u_t] + E = 0 \\ -2[(-C+u)C_x + C_t] + [(-C+u)u_x + u_t] + E = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

で与えられる。特性曲線の方法は  $dx/dt = u \pm C$  によって定まり、 $u+C$  のこう配をもつ特性曲線を前進特性曲線、 $u-C$  のこう配をもつ特性曲線を後退特性曲線という。上式の微分を差分になおすために Fig. 2 に示すような  $x-t$  平面を考え、時間微分については、

$$u_t = \frac{u_P - u_M}{\Delta t}, \quad C_t = \frac{C_P - C_M}{\Delta t} \dots\dots\dots(3)$$

をとる。また、 $\Delta x \rightarrow 0$  かつ  $\Delta t \rightarrow 0$  のとき近似解が厳密解に収斂するようにするために、 $x$  に関する微分については、(2) 式の第1式では

$$u_x = \frac{u_M - u_L}{\Delta x}, \quad C_x = \frac{C_M - C_L}{\Delta x} \dots\dots\dots(3')$$

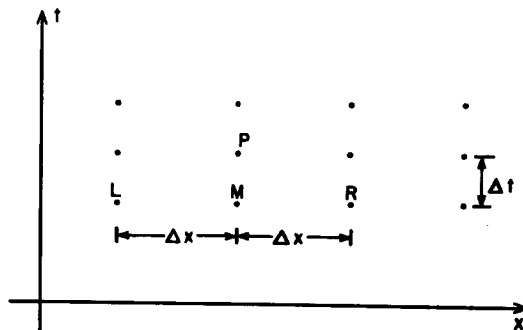


Fig. 2 A rectangular net.

をとり、第2式では

$$u_x = \frac{u_R - u_M}{\Delta x}, \quad C_x = \frac{C_R - C_M}{\Delta x} \dots\dots\dots(3'')$$

をとる。これは  $t=0$  において (2) 式の第1式は前進特性曲線に関係しており、第2式は後退特性曲線に関係しているからである。微分の係数および単位質量当りの外力  $E$  は点  $M$  での値をとる。このようにして (2) 式を差分式にすると、

$$\left. \begin{aligned} &2 \left[ (C_M + u_M) \frac{C_M - C_L}{\Delta x} + \frac{C_P - C_M}{\Delta t} \right] + \left[ (C_M + u_M) \frac{u_M - u_L}{\Delta x} + \frac{u_P - u_M}{\Delta t} \right] \\ &+ E(u_M, C_M) = 0 \\ &-2 \left[ (-C_M + u_M) \frac{C_R - C_M}{\Delta x} + \frac{C_P - C_M}{\Delta t} \right] + \left[ (-C_M + u_M) \frac{u_R - u_M}{\Delta x} + \frac{u_P - u_M}{\Delta t} \right] \\ &+ E(u_M, C_M) = 0 \end{aligned} \right\} (4)$$

(4) 式を解くと、

$$\left. \begin{aligned} u_P &= u_M + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ (C_M + u_M) \left( \frac{1}{2} u_L - \frac{1}{2} u_M + C_L - C_M \right) - (C_M - u_M) \left( \frac{1}{2} u_M \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{2} u_R - C_M + C_R \right) - \Delta x \cdot E_M \right] \\ C_P &= C_M + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ (C_M + u_M) \left( \frac{1}{2} u_L - \frac{1}{2} u_M + C_L - C_M \right) + (C_M - u_M) \left( \frac{1}{2} u_M \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{2} u_R - C_M + C_R \right) \right] \end{aligned} \right\} (5)$$

