

長期間流出機構の情報理論的研究

高 棹 琢 馬・池 淵 周 一

A STUDY ON LONG RANGE RUNOFF SYSTEM BASED ON INFORMATION THEORY

By *Takuma* TAKASAO and *Shūichi* IKEBUCHI

Synopsis

Because the long range runoff system is essentially the stochastic one, for the analysis and synthesis of the system, it is necessary to disclose not only the deterministic characteristics but the statistical laws contained in the transition system from precipitation to river discharge. From this point of view, this paper proposes the methods of the analysis and synthesis of the long range runoff system based on the concepts and the techniques of Information theory.

First, "Statistical Unit Hydrograph Method" is presented using Wiener's Filtering theory after verifying the stationarity of the daily precipitation series and making time-invariant and linearization the system. Second, in order to clarify the interior statistical mechanism of the system, a method of the transition probabilities among the runoff states which consist of surface, sub-surface and ground water runoff states, is proposed based on the assumption which the Entropy defined by Shannon becomes maximum. The applying results of these stochastic procedures to Yura River Basin were good agreement with the natural stream records.

1. は し が き

経済の高度発展, 人口の都市集中による水需要の急激な増加と偏在化は大都市を中心とする水不足を激化し, 河川表流水の資源としての価値を高めつつある。その結果, 河川水の水資源としての効率的利用さらには大規模開発が本格的に進められようとしているが, そのためには長期間流出機構の解明が必須の条件である。

従来は短期間の異常な流出, いわゆる洪水流出の解明に力が注がれ, 長期間流出機構の究明には洪水を主対象とする決定論的流出解析法¹⁾の概念を拡張して用いられたものが多かった。しかし, 長期間流出過程に内在する複雑かつ不確定な運動を考えると, 決定論的立場だけではその解析は不十分であって, 確率・統計論的な面からのアプローチをも考慮する必要がある。われわれはこうした観点から, 流出機構の水理学的側面に関心を払いながら, 現象の不定確性を積極的に受け入れる立場にたつ情報理論の概念を導入した長期間流出解析法を提案してきたが, ここに一括して報告する。その要旨は略以下のようなものである。1) 入, 出力値の相関から系の統計的構造を把握する方法として Wiener の濾波・予測理論がある。ところが, この理論を実際の長期間流出系に適用するためには, (a) 降水系列が定常であることおよび, (b) 系が定常, 線形であることが前提となる。そこで, まず相関解析により降水, 流量系列の統計的性状を把握し¹⁾, 流出現象の物理機構を考慮して系の定常, 線形化をはかった後, 流出系の最適応答関数を求め(われわれはこれを統計的単位関とよぶ), 降雨期, 融雪期の統計的単位関²⁾, および統計的単位関の簡易推算法を提案した³⁾。

2) さらに進めて、流出系の Black-Box の構造を明らかにすべく、Shannon の情報理論にもとづいて流出系の状態遷移に注目し、流出系内部の確率的構造の把握を試みた^{4), 5)}。3) 最後に、これらの理論的アプローチを由良川流域に適用し、その考察を行なった。

以上のような検討を経て、統計的単位図法は長期間流出の場所的、時間的な統計的性状を定量的に把握する手段として有効であり、さらに流出系内部の状態遷移に注目した手法と統計的単位図法との合成をはかれば、より精度が高く、普遍的な長期間流出の解析・予測法を組み立てうることを示したのである。

2. 従来の長期間流出解析法とその問題点

長期間流出過程は水循環の一つであるが、対象期間が長いために、その間の降水系列は不規則な変化特性をもち、それに対応する流量系列は多くの出水サイクル、すなわち多くの直接流出系列によって構成され、その両者を結びつける流出解析法を組み立てることはきわめて困難である。従来からも長期間流出解析法として種々のモデルが提案されてきたが、それらを大別すると、解析的モデル、パラメトリック・モデル、および統計的モデルに分けられよう。以下では各モデルを簡単に説明し、その問題点を述べる⁶⁾。

1) **解析的モデル**：これには線形系理論と非線形系理論があり、前者は流出系を線形、時間不変と仮定して降水と流量の対応をインパルス応答^{7), 8)}、または周波数応答⁹⁾で表現する方法である。この方法は主として短期間流出解析法として用いられているが、実際の流出系は非線形要素をもち、またかならずしも時間不変でないから、この仮定が近似的にも成り立たないときにはこの理論の実際の意味が失なわれる。後者の非線形系理論は流出系を関数級数で表現するものであって^{10), 11)}、単位図法概念の数学的拡張と考えられるが、具体的な流出解析法へもっていくことはかなり困難のようである。

2) **パラメトリック・モデルまたはパラメータ最適化法**：流出系の1次のまたは概括的モデルをいくつかの流出系パラメータをあらかじめ組み入れて作り、計算機によって実際の流量記録と計算結果とがある許容限界内で適合するまで繰り返し計算を行い、パラメータの値を決定する方法である。この方法は実用的ではあるが、選択するパラメータの意義や数に問題があり、さらに多くの資料を必要とする。そうした事情と関連して、こうしたアプローチには流出系の物理的法則を知ることができないという本質的欠点があるが、その概念的類似の手法としては流出関数法¹²⁾、タンク・モデル法¹³⁾、貯留関数法¹⁴⁾、Stanford-Watershed-Model¹⁵⁾などがあげられよう。

3) **統計的モデル**：このモデルは 1), 2) と原理的に異なるものであって、時系列論に立脚した統計的アプローチであり、流量原系列から傾向変動、周期変動を除いて定常化し、その残差系列を1次あるいは2次の自己回帰系列として扱う方法で、Julian¹⁶⁾など多数の研究がある。こうした統計的モデルは水工計画上重要であるが、ひん度の安定性に問題があり、とくに入力と出力の両系列すなわち降水系列と流量系列が別個に扱われている点は流出機構を無視していることを意味し、こうした立場での長期間流出の本質的把握は困難といわざるをえない。

以上、従来の方法について簡単に述べたが、いずれも実際の現象を表現する十分な手段とはいえず、また普遍性という面でも疑問がある。

そこで、以下では降水系列と流量系列を別個に扱うのではなく、流出の機構を考慮し、両系列の相関を重視した統計的方法、すなわち Wiener の濾波・予測理論を適用した長期間流出解析法を提案するとともに、系内部の確率構造について考察を進めよう。

3. 降水、流量系列の統計的性状と統計的単位図

3.1 Wiener の濾波・予測理論

この理論は、雑音に埋もれた信号をある与えられた統計的基準のもとでできるだけ正確に推定しようとするものである¹⁷⁾。とくに注意すべきは、この理論は入力信号が統計的に定常であり、伝達系が物理的に定常、線形であるという前提にたっている点である。いま、系が定常、線形であるとする、任意の入力に対

する系の応答すなわち出力は単位インパルス応答を用いて簡単に表現できる。すなわち、時刻 t の入力を $f(t)$ 、出力を $q(t)$ とすると、

$$q(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots(3.1)$$

で表現される。ここに、 $h(\tau)$ は単位インパルス応答である。ところで現実には雑音があるために出力 $q(t)$ をわれわれが望む理想的な出力 $q^*(t)$ に完全に一致させることは一般にできない。しかし、何らかの基準を用いると $q(t)$ と $q^*(t)$ の差をもっとも小さくさせる線形系の単位インパルス応答すなわち最適応答関数 $h(\tau)$ を求めることができる。Wiener はこの差

$$\epsilon(t) = q(t) - q^*(t) \quad \dots\dots\dots(3.2)$$

の平均 2 乗誤差

$$\epsilon^2(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [q(t) - q^*(t)]^2 dt \quad \dots\dots\dots(3.3)$$

を最適化の基準として採用し、この平均 2 乗誤差の最小化には Euler-Lagrange の変分法を利用し、 $h(\tau)$ を次式の Wiener-Hopf 積分方程式で与えた。

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t) \phi_{11}(\tau-t) dt - \phi_{12}(\tau) = 0 \quad (\tau \geq 0) \quad \dots\dots\dots(3.4)$$

ここに、 $\phi_{11}(\tau)$ 、 $\phi_{12}(\tau)$ はそれぞれ入力自己相関関数および入力と実際の出力との相互相関関数である。以上の関係を図示すると Fig. 1 のようになる。

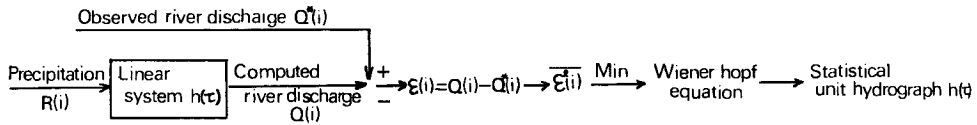


Fig. 1 Schematic diagram showing “Statistical Unit Hydrograph.”

