

# 飽和砂中の間げき動水圧について

土 岐 憲 三・石 黒 良 夫

## DYNAMIC PORE WATER PRESSURE IN SATURATED SAND

By Kenzo TOKI and Yoshio ISHIGURO

### Synopsis

This paper concerns the weight fluctuation of saturated sand caused by dynamic water pressure which is generated by the horizontal acceleration and exerted on the ground-structure system and refers to an influence which affects the growth of liquefaction of saturated sand.

The dynamic water pressure in liquefied sand has been measured at a few observation points in a tank which is excited by a vibration table. The results of these experiments coincide with an analytical solution in which the liquefied sand is treated as water with the density of the submerged weight of sand.

### 1. ま え が き

ゆるく詰まった砂層や砂質土に地震や爆破などの振動力が作用すると、静態時には見られない特異な現象が発生することは以前からよく知られている。その代表的な例として飽和砂の液状化現象がある。実際の地震による被害については一般的には余り認識されてなかいったが、1964年夏に起こった新潟地震で水を含んだ砂質地盤上の構造物にかなりの被害が生じ、その原因が砂の液状化によることが明らかにされた結果、内外の多数の研究者がこの液状化現象の解明に取り組んできた。たとえば砂槽を用いた陶浪<sup>1)</sup>や土田<sup>2)</sup>、あるいは振動三軸試験機を用いた Seed<sup>3)</sup>らの研究があり、かなりの業績を収めている。

砂の液状化現象では液状化を生じる端緒はダイレイタンスーによる砂の構造骨格の破壊にあり、その結果過剰間げき水圧が発生して有効応力が減少しついには0となって破壊すると考えられている。

一方、ある境界を有する有限領域内に存在する流体に振動力が作用すれば、その流体中には水平方向、鉛直方向にある種の分布をもった動水圧が発生する。水を含んだ砂層あるいは砂質地盤中にある構造物やその基礎は、間げき水の運動に対しては一種の境界を形成することになり地盤に振動力が作用した場合には同様にその地盤中に間げき動水圧が発生する。この間げき動水圧は振動力の作用時にはつねに発生するものであり液状化現象の発生、発達にも何らかの影響を与えることが推察される。

このような観点から本研究では、動水圧などの流体力を量的に評価し、それが砂槽の振動力に対する応答とどのような関係にあるかについて考察を行なった。

### 2. 振動による飽和砂の重量変動

水を含んだ砂層や砂質地盤に振動力が作用すると構造物やその基礎が一種の境界を形成することにより地盤中の間げき水には間げき動水圧が発生する。この間げき動水圧は静水圧と異なり鉛直方向の変化率が一定値でないために鉛直方向の圧力偏差が存在し、これによって水に取り巻かれている物体には鉛直方向の力が作用することになる。すなわち、地盤を構成する砂粒子には、振動力によるその場所での動水圧の鉛直方向

の圧力偏差の合力の方向によって静態時の水中での砂粒子重量を中心として強制振動周期に等しい周期で見かけ上の重量が時間的に変動する現象が生じていることになる。

動水圧の発生している水中にある物体における重量変動の現象については前報<sup>4)</sup>に述べたとおりであるが、それは水平方向には半無限領域を考えたものである。そこで、ここでは水平方向にも有限領域である場合を対象として同様な検討を行なう。いま、Fig. 1 に示した座標系をとり水深を  $H$ 、考えている物体を半径  $a$  の球とし解析過程において球の半径  $a$  が水深  $H$  に比較して十分小さいという条件を考慮すると、重量変動量  $F_d$  は (1) 式で与えられる<sup>5)</sup>。

$$\frac{F_d}{F_s} = -\frac{\rho_d}{\rho g H} \frac{\pi}{2} \tan \frac{\pi z}{2H} \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 $F_s$  は球が水中で受ける浮力であり、 $\rho g H$  は水底での静水圧であり、ともに定数であるから、重量変動量  $F_d$  と水底からの距離  $z$  における動水圧  $p_d$  は  $z$  だけに関係し他の要因は関係しないことになる。

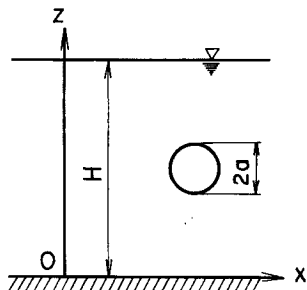


Fig. 1 Illustration of notations.