となるから、(5) 式によって未知量  $u_P$  および  $C_P$  を求めることができる。

c) 計算値と実験値との比較

下流側に水がない場合の Ritter の解は (1) 式により簡単に求められ、Fig. 3 の実線で示すようになる。破線で示されたのが実測水面形であるが、明らかに波面先端部は底面摩擦の影響をうけて丸味をもち、進行速度も計画値よりかなり低くなる。ゲート位置での水位は実験値と計算値で完全な一致を示し、時間的に変化しない一定値  $(4/9)h_0$  を与えるが、ゲートから上流側への後退波面は計算水面形では下に凸な放物線形を示すのに対して、実験結果では上に凸な波面を示し、上流水面へ連続的に接続することから、この領域における鉛直加速度を無視することができず、現在 Navier-Stokes 方程式を差分化した数値解析を行ないつつあり、その結果についてはあらためて報告する。

つぎに下流に水深が与えられていて  $h_1/h_0$  が 0 でない場合には、ダム破壊後の波面解析は (5) 式から  $C_P$  を求め、 $C_P = \sqrt{gh_P}$  の関係から  $P$  点の水深  $h_P$  を定めることとし、この計算には電子計算機 KDC-II (FORTRAN) を用い、 $\Delta x = 2 \text{ cm}$ 、 $\Delta t = 1/500 \text{ sec}$  のステップを与えた。計算結果の一例を Fig. 4 (b) に示す。Fig. 4 (a) は有限不連続衝撃波として運動量保存則および連続の条件から求められた移動跳水の波

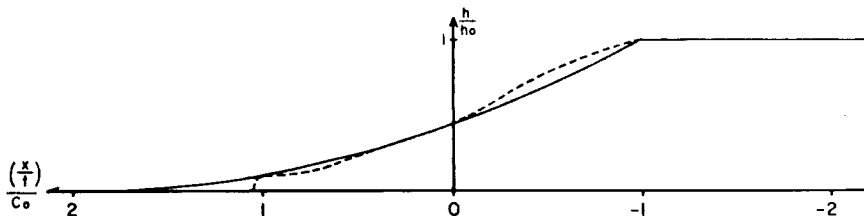
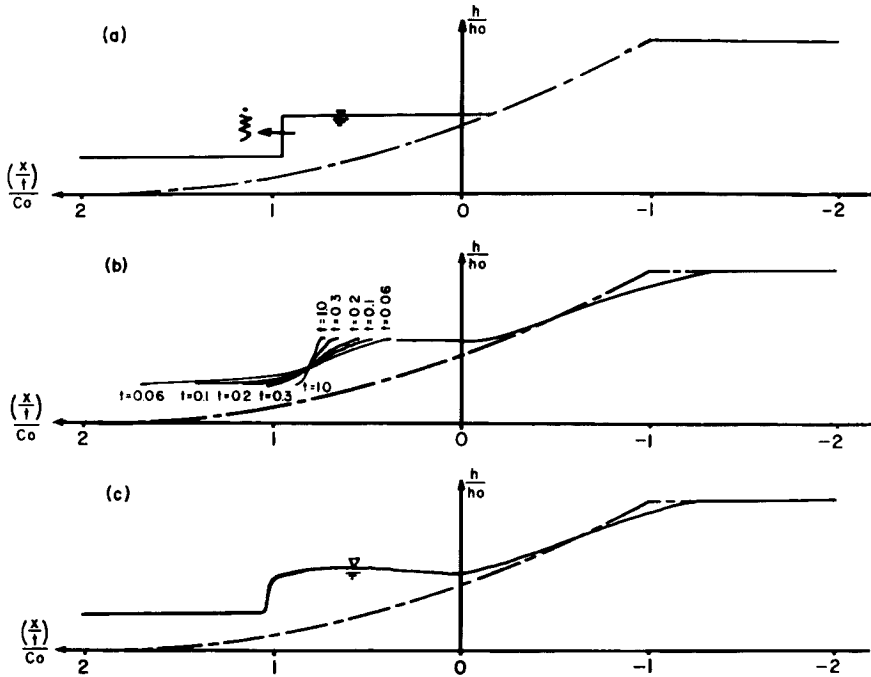


Fig. 3 Ritter's dam breaking function ( $h_1/h_0=0$ ,  $t=0.8/\text{sec}$ ).

Fig. 4 Moving hydraulic jump ( $h_1/h_0=0.25$ ).