3.2 降水、流量系列の統計的性状と流出系の定常、線形化

さて流出現象においては入力として降水量、出力として河川流量、系として流出変換系を対応させることができ、この理論の流出系への適用に関する研究が米国¹⁸⁾、最近ではわが国においてもなされるようになった。しかし、これらの研究は、Wiener の理論を直接的な形で適用しているにすぎず、流出系の特性を十分考慮していないようである。

われわれも数年前からこの理論に注目し、その流出系への適用方法について検討してきたが¹⁹⁾、その結果、1) 長期間流出系を対象とし、非線形性が強く、また低確率群に属する表面流出は切りはなすことにする。2) この理論を流出系に適用するためには入力である降水系列が統計的に定常であること、および系が定常、線形であることが要求される。という観点に立って濾波・予測理論の流出系への適用をはかった。そのためには、まず流出系への入力およびその出力である降水系列、流量系列の統計的性状を把握する必要がある。

一般に長期間にわたるこれら両系列は不規則系列をなしているので、その統計的取り扱いとして相関関数を取りあげるが、この点は Wiener の手段とまったく同じである。いま、降水系列を $R(t)$ 、流量系列を $Q(t)$ とすると、降水系列の自己相関関数 $\phi_{RR}(\tau)$ と流量系列の自己相関関数 $\phi_{QQ}(\tau)$ 、および降水、流量両系列の相互相関関数 $\phi_{RQ}(\tau)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\phi_{RR}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R(t) \cdot R(t+\tau) dt \quad \dots\dots\dots(3.5)$$

$$\phi_{QQ}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} Q(t) \cdot Q(t+\tau) dt \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

$$\Phi_{RQ}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R(t) \cdot Q(t+\tau) dt \dots\dots\dots(3.7)$$

この自己相関関数 $\Phi_{RR}(\tau), \Phi_{QQ}(\tau)$ を系列の分散 $\Phi_{RR}(0), \Phi_{QQ}(0)$ で除して正規化した値は自己相関係数とよばれ、それを図示したものがコレログラムである。われわれはこのコレログラムによって系列の広義の定常性を検定することができ、同時に系列のランダム性、周期性を知ることができる。

一方、流出系は時間遅れ系であるから、降水はある時間だけ遅れて流量となり、相互相関関数 $\Phi_{RQ}(\tau)$ 、あるいは (3.8) 式で与えられる相互相関係数 $\varphi_{RQ}(\tau)$ はある τ の付近で大きくなる。すなわち、

$$\text{Max}_{\tau} \varphi_{RQ}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R(t) \cdot Q(t+\tau) dt / \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R^2(t) dt \cdot \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} Q^2(t) dt} \right\} \dots\dots\dots(3.8)$$

を満足させる τ を τ_m とし、これを流出系の等価遅延時間とよぶことにすると、これは降水と流量の全系列を対象としたときの流出系の代表的な遅れ時間を意味し、長期間流出系の重要な一指標といえる。また、この $\varphi_{RQ}(\tau_m)$ を用いると (3.9) 式から両系列の波形ひずみ $\sqrt{\Delta e^2}$ が評価できる。

$$\sqrt{\Delta e^2} = \sqrt{2(1 - \varphi_{RQ}(\tau_m))} \dots\dots\dots(3.9)$$

これは長時間にわたる両系列の対応の度合を知る一つの指標を与える。

さて、こうした相関解析により降水系列の定常性が認められ、さらには系を定常化するための期間分割の基準 τ_m が与えられると、つぎに流出系の定常、線形化が問題になる。これについては次節で述べる。

3.3 統計的単位図

降水系列の定常性がいえ、系の定常、線形化がはかられると流出変換系の最適応答関数が (3.4) 式を解くことによって得られる。これがわれわれが統計的単位図とよんでいるものである。もちろん、 $\Phi_{11}(\tau), \Phi_{12}(\tau)$ に相当するものは (3.5) および (3.7) 式で与えられる $\Phi_{RR}(\tau), \Phi_{RQ}(\tau)$ である。なお、(3.4) 式は観測時間を無限として取り扱っているが、実際現象においては有限であって、

$$\int_0^T h(t) \cdot \Phi_{RR}(\tau - t) dt - \Phi_{RQ}(\tau) = 0 \quad (\tau \geq 0) \dots\dots\dots(3.10)$$

を考えればよい。

また、われわれは長期間流出過程を対象としているので、解析を進めるにあたっては、時間単位 t としては日単位をとり、 $R(t)$ を t 日の降水量、 $Q(t)$ を t 日の平均流量にとるのが妥当であろう。したがって (3.10) 式は次式のように離散的に表現される。

$$\Phi_{RQ}(\tau) = \sum_{k=0}^m h(k) \cdot \Phi_{RR}(\tau - k) \dots\dots\dots(3.11)$$

ここに、 $\Phi_{RR}(\tau), \Phi_{RQ}(\tau)$ は次式で与えられるものである。

$$\Phi_{RR}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N R(i) \cdot R(i+\tau) \dots\dots\dots(3.12)$$

$$\Phi_{RQ}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N R(i) Q(i+\tau) \dots\dots\dots(3.13)$$

N は対象とする期間の日数であり、 m は降水が流量に影響を及ぼす日数である。

以上のような前提をおき、物理機構を考慮した系の定常、線形化をはかり、(3.11) 式より統計的単位図を求める実際的方法について以下に述べよう。

(1) 一様分離方法による各季節の統計的単位図

まず、系を定常化するために季節単位 (冬; 12~2月, 春; 3~5月, 夏; 6~8月, 秋; 9~11月) に分け、また線形化のために非線形特性の強い表面流出成分を除去した。その方法は日降水系列からA層を飽和させるに要する値 $\gamma \cdot D$ 以上を除き、流量系列からは中間流出の最大値 $r_a \cdot A$ を日流出高に換算し、それ以上の日流出高を除去するというものである。ただし、 γ はA層の有効空隙率、 D はA層厚、 r_a は中間流出最大強度、 A は流域面積である²⁰⁾。長期間流出の支配的な成分が中間流出と地下水流出の2成分であるこ

とを考えると、こうした表面流出成分の除去法は実際のな面でも都合がよからう。

ところが後述するように、この方法で求めた統計的単位関 $h(\tau)$ は各季節とも各年で異なり、とくにピーク値はかなり異なった結果となり、予測の精度としては十分ではないことがわかった。同時に季節間の統計的単位関は冬、春期と、夏、秋期では異なるが、それぞれの季節ではよく似た形状を示しており、しかも、この傾向は上流域ほど顕著であることがわかった。これは、降雨流出と融雪流出がかなり違った機構をもっていることを示すものである。そこで、系の定常化としては夏、秋の降雨期と融雪期に分けて考え、降雨期では流域の先行条件すなわち土湿量変化を考慮し、また融雪期では、入力として降雪を融雪量に変換して系の線形化をはかったのである。

(2) 土湿量変化を考慮した降雨期の統計的単位関

一般に降雨期の流出現象においては、流量の増加に寄与しない初期損失成分があり、またA層がある水位まで土壌水分で満たされていると、降った雨のすべてがA層内に浸透して貯留されるのではなく、一部は地表面を流れる。したがって、日降雨量 $R(i)$ から表面流出となる非線形成分 $NL(i)$ と、流出に寄与しない初期損失量 $L(i)$ を分離するために、中間流出の生起場であるA層内の土湿量分布を Fig. 2 のように考える。ここに、最小含水量は、主に毛管力の作用により保持され、重力水として降下しない限界含水量である。一方、重力排水量および初期損失量領域における土湿量は、無降雨経過日数とともに、それぞれ指数関数型のてい減をずるとして次式のように仮定する^{21,22)}。

重力排水量領域；

$$S(i) = \{S(i_0) + i_c/\alpha\}e^{-\alpha(i-i_0)} - i_c/\alpha \dots\dots\dots(3.14)$$

初期損失量領域；

$$S(i) = S(i_0)e^{-\beta(i-i_0)} \dots\dots\dots(3.15)$$

ここに、 $S(i_0)$ と $S(i)$ はそれぞれ i_0 日、 i 日におけるA層内土湿量 (mm)、 i_c はA層下層への最終浸透能 (mm/day)、 α と β はてい減係数 (1/day) である。

実際の計算にあたっては、土湿量 S が初期損失量領域の下限近くにある時点から計算をはじめ、流出系への入力となる有効降雨量 $R_e(i) (= R(i) - L(i) - NL(i))$ は上式で計算された $S(i)$ と $R(i)$ のうち、重力排水量領域にある降雨量分で与える。もちろん、無降雨の場合は $R_e(i) = 0$ である。したがって、降雨期の統計的単位関は $R_e(i)$ と、中間流出の最大値以上を除去した日流出高系列 $Q(i)$ から Wiener-Hopf 方程式 (3.11) を導びくことによって得られる。

(3) 融雪量を入力とした融雪期の統計的単位関

融雪期の流出機構を解明するために、最初は一樣分離方法により降雪をそのまま水に換算し、それと河川流量との間に冬、春期の $h(\tau)$ を求めた。ところが後述するように、こうして求めた $h(\tau)$ は各年で非常に異なり、一樣分離法による系の定常、線形化は極めて不適切であるという結果を得た。そこで、融雪流出現象についてはつぎのように取り扱った。すなわち、降雪はいったん流域に積雪され、それが気温、日射、風あるいは地熱などの融雪因子によって融雪水となり、そのうちあるものは雪層内を流下し、あるものは地表面下に浸透して、流域下流端に現われるはずであるから、融雪流出系を Fig. 3 のようにモデル化し、日融

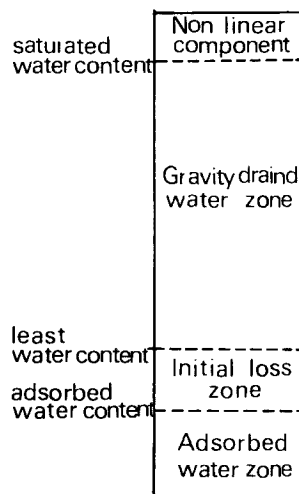


Fig. 2 Schematic diagram of states of soil moisture in A layer.

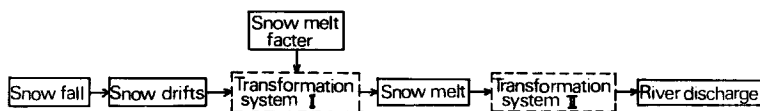


Fig. 3 Block diagram representing the runoff system of snow melt.