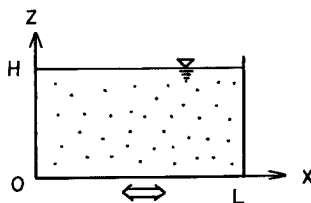


Fig. 2 Coordinates.

以上は動水圧の発生している水中に存在する単一の球の場合であるが、飽和砂層を構成する砂粒子の場合には互に接した砂粒子からの応力、すなわち粒子間応力と水圧が作用している。そのうち粒子間応力が砂粒子を平衡位置に保っていると考えれば、砂粒子に作用する水圧に関しては単一の粒子が水中に浮遊している状態と飽和砂層を構成している砂粒子の状態とは同じような状態にあると見なしてさしつかえない。もちろん、それぞれの状態においては相異なる動水圧を示すことは当然である。したがって飽和砂層を構成する砂粒子に作用する間げき動水圧を (1) 式の  $p_d$  と考えることによって、飽和砂層中の粒子に作用する重量変動量を評価することは可能である。のちに述べる水槽を用いた飽和砂層の振動実験においてはゆるく詰まった透水性の大きな飽和砂を対象としたので、ここでは (1) 式の  $p_d$  としては水平方向にも有限領域における動水圧表示を用いる。

いま Fig. 2 のごとく、座標系  $(x, z)$  において、 $x=0, x=L$  で表わされる2つの鉛直な境界で区切られた領域を考える。 $H$  は水深である。いま、この座標系の  $x$  方向に、その変位が正弦関数で表わされる振動力が作用した場合を考える。このとき発生する動水圧  $p_d$  は次の2次元波動方程式により表わされる。

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_d}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p_d}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_d}{\partial z^2} \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 $c$  は水中を伝わる音波の伝播速度である。 $x$  方向に関しては2つの境界面における動水圧勾配が振動力によって規定されることになり、また  $z$  方向に関しては水底での動水圧勾配と水表面における動水圧がともに0であることから、境界条件は (3), (4), および (5) 式となる。

$$\left[ \frac{\partial p_d}{\partial x} \right]_{x=0,L} = \rho a g \cos \omega t \dots\dots\dots(3)$$

$$\left[ \frac{\partial p_d}{\partial z} \right]_{z=0} = 0 \dots\dots\dots(4)$$

$$[p_d]_{z=H} = 0 \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 $\rho$  は水の密度、 $\alpha$  は震度、 $g$  は重力の加速度である。(2) 式の波動方程式を満足する解として境界条件 (4) および (5) 式を考慮して次式のようにおく。

$$p_d = \sum_{n=0}^{\infty} X_n(x) \cos \frac{(2n+1)\pi z}{2H} \sin \omega t \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 $X_n(x)$  は  $x$  だけの関数である。(6) 式を (2) 式に代入し  $0 \sim H$  間での  $\cos\{(2n+1)\pi z/2H\}$  の直交性を利用すると動水圧は次式で表わされる。

$$p_d = \sum_{n=0}^{\infty} (c_{n1}e^{\lambda_n x} + c_{n2}e^{-\lambda_n x}) \cos \frac{(2n+1)\pi z}{2H} \sin \omega t \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここで、 $c_{n1}$ 、 $c_{n2}$  はともに  $x$ 、 $z$  に無関係な定数であり境界条件 (3) 式から次式のように求まる。

$$c_{n1} = \frac{4(-1)^n \rho \alpha g}{(2n+1)\pi \lambda_n \tan \omega t} \frac{1 - e^{-\lambda_n L}}{e^{\lambda_n L} - e^{-\lambda_n L}} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$c_{n2} = \frac{4(-1)^n \rho \alpha g}{(2n+1)\pi \lambda_n \tan \omega t} \frac{1 - e^{\lambda_n L}}{e^{\lambda_n L} - e^{-\lambda_n L}} \quad \dots\dots\dots(9)$$

また  $\lambda_n$  は次式で表わされる。

$$\lambda_n = \sqrt{\left\{ \frac{(2n+1)\pi}{2H} \right\}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \quad \dots\dots\dots(10)$$