形であって、 $\xi$ は段波先端の波速を表わしている。(c)は  $t=0.81$  sec での実測波形を示している。(b)の特性曲線法による計算波形と実測波形を比較すると、ゲート付近および上流では十分満足すべき一致を示し、また段波波高も一致が認められるが、段波先端の位置は破壊直後では実測によるものよりも計算によるものが先行し、時間がさらに経過すると計算によるものが遅れてくる傾向が認められた。これは Stoker によって与えられた (5) 式の表示には、流速の水平方向成分とその非線型項は考慮されているけれども、流速の鉛直方向成分とその非線型項は考慮されていない。ところが実際の現象を観察してわかるように、とくに  $h_1/h_0$  が 0 に近い場合の破壊直後での鉛直速度成分は顕著である。したがって、MAC 法による計算結果にもみられるように、この領域での正確な波形・波速の計算は 3 次元的な理論式によらなくてはならないであろう<sup>10)</sup>。

なお、計算の結果によると、(5) 式を用いる場合  $h_1/h_0=0$  の条件では  $\Delta x$ ,  $\Delta t$  の決め方で解の発散が比較的短い時間でおこる場合がある。 $h_1/h_0 \neq 0$  の条件下では  $h_1/h_0=0$  のときよりも解の収斂条件をみたく  $\Delta x$ ,  $\Delta t$  を容易に決定できた。解の収斂条件は特性差分法のもつ本質的の誤差と関連して十分検討されるべき問題である。また、(5) 式の摩擦項  $E_{\alpha}$  については  $h_1/h_0 \neq 0$  の場合には、これを考慮した場合と考慮しない場合とで計算結果にほとんど差異のないことが認められた。

## 5. 段波の波速

下流水深がある場合のダム破壊にともなう波形変化については 4. で考察したとおりであるが、これを模式的に表わすと Fig. 5 のようになる。すなわち、初期水位をダム上流側で  $h_0$ 、下流側で  $h_1$  とするとき、ダム破壊後一定時間経過した後の波面を 4 つの領域に分けて考えることができる。いま、水路の摩擦抵抗を無視できるものとする、領域 A および D はダム破壊による段波の影響を受けていない静止領域であり、領域 B は Ritter の解に一致する波面の形状を示す領域、領域 C は定常段波形状を呈する領域である。したが

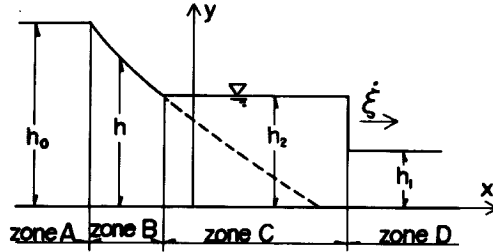


Fig. 5 Breaking of dam.

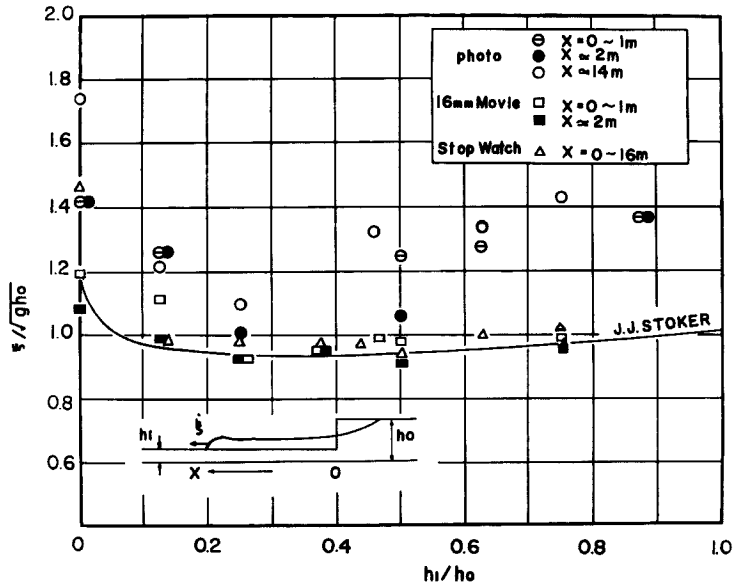


Fig. 6 Celerity of the bore front.