雪量と河川流量から $h(\tau)$ を算出したのである。この場合、流域が雪層で覆われているので土湿量変化は顕著でなく、融雪水の多くは雪層内を流下し、その性状は中間流の生起するA層内の流れに類似していると考えられるので、変換系IIは定常、線形と仮定してもよからう。

このように考えると、問題は日融雪量の評価である。本研究では、融雪因子としては資料の入手しやすい日平均気温 T 、および日降雨量 R を考え、気温とそれによる融雪高 M_T は比例関係にあると仮定する。また気温が 0°C 以上のときに降雨があると、 M_T の他に雨による融雪高 M_R があると考え、全融雪高 M は M_T と M_R の単純和であるとして、

$$M = M_T + M_R = C \cdot T + R \cdot T / 80 \quad \dots\dots\dots(3.16)$$

で表わす²³⁾。ここに、 C は比例定数、 $80(\text{cal/g})$ は水の融解熱である。なお、実際の計算にあたっては T 、 R が標高による変化特性をもつので、流域を標高によっていくつかの地帯に分割し、 T 、 R と標高との関係を次式で与えた。

$$T(h_i) = T(h_0) - \mu(h_i - h_0) \quad \dots\dots\dots(3.17)$$

$$R(h_i) = R(h_0) + \lambda(h_i - h_0) \quad \dots\dots\dots(3.18)$$

ここに、 h_0 と h_i はそれぞれ観測地の標高および分割地帯の平均標高 (m)、 μ と λ はそれぞれ気温のてい減率 ($^\circ\text{C}/100\text{m}$)、および降雨増加率 ($\text{mm}/100\text{m}$) である。したがって、この T 、 R を用いて (3.16) より各分割地帯の融雪高 M_i が計算されると、流域の全融雪高 $M(\text{mm/day})$ は

$$M = \sum_{i=1}^n A_i \times \text{Min}(C \cdot T_i + R_i \cdot T_i / 80, S_i) / A \quad \dots\dots\dots(3.19)$$

で与えられる。ここに、 A_i は各分割地帯の面積、 A は全流域面積である。また、 S_i は積雪水量であって、積雪深に月別変化を考慮した雪の密度を乗じて求める。ただし、積雪のない状態に降雨がある場合は降雨量そのものが M に対応する。以上のようにして求めた日融雪高 M と実測の河川流量とから融雪期の $h(\tau)$ が得られるわけである。

(4) 統計的単位図の簡易推算法

統計的単位図 $h(\tau)$ は、すでにみたように降雨期、融雪期のいずれにおいても (3.11) 式の m 元連立一次

方程式を解くことによって求められる。しかし、実際の計算においては、 m が大きくなると手計算では求め難く、電子計算機を利用しなければならない。今後、電子計算機の利用はますます増大するであろうが、現状ではいつでも、どこでも電子計算機が利用できるとは限らない。こうした事情を考えると、精度をある程度おとしても実用的で簡単な $h(\tau)$ の算出方法があると都合がよい。そこで、以下では、入力系列の自己相関関数の特性に注目して、 $h(\tau)$ の簡易推算法について述べる。

まず、降雨期の日降水系列について検討した結果、後述するように近似的には $\tau \geq 1$ で無相関としてよいという結論を得た。こう

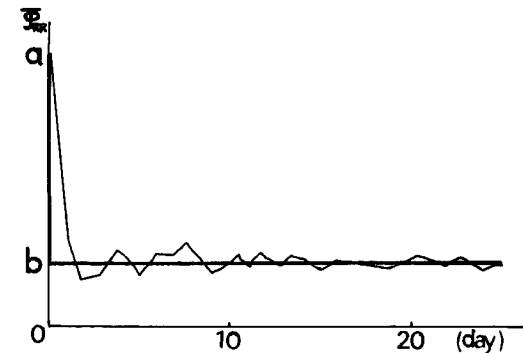


Fig. 4 Approximation of autocorrelation function of daily precipitation.

した特性に注目するならば、つぎのような簡易推算法が有効となる。すなわち、降水系列の自己相関関数 $\Phi_{RR}(\tau)$ を Fig. 4 のように近似すると、(3.11) 式は

$$\begin{aligned} \Phi_{RRQ}(\tau) &= \sum_{k=0}^m h(k) \cdot \Phi_{RR}(\tau - k) = a \cdot h(\tau) + b \cdot \sum_{k \neq \tau, k=0}^m h(k) \\ &= a \cdot h(\tau) + b \cdot (f - h(\tau)) \quad \dots\dots\dots(3.20) \end{aligned}$$

と展開され、 $h(\tau)$ は次式のように簡単に表現できる。

$$h(\tau) = (\Phi_{RQ}(\tau) - b \cdot f) / (a - b) \quad \dots\dots\dots(3.21)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a &= \Phi_{RR}(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{R(i)\}^2 \\ b &= \{\text{対象期間内の平均降水量}\}^2 = \{\bar{R}\}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.22)$$

なお b の意味は、平均値が 0 でない定常不規則過程の自己相関関数は、平均値を 0 としたときの自己相関関数に平均値の 2 乗を加えたものに等しいということによっている。また f は

$$f = \sum_{k=0}^m h(k) \quad \dots\dots\dots(3.23)$$

を意味するから、これは対象期間内の流出率に相当し、対象期間内の全降水量と全流出量の比から推定できる。

以上のようにして a, b, f が与えられると、降雨期の $h(\tau)$ は (3.21) 式より降水と流量の相互相関関数によって容易に算出できる。一方、融雪期においては、系への入力の日融雪量であるから、その自己相関関数が降雨期の日降水量のそれと同じように Fig. 4 で近似できるならば、同様の方法によって近似的に $h(\tau)$ を算定できる。

4. 流出系の状態遷移

前章で述べた統計的単位関法は、入、出力値の相関から長期間流出系の統計的構造を理解し、流域の場所的、時間的な流出形態を量的に把握することによって日流量の予測をはかろうとしたものであった。本章で述べる流出系の状態遷移に関する考察は、一歩進めて Black-Box として扱ってきた長期間流出系そのものの内部構造を確率論的にさぐろうとするものである。

4.1 流出系の最大エントロピー

まず、長期間流出系に対して最大エントロピーの仮説をおきうることを簡単に説明しておこう。

流出系、とくに長期間流出系には非常に多くの因子が時間的にも、空間的にも複雑に作用し、その結果、系は極めて不確実となっている。このことは確率論的にはつぎのことを意味している。すなわち、いま流量に影響を及ぼす因子を x_1, x_2, \dots, x_n とし、流量 x を

$$x = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

で表現する。両辺の対数をとると、

$$\log x = \log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

となり、各因子が互いに独立であれば、 n が大きくなるにつれて中心極限定理から $\log x$ は正規分布に近づくが、高確率群に属する水文学は一般にこうした特性をもっていることはよく知られている。これは、Shannon の情報理論でいう標準偏差が指定された場合の最大エントロピーをもつ確率分布に相当するから、流出現象はエントロピー的に解釈でき、かつまた流出系内部の確率的構造解明に、Shannon の定義した意味でのエントロピー最大仮説をおきうると考えたのである。

4.2 流出系の状態遷移図と遷移確率の算出

長期間流出系に最大エントロピー仮説が成り立つと考えたが、つぎに流出系エントロピーの数量的表現を示そう。

長期間流出系は、流量系列の時系列論的解析の立場からは一般に多重マルコフ過程とみなされているが、流出系の状態遷移に注目するならば、系遷移は単純マルコフ過程とみなしうる。いま、流出系がとりうる状態を E_1, E_2, \dots, E_n とし、 E_i の状態に降雨 R_k が作用すると系は他の状態 E_j に移り、流量情報源から流量 Q_{ij} が生起するという状態遷移を想定することができる。すなわち、この場合の状態遷移図が Fig. 5 のように描かれる。ここに、 $P_i(j)$ は状態 E_i から E_j への遷移確率、 P_i は状態 E_i にある確率、矢印は

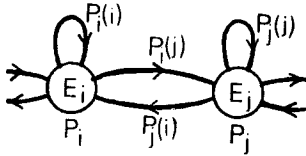


Fig. 5 Chart of state transition. (Shannon's line)

状態遷移の方向を示す。

さて降雨 R_k の場合、 E_i から E_j へ到達する時間を t_{ij} で表わすと、流出系の平均到達時間 L は次式で与えられる。

$$L = \sum_i \{P_i \sum_j (P_i(j) t_{ij})\} \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

また、この系において、 E_i にあることが知られている場合に、 E_j に移ったときに生ずる情報は情報理論から、

$$-\log P_i(j) \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

となる。したがって、この系全体のもつ情報量 H は

$$H = -\sum_i \{P_i \sum_j (P_i(j) \cdot \log P_i(j))\} \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

となり、単位時間あたりに系のもつ情報量すなわちエントロピーは

$$R = -\sum_i \{P_i \sum_j (P_i(j) \cdot \log P_i(j))\} / \sum_i \{P_i \sum_j (P_i(j) \cdot t_{ij})\} \quad \dots\dots\dots(4.6)$$

で与えられる。これが各降水規模に対して流出系がもつエントロピーの数量的表現である。

つぎに、このエントロピーを用いて遷移確率 $P_i(j)$ を算出する方法を説明しよう。前述したように流出系には最大エントロピーの仮定をおいたから、(4.6)の流出系エントロピーを最大にすることによって $P_i(j)$ が算出できる。それには、

$$\left. \begin{aligned} \sum_i P_i &= 1 \\ \sum_j P_i(j) &= 1 \\ \sum_i P_i P_i(j) &= P_j \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(4.7)$$