したがって、上の (7) 式で表わされる  $p_d$  を (1) 式に用いれば、水平方向には有限な領域における重量変動量を与える式が得られることになる。この場合重量変動量の鉛直方向の分布は水平方向における境界により影響を受けないから、(1) 式の関係を示せば Fig. 3 のごとくなる<sup>6)</sup>。また、この重量変動量の水平分布は、 $p_d$  が場所の関数であることから、その分布形状で規定されることは明らかであり、いま第 1 次の振動モードの近傍については  $p_d$  は (11) 式で近似的に表わされる。

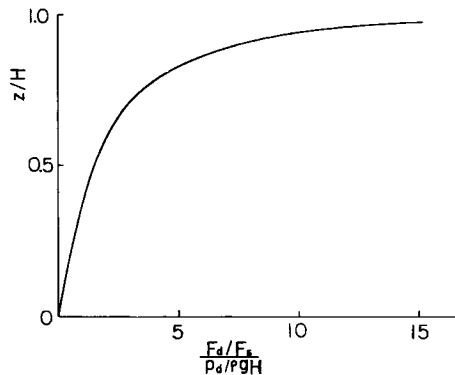


Fig. 3 Vertical distribution of the weight fluctuation.

$$p_d = \frac{4\rho \alpha g}{\pi \lambda_0 \sinh \lambda_0 L} \{ \cosh \lambda_0 L - \cosh \lambda_0(L-x) \} \cos \frac{\pi z}{2H} \cos \omega t \quad \dots\dots\dots(11)$$

したがって、

$$\frac{F_d}{F_s} = \frac{2\alpha \sin \frac{\pi z}{2H}}{\lambda_0 H \sinh \lambda_0 L} \{ \cosh \lambda_0 L - \cosh \lambda_0(L-x) \} \quad \dots\dots\dots(12)$$

(12) 式は重量変動量  $F_d$  と振動力の震度  $\alpha$  との間に 1 次の比例関係が成り立つことを示しているが、いま縦軸に  $F_d/\alpha F_s$ 、横軸に  $x/L$  をとるとこれは単位の加速度に対する重量変動量の水平分布を表わすことになりこれを Fig. 4 に示す。Fig. 4 では、水深に対する水底からの距離の  $z/H$  比をパラメーターとして示してある。これを見ると同一高さにおける重量変動量の絶対値は、2 つの鉛直境界面間の中央部で 0 であ

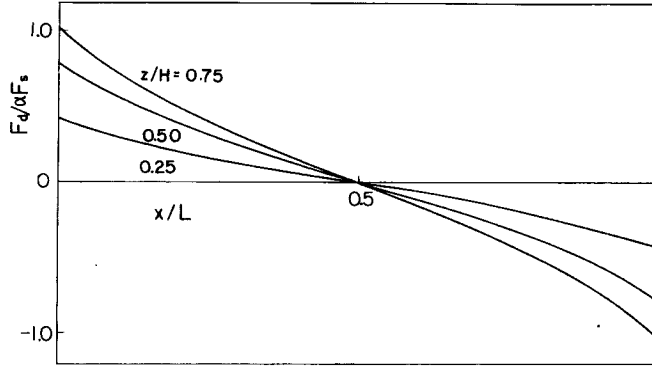


Fig. 4 Horizontal distribution of the weight fluctuation.

り中央部を離れるに従って単調に増加し境界面で最大となる。重量変動量の符号は動水圧の符号と一致するため図のように境界面中央部を境として符号が逆転している。これらのことから飽和砂中にある砂粒子の重量の変動する現象は、間げき動水圧が十分に発達するという条件下では、構造物などのような境界面近傍で著るしいことが分る。

### 3. 飽和砂中の間げき動水圧

飽和砂中の間げき水に発生する動水圧はその発生機構から2種類に類別することができる。その1つは鉛直な境界面の水平方向の加速度運動によって水中に発生した動水圧が水中を伝播して到達した動水圧であり、他の1つは振動力による砂粒子と間げき水の慣性の相違によって生じる動水圧であり、これは当然のことながら水だけの場合には発生しえないものである。飽和砂中の間げき動水圧はこれらの2者の和と考えることができる。飽和砂層に振動力が作用したときの応答は、間げき比、透水係数、粒度分布、均等係数、丸さ係数などの砂の特性を決定する諸要素のみならず、振動力の周波数特性、変位振幅、加速度振幅、さらに境界面の粗度、剛性などにも互に密接に関係しており、これら種々の要素のうち1つを取り出しその要素の間げき動水圧に与える効果を調べることは困難である。