って、一般に Ritter の解で示される放物線波形と移動跳水の組合わされたものとして、ダム破壊にともなう波面は与えられ、領域Cにおける特性値は次式で与えられる<sup>8)</sup>。

$$\left. \begin{aligned}
 u_1 &= 0 \\
 h_2/h_1 &= (1/2) \{ \sqrt{1+8(\xi/C_1)^2} - 1 \} \\
 u_2/C_1 &= (\xi/C_1) - (C_1/4\xi) \{ 1 + \sqrt{1+8(\xi/C_1)^2} \} \\
 (\xi/C_1) - (C_1/4\xi) \{ 1 + \sqrt{1+8(\xi/C_1)^2} \} \\
 &+ 2[(1/2) \{ \sqrt{1+8(\xi/C_1)^2} - 1 \}]^{1/2} = 2C_0/C_1
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

いま、段波先端の波速  $\xi$  の (6) 式からえられる理論値と、種々の測定方法による実験値とを  $h_1/h_0$  に対して図示したのが Fig. 6 である。それぞれの測定法によってかなりのバラツキが認められるが、一般に  $h_1/h_0 \geq 0.45$  の範囲では、 $x=14\text{ m}$  の位置での波速はゲート位置での波速よりかなり大きくなり、undular bore (波状段波) の発達による波速の増大が認められる。

また  $h_1/h_0=0$  の場合には水路の摩擦抵抗の影響によって理論値 2.0 よりかなり小さくなるが、 $h_1 \geq 5\text{ cm}$  では本実験水路については抵抗効果は無視できることが示された。

## 6. 段波の波高

ダム破壊直後には発達段階にあって、移動跳水としての取り扱いをしても理論と実測の一致を期待することはできない。ある程度時間が経過すると準定常状態とみなすことのできる移動跳水になる。

ここでは Fig. 1 に示されたB点(ゲート下流側 0.15 m) およびC点(ゲート下流側 16 m) の水路底におかれた圧力計によって得られた水位記録から段波の波高特性を考察する。圧力計によって水位計測を行なう場合、とくに水位の時間的変化が周期的で顕著である場合には、圧力計の指示する水位と実際の水位との