なる条件のもとに (4.6) 式を $P_i(j)$ について最大にすればよい。そこで、Lagrange の未定係数法を使って求めると、結局 $P_i(j)$ は

$$P_i(j) = (B_j / B_i) \times W^{-t_{ij}} \quad \dots\dots\dots(4.8)$$

で与えられる²⁴⁾。ここに、 B_i は連立方程式

$$\sum_i B_i (W^{-t_{ij}} - \delta_{ij}) = 0 \quad \dots\dots\dots(4.9)$$

の解であり、また W は

$$|W^{-t_{ij}} - \delta_{ij}| = 0 \quad \dots\dots\dots(4.10)$$

なる方程式の最大正実根である。ただし、 δ_{ij} は Kronecker-Delta である。したがって、(4.10) 式から W の正実根を求め、(4.9) 式に代入して B_i が求まると、 $P_i(j)$ は (4.8) 式によって求められる。こうした方法によって遷移確率 $P_i(j)$ が決定されたならば、流出系の状態遷移が遷移確率によって記述されたことになる。

以上、流出系の状態遷移について述べたが、この理論は流出系内部の確率的構造に立ちいっていると同時に、実用的な面でも、系の状態遷移に注目することによって、この過程を単純マルコフ過程とみなすことができ、従来の時系列論的解析における問題点、たとえば系列のマルコフ性あるいはほん度の安定性が過去の記録から保障されるかどうかといった問題解決の糸口になろう。ただ、遷移確率の定常性には問題があるので、本研究では近似的に定常とみなしうるよう、系列を降雨期および融雪期に層別化して扱った。

5. 由良川流域への適用と考察

本章では、前章までの理論的アプローチを由良川流域に適用し、その結果について考察する。

5.1. 由良川流域の概要と水文資料

由良川は三国岳 (標高 959 m) にその源を發し、西流して丹波高原を東西に貫き、福知山付近で北折して由良において日本海に注ぐ流域面積 1,882 km²、流路延長約 140 km の中河川である。その流域は山地が

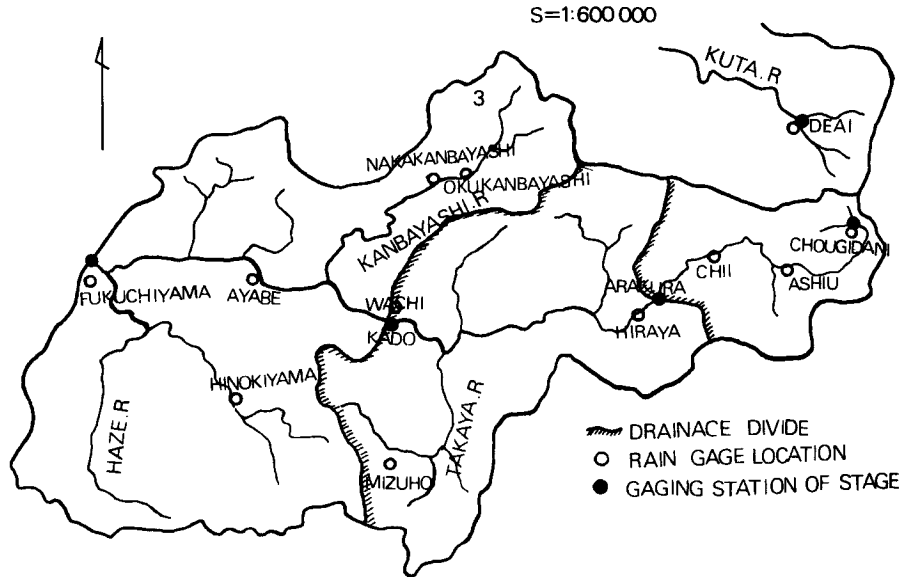


Fig. 6 Map of the Yura River basin.

89%，平地が11%であって，典型的な山地河川である。本研究の対象とする福知山地点までの流域概要を Fig. 6 に示す。流域の林相は良好であり，流域上流部は京都大学の芦生演習林である。また気候的には裏日本型の特色を示し，曇天や降水の日数が多く，とくに冬期は降雪日数が多い。降水量は河川表流水の重要な供給源であるが，年総降水量は一般的に上流水源ほど多く，下流部へいくほど少ない。すなわち荒倉流域で，2,200～2,600 mm，角流域で 1,800～2,200 mm，福知山流域で 1,600～2,000 mm となっている。月別には6～7月の梅雨期と8～9月の台風期がもっとも多く，この4カ月で年降水量の約50%を占めている。降雪は1～2月がもっとも多く，芦生地点では1.5 m 近くにもなるが，12月は比較的少ない。

つぎに水文資料は，場所的な流出形態を考察するために荒倉（流域面積 150 km²），角（556 km²），福知山（1,157 km²）の3地点のものを選んだ。系への入力である各流域の日平均面積降水量は，Fig. 6 に示す観測所の地点雨量から Thiessen 法によって算出した。なお，採用年は昭和28～36年である。また，出力である日平均流量は荒倉，角地点については関西電力，福知山地点については近畿地建福知山工事事務所の資料を用い，その使用期間は降水と同様である。その他使用した資料は，京大演習林のある芦生地点での昭和20～42年にわたる気象観測資料および関西電力が観測した場合，長治谷地点の日降水量，日平均流量資料（昭和42年5月～43年8月）である。なお，計算は京都大学の KDC-II によった。

5.2. 相 関 係 数

(1) 自己相関係数

日降水系列 $R(i)$ の自己相関係数 $\varphi_{RR}(\tau)$ は (3.5) 式から次式で与えられる。

$$\varphi_{RR}(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N R(i) \cdot R(i+\tau)}{\sum_{i=1}^N R^2(i)} \dots\dots\dots (5.1)$$

Fig. 7, 8 はその算出結果である。日降水系列が広義の定常確率過程から抽出された時系列であり，近似的に $\tau \geq 1$ では無相関となるランダム変動系列であって，年周期成分を含まないことが認められる。荒倉，角，福知山地点についても $\varphi_{RR}(\tau)$ を求めたが，芦生とはほぼ同じ性状が認められた。このことは，これらの水系においては流域面積が大きくなるにつれて平均面積降水強度は小さくなるが，降水生起特性すなわち降水日数分布および降水間隔日数分布には顕著な地域性が認められないことを意味している。Fig. 9 は芦

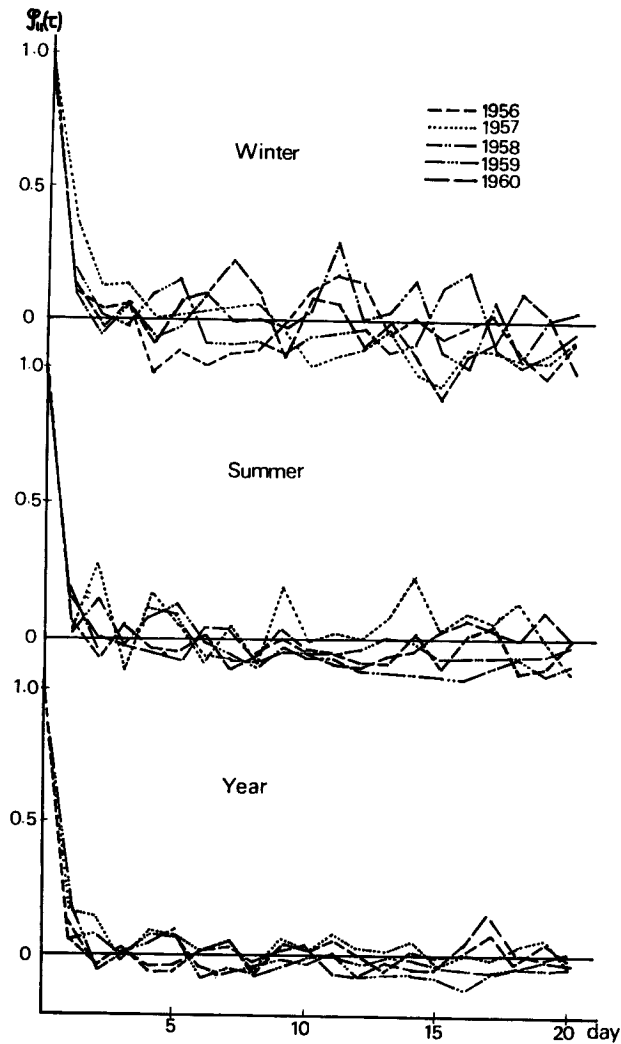


Fig. 7 Autocorrelation coefficient of daily precipitation at Ashiu in Yura River basin.