一方、飽和砂層が振動力を受けて砂の構造骨格が破壊する過程を考える。いま振動力作用前のある深さにおける鉛直方向の力のつりあいを考える。表面より深さ $h$ の位置には、水と砂の混合した物体の単位体積重量 $\gamma'$ に深さを乗じた圧力、すなわち $\gamma'h$ の圧力が鉛直上方から作用しており、その点での静水圧 $\gamma_w h$ を差し引いた分だけ砂の構造骨格が負担していることになりこの差が有効応力である、この飽和砂層に振動力が作用した場合振動力を受けることによって構造骨格が部分的に破壊され、それに伴う有効応力の減少分だけ過剰間げき水圧が発生する。さらに連続する振動力によってこの圧力負担の交替が行なわれ、平均過剰間げき水圧が振動力作用前のその位置での有効応力に等しくなるつりあい状態にまで到達する。そして、このような現象が広い範囲に波及して行く状態を液状化状態と称する。このような飽和砂の液状化と重量変動現象との関係について考えてみよう。

いま砂層のある深さまで液状化が進行した状態では粒子間に作用している有効応力と平均過剰間げき水圧とが平衡を保っているが、この平衡が破れてさらに深い部分へと進行するためには他の外力が作用しなければならない。ところで、このような液状化の進行中にも間げき動水圧は発生するから、重量変動の現象は存在し、砂粒子の重量はその偏差に伴って時間的に変動している。液状化が進んで平衡状態にある深さにおいて、このような砂粒子の重量変動現象が現われれば、その深さでの有効応力はほとんど0に近い状態にあるのであるから、重量を軽減する方向すなわち間げき動水圧の圧力偏差が鉛直上方に向くときには砂粒子はすぐ下の砂の層から分離してしまうことになる。そして次の瞬間には鉛直下方向きの力を受けて下にある砂

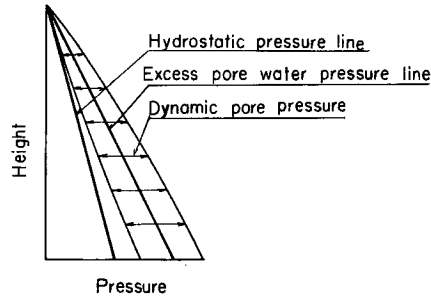


Fig. 5 Vertical distribution of the dynamic pore water pressure after the liquefaction.

粒子の上にかかることになる。このような鉛直方向の力を受けて砂粒子が浮遊したり沈降したりすることが生じることになり、砂粒子の骨格構造を順次破壊しこれが液状化が時間と共に空間的に波及してゆく原因の1つではないかと推測される理由である。このようにして液状化した砂層ではそれに加えられた外力に対してせん断抵抗力をもたず、水と砂が一体となってその単位体積重量を密度とする流体と考えるとさしつかえない。したがって液状化後の動水圧振幅は(11)式において $\rho$ に水と砂の混合流体の密度を代入することにより求められるであろうことが推察される。したがって液状化した層では平均過剰間げき水圧は振動前のその位置での有効応力 $(\gamma' - \gamma_w) \cdot h$ に等しくその圧力平衡点を中心として上に述べた圧力振幅をもって時間的に変動していることになり図で示せばFig. 5のごとくなる。したがって、砂質地盤中の同一深さを考えた場合、その位置での平均過剰間げき水圧は境界を形成する構造物やその基礎からの距離に無関係に一定値をとる。しかるに、液状化した層における動水圧振幅はFig. 2に示す座標系において(3)式で表わされる境界条件によって支配されるから、境界からの位置関係によって変動する。そして通常、動水圧振幅はそれらの境界に近いほど大きい。したがって地盤の安定上からみた場合、境界に近いほど平均過剰間げき水圧により大きな動水圧振幅を加算した水圧を考慮せねばならないことに留意すべきであろう。

液状化を生じる前の状態あるいは液状化を生じた後再び安定した状態においては前述のように境界が存在することにより発生する動水圧と、水と砂粒子の相対運動とで決定される水圧の両者が存在するが、液状化を生じている段階においては時間的に変動する水圧は前者のような動水圧だけとなることが分る。