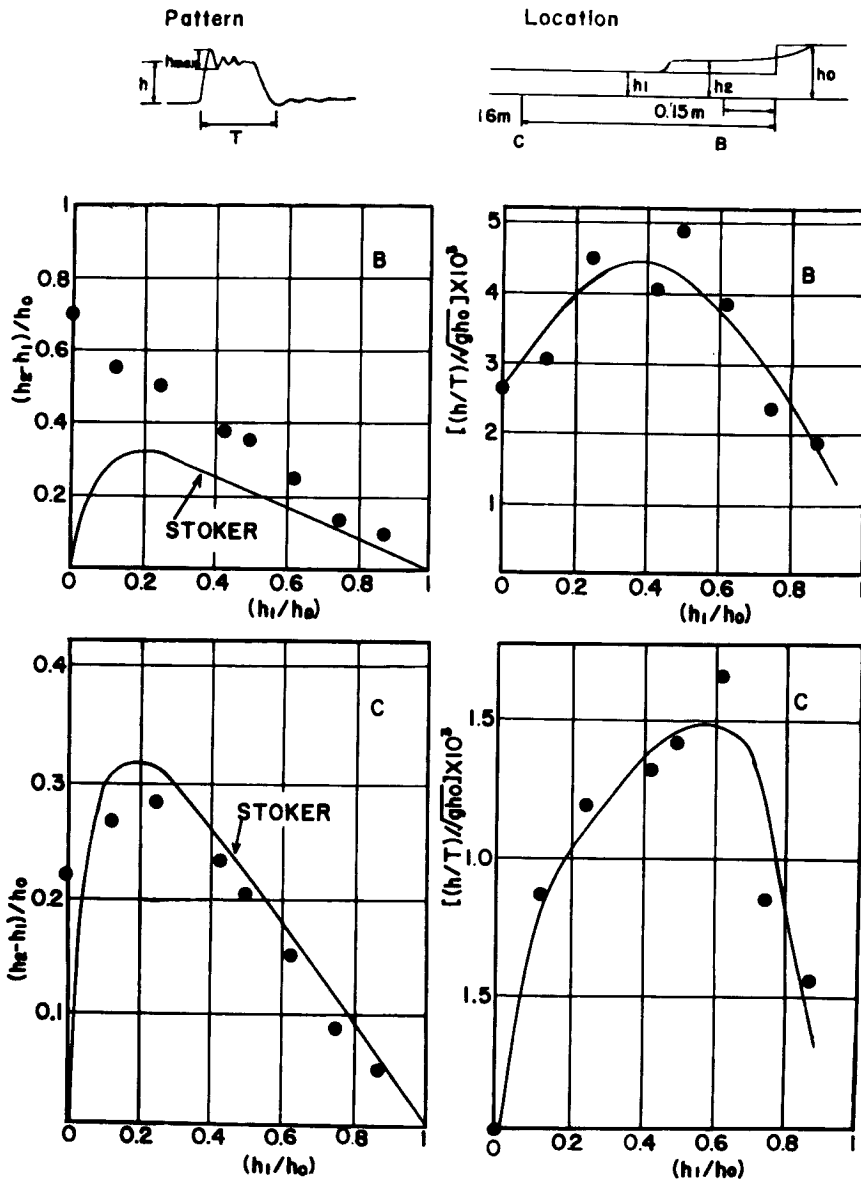


Fig. 7 Maximum height of the moving hydraulic jump and its duration.



間には若干の差異があらわれ、その補正が必要であることはすでに指摘されているところである<sup>11)</sup>。この点についての十分な検討が必要であろうが、ここではその補正係数を1とし、水圧の測定値がそのまま水位を表わすものとして解析をすすめ、理論値との差異を補正係数のみに帰すべきか否かについて考察する。

いずれの測定点でも水位記録の変化の傾向は同じであって、波高  $h$  の正段波が到達すると、ゲート下流側初期水位より  $h' = h_2 - h_1$  だけ水位が高くなり、しばらくの間その水位が保たれる。ゲート上流側への後退波が水路の上流端壁面で反射して、B点およびC点に到達してより水位は低下してゲート下流側の初期水位におちつく。

B点およびC点での移動跳水波高として、 $h' = h_2 - h_1$  をとると、段波の最大波高と初期水深比との関係は Fig. 7 のようになる。B点では Stoker の示す理論値よりかなり高い波高を示しているが、これはゲート付近ではとくに  $h_1/h_0$  が小さい領域で Ritter の放物線形波面を示すことならびに鉛直方向速度成分が顕著であることによる。

C点においては理論波高と実測値とはかなり高い近似度を示すが、実測値が理論値よりもやや小さい。とくに  $h_1/h_0$  が小さい範囲での差が大きいところから、鉛直速度成分の効果が顕著な領域での一次元解析法に問題があるものと考えられる。このような点から、現象面のみに着目した補正係数を容易に導入することは適切でないことがわかる。

なお段波の波高と各測点で初期水位から水位が上昇してもとに復するまでに要する時間  $T$  に関する無次元量を  $h_1/h_0$  に対して図示したものを Fig. 7 に示した。この関係についてはゲート上流側の貯水池の奥行きをパラメータとした考察を今後行なわなければならない。