生における月降水量系列の $\varphi_{RR}(\tau)$ であるが、月単位での降水量はランダムな成分のほか、年周期成分さらには季節変動成分を含んでいるようである。このように降水現象が時間単位のとり方によって、その統計的性状を異にする点は留意すべきであろう。

つぎに日平均流量の自己相関係数 $\varphi_{QQ}(\tau)$ を降水と同様求めたものが Fig. 10 である。降水のそれよりもある日数の間は相関が認められるが、これは流域の貯留効果を示すものである。その効果は流域面積の増加につれて大きくなると考えられるが、ここで対象とした流域面積間では大きな相違は認められない。季節別にみると夏、秋においては $\varphi_{QQ}(\tau)$ のてい減が急であり、冬、春はそれに比べてゆるやかである。また、冬、春のてい減は下流域ほど急であり、夏、秋のそれに近ずいている。これらは、冬、春においては融雪流出が卓越し、その流出が一般には長期にわたり、しかもその傾向が上流域ほど顕著であることを意味している。いずれにしても流域には貯留効果があり、これが日流量系列に多重のマルコフ性を与えているわけであ

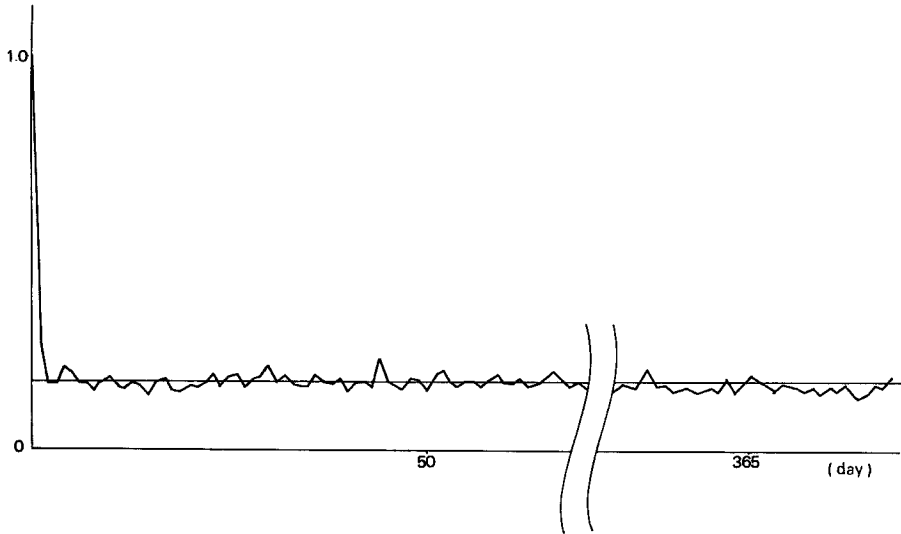


Fig. 8 Autocorrelation coefficient of daily precipitation at Ashiu.

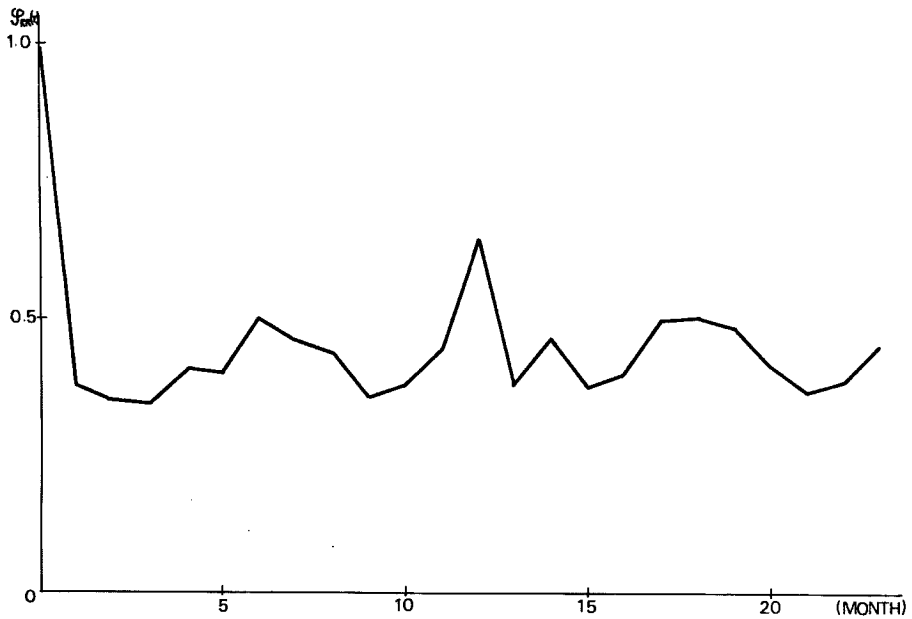


Fig. 9 Autocorrelation coefficient of monthly precipitation at Ashiu.

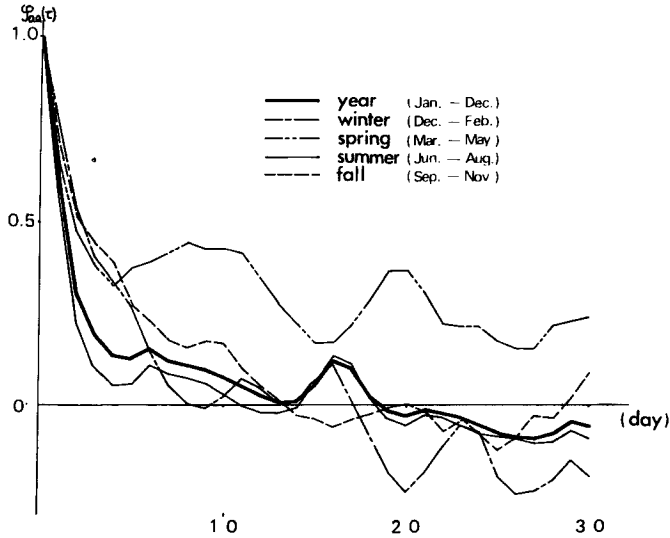


Fig. 10 Autocorrelation coefficient of daily average river discharge at Arakura.

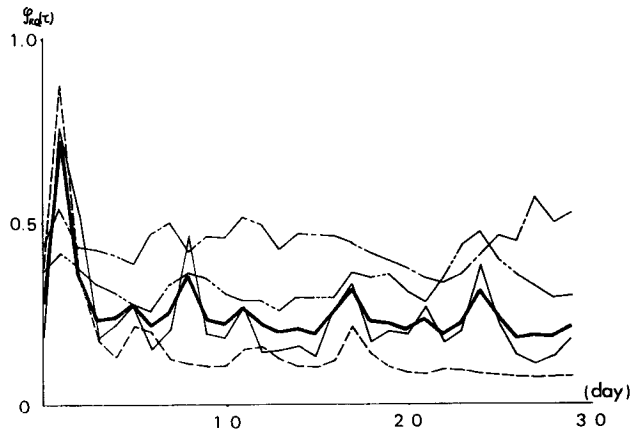


Fig. 11 Crosscorrelation coefficient between daily precipitation and daily average river discharge at Arakura.

る。

(2) 相互相関係数

日降水系列 $R(i)$ と日流量系列 (日流出高系列) $Q(i)$ との相互相関係数 $\varphi_{RQ}(\tau)$ は

$$\varphi_{RQ}(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N R(i) \cdot Q(i+\tau)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N R^2(i) \sum_{i=1}^N Q^2(i)}} \dots\dots\dots(5.2)$$

で与えられる。Fig. 11 は、昭和29年における $\varphi_{RQ}(\tau)$ の算出結果の一例である。各線分は Fig. 10 と同じ季節を意味する。降水から流量への代表的な遅れ時間を表わす τ_m の値は、年、夏、秋では1日となっているが、冬、春は明確でない。また $\varphi_{RQ}(\tau_m)$ の値および $\varphi_{RQ}(\tau)$ は両系列の対応の度合を示すが、各流域とも夏、秋は両系列の対応が強いのにに対して、冬、春の対応は弱い。また、Fig. 12 は (3.9) 式から得られる波形ひずみ $\sqrt{Ae^2}$ と流域面積との関係を示したものである。各線分は Fig. 10 と同じである。両系

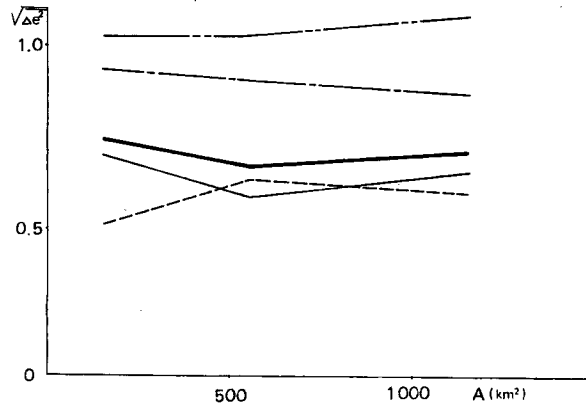


Fig. 12 Relation between $\sqrt{\Delta e^2}$ and basin area, A.

列の対応の強弱を裏すけているが、流域面積が増大するにつれて $\sqrt{\Delta e^2}$ が大きくなるという特性は顕著には認められない。これは、対象とした各地点の流域面積の範囲が小さかったためであろう。

以上の相互相関解析からつぎのような長期間流出特性を知ることができる。すなわち、冬の降水はほとんど雪であり、ただちに流量になるのではなく、流域に積雪の状態が存在して、気温などの気象因子によって徐々に融け、あるものは雪層内を流れ、あるものは地下に浸透して貯留される。そして春になると気温の上昇とともに融雪流出となり、降雨も雪層に吸収され流出が長びく。ただ、流域面積が大きくなると雪線後退の影響が大きくなり、融雪流出だけではなく降雨流出も含まれてくるので、流出はやや急になる。いずれにしても融雪流出と降雨流出とはかなり違った機構をもっていることがわかる。また、面積的には荒倉、角、福知山流域で $\varphi_{RQ}(\tau)$ の傾向にほとんど差がなく、長期間流出を対象とする場合の基準面積は、短期間流出のそれよりもかなり大きくとってよいといえよう。

5.3 統計的単位図

前節で入力である日降水系列の広義の定常性が認められたので、つぎに系の定常、線形化をはかって統計的単位図を求めてみよう。統計的単位図 $h(\tau)$ は Wiener-Hopf 方程式の離散的表現

$$\sum_{k=0}^m h(k) \cdot \Phi_{RR}(\tau-k) = \Phi_{RQ}(\tau) \quad (\tau \geq 0) \dots\dots\dots (5.3)$$