#### 4. 実験装置・実験方法

2.では飽和砂層中に発生する間げき動水圧によって動水圧の鉛直勾配に比例的な重量変動現象が存在し、その変動量はFig. 2で示される座標系が加速度運動をした場合を考えると水平、鉛直方向にそれぞれある種の分布をなし最もその現象が大なる部分は鉛直境界面に近い表面付近であることを指摘した。飽和砂層に水平方向に振動力が作用した場合でも砂粒子の重量を変化させる効果をもつこの種の現象は砂の粒子構造を破壊する原因の1つではないかと考えられる。この重量変動の現象が砂粒子構造を破壊して液状化現象を誘起させる主要な要因であるならば、重量変動の現象が顕著な場所では他の場所と比較して早く液状化するのではないかとと思われる。

3.においては液状化した飽和砂層では深さ $h$ の点での平均過剰間げき水圧は $(\gamma' - \gamma_w)h$ で表わされその圧力平衡点を中心として変動しており、その圧力振幅は水と砂が一体となった流体が振動力を受けた場合の動水圧振幅に等しいことを指摘した。これらの2点に関して、これまでに述べた考察と比較検討するため実験を行なった。

##### 1) 実験装置

実験装置の概要をFig. 6に示した。実験に使用した水槽は木製で幅70 cm, 奥行き幅35 cm, 深さ60 cmであり5 cmの板厚をもつ木材で作成した。この水槽に水と砂を投入して振動台上に固定し不平衡重錘駆動

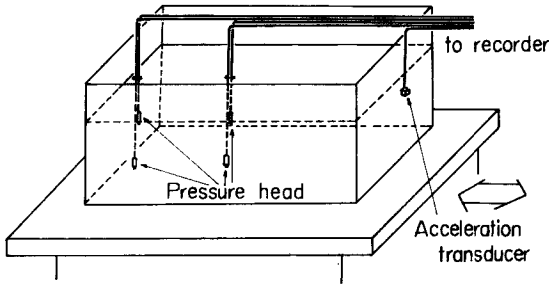


Fig. 6 Experimental devices.

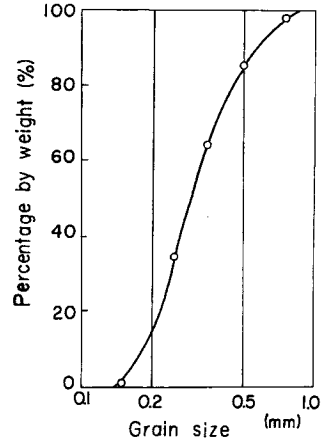


Fig. 7 Grain size distribution curve.

方式で運転した。飽和砂中の間げき動水圧を測定するため4つの圧力変換器を用いたが、いずれも圧力感受部を金網で覆ってスクリーンとし、水圧だけを測定した。また水槽の振動加速度は加速度変換器を用い同時測定した。これらの変換器からの出力を動ひずみ計を用いて増幅したのち、ペン書きレコーダに記録せしめた。振動台と変換器の仕様は下記のとおりである。なお、圧力変換器の番号は Fig. 8 と対応させてある。

振動台：周波数範囲 0~60 Hz, 最大加速度 5g, 最大変位 40 mm (伊藤精機社製, UBC-10A 型)

圧力変換器1, 2, 3: 測定容量 1 kg/cm<sup>2</sup> 以下, 受圧面積 1 cm<sup>2</sup> (共和電業社製, MPC 型)

圧力変換器4: 測定容量 2 kg/cm<sup>2</sup> 以下, 受圧面積 0.28 cm<sup>2</sup> (共和電業社製, PS 型)

加速度変換器: 測定範囲 ±2g, 0~30 c/s (新興通信工業社製, BA-2 型)