### 7. 波状段波の安定限界

Fig. 8 に  $h_0 = 40$  cm,  $h_1 = 25$  cm の場合のA, BおよびC点での水位変化の記録を示す。A点では最初ゲートより上流側へ向かう後退波によって水深は  $h_0$  から低下し、準定常段波が形成されると一定水深  $h_2$  となる。さらに後退波が水路の上流端壁面で反射してA点に到達すると水位は  $h_1$  になる。B点では最初ゲートより下流に進行する前進段波によって水深は  $h_1$  から  $h_2$  に高まり、後退波が反射してこの点に到達してから水位が低下して  $h_1$  にもどる。この間段波波高は変化せず、準定常波形を示す。これに対してC点での波高変化が顕著であり、段波は進行とともに波状段波に発達し、built up が行なわれることを示している。この波状段波の形成はダム破壊による段波の一つの遷移形態であるが、室田らが実験的に示した段波の遷移過程とよく対応していることがわかる<sup>12)</sup>。また Peregrine はこの波状段波の発達過程を数値計算によって示している<sup>13)</sup>。

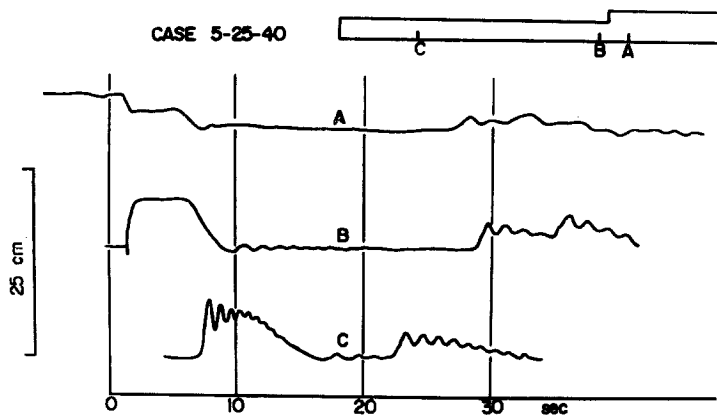


Fig. 8 Variation of flow depth at points A, B and C.

波状段波の最大波高  $h_{max}$  および波長  $L$  は  $h_1/h_0$  によって大きく異なり、この関係を示したのが Fig. 9 である。図にはゲートより下流 16 m の C 点における波状段波の第 1 波 (最高波) の波高, 波長, 周期および波形こう配の  $h_1/h_0$  に対する変化を示している。破線は Favre の実験による波状段波の安定限界を示している。彼の実験によれば,  $(h_2 - h_1)/h_1 = 0.275$  を安定限界として与えているが, これを (6) 式によって  $h_1/h_0$  で表わすと,  $h_1/h_0 = 0.77$  となる。  $0.70 < h_1/h_0 \leq 1$  の範囲では  $h_1/h_0$  が増加するにつれて波高は減少し, 安定な孤立波の様相を呈してくる。室田らは  $\eta_1 = h_2 - h_1 + (h_{max}/2)$  および  $\eta_0 = h_2 - h_1$  としたとき, 安定領域内では  $\eta_1/\eta_0 \approx 1.5$  となることを確かめているが, 本実験の結果を対比してみると  $h_1/h_0$  が 1 に近い領域では  $\eta_1/\eta_0$  も 1 に近づく傾向があり, 安定限界付近では  $\eta_1/\eta_0$  は 2 に近い値を示した。