を解くことによって得られる。

(1) 一樣分離方法による統計的単位図

由良川流域においては $\gamma \cdot D = 120\text{mm}$ 、 $r_a = 6\text{mm/hr}$ であることが知られているので²⁵⁾、降水系列からは 120 mm 以上を、流量系列からは 6 mm/hr に流域面積を乗じた値以上を一樣に分離して系の定常、線形化をはかり、各季節の $h(\tau)$ を算出した。この場合、 m の値は30日にとった。

Fig. 13 はその結果の一例である。他の結果とも合わせて考えると、つぎの諸点が指摘できる。1) 冬の $h(\tau)$ は各流域とも各年異なり、その傾向は上流域ほど顕著である。2) 春においては融雪洪水的な現象があったと思われる年を除けば、 $h(\tau)$ は各年かなり一致しており、下流域ほどよく一致している。また、 $h(\tau)$ のてい減は夏、秋に比べてゆるやかである。3) 夏の $h(\tau)$ は各流域ともピーク値を除くと各年でかなりよく一致している。4) 秋も夏同様、ピークを除くと各年でよく一致している。ピーク値は上流域ほど大きくなる。5) 夏の $h(\tau)$ と秋のそれとはよく似た形をしている。6) 年の $h(\tau)$ は各季節を通じての平均的な流出現象を示すものであり、ピーク値を含めて各年でかなりよく一致している。しかもその形は夏、秋に類似している。7) $\tau \geq 15$ になると $h(\tau)$ が負となるが、これは貯留効果の日数を示すものといえる。また、 $h(\tau)$ を次式に代入すると、

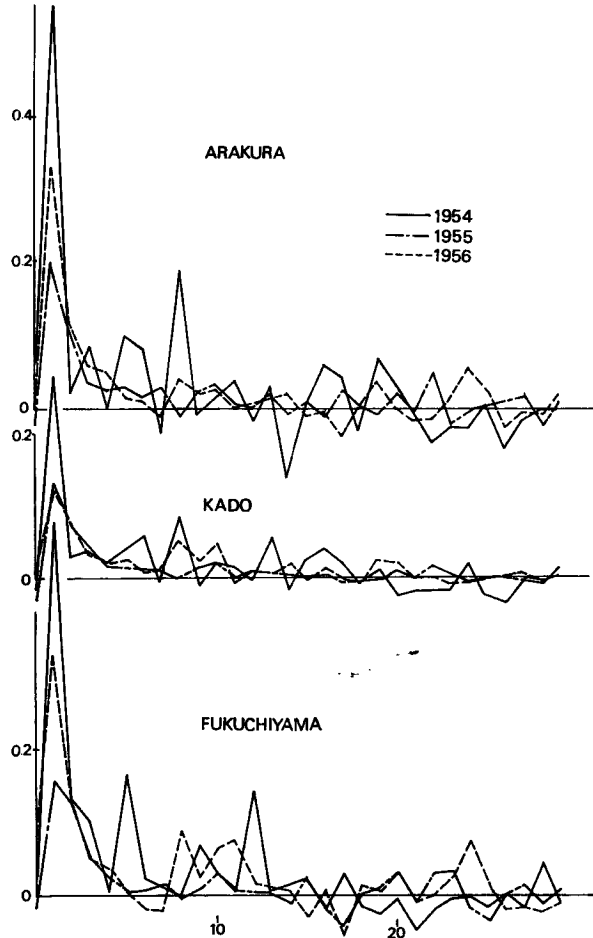


Fig. 13 Statistical Unit Hydrograph in summer based on the uniform separation method.

$$Q(i) = \sum_{k=0}^m h(k) \cdot R(i-k) \dots\dots\dots (5.4)$$

計算流量が得られるが、この計算流量と実測流量とを比較したものが Fig. 14 である。他の結果とも合わせて考察するとつぎのようになる。1) 冬, 春では両者はあまり一致せず、とくに3月はその差が著しい。この傾向は上流域ほど顕著である。2) 夏, 秋では、大出水期で両者の一致が悪い。3) 各季節の $h(\tau)$ による計算流量の方が年の $h(\tau)$ による値よりも実測流量によく一致している。

以上観察された事実は 5.2(2) で述べた長期間流出特性をいっそう明確にするものであり、統計的単位図法が長期間流出系の解析・予測法として有効であることを実証している。同時に、一様分離法による系の定常、線形化に検討すべき点があることをも示唆している。すなわち、1) 冬の流出は融雪であり、春においても上流域では融雪流出が卓越している。したがって、上流域においては冬, 春の期間は日融雪量と河川流量の間で $h(\tau)$ を求める必要がある。2) 夏においては春の残雪で流域が湿っているうえに梅雨期が続くので流域はかなり湿っており、表面流出生起の可能性が大である。しかも蒸発散による損失量の大きい期間であることを考えると流域の土湿量を考慮する必要がある。また、下流域では農業用水などの取水があること

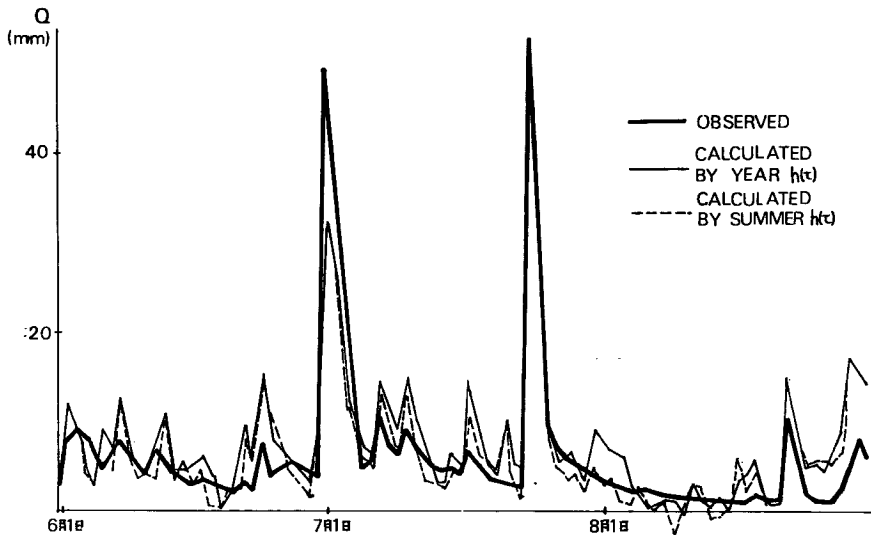


Fig. 14 Comparison with observed and calculated river discharge in summer, at Arakura.

を考慮すべきであろう。3) 秋においては夏期の日射で流域はかなり乾いているが、この季節は台風による豪雨が特徴で、台風が来襲するかしないかで流出形態が異なり、しかもそれらは大部分表面流出としての性格をもち、ピーク値にかなり大きな違いをもたらしている。したがって、非線形特性の強いこれらの成分を十分に除く必要がある。4) 前述したところから系の非定常性は明らかであり、系の定常化にあたっては融雪期と夏、秋の降雨期に分けて考えるべきである。5) 降水が流量に影響を及ぼす日数として m はこの流域では15日が適当であろう。

そこで、以上の点を改良するため降雨期においては流域の先行条件すなわち土湿量変化を考慮した方法を、融雪期においては日融雪量を考慮した方法を提案したが、以下ではその結果について考察しよう。

(2) 土湿量変化を考慮した降雨期の統計的単位図

この方法の適用にあたってはまず、Fig. 2 の飽和容水量をはじめとする各水量を与える必要がある。われわれは従来の研究から²⁶⁾、飽和容水量をA層厚とA層空隙率の積で与えて180 mm とし、さらに最大重力排水量を120 mm とし、これらをもとに最小容水量、吸着水量を与えた。また由良川流域では $i_c = 0.23$ mm/hr といわれるので、それを日に換算して $i_c = 5$ mm/day とし、中間流出の卓越継続時間にもとづいて飽和水量が3日間の無降水で最小容水量になるとした²⁷⁾。ひきつづき無降水が続くと、初期損失量領域の最大値は蒸発散によって指数関数的に減し、5日間の無降水で吸着水近くの土壌水分になるとした²⁸⁾。このように考えると、重力排水量、初期損失量領域の減係数 α , β がそれぞれ 1.106 l/day, 0.102 l/day で与えられる。したがって、系の入力である有効降雨量が算出され、これと実測の河川流量とから降雨期の統計的単位図が得られる。

Fig. 15 はこのようにして求められた統計的単位図の一例である。初期損失量を考えたので有効な降水日数が少なくなり、そのため各流域ともピーク値は一様分離法の場合に比べて大きくなっている。また、 $h(\tau)$ も各年でかなりよく一致しており、とくに、角と福知山でその一致の程度がよい。

以上は夏、秋の降雨期においては土湿量変化を考慮した方法が一様分離法に比べてより有効であることを実証している。ただ29年は大出水が数度あり、荒倉流域ではとくに $h(\tau)$ の変化が大きく、非線形成分分離の方法になお問題があることを示している。

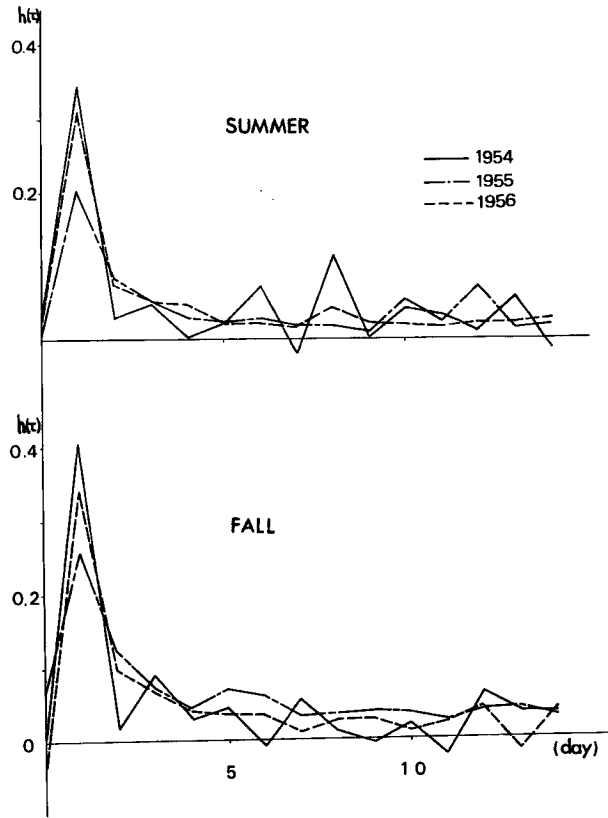


Fig. 15 Statistical Unit Hydrograph considered the variation of soil moisture content, at Kado.