実験に使用した砂の粒径加積曲線は Fig. 7 に示してある。また砂の真比重は2.659である。

2) 実験方法

実験に用いる砂の乾燥重量を測定しておき、水と砂を水槽に入れて飽和させ水表面と砂表面を一致させ

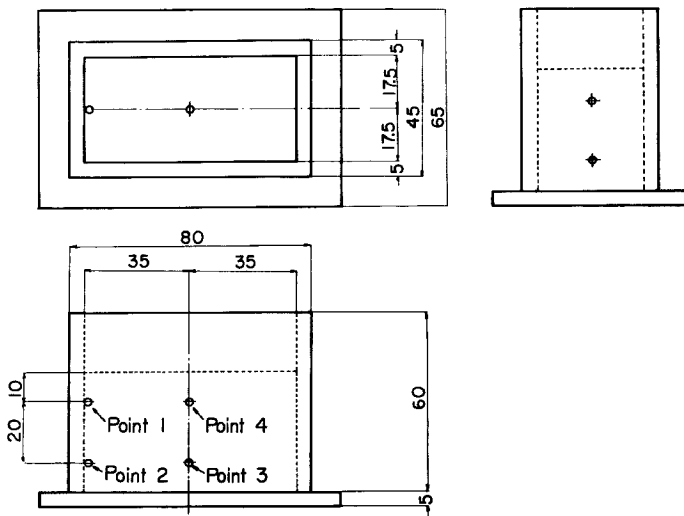


Fig. 8 Observation points. (unit; cm)

る。そのときの飽和砂の体積と砂粒子の真比重と砂の乾燥重量とから飽和砂の間げき比を算出した。始めに用いた砂の量は今回の実験を通じて一定量であるので砂層厚によって間げき比が決定されることになる。砂層厚を測定するにあたっては、あらかじめ定めた8ヶ所の測定値の算術平均をとった。圧力換変器は水槽に固定したレバーからつり下げ、Fig. 8のごとく設定した測定場所に直接セットした。本実験で対象とした加速度は140~380 gal の範囲である。

## 5. 実験結果とその考察

飽和砂中に設定した4つの測点における間げき動水圧の記録波形の1つをFig. 9に示した。測点の番号はFig. 8と対応させてある。いま、ある測点における間げき動水圧の測定結果において、強制力の振動数と同じ振動数で変動する水圧を間げき動水圧と称し、その圧力振幅の1周期分の平均値を以下においては平均過剰間げき水圧と称する。

さて、振動力が作用し振動加速度が徐々に増大するとそれに伴って過剰間げき水圧が増大し、かつ間げき動水圧も漸増する。平均過剰間げき水圧はある程度上昇するとそれ以上は増大せずほぼ一定値をとるが、その値が先に述べたように  $(\gamma' - \gamma_w)h$  に等しければその測点においては液状化していることになり、Fig. 9の例では4つの測点とも過剰間げき水圧が各測点での有効応力の90%を越えており、測定点の深さまではほぼ液状化しているといえよう。いま、液状化に達する時間を比較するにあたり振動前のその測点での有効応力が半分となる時点をもってその測点における液状化に至る速度を判定することとし、一連の実験結果についてこの時間を示したのがTable 1である。この表から、深さ方向に関する液状化速度は砂層表面に近い測点の方が大きいといえそうであるが、水平方向に関しては境界からの距離にはほとんど影響を受けずほぼ