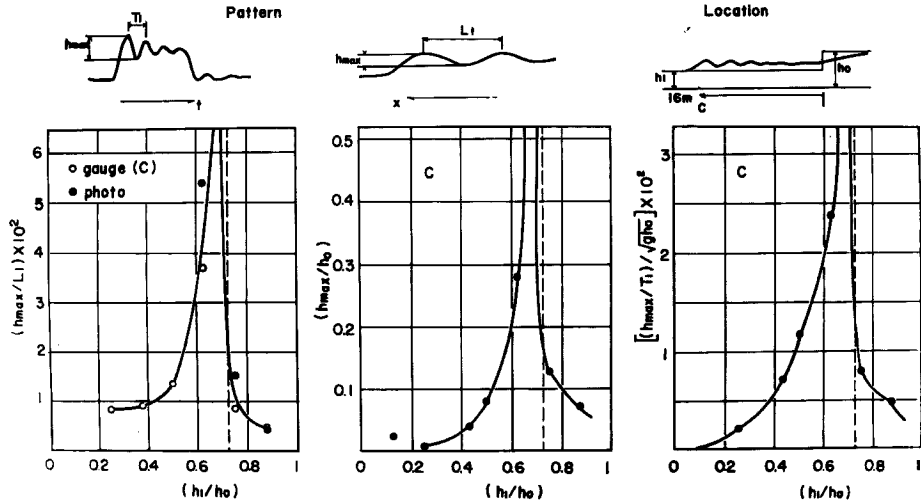


Fig. 9 Variation of maximum height, steepness and period of undular bore.

$0 < h_1/h_0 < 0.70$  の範囲では不安定な波状段波を示し, この領域では砕波する可能性がある。この領域で波高, 波形こう配ともに  $h_1/h_0$  の減少とともに小さくなるが, 記録をみると  $h_1/h_0 = 0.5$  では一部砕波した状態を示し, 一方,  $h_1/h_0 = 0.625$  は波状段波の発達域であることを示した。  $0 < h_1/h_0 \leq 0.25$  では段波先端はゲート位置から完全に砕波した状態となって, 不連続面をもった定常段波となることが認められる。これはこの範囲では流速が波速より大となるからも明らかである。

このような考察から, それぞれの水位条件に対する波状段波の発達状態を明らかにし, 砕波限界を定めるための検討が必要である。

## 8. 結 論

以上の実験的考察によって種々の初期水位条件に対するダム破壊時の非定常流の遷移に関する一般特性を明確にすることができた。しかしながら, 各波形間の遷移条件および個々の波の形態の発達過程については測定点が限られているため, 十分な結論をえるまでにいたっていない。今後これらの実験的検討を行なうとともに, 各種段波の水理学的特性を明らかにするための解析法を展開するつもりである。

## 参 考 文 献

- 1) 石原藤次郎: 最近の河川災害に関する 2, 3 の問題, 京大防災研年報, 第 9 号, 昭41.3, pp.7-20.
- 2) 矢野勝正: 和知ダムのゲート事故について, 京大防災研年報, 第11号B, 昭43.3, pp.23.
- 3) 河上房義: 東北地方における 1968年十勝沖地震災害の概要, 土木学会誌, Vol.53, No.7, 1968,

pp. 109—116.

- 4) Ritter, A.: Die Fortpflanzung der Wasserwellen, VDI, 36, 1892.
- 5) Dressler, R.F.: Hydraulic resistance effect upon the dam-break functions, Jour. Res. N. B.S., Vol.49. No. 3, 1952, pp.217—225.
- 6) Dressler, R.F.: Comparison of theories and experiments for the hydraulic dam-break waves, Assémlé générale de Rome, I. A. S. H., 1954, pp. 319—328.
- 7) Pohle, F.V.: Motions of water due to breaking of a dam, and related problems, U.S. National Bureau of Standards, Gravity Waves, N. B. S., Circular 521, 1952.
- 8) Stoker, J.J.: Water Waves—The mathematical theory with applications, Inter Sci. Pub. Inc., N. Y., 1957. pp.1—567.
- 9) Favre, H.: Ondes de Translation, Paris, Dunod, 1935.
- 10) Welch, J.E., Harlow, F.H., Shannon, J.P., and Daly, B.J.: The MAC method.—A computing technique for solving viscous, incompressible, transient fluid flow problems involving free surfaces, Los Alamos Sci. Lab., Univ. Calif., 1965, pp.1—145.
- 11) 本間 仁, 堀川清司他: 水圧変動波形と水面波形の相関性, 第12回海岸工学講演会講演集, 1965, pp. 76—83.
- 12) 室田 明・渡辺泰清: 段波の遷移過程に関する実験的研究, 第9回水理講演会講演集, 昭40, pp. 1—6.
- 13) Peregrine, D.H.: Calculations of the development of an undular bore, J. Fluid Mech., 1966, Vol. 25, Part. 2, pp. 321—330.