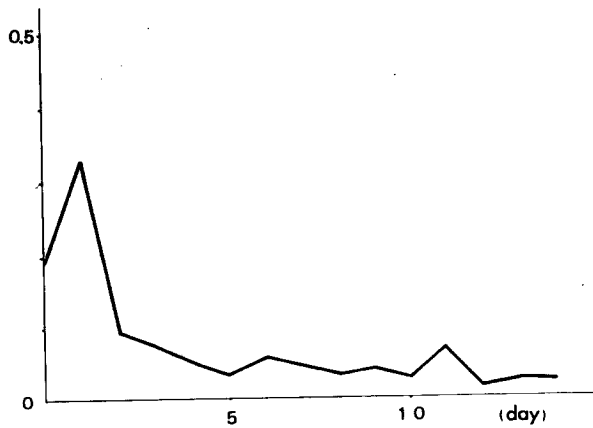


Fig. 16 Statistical Unit Hydrograph at Deai in Kuta River basin.

さて Fig. 16 は同じ方法を久多川流域出合地点（流域面積 20 km²）に適用した結果である。1年間の $h(\tau)$ では現象の完全な記述はできないが、山岳小流域の流出が急激であることを明確に示している。

(3) 融雪期の統計的単位図

3.3 (3) で述べた日融雪量の算出方法を融雪流出の卓越する荒倉流域の1月から4月の期間に適用した。用いた資料は芦生地点の日平均気温 T 、日降雨量 R および積雪深である。

この流域の標高差が約 600 m であることから流域を Table 1 のように分割した。芦生地点は標高 h が 400 m であり、ちょうど A_1 の平均標高とみなしうる。したがって、芦生の観測資料を用いて A_2, A_3 の T, R を (3.17) および (3.18) 式で推定し、各地帯の M_T, M_R を (3.16) 式から求めると、(3.19)

式によって流域の日融雪高 M が算出される。なお、比例定数 C としては多くの実験、観測結果から 4~6 mm/°C といわれているので^{29), 30)}、ここでは $C=5\text{mm}/^\circ\text{C}$ とした。また気温の減率 μ としては一般にいわれている 0.6°C/100m を、降水の増加率 λ としては由良川流域の標高と融雪期の降水量との関係から 1.2mm/100m を与えた。積雪水量算定の際必要な雪の密度 ρ はその月別変化を考慮して、1月; 0.3 g/cm³, 2月; 0.4, 3月; 0.5 と仮定した³¹⁾。さらに、春先における雪線の後退は現時点では明確でないので、一応 A_1 の消雪後10日間は A_2 に融雪に見合うだけの残雪があり、その後10日間は A_3 に残雪があると仮定した。

以上の諸仮定にもとづいて日融雪量を算定し、河川流量との間で融雪期の統計的単位図を求めたものが Fig. 17 である。 $h(\tau)$ は各年でかなりよく一致しており、降水量と河川流量の間で求めた冬、春の結果に比べると、この方法が有効であることがわかる。また、 $h(\tau)$ の形状は融雪流出の特性をよく表わしている。すなわち融雪量はその日の流量にもかなり反映するが、翌日もっとも多く流出し、以後はゆるやかに流出して長期にわたる。しかも、ピーク値は降雨流出に比べて小さく、1日以内に降水の大部分が流出する降雨流出とかなり違った流出特性をもつことがわかる。

Table 1 Division of the Arakura basin.

Zone	Elevation (m)	Rate of Occupation (%)
A_1	300~500	32
A_2	500~700	50
A_3	700~900	18

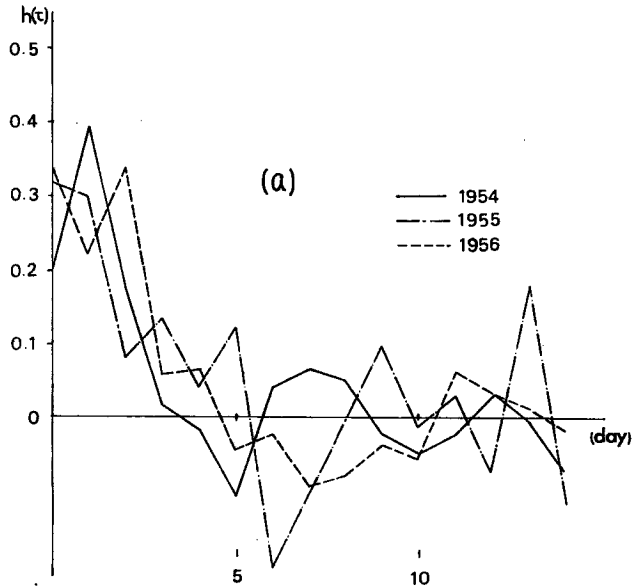


Fig. 17 Statistical Unit Hydrograph considered the daily snow melt water at Arakura.

Table 2 Values of F
 $F = \frac{\sum(Q(i) - Q^*(i))^2}{\sum Q(i)^2}$, $Q(i)$; observed, $Q^*(i)$; calculated.
 A; by the uniform separation
 B; by the variation of soil moisture content
 C; by the daily snow melt water

Zone	Year	Winter		Spring	Summer		Fall		Annual A
		A	C	A	A	B	A	B	
Arakura	1954	0.329	0.413	0.158	0.285	0.262	0.145	0.138	0.413
	1955	0.450	0.348	0.081	0.133	0.090	0.091	0.078	0.512
	1956	0.233	0.324	0.225	0.111	0.113	0.193	0.158	0.728
Kado	1954	0.188		0.084	0.120	0.100	0.048	0.066	0.189
	1955	0.286		0.046	0.111	0.106	0.111	0.156	0.658
	1956	0.069		0.155	0.253	0.136	0.079	0.092	0.610
Fukuchiyama	1954	0.254		0.205	0.133	0.119	0.050	0.027	0.994
	1955	0.216		0.126	0.138	0.256	0.193	0.146	0.762
	1956	0.079		0.145	0.120	0.102	0.076	0.084	0.686

Table 2 は以上の諸方法を一括して、その計算流量と実測流量の一致の程度を数量的に示したものである。予測の精度について指摘した点が一層容易に理解できる。

(4) 統計的単位図の簡易推算法

上述の統計的単位図の算出は電子計算機 KDC-II を利用して求めたものである。Fig. 18 はこの KDC-II による数値解と実用的な簡易推算法から求めた結果を比較したものである。降雨期においては両者はかなり一致しているが、融雪期においては一致の程度が悪い。したがって、降雨期のようにその入力系列が定

常ランダム変動をなしている場合には、こうした簡易推算法によっても $h(\tau)$ が容易に算出できる。

以上を総括すると以上のようなのである。1) 統計的単位図法は長期間にわたる流域の場所的、時間的な流出形態を量的に把握する方法として有効であり、計算流量と実測流量がかなり一致していることを考えると、長期間にわたる日単位での流出予測、欠測流量の補充にかなり有効な方法といえよう。とくに水文資料の不足している山岳上流域の開発を進める場合にはこの方法が有効である。2) 予測の精度を考えると、降雨期においては土湿量変化を考慮した方法、融雪流出の卓越している流域および期間においては融雪期の統計的単位図法が有効である。3) 降雨期においては $\gamma \cdot D$, $r_a \cdot A$ および α, β が、融雪期においては C, μ, λ などが与えられると本研究で述べた方法は他の流域にも普遍的に適用できるはずである。しかし、こうした方法によってもピーク値の年変動の問題は依然として残り、とくに上流域においてはこの傾向が著しい。この解決方向としてはつぎの点が指摘できる。1) 表面流出と中間流出の間における遷移領域の存在；この領域

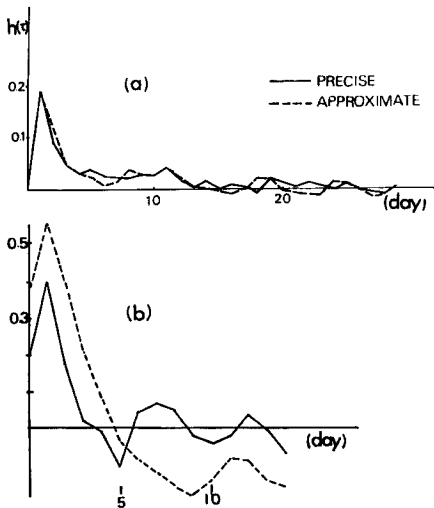


Fig. 18 Comparison with the precise solution and the approximate solution of Statistical Unit Hydrograph.
 (a) Rainfall season.
 (b) Snow melt season.