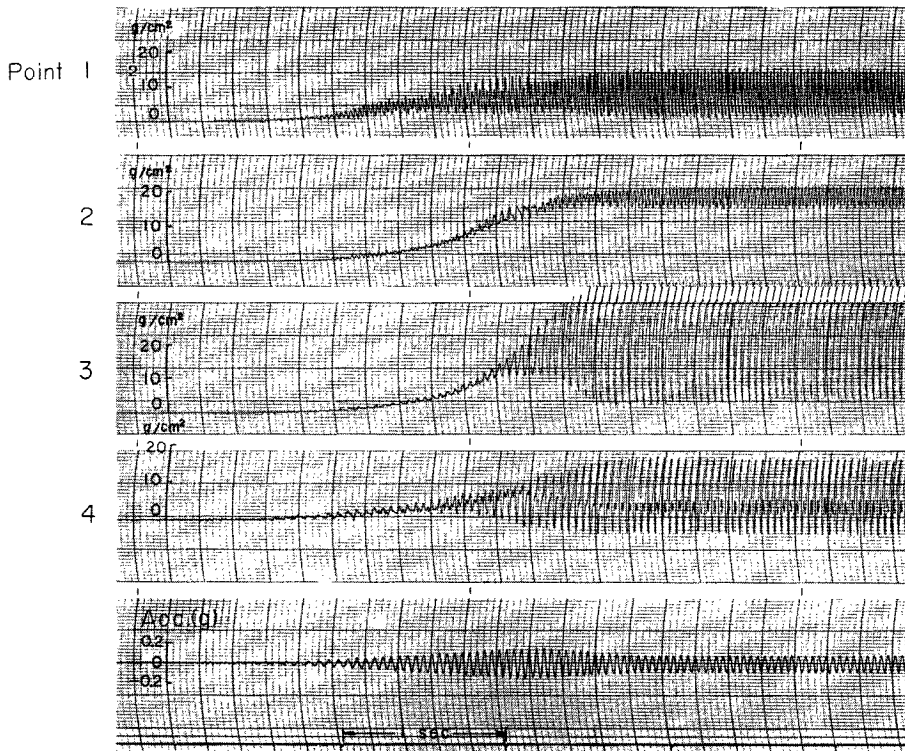


Fig. 9 Examples of the recorded dynamic pore water pressure.

Table 1

	Point 1	2	3	4
Test 1	2.5	2.5	2.4	2.1
2	3.0	3.1	3.2	2.6
3	2.5	2.7	2.7	2.6

(sec)

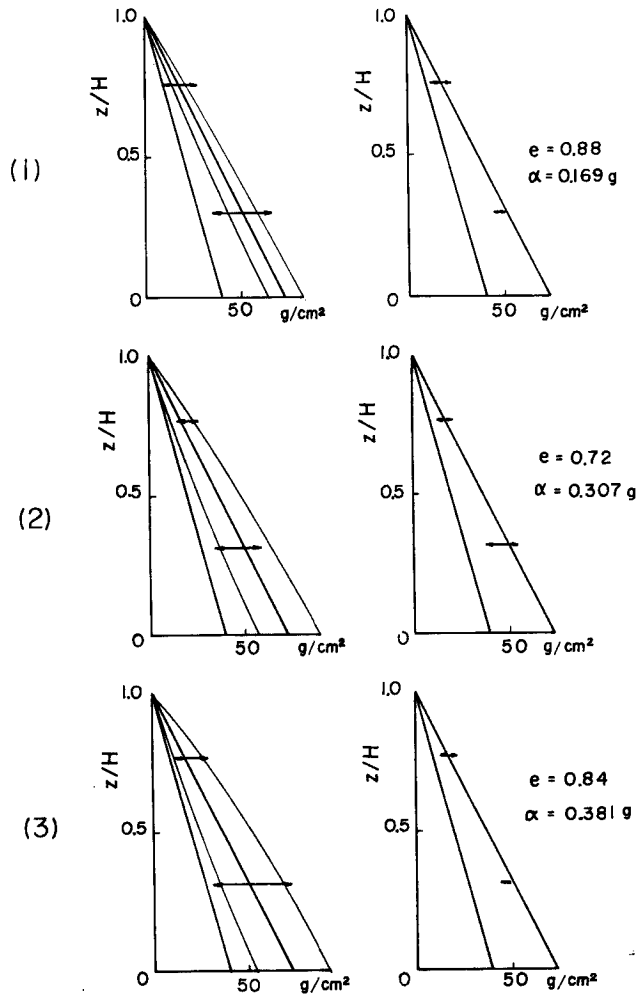


Fig. 10 Vertical distribution of the dynamic pore water pressure.



同一速度で液状化に達していることが分る。さきに述べたように、重量変動現象が飽和砂層の液状化発生機構に主要なる原因をなしているのであればその現象が大きいと考えられる場所で液状化に要する時間が他の場所に比較して短いことになり、少なくとも水平方向に関しては今回行った実験では上述の推論を裏づけるような結果は得られていない。飽和砂層の高さ方向に関しても、今回の実験から砂表面に近い場所の方が深い場所に比較して液状化に至る時間が早いと結論できてもこの理由は他の現象で説明できる。

結局、Fig. 2 で示される系に振動力を作用させた本実験では、重量変動の現象が飽和砂層の液状化発生機構に重要な役割を果たしているという決定的な確証は得られていない。しかし重量の変動する現象が液状化の空間的な波及に対して無関係であるということをも裏づけるだけの資料もまだ得られてなく、これに関してはこれからの詳細な実験的検討にまたねばならない。

一方、液状化後の鉛直方向の圧力分布は Fig. 10 に示してある。これは実施した多くの実験のうち3例を描いたものであり左側の図は境界に接する測点、右側の図は境界間中央部のそれぞれの圧力分布を表わしたものである。それぞれの実験における振動前の間げき比および最大加速度を示してある。Fig. 9 で示した実験記録に対応する図は(1)である。これを見ると、3. で述べたように液状化した層ではその点での平均過剰間げき水圧は振動前の有効応力  $(\gamma' - \gamma_w)h$  に等しく、その圧力平衡点を中心として(11)式の密度  $\rho$  に飽和砂の単位体積重量を砂と水との混合流体の密度と考えて代入して求めた動水圧振幅をもって時間的に変動していると見なしてほぼさしつかえないことを実験の上から示している。

ここで興味深いことは、Fig. 9 から明らかなように砂層の中央部においては強制振動数の2倍の振動数を有して変動する間げき動水圧が発生する場合があることである。動水圧の圧力振幅が必ずしも深くなるほど大きくなっていないこと、また砂層中央部では動水圧は0であること、せん断変形が境界付近と比較して大きいと考えられる中央部で顕著に発生すること、振動力の2倍の振動数を有していることからこれはダイレイタンスーによるものではないかと考えられる<sup>7)</sup>。すなわち、せん断変形によって砂層の間げきが膨張し負の間げき水圧が発生する。せん断変形が右方向、左方向に生ずるときいずれの場合においても負の間げき水圧が発生することになりこの間げき動水圧の振動数は強制力の振動数の2倍となる。しかし、この間げき動水圧がせん断変形に起因する性質のものであれば当然鉛直方向におけるせん断分布と相似な関係にあると考えられるが、本実験からは Fig. 10 の(1)、(3)のようにそれとは逆の関係を示すデータも出ているが、これはダイレイタンスーによる負圧の発生には上載荷重も影響することによるものと考えられる。また中央部の間げき動水圧の振動数についても行なったすべての実験で振動力の振動数が2倍になっていない場合もあるが、このような現象の発生する条件については現在のところ明らかでない。

## 6. あとがき

これまで振動を受ける飽和砂層に作用する流体力を量的に評価し、その流体力が液状化現象とどのような関係にあるかを実験的に調べた。つぎにその結果を要約して述べる。

1) 重量変動現象は、本実験で対象としたような砂槽内での飽和砂の液状化発生機構に直接的な役割を果たしているという確証はない。

2) 液状化した砂層では  $(\gamma' - \gamma_w)h$  にほぼ等しい平均過剰間げき水圧が発生する。そして間げき動水圧はこの平均過剰間げき水圧を中心として、飽和砂の単位体積重量を砂と水との混合流体の密度とみなして求めた動水圧を振幅とする変動を繰り返す。

3) 水槽の境界間の中央部では振動力の2倍の振動数を有する間げき動水圧が発生することがある。これはダイレイタンスーによるものと思われるが、その定量評価に関しては明確な記述が困難である。

以上のように、飽和砂層に振動力が作用して液状化状態に至ってからの流体力の量的評価は明らかとなったが、この状態を誘起する端緒については依然不明である。これからの研究に待ちたい。

なお末筆ではあるが、有益なる御検討を頂いた柴田徹教授、実験に終始協力された京都大学大学院生三好学氏に謝意を表する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) 陶浪貞彦：不安定飽和砂の振動時性状，日本建築学会論文集，第114号，昭40，pp.1~10.
- 2) 土田 肇：振動により流動化した砂層が壁体に及ぼす圧力，土と基礎，Vol. 16, No. 5, 昭43, pp. 3~10.
- 3) Seed, H. B. and K. L. Lee: Liquefaction of Saturated Sands during Cyclic Loading, Proc. of A. S. C. E., Vol. 92, No. SM6, 1966, pp.105~134.
- 4) 土岐憲三・石黒良夫：振動時における飽和砂の重量変動について，京都大学防災研究所年報，第12号B，昭44，pp.117~127.
- 5) 前出論文4).
- 6) 前出論文4).
- 7) 大原資生：飽和砂の振動圧力について，土学会論文集，第99号，昭39，pp.1~6.