では流出の非線形現象，線形現象が複雑に入り混じっている。本研究では中間流出領域と遷移領域の境界を中間流出の最大値 $r_a \cdot A$ で与えたが，実際現象においては遷移領域が $r_a \cdot A$ 値よりも小さな値から生起していることも考えられる。したがって， $r_a \cdot A$ 値以上を非線形成分として分離するだけでは流出の非線形成分の十分な除去とならず，その分離をより完全なものにすることが必要である。2) 融雪期においては，降雨の処理を十分検討する必要がある。3) 各種用水の取水あるいは宅地造成などによって系に人為的改変が加えられる場合の条件，すなわち人為的な系の非正常性をも考慮していく必要がある。

一方，上述のような系を Black-Box とする扱いには限界があるので，系の内部機構そのものの追求をより完全にはかり，統計的単位関法と合わせて，より精度の高く，普遍的な解析・予測法を組み立てていく必要がある。流出系の状態遷移に関する考察はそうした方向を目指すものであるが，由良川流域へ適用した結果について考察しよう。

5.4. 流出系の状態遷移

定常な単純マルコフ過程とみなした流出系の状態遷移確率 $P_i(j)$ は (4.8) 式で与えられるが，実際の適用にあたっては系の状態を定めなければならない。

流出系は一般に表面流出，中間流出，地下水流出状態の3つの状態をとりうるが，日単位での長期間流出を対象とする場合には，表面流出状態はほとんど生起せず，中間流出，地下水流出状態の高確率群を考えれば十分である。いま，状態を流量の大きさと与えることにすると，中間流出状態は非常に大きな流量範囲をとり，これらの挙動を1つの状態で表現しがたいので，いくつかの段階に分けて取り扱う方がよからう。ところが現時点では各状態を与える流量の物理的階層化が困難であるので由良川流域への適用にあたっては，各降水規模に対する状態間の到達時間を基準にして，Table 3 のような流量範囲で状態を定義することにし

Table 3 Extent of runoff state and rainfall state.

Runoff state	Daily river discharge (m^3/s)	Rainfall state	daily rainfall (mm/day)
E_1	0~ 5	R_1	0~ 5
E_2	5~ 10	R_2	5~ 20
E_3	10~ 20	R_3	20~ 40
E_4	20~ 40	R_4	40~ 60
E_5	40~ 60	R_5	60~120
E_6	60~250		

Table 4 Transition probabilities of runoff states, $P_i(j)$, in the case of R_3 , where the upper and the lower value of each blocks represent the observed and the calculated value, respectively.

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
E_1	0.273 0.255	0.455 0.314	0.236 0.431	0.036		
E_2	0.022 0.053	0.267 0.255	0.644 0.692	0.067		
E_3	0.005	0.154 0.094	0.577 0.505	0.269 0.396		
E_4	0.050	0.120	0.312 0.325	0.688 0.505		
E_5	0.008	0.035	0.375	1.000 0.582		
E_6	0.004	0.034	0.184	0.250 0.286	0.750 0.492	

Table 5 Transition times of runoff states, t_{ij} , in the Case of R_3 (unit; day)

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
E_1	2	1	1			
E_2	5	2	1			
E_3	8	3	1	1		
E_4	5	3	2	1		
E_5	8	5	2	1		
E_6	9	5	3	2	1	

た。なお、適用地点は荒倉であり、同表の $250 \text{ m}^3/\text{s}$, $120 \text{ mm}/\text{day}$ はそれぞれ荒倉での中間流出の最大値、およびA層を飽和させるに要する降雨量である。また、遷移確率の定常性を考慮して、6月1日から10月31日までの降雨期を解析期間とした。Table 4の上段は、荒倉における昭和28年～40年の日降水量と日平均流量資料から求めた R_3 に対する遷移確率の実測値である。また、下段は、Table 5で与えられる状態間の到達時間 t_{ij} を用いて、エントロピー最大化法によって求めた遷移確率である。両者を比較すると大きく異なる部分もあるが、全体的にはかなりよく一致している。このように両者がかなり一致していることは、流出系にエントロピー最大の仮説が内包されていることを裏づけるものであり、こうした方法によって流出系の状態遷移の確率的構造が、かなりよく説明できるものと思われる。

今後は、こうした理論的アプローチを他の流域および融雪期にも適用して、その有効性を実証していくとともに、状態の定義を明確なものとし、状態の継続時間などを取り入れて、より具体化していきたい。

6. 結 語

本研究は長期間流出の解明を対象とし、その機構を情報理論の概念を導入して解析したものである。降水系列の定常性、系の定常、線形化を前提条件として、Wiener の濾波・予測理論を流出系に適用した統計的単位関法は、長期間流出系の統計的構造を定量的に把握する手段として有効であり、とくに土湿量変化を考慮した降雨期の統計的単位関法、日融雪量を入力とした融雪期の統計的単位関法は流況予測の精度の面でもかなり十分であることを明らかにした。また、系内部の確率構造をさぐるうとした流出系の状態遷移に関する考察は、系にエントロピー最大の仮説が内包されていることを示し、流出系の状態遷移がエントロピー最大化法によって得られる遷移確率で記述できることを実証した。

今後は、こうした理論的アプローチを他の流域にも適用して、その有効性を実証していくとともに、降雨期、融雪期における非線形成分のより十分な分離方法を考え、統計的単位関法を一層精度の高いものにしていきたい。さらに、流出系の状態遷移の概念を拡張して、より具体的な流況予測法を組み立て、統計的単位関法と合わせて、より精度の高くかつ普遍的な長期間流出のシミュレーション・モデルを組み立てていくつもりである。

最後に、本研究にあたって終始御指導いただいた京都大学工学部の石原藤次郎教授に感謝の意をささげるとともに、計算ならびに図面作製に助力いただいた大学院学生、田中雄作君に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 石原藤次郎, 高樺琢馬, 池淵周一: 降水と流量の長期的相互関係に関する研究, 土木学会第22回年次学術講演会講演概要, II-7, 昭42.5.
- 2) 高樺琢馬, 池淵周一, 田中雄作: 降雨期, 融雪期の統計的単位関について, 昭43年度土木学会関西支部年次学術講演会, II-29, 昭43.5.
- 3) 石原藤次郎, 高樺琢馬, 池淵周一: 統計的単位関の簡易推算法とその応用, 昭42年度土木学会関西

- 支部年次学術講演会，Ⅱ-8，昭42.11.
- 4) 石原藤次郎，高棹琢馬，池淵周一：流出系の状態遷移に関する研究，昭43年度土木学会関西支部年次学術講演会，Ⅱ-32，昭43.5.
 - 5) 石原藤次郎，高棹琢馬，池淵周一：長期間流出系の確率・統計的構造について，土木学会第23回年次学術講演会講演概要，Ⅱ-61，昭43.10.
 - 6) 高棹琢馬：流出機構，水工学シリーズ 67-03，土木学会水理委員会，1967.7.
 - 7) Nash, J.E.; The Form of the Instantaneous Unit Hydrograph, Intern. Assoc. Sci. Hydrology, Pub.45, Vol.3, 1957.
 - 8) Dooge, J.C.I.: A General Theory of the Unit Hydrograph, J. Geophys. Res., Vol.64, No.1, 1959.
 - 9) Eagleson, P.S.: Flood Forecasting Networks, 土木学会関西支部での講演，1967, 6.14.
 - 10) Amorocho, J., and G.T. Orlob: Nonlinear Analysis of Hydrologic Systems, Univ. Calif. Water Resources Center, Contribution No.40, 1961.
 - 11) Jacoby, S.L.S.: A Mathematical Model for Nonlinear Hydrologic Systems, J. Geophys. Res., Vol.71, No.20, No.20, 1966.
 - 12) Edson, C.G.: Parameters for retating Unit Hydrographs to Watershed Characteristics, Trons. Am. Geophys. Union, Vol. 32, 1951.
 - 13) 菅原正巳，丸山文行：雨量から流量を予知する方法について，水文諸量の予知に関する研究論文集，昭36.
 - 14) 木村俊晃：貯留関数による洪水流出の追跡法とその河川計画への応用に関する研究，昭36.
 - 15) Crawford, N.H., and R.K. Linsley; The Synthesis of Continuous Streamflow Hydrographs on a Digital Computer, Dept. of Civ. Eng., Stanford Univ., 1962.
 - 16) Julian, P.R.: A Study of the Statistical Predictability of Stream-Runoff in the Upper Colorado River Basin, Colorado. Univ., 1961.
 - 17) たとえば大泉充郎，本多波雄，野口正一：情報理論，オーム社，昭37.12.
 - 18) Eagleson, P.S.: Optimum Discrete Linear Hydrologic Systems with Multiple Inputs, M. I. T, Hydrodynamic Laboratory, No.80, August, 1965.
 - 19) 前出 1)
 - 20) 石原藤次郎，石原安雄，高棹琢馬，頼千元：由良川の出水特性に関する研究，京大防災研究所年報創出10年記念号，昭37.3.
 - 21) 前出 20)
 - 22) A. A. ロージュ，山崎不二夫訳：土壌と水，東京大学出版会.
 - 23) 菅原正巳，勝山シゲ子：積雪地域河川の日流量解析，科学技術庁資源局，昭39.4.
 - 24) 前出 17)
 - 25) 前出 20)
 - 26) 藤田哲夫：洪水流出過程における雨水の損失現象に関する研究，昭38.3.
 - 27) 前出 20)
 - 28) 前出 22)
 - 29) 小田代弘，山口甲：石狩川の融雪出水（第1報），北海道開発局石狩川開発建設部，昭41.3.
 - 30) 青木佑久，石塚一成：融雪の流出に関する研究，第22年次学術講演概要，土木学会，昭4.25.
 - 31) 前出 